HANDBUCH

der

Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie.

HANDBUCH

der

Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie.

Von

Dr. Rudolf Wolf,
Professor in Zürich.

Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzstichen.

In zwei Bänden.

Zweiter Band.

Zürich.
Druck und Verlag von Friedrich Schulthess.
1872.

Inhalt.

E. Astronomische Vorbegriffe.

F. Die Erde und ihr Mond.

H. Das Weltgebäude.

Tafeln.

Geodäsie und Astronomie.

Astronomische Vorbegriffe.

Ce que nous connaissons est peu de chose, mais ce que nous ignorons est immense.
(Laplace.)

XXXIII. Einleitung.

321. Aufgabe der Geodäsie und Astronomie. Zur Zeit der Morgendämmerung von einem freien Standpuncte aus eine Umschau beginnend, glaubt man unter einem hohen Kugelgewölbe, mitten auf der durch eine kreisrunde Linie, den zur Lothrichtung Zenith-Nadir senkrechten **Horizont**, begrenzten Erde zu stehen, — sieht dann im Verlaufe der Zeit gegen Aufgang (Morgen, Ost) die Sonne erscheinen, sie in einem Bogen zu der dem kürzesten Schattenwurfe längs der **Mittagslinie** Süd-Nord entsprechenden **Culmination** aufsteigen, nachher in correspondirendem Bogen dem Niedergange (Abend, West) zueilen. Bald nachdem die Sonne ihren sog. **Tagbogen** vollendet, tauchen Sterne verschiedener Art (Fixsterne, Planeten, Monde, etc.) auf, bewegen sich ähnlich wie die Sonne, und werden von Osten her immer wieder durch neue ersetzt, — scheinbar und abgesehen von einzelnen Eigenbewegungen, wie wenn sie am Himmelsgewölbe fest wären, und dieses sich in einem Tage um einen **Pol** oder vielmehr um den entsprechenden Durchmesser, die gegen die Mittagslinie um die **Polhöhe** geneigte und mit ihr die Ebene des **Meridian's** bestimmende **Weltaxe**, drehen würde. Die sich hieran knüpfende Aufgabe, die Grösse, Gestalt, Masse und physische Beschaffenheit der Erde und aller dieser Gestirne, sowie die wirklichen Gesetze ihrer Bewegung und ihres Einflusses auf einander zu bestimmen, fällt der von der Sterndeuterei (Astrologie) wohl zu unterscheidenden **Astronomie** anheim, in welche die ausschliesslich die Erdmessung behandelnde, sich der praktischen Geometrie (211—226) anschliessende **Geodäsie** als integrirender Theil einzuschalten ist.

Schon einzelne der ältesten Völker machten sich einen richtigen Begriff von der Ergänzung des Tagbogens der Sonne durch einen Nachtbogen, — andere dagegen scheinen geglaubt zu haben, die Sonne lösche Abends mit hörbarem Zischen im Meere aus, und werde je am Morgen wieder neu angezündet. — Die vier erwähnten Cardinalpunete des Horizontes „Ost, Süd, West, Nord“ heissen auch **Weltgegenden** (plagæ mundi); theilt man jeden der durch sie bestimmten Quadranten noch in 8 Theile ein, so erhält man die sog. **Windrose**, deren Richtungen von Ost über Süd als: O, O gen S, OSO, SO gen O, SO, SO gen S, SSO, S gen O, S, etc. bezeichnet werden. — Der Ausdruck Pol (Vertex) ist aus Πολέω (verto, ich drehe) abgeleitet; der Nordpol heisst auch Polus arcticus von Ἄρκτος (der Bär), — der Südpol sodann Polus antarcticus; der Name Meridian hängt mit Meridies (Mitte des Tagbogens) zusammen.

322. Die Astronomie der ältesten Völker. Die ersten Astronomen bedienten sich zur Beobachtung ausschliesslich ihrer Sinne, und führten Register über ihre Wahrnehmungen, — erfanden jedoch bald den zur Sonnenuhr führenden Gnomon. Die Erde erschien ihnen als unbeweglicher Mittelpunct der sog. täglichen Bewegung des Himmelsgewölbes und der sog. jährlichen Bewegung der Sonne. Die sich regelmässig folgenden Lichtgestalten des Mondes und der Wechsel der Jahreszeiten gaben ihnen Grundlagen für die Zeitrechnung, und in den Finsternissen erkannten sie gesetzmässige, periodisch wiederkehrende Erscheinungen. Zwischen Sonne und Mond fanden sie noch zwei, und über der Sonne drei Wandelsterne auf, welche sie nebst jenen zu Zeitregenten einsetzten, und zuweilen sahen sie diesen 7 Planeten sich noch einen unheimlichen Haarstern beigesellen. — Die Griechen hatten bereits Sand- und Wasseruhren und getheilte Kreise (Astrolabien), mit denen sie Coordinaten der in Bilder abgetheilten Sterne maassen. Thales kannte die Kugelgestalt der Erde und Eratosthenes versuchte ihre Grösse zu bestimmen, — Pythagoras lehrte die Mehrheit der Welten, und Aristarch die Bewegung der Erde um die Sonne. Hipparch schlug vor, die Lage auf der Erde durch Länge und Breite zu fixiren, ermittelte die Grössen und Distanzen von Sonne und Mond, fand das sog. Vorrücken der Nachtgleichen, und suchte für die scheinbare Bewegung der Wandelsterne um die Erde eine zu Tafeln führende Theorie aufzustellen, welche sodann Ptolemäus vollendete, und in seinem Almagest zu einem Lehrgebäude abrundete, das die Astronomie der Griechen durch Vermittlung der, namentlich ihre praktischen Theile vervollkommnenden arabischen Astronomen Albategnius, Abul Wefa, Ibn Junis, etc., auf die neuere Zeit brachte, wo sie durch Purbach, Regiomontan und Walther ihre letzte Ausbildung erhielt. (XX.)

Für weitern geschichtlichen Detail im Allgemeinen auf die betreffenden Abschnitte, — für Pythagoras, Ptolemäus, Albategnius, Purbach und Regiomontan auf den ersten Band verweisend, mag hier noch Folgendes beigefügt werden: **Thales** (Milet 639 — ? 548) stiftete die sog. Jonische Schule, und zählte zu den sieben Weisen des alten Griechenlands. Vergl. die „Recherches sur Thales par Canaye (Mém. de l'Acad. des inscriptions 10)." — **Eratosthenes** (Cyrene in Afrika 276 — Alexandrien 195) war Vorsteher der grossen Bibliothek in Alexandrien, — erblindete später und gab sich nun den Hungertod. — **Aristarch** war von Samos gebürtig, und lebte um 264 v. Chr. Vergl. „Histoire d'Aristarque de Samos. Par M. de F****. Paris 1810 in 8." — **Hipparch** wurde nach den Einen zu Nicäa in Bithynien, — nach Andern auf der Insel Rhodus, wo er auch seine meisten Beobachtungen gemacht haben soll, geboren. Er florirte zwischen 160 und 125 v. Chr. — Mohammed ebn Achmed oder Ben Jahya **Abulwefa** (Bouzdjan in Persien 939 — Bagdad 998) beobachtete, lehrte und schrieb zu Bagdad, — sein Schüler Abonl Hassan Ali ben Abdelrahman, genannt **Ibn Junis** (9.. — Cairo 1008) dagegen zu Cairo, wo ihm der Chalife Hakem eine Sternwarte erbaute. — Bernhard **Walther** (Nürnberg 1430 — Nürnberg 1504) war ein reicher Patrizier, der nicht nur Regiomontan's Unterricht genoss und dessen Arbeiten pecuniär unterstützte, sondern nach dessen Tode bestmöglich in seine Fussstapfen trat. — Für die Geschichte der ältesten Astronomie kann theils auf die in 324 erwähnten Werke, theils auf die Specialschriften „Jean-Sylvain **Bailly** (Paris 1736 — Paris 1793 als Opfer der Schreckenszeit; Mitglied der Academie und später Maire von Paris; vergl. sein „Eloge" in Bd. 1 der Mém. de l'Inst.: Scienc. mor. et pol., und Arago Oeuvres II.), Lettres à Mr. de Voltaire sur l'origine des sciences et sur celles des peuples de l'Asie. Paris 1777 in 8., — Joh. Konrad **Schaubach** (Meiningen 1764 — Meiningen 1849; Gymnasialdirector und Consistorialrath in Meiningen), Geschichte der griechischen Astronomie bis auf Eratosthenes. Göttingen 1802 in 8., — Christian Ludwig **Ideler** (Gross-Brese bei Perleberg 1766 — Berlin 1846; Professor der Astronomie und Mitglied der Academie in Berlin), Historische Untersuchungen über die Astronomie der Alten. Berlin 1806 in 8., und: Ueber die Sternkunde der Chaldäer, den Cyclus des Meton und die Zeitrechnung der Perser. Berlin 1817 in 4., — Nicolas **Halma** (Sédan 1756 — Paris 1830; Abbé, Professor der Mathematik und Bibliothekar zu Paris), Examen historique et critique des monumens astronomiques des anciens. Paris 1830 in 8., — P. F. **Stuhr**, Professor zu Berlin: Untersuchungen über die Sternkunde unter den Chinesen und Indiern. Berlin 1831 in 8., — Louis-Pierre-Eugène-Amélie **Sédillot** (Paris 1808; Sohn von Jean-Jacques-Emmanuel, s. 352; Professor der Geschichte in Paris), Mémoire sur les instruments astronomiques des Arabes. Paris 1841 in 4., und: Matériaux pour servir à l'histoire comparée des sciences mathématiques chez les Grecs et les Orientaux. Paris 1845—1849, 2 Vol. in 8., — J. B. **Biot**, Etudes sur l'Astronomie indienne et sur l'Astronomie chinoise. Paris 1862 in 8., — Georg **Hoffmann**, Die Astronomie der Griechen bis auf Euripides. Triest 1865 in 8., — etc.", hingewiesen werden.

323. Die Reformation der Sternkunde. Dieselben Gründe, welche (3) die Fortschritte der Mathematik und Physik bedingten, machten sich auch für die Entwicklung der Geodäsie und Astronomie geltend: Die Instrumente, Beobachtungs- und Berechnungsmethoden

wurden verbessert, und rasch folgten sich die Erfindung des Fernrohrs, der Mikrometer, der Barometer und Thermometer, der Regulatoren und Chronometer, des Vernier, der Röhrenlibelle und des Spiegelsextanten, — es entstanden durch Wilhelm IV., Tycho, Picard, Flamsteed, etc. die Sternwarten in Kassel, Hwen, Paris, Greenwich, etc., deren Arbeiten in der Académie des Sciences, der Royal Society und Academia naturæ curiosorum verwerthet, in den Philos. Transactions, dem Journal des Savants und den Acta Eruditorum ausgetauscht werden konnten. — Die eigentliche Reformation der Sternkunde begann Copernicus durch die nach ihm benannte Lehre, setzte Keppler auf Grundlage von Tycho's Beobachtungen durch Aufstellung seiner Gesetze fort, und vollendete Newton durch Nachweis der allgemeinen Gravitation. — Snellius und Picard maassen die Erde, — Galilei, Fabricius, Marius, Harriot, Hevel, Cassini, Hugens, Fatio, etc., entdeckten die Rotation der Sonne und der Planeten, die Phasen der Venus, die Trabanten von Jupiter, den Ring Saturns, die Beschaffenheit der Mondoberfläche, das Zodiakallicht, die Existenz von Nebelflecken und veränderlichen Sternen, die Constitution der Milchstrasse, etc., — Cysat, Borelli, Dörfel, Halley, etc. brachten die Kometen zu Ehren, — Römer bestimmte die Geschwindigkeit des Lichtes, Richer die Marsparallaxe und die Veränderlichkeit des Secundenpendels, — und Gregor XIII. bahnte die von der Kirche längst verlangte Kalenderreform an. (XX.)

Für weitern historischen Detail im Allgemeinen wieder auf die betreffenden Abschnitte, — für Tycho, Picard, Copernicus, Keppler, Newton, Snellius, Galilei, Harriot, Cassini, Hugens, Halley, Römer und Richer auf den ersten Band verweisend, mag hier noch Folgendes beigefügt werden: Landgraf **Wilhelm** IV. von Hessen (Cassel 1532 — Cassel 1592) erbaute sich 1561 zu Cassel eine Sternwarte, auf welcher er erst selbst beobachtete, dann durch Christoph **Rothmann** (Bernburg 15.. — Bernburg 16..) und Joost **Bürgi** (vergl. 3) beobachten liess. Vergl. für Wilhelm Bd. 12 von Zach's Mon. Corr., und Strieder's Grundlagen zu einer hessischen Gelehrtengeschichte. — John **Flamsteed** (Derby 1646 — Greenwich 1719) war Pfarrer zu Burstow in Surrey, und erster Director der 1675 erbauten Sternwarte in Greenwich. Vergl. „Baily, An Account of Flamsteed. London 1835 in 4." — David **Fabricius** (Esens in Ostfriesland 1564 — Osteel 1617), Correspondent Keppler's und Entdecker des ersten Veränderlichen, war Pfarrer zu Resterhave und Osteel; sein Sohn Johannes (Resterhave 1587 — ? 16..), der erste Entdecker der Sonnenflecken, studirte noch 1611 in Wittenberg Medicin, scheint aber später verschollen zu sein. — Simon Mayr oder **Marius** (Gunzenhausen 1570 — Anspach 1624) war erst Musiker, studirte dann um 1601 bei Tycho und Keppler in Prag Astronomie, nachher in Padua Medicin, und lebte später als Hofastronom beim Markgrafen Georg Friedrich von Brandenburg-Anspach. — Johannes Hewelcke oder **Hevel** (Danzig 1611 — Danzig 1687), Sohn und Nachfolger eines wohlhabenden Bierbrauers, studirte in Leyden, machte dann

längere Reisen, wurde nach seiner Rückkehr in die Vaterstadt Schöppe und Rathsherr, und erbaute sich eine eigene Sternwarte. Vergl. für ihn „Westphal, Leben, Studien und Schriften des Astronomen Joh. Hevelius. Königsberg 1820 in 8., — Seidemann, Joh. Hevelius. Zittau 1864 in 4., — etc." — Nicolaus **Fatio** (Basel 1664 — Worcester 1753) lebte bald auf seiner Herrschaft Duillier bei Genf, bald bei Cassini, Hugens und Newton; später ergriff er leider eine mystische Richtung, in welcher er gewissermassen unterging. Vergl. für ihn Bd. 4 meiner Biographieen. — Joh. Baptist **Cysat** (Luzern 1588 — Luzern 1657), ein Sohn des Stadtschreibers Rennward Cysat in Luzern, war Schüler und Nachfolger von Scheiner in Ingolstadt, später folgeweise Rector der Jesuitenschulen in Inshruck, Eichstädt und Luzern. Vergl. für ihn Bd. 1 meiner Biographieen. — Giovanni Alfonso **Borelli** (Castelnuovo 1608 — Rom 1679) war Professor der Mathematik in Messina und Pisa, sowie eines der thätigsten Mitglieder der Academia del Cimento (vergl. 3). — Georg Samuel **Dörfel** (Plauen 1643 — Weida 1688), ein Schüler von Hevel, war Diaconus zu Plauen im Voigtlande, dann Superintendent zu Weida in Sachsen-Weimar. Vergl. für ihn „Kästner, Nachrichten von G. S. Dörfeln (Samml. der Gesellsch. der freien Künste in Weimar, Bd. 3). — Hugo **Buoncompagni** (Bologna 1502 — Rom 1585) war erst Professor der Rechte in Bologna, wurde sodann Kardinal, und bekleidete schliesslich von 1572 hinweg als **Gregor** XIII. den päpstlichen Stuhl. Vergl. für ihn „Vidaillan, Vie de Grégoire XIII. Paris 1840 in 8." — Die Academia Naturæ curiosorum (vergl. für sie „Büchner, Historia Academiæ naturæ curiosorum. Halæ 1754 in 4.") wurde 1652 gegründet, die Royal Society (vergl. für sie „Birch, History of the Royal Society of London. London 1756—1757, 4 Vol. in 4.") 1662, und die Académie des Sciences (vergl. für sie Jos. Bertrand, L'Académie des Sciences et les Académiciens de 1666 à 1793. Paris 1869 in 8.") 1666. Seither entstanden 1700 zu Berlin, 1712 zu Bologna, 1725 zu Petersburg, 1739 zu Stockholm, 1750 zu Göttingen, 1759 zu München, etc., neue Academieen, deren, auch an mathematischen und astronomischen Abhandlungen reiche Denkschriften bereits viele Hundert Quartbände füllen.

324. Die neuere Astronomie. Die Ausbildung der höhern Mathematik und Physik (4), — das Bedürfniss vergleichbarer Maasse, genauer Karten, sicherer Ortsbestimmungen zu Land und Wasser, zuverlässiger Anhaltspuncte für Chronologie, etc., und das sich immer mehr verbreitende Interesse für wissenschaftliche Ausbildung überhaupt, sicherten der Astronomie auch in der neuern Zeit Fortschritt und Bedeutung: Die frühern Instrumente wurden nicht nur verbessert, und durch Brander, Ramsden, Dollond, Reichenbach, Fraunhofer, etc. um Theodolit, Meridiankreis, parallaktisch-montirte Achromaten mit Ring- und Schraubenmikrometern, Heliometer, Registrirapparate, etc. vermehrt, sondern Mayer, Bradley, Bessel, Gauss, etc. erfanden Beobachtungs- und Rechnungsmethoden zur Bestimmung oder Elimination ihrer Fehler, — die Sternwarten wurden zweckmässiger eingerichtet, über die ganze Erde verbreitet und zum Theil durch Telegraphen verbunden, — die astronomischen Tafeln

und Sternkarten durch Bouvard, Lindenau, Hansen, Argelander, etc. vervollkommnet; Weidler, Montucla, Lalande, Littrow, etc. sorgten für Geschichtswerke und Lehrbücher, — Bode, Zach, Bohnenberger, Schumacher, etc. für raschen Austausch der Arbeiten. Grösse, Gestalt und Gewicht der Erde wurden durch Bouguer, La Condamine, Maskelyne, Cavendish, etc., immer genauer ermittelt, — die tägliche und jährliche Bewegung derselben theils durch Benzenberg's und Foucault's Fall- und Pendel-Versuche, theils durch Bradley's Entdeckung der sog. Aberration des Lichtes erwiesen, — Lacaille und die zahlreichen Beobachter der Venusdurchgänge von 1761 und 1769 maassen die Parallaxen von Mond und Sonne, Bessel und Struve diejenigen einiger Fixsterne, — Herschel begann mit Uranus die sodann durch Piazzi, Olbers, etc. aufgenommene lange Reihe neuer Planetenentdeckungen, leitete durch seine Studien über Sonne, Mars, etc. die seither durch Schröter, Schwabe, Mädler, etc., sowie durch Photographie und Spectralanalyse geförderte Kenntniss der physischen Beschaffenheit der Weltkörper ein, erstellte lange, durch Struve, d'Arrest, Secchi, etc. wesentlich vervollständigte Verzeichnisse von Himmelsnebeln und Doppelsternen, und führte durch Nachweis der fortschreitenden Bewegung der Sonne, durch Aichungen, etc. die Arbeiten der Kant und Lambert über den Bau des Himmels energisch weiter, — Laplace endlich sammelte die von Euler, d'Alembert, Clairault, etc. auf Newton's Grundlage fortgeführten Untersuchungen, und verband sie mit eigenen Forschungen zu einem grossen Ganzen, der Mécanique céleste, die bereits, z. B. in Leverrier's Neptun-Entdeckung, die schönsten Triumphe gefeiert hat. (XX.)

Für weitern historischen Detail nochmals im Allgemeinen auf die betreffenden Abschnitte, — für Brander, Ramsden, Dollond, Reichenbach, Fraunhofer, Mayer, Bradley, Bessel, Gauss, Hansen, Montucla, Lalande, Littrow, Bohnenberger, Bouguer, La Condamine, Foucault, Lacaille, Herschel, Secchi, Lambert, Laplace, Euler, d'Alembert und Clairault auf den ersten Band verweisend, mag hier noch Folgendes beigefügt werden: Alexis **Bouvard** (Haut-Faucigny bei Chamounix 1767 — Paris 1843) war Astronom der Pariser-Sternwarte, auch Mitglied der Academie und des Bureau des longitudes. — Bernhard August von **Lindenau** (Altenburg 1780 — Altenburg 1854) war Director der Sternwarte auf dem Seeberge bei Gotha, machte den deutschen Befreiungskrieg von 1813 als Oberstlieutenant mit, und versah später verschiedene Ministerien in den sächsischen Ländern Vergl. für ihn Bd. 15 der Monthly Notices. — Friedrich Wilhelm August **Argelander** (Memel 1799) war erst Gehülfe von Bessel, dann Director der Sternwarten in Abo und Helsingfors, jetzt derjenigen in Bonn. — Joh. Friedrich **Weidler** (Gross-Neuhausen in Thüringen 1692 — Wittenberg 1755) war Professor der Mathematik und später der Rechte zu Wittenberg. — Joh. Elert **Bode** (Hamburg

1747 — Berlin 1826) war erst rechnender Astronom, dann Director der Sternwarte und Mitglied der Academie in Berlin. Vergl. Encke's „Gedächtnissrede" in Berl. Abhandl. 1827. — Franz Xaver von **Zach** (Pressburg 1754 — Paris 1832) war erst als österreichischer Ingenieur unter Liesganig mit Vermessungen beschäftigt, — lebte dann als Hauslehrer beim sächsischen Gesandten von Brühl in London, — trat als Oberst-Wachtmeister in Dienste des Herzog Ernst von Sachsen-Gotha, der für ihn die Sternwarte auf dem Seeberge erbaute, — und hielt sich dann als Ober-Hofmeister der verwittweten Herzogin mit derselben in Genua auf. — Heinrich Christian **Schumacher** (Bramstedt in Holstein 1780 — Altona 1850) war Director der Sternwarte in Mannheim, dann Professor der Astronomie zu Kopenhagen, — lebte aber meist in Altona, wo ihm sein König eine eigene kleine Sternwarte erbaut hatte. Vergl. für ihn Bd. 86 seiner astr. Nachr. — Nevil **Maskelyne** (London 1732 — Greenwich 1811), Dr. Theol., machte erst mehrere wissenschaftliche Reisen, und wurde sodann Director der Sternwarte zu Greenwich. Vergl. „Delambre, Notice sur la vie et les travaux de M. Maskelyne. Paris 1811 in 4." — Henry **Cavendish** (Nizza 1731 — London 1810) war ein sehr reicher Privatmann, der den Wissenschaften lebte, sowie der Royal Society und der Académie des Sciences angehörte. Vergl. für ihn Cuvier Eloges I. — Joh. Friedrich **Benzenberg** (Schöller bei Düsseldorf 1777 — Bilk bei Düsseldorf 1846) war erst Professor der Mathematik und Physik zu Düsseldorf, und zog sich später auf eine Besitzung zu Bilk zurück, wo er sich nicht nur eine kleine Sternwarte erbaute, sondern sie auch für die Folgezeit fundirte. — Giuseppe **Piazzi** (Ponte im Veltlin 1746 — Neapel 1826), Theatiner-Mönch, war erst abwechselnd Prediger oder Lehrer in verschiedenen Ordenshäusern, dann Professor der höhern Mathematik und Director der Sternwarte zu Palermo, auch auswärtiges Mitglied der Pariser-Academie. Vergl. für ihn Bd. 4 meiner Biographieen. — Heinrich Wilhelm Matthias **Olbers** (Arbergen bei Bremen 1758 — Bremen 1840) war praktischer Arzt in Bremen. Vergl. für ihn „Biographische Skizzen verstorbener Bremischer Aerzte und Naturforscher. Bremen 1844 in 8." — Joh. Hieronymus **Schröter** (Erfurt 1745 — Erfurt 1816) war Braunschweig-Lüneburgischer Oberamtmann zu Lilienthal bei Bremen, wo er sich eine Sternwarte erbaute, auf welcher er mit Harding und Bessel arbeitete. — Hofrath Samuel Heinrich **Schwabe** (Dessau 1789) richtete sich als Apotheker in Dessau eine kleine Privatsternwarte ein. — Heinrich **Mädler** (Berlin 1794) war erst Privatlehrer und später Gehülfe der Sternwarte in Berlin, stand sodann als Professor der Astronomie und Director der Sternwarte in Dorpat, und privatisirt jetzt in Bonn. — Friedrich Georg Wilhelm **Struve** (Altona 1793 — Petersburg 1864) war Professor der Astronomie und Director der Sternwarte in Dorpat, leitete sodann den Bau der Nicolai-Hauptsternwarte zu Pulkowa bei Petersburg, und stand ihr noch bei einem Vierteljahrhundert vor. Vergl. für ihn „O. Struve, Uebersicht der Thätigkeit der Nicolai-Hauptsternwarte während der ersten 25 Jahre ihres Bestehens. St. Petersburg 1865 in 4.", und Jahrg. I der Viertelj. d. astr. Ges. — Heinrich Ludwig **d'Arrest** (Berlin 1822), früher Gehülfe von Encke, dann Observator in Leipzig, ist jetzt Professor der Astronomie und Director der Sternwarte in Kopenhagen. — Urbain-Jean-Joseph **Leverrier** (Saint-Lô in La Manche 1811), erst Ingenieur bei der Tabacksregie, später Professor der Mécanique céleste an der Sorbonne, dirigirte von Arago's Tode hinweg bis 1870 die Pariser-Sternwarte. — Zum Schlusse mögen noch folgende, theils der Zeit ihres Erscheinens nach

die successive Entwicklung der Astronomie repräsentirende, theils speciell historische Werke namhaft gemacht werden: „John **Keill** (Edinburg 1671 — Oxford 1721; Professor der Physik und Astronomie zu Oxford), Introductio ad veram astronomiam. London 1718 in 8. (Franz. mit einem Essai sur l'histoire de l'astronomie moderne par Lemonnier, Paris 1746 in 4.), — Joh. Leonhard **Rost** (Nürnberg 1688 — Nürnberg 1727; Schüler von Eimmart, Rechtsgelehrter, Literat und Privatastronom), Astronomisches Handbuch. Nürnberg 1718 in 4. (Erstes Suppl. 1726; zweites unter dem Titel: Der aufrichtige Astronomus 1727; neue Ausg. in 4 Bdn. durch Kordenbusch 1771—1777), — Jacques **Cassini**, Eléments d'Astronomie. Paris 1740 in 4., — **Weidler**, Historia astronomiæ. Viteb. 1741 in 4., ferner: Institutiones astronomiæ. Viteb. 1754 in 4., und: Bibliographia astronomica; accedunt historiæ astronomiæ supplementa. Viteb. 1755 in 8., — **Lacaille**, Leçons élémentaires d'astronomie géométrique et physique. Paris 1746 in 8. (4 éd. par Lalande 1780; engl. durch Robertson, London 1750 in 8.; lat. durch Car. Scherfer, Viennæ 1757 in 4.), — Eustachio **Manfredi** (Bologna 1674 — Bologna 1739; Professor der Mathematik und Director der Sternwarte zu Bologna), Instituzioni astronomiche. Bologna 1749 in 4., — **Lalande**, Astronomie. Paris 1764, 2 Vol. in 4. (3 éd. 1791, 3 Vol.), und: Bibliographie astronomique, avec l'histoire de l'Astronomie depuis 1781 jusqu'en 1802. Paris 1803 in 4., — **Bode**, Anleitung zur Kenntniss des gestirnten Himmels. Hamburg 1768 in 8. (11. Ausg. von Bremiker, Berlin 1858), und: Kurzgefasste Erläuterung der Sternkunde. Berlin 1778, 2 Bde. in 8. (3. A. 1808), — Joh. III. **Bernoulli**, Recueil pour les Astronomes. Berlin 1772—1776, 3 Vol. in 8., — **Bailly**, Histoire de l'Astronomie ancienne, moderne, indienne et orientale. Paris 1775—1787, 5 Vol. in 4. (Forts. von Voiron bis 1811; Auszug durch V. C., Paris 1805, 2 Vol. in 8.), — Friedrich Theodor **Schubert** (Helmstädt 1758 — Petersburg 1825; Mitglied der Petersburger-Academie), Theoretische Astronomie. Petersburg 1798, 3 Vol. in 4. (Franz. 1822), ferner: Geschichte der Astronomie. Petersburg 1804 in 8., und: Populäre Astronomie. Petersburg 1804—1810, 3 Bde. in 8., — **Zach**, Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde. Gotha 1800—1813, 28 Vol. in 8., und: Correspondance astronomique. Gênes 1819—1826, 14 Vol. in 8., — **Biot**, Traité élémentaire d'astronomie physique. Paris 1805 in 8. (3 éd. 1841—1857, 5 Vol. in 8.), — **Bohnenberger**, Astronomie. Tübingen 1811 in 8., und mit **Lindenau**: Zeitschrift für Astronomie und verwandte Wissenschaften. Tübingen 1816—1818, 6 Vol. in 8., — **Francœur**, Uranographie. Paris 1812 in 8. (5 éd. 1837), und: Astronomie pratique. Paris 1830 in 8. (2 éd. 1840), — **Delambre**, Astronomie théorique et pratique. Paris 1814, 3 Vol. in 4., und: Histoire de l'astronomie ancienne, au moyen âge, moderne et au 18ième siècle. Paris 1817—1827, 6 Vol. in 4., — **Piazzi**, Lezioni di Astronomia. Palermo 1817, 2 Vol. in 4. (Deutsch von Westphal, Berlin 1822 in 8.), — Giovanni **Santini** (Caprese 1786; Professor der Astronomie und Director der Sternwarte zu Padua), Elementi di Astronomia. Padova 1820, 2 Vol. in 4. (2 ed. 1830), — Memoirs, und: Monthly Notices of the Roy. Astronomical Society of London; erstere seit 1820 in 4. (1870; Vol. 37), letztere seit 1831 in 8. (1870, Vol. 30), — J. J. v. **Littrow**, Theoretische und praktische Astronomie. Wien 1821—1827, 3 Vol. in 8., ferner: Populäre Astronomie. Wien 1825, 2 Bde. in 8., ferner: Vorlesungen über Astronomie. Wien 1830, 2 Bde. in 8. (Erläuterungen dazu, von seinem Sohne Carl Ludwig, 1842), und: Wunder des

Himmels. Stuttgart 1834, 3 Bde. in 8. (5. A. 1866 durch Carl Ludwig und dessen Sohn Otto 1843—1884), — **Schumacher**, Astronomische Abhandlungen. Altona 1823—1825, 3 Hefte in 4., und: Astronomische Nachrichten. Altona 1823—1870, 75 Bde. in 4. (Seit Schumacher's Tode folgeweise von Petersen, Hansen und Peters redigirt; Register zu 1—60), — William **Pearson** (Whitbeck in Cumberland 1767 — South Kilworth in Leicestershire 1847; Pfarrer zu South Kilworth, wo er sich eine Sternwarte einrichtete), Practical Astronomy. London 1824—1829, 2 Vol. in 4.; — Franz von Paula **Gruithuisen** (Schloss Haltenberg am Lech 1774 — München 1852; erst Feldchirurg, dann Heiduck, zuletzt Professor der Astronomie in München), Analekten für Erd- und Himmelskunde. München 1828—1836, 15 Hefte in 8., und: Naturgeschichte des gestirnten Himmels. München 1836 in 8., — **Airy**, Report on the progress of Astronomy during the present century (Brit. Assoc. 1832; deutsch von C. Littrow, Wien 1835 in 8.), — **Sawitsch**, Abriss der praktischen Astronomie. Petersburg 1833, 2 Vol. in 8. (russisch; deutsch von Götze, Hamburg 1850—1851), — John **Herschel**, Treatise on (später: Outlines of) Astronomy. London 1833 in 8. (8 ed. 1865; deutsch von Nicolai, Heilbronn 1838), — Gustav Adolf **Jahn** (Leipzig 1804 — Leipzig 1857; Privatgelehrter in Leipzig), Praktische Astronomie. Berlin 1834—1835, 2 Bde. in 8., ferner: Geschichte der Astronomie von 1801—1842. Leipzig 1844, 2 Bde. in 8., und: Wöchentliche Unterhaltungen (später Wochenschrift) für Astronomie, Geographie und Witterungskunde. Leipzig 1848—1870 (23 Bde., nach Jahn's Tode von Heis redigirt) in 8., — **Mädler**, Populäre Astronomie. Berlin 1841 in 8. (5. A. 1861), und: Reden und Abhandlungen über Gegenstände der Himmelskunde. Berlin 1870 in 8., — **Bessel**, Astronomische Untersuchungen. Königsberg 1841—1842, 2 Bde. in 4., und: Populäre Vorlesungen über wissenschaftliche Gegenstände. Hamburg 1848 in 8., — Friedrich Heinrich Alexander von **Humboldt** (Berlin 1769 — Berlin 1859; erst Bergwerksbeamter, dann bald auf wissenschaftlichen Reisen, bald in Paris oder Berlin als Privatgelehrter und Mitglied beider Academieen lebend) Kosmos, Entwurf einer physischen Weltbeschreibung. Stuttgart 1845—1862, 5 Bde. in 8. (Fast in alle lebenden Sprachen übersetzt; auch durch Cotta, etc. commentirt), — A. **Norton**, Professor of Civil Engineering in Yale College: An elementary Treatise on Astronomy. New-York 1845 in 8. (4 ed. 1867), — **Anger**, Grundzüge der astronomischen Beobachtungskunst. Danzig 1847 in 4., und: Populäre Vorträge über Astronomie, herausgegeben von G. Zadhach. Danzig 1862 in 8., — John **Narrien**, An historical account of the origin and progress of Astronomy. London 1850 in 8., — Elias **Loomis** (Connecticut 1811; Professor der Mathematik und Physik in New-York), Recent progress of Astronomy, especially in the United States. New-York 1850 in 8. (3 ed. 1856), ferner: An introduction to practical Astronomy. New-York 1855 in 8. (7 ed. 1866), und: A Treatise on Astronomy. New-York 1868, — Franz Friedrich Ernst **Brünnow** (Berlin 1821; folgeweise Director der Sternwarten zu Bilk, Ann Arbor in Michigan und Dublin), Lehrbuch der sphärischen Astronomie. Berlin 1851 in 8. (2. A. 1862; franz. durch E. Lucas et C. André, Paris 1869), — Benjamin Apthorp **Gould** (Boston 1824; Director der Dudley-Sternwarte zu Albany in New-York), The astronomical Journal. Cambridge (U. S.) 1851 u. f. in 4., — Hervé-Auguste-Etienne-Albans **Faye** (St. Benoit du Sault 1814; Professor der Astronomie und Mitglied der Academie in Paris), Leçons de cosmographie. Paris 1852 (2 éd. 1854), — Ernst Friedrich **Apelt**

(Reichenau in der Oberlausitz 1812 — Oppelsdorf bei Görlitz 1859; Professor der Philosophie zu Jena), Die Reformation der Sternkunde. Jena 1852 in 8., — Robert **Grant**, Professor der Astronomie zu Glasgow: History of physical Astronomy from the earliest ages to the middle of the nineteenth century. London 1852 in 8., — **Delaunay**, Cours élémentaire d'astronomie. Paris 1853 in 8. (5. A. 1870), — **Arago**, Astronomie populaire. Paris 1854—1857, 4 Vol. in 8. (Deutsch mit Noten von d'Arrest, Leipzig 1855—1859; die unter seinem Namen erschienenen „Leçons d'astronomie. Paris 1834 in 12. und später" sind von ihm beständig desavouirt worden), — Joh. **Müller**, Lehrbuch der cosmischen Physik. Braunschweig 1856 in 8. mit Atlas (auch als Bd. 3 der 245 bei Pouillet erwähnten Physik, und mit derselben in späteren Auflagen), — **Peters**, Zeitschrift für populäre Mittheilungen aus dem Gebiete der Astronomie und verwandter Wissenschaften. Altona 1858—1869, 3 Bde. in 8., — Otto Wilhelm **Struve** (Dorpat 1819; Sohn von Friedrich Wilhelm und Nachfolger desselben in der Direction von Pulkowa), Librorum in Bibliotheca Speculæ Pulcovensis A. 1858 exeunte contentorum Catalogus systematicus. Petropoli 1860 in 8., — William **Chauvenet** (Philadelphia 1820; Professor der Mathematik an der United States Naval Academy zu Annapolis in Maryland), Manual of spherical and practical Astronomy. Philadelphia 1863, 2 Vol. in 8., — Robert **Main**, Director der Sternwarte zu Oxford: Practical and spherical Astronomy. Cambridge 1868 in 8., — Amédée **Guillemin**, Le Ciel. Notions d'astronomie à l'usage des gens du monde. Paris 1864 in 8., — Edmond **Dubois**, Professor der Astronomie zu Brest: Cours d'Astronomie. Paris (2 éd. 1865) in 8., — Publicationen, und: Vierteljahrsschrift der Deutschen astronomischen Gesellschaft; erstere seit 1865 Leipzig in 4. (1869 Nr. 9), letztere seit 1866 unter Redaction von Carl Christian **Bruhns** (Ploen in Holstein 1830; früher Mechanikus, jetzt Professor der Astronomie und Director der Sternwarte in Leipzig), Leipzig in 8. (1870 Bd. 5), — Emanuel **Liais**, Astronom der Pariser-Sternwarte: Traité d'astronomie appliquée à la géographie et à la navigation. Paris 1867 in 8., — J. **Pichot**, Professor der Mathematik in Paris: Traité élémentaire de Cosmographie. Paris 1867 in 8., — James C. **Watson**, Professor der Astronomie an der Universität von Michigan und Director der Sternwarte von Ann Arbor: Theoretical Astronomy relating to the motions of the heavenly bodies. Philadelphia 1868 in 8., — Hermann **Klein**, Handbuch der allgemeinen Himmelsbeschreibung vom Standpuncte der kosmischen Weltanschauung dargestellt. Erster Theil: Das Sonnensystem. Braunschweig 1869 in 8., — etc."

XXXIV. Die ersten Messungen und die sog. tägliche Bewegung.

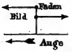
325. Die Instrumente. Um ihre Aufgabe auf dem einzig zuverlässigen Wege, d. h. durch Messung und Berechnung, lösen zu können, bedarf die Astronomie vor Allem zweckmässiger Instrumente zur Bestimmung von Längen-, Richtungs- und Zeit-Unterschieden. Für Erstere kann nun zwar auf (213), für die Winkelinstrumente auf (219—222), und für die Uhren auf (257) verwiesen werden, — jedoch bleibt noch Verschiedenes nachzutragen.

Für die Entwicklung der Instrumente vergleiche theils die sie speciell behandelnden Abschnitte, theils die Schriften: „**Bion**, Traité de la construction et des principaux usages des instruments de Mathématiques. Paris 1713 in 4. (4 éd. 1752; deutsch durch Doppelmayr als: Mathematische Werkschule, Leipzig 1713, mit Nachträgen von 1717—1751), — John **Robertson** (1712 — London 1776; Vorsteher einer mathematischen Schule in London), Treatise on mathematical Instruments. London 1757 in 8., — John **Bird** (1709? — London 1776; Mechanikus in London), The method of dividing astronomical Instruments. London 1767 in 4., und: The method of constructing Mural-Quadrant, exemplified by description of the Brass Mural-Quadrant in the Roy. Observatory at Greenwich. London 1768 in 4. (Beide Werke: Published by Order of the Commissioners of Longitude, — und 1785 zusammen neu herausgegeben), — Michel-Ferdinand d'Albert d'Ailly, Duc de **Chaulnes** (Paris 1714 — Paris? 1769; Pair von Frankreich, Generallieutenant und Gouverneur der Picardie), Sur quelques moyens de perfectionner les instruments d'astronomie (Mém. de Par. 1765), und: Nouvelle méthode pour diviser les instruments de mathématiques et d'astronomie. Paris 1768 in fol. (Deutsch von J. S. Halle, Berlin 1788 in 4.), — Pierre-Charles **Le Monnier** (Paris 1715 — Héril bei Baïeux 1799; Professor der Physik und Mitglied der Academie in Paris, auch Astronom der Marine), Description et usage des principaux instruments d'astronomie. Paris 1774 in fol., — **Ramsden**, Description of an Engine for dividing mathematical Instruments. London 1777 in 4. (Franz. durch Lalande, Paris 1790 in 4.; deutsch in dem nachfolgenden Werke von Geisler), — Joh. Leonhard **Späth** (Augsburg 1759 — München 1842; Professor der Mathematik und Physik zu Altdorf und München), Abhandlung zur Berechnung der Genauigkeit, mit welcher ein Mauerquadrant nach Bird und Brander getheilt werden kann. Leipzig 1788 in 4., — Joh. Gottlieb **Geisler** (Zittau 1753 — ?; Literat in Zittau), Ueber die Bemühungen der Gelehrten und Künstler, mathematische und astronomische Instrumente einzutheilen. Dresden 1792 in 8., — Edward **Troughton** (Corney in Cumberland 1753 — London 1835; Mechaniker in London, erst mit einem ältern Bruder John associrt, dann allein, zuletzt mit Simms verbunden), An Account of a Method of dividing astronomical and other Instruments by ocular inspection (Phil. Trans. 1809), — **Dirksen**, Historiæ progressuum instrumentorum, mensuræ angulorum accuratiori inservientium, adumbratio. Gottingæ 1819 in 4., — **Pistor**, Nachricht über eine in Berlin erbaute Theilmaschine für Kreise. Berlin 1819 in 4., — **Simms**, On a self acting circular dividing Engine (Mem. Astron. Soc. XV 1846), — **Carl**, Die Principien der astronomischen Instrumentenkunde. Leipzig 1863 in 8., — A. **Séguier**, Compte rendu de la méthode suivie par feu Gambey pour diviser le grand cercle mural de l'observatoire de Paris (Compt. rend. 1869 II 1), — etc.“

326. Das Fernrohr und sein Fadenkreuz. Das Messen eines Winkels besteht meistens darin, dass man den Mittelpunct eines getheilten Kreises über den Scheitel bringt, — ein mit dem Kreise oder einem auf demselben spielenden Index verbundenes Absehen successive auf die beiden Winkelobjecte richtet, je die Stellung des Kreises am festen Index oder des Index am festen Kreise abliest, und die Differenz der Ablesungen als Maass des Winkels betrachtet.

Die Genauigkeit der Winkelmessung hängt also zunächst von der Schärfe ab, mit welcher die Visuren gemacht werden können, und ist daher wesentlich vergrössert worden, als man die früher gebräuchlichen Diopter durch ein Fernrohr mit **Fadenkreuz** ersetzen konnte. Die Fadenplatte muss jedoch genau mit der Bildebene des Objectives zusammenfallen, sonst wechselt die gegenseitige Stellung von Faden und Bild mit der Lage des Auges, oder es wird die Visur durch eine **Fadenparallaxe** unsicher. Ferner muss man das Gesichtsfeld oder die Faden Nachts mittelst einem durchbrochenen Spiegel, einem Hülfsprisma oder direct durch eine Seitenöffnung am Ocularkopfe beleuchten können.

Je nachdem, wenn man das Auge vor dem Oculare hin und her bewegt, der Faden oder das Bild mit dem Auge zu gehen scheint, ist die Fadenplatte ferner oder näher als die Bildebene, und sobald man hierüber in's Klare gekommen ist, hat es keine Schwierigkeit, diese Fehlerquelle zu verstopfen, da an jedem Instrumente schon durch den Mechaniker dafür gesorgt ist, dass man die Fadenplatte etwas gegen die Bildebene verschieben kann.



— In das Verdienst, das Fernrohr mit Fadenkreuz und mikrometrischen Vorrichtungen versehen, und statt der frühern Diopter (vergl. 214) an Instrumenten angebracht zu haben, scheinen sich nach den Untersuchungen, welche **Zach** angestellt und theils in Bd. 4 der Zeitschrift für Astronomie, theils in seiner Correspondance astronomique publicirt hat, Verschiedene zu theilen, so z. B. Denis **Henrion** (15.. — 1640?; früher Ingenieur, dann Professor der Mathematik in Paris) durch seine Schrift „L'usage du mécromètre qui est un instrument géométrique pour mesurer les longueurs et distances visibles. Paris 1630 in 8.", — ferner Jean-Baptiste **Morin** (Ville-Franche in Beaujolais 1583 — Paris 1656; erst Arzt, dann Professor der Mathematik in Paris), aus dessen Schrift „Longitudinum terrestrium et cœlestium nova et hactenus optata scientia. Parisiis 1634 in 4." hervorgeht, dass er spätestens 1634 seine Quadranten mit Fernröhren versah, — ferner William **Gascoigne** (Middleton 1621? — Schlacht bei Marston Moor 1644; Sohn von Henry Gascoigne, Esquire von Middleton; Parteigänger Karl I.), der (vergl. Phil. Trans. 1737, pag. 190) im Jahre 1640 die Durchmesser von Jupiter und Mars mit zwei durch Schrauben beweglichen parallelen Faden bestimmte, — und endlich Francesco **Generini** (Florenz 1593? — Florenz 1663; Bildhauer, Kupferstecher, Wasserbaumeister und Mechaniker in Florenz), der ein noch in Florenz vorhandenes Manuscript „Brevissimo discorso del telescopare gli strumenti geometrici" hinterliess. Sicher ist aber, dass auch dieser Fortschritt sich nur sehr langsam verbreitete: Adrien **Auzout** (Rouen 16.. — Rom 1691; Mitglied der Pariser-Academie, aber schon 1668 durch eine Intrigue beseitigt, dann in Florenz und Rom lebend) und **Picard** ersetzten erst 1667 ihre Diopter durch Fernröhren, und der sonst so tüchtige **Hevel** konnte sich gar nie dazu entschliessen. — Das Fadenkreuz bestand anfänglich meist aus Seide oder Metalldraht; dagegen seit dem durch Felice **Fontana** (Pomarolo im Tyrol 1730 — Florenz 1805; Abbé, Professor der Physik in Pisa, zuletzt Director des Museums in Florenz) in seinem „Saggio del real

gabinetto di fisica e di storia naturale di Firenze. Roma 1775 in 4." gemachten, und seit dem Anfange des gegenwärtigen Jahrhunderts durch **Rittenhouse** und **Troughton** in die Praxis übergeführten Vorschlage fast ausschliesslich aus Spinnefaden, welche am Besten Cocons entnommen, und am Einfachsten eingeführt werden, indem man sie an die Schenkel eines Zirkels klebt, unter Anhauchen durch Oeffnen desselben spannt, und nun auf der entsprechenden Blendung (diaphragma) mit Klebwachs oder Pech befestigt. — Ein zur Zeit von amerikanischen Astronomen gemachter Vorschlag, die Spinnefaden durch feine Platindrähte zu ersetzen, und diese durch einen galvanischen Strom glühend zu machen, hat sich nicht bewährt; dagegen haben **Bruhns** und sein Observator Rudolf **Engelmann** (vergl. A. N. 1505) gefunden, dass man unter Anwendung eines rothen Blendglases bei einer Feldbeleuchtung, bei welcher die Faden noch gut sichtbar sind, fast eben so viele Sterne als im dunkeln Felde sieht. Vergleiche auch 341.

327. Das Ablesemikroskop. Die Genauigkeit der Winkelmessung hängt ferner von der Sicherheit der Ablesung ab, die allerdings schon beim Vernier (220) nicht unbedeutend ist. Immerhin wird dieser jetzt häufig durch ein Mikroskop mit beweglichem Faden ersetzt, das (292) so regulirt ist, dass die mit einer getheilten (meist 60 Theile weisenden) Trommel versehene Mikrometerschraube eine bestimmte Anzahl von Umgängen macht, um den Faden durch einen Theil der Haupttheilung zu bewegen, — meist so viele als dieser Theil Minuten zählt: Führt man in diesem Falle den beweglichen Faden vom Index, dem das Null der Trommel entspricht, zum nächsten Theilstriche, so gibt die Ablesung an der Trommel unmittelbar an, um wie viel der Werth jenes Theilstriches zu vermehren oder zu vermindern ist, um die Stellung des Index zu erhalten.

Der ältere Tobias **Mayer** hatte an der Alhydade in der Richtung des Radius einen Silberfaden gespannt, — führte dann diesen jeweilen mit der Mikrometerschraube, welcher er einen getheilten Kopf mit Index gab, auf den nächsten Theilstrich zurück, — und berechnete aus der nöthigen Drehung die dem Werthe dieses Theilstriches beizufügende Grösse. Das im Texte beschriebene Ablesemikroskop, welches zuerst **Ramsden** in den letzten Decennien des vorigen Jahrhunderts erstellt zu haben scheint, ist als eine verbesserte Auflage der Mayer'schen Vorrichtung zu betrachten.

328. Die Excentricität und die Theilungsfehler. Die Differenz der Ablesungen am Kreise endlich gibt nur dann ein richtiges Maass für den Stellungsunterschied des Fernrohrs, wenn sein Drehpunct keine merkliche Excentricität zum Kreise, und dieser keine erheblichen Theilungsfehler hat. Bezeichnen nun A den Stand des Index, für welchen sein Drehpunct D und der Mittelpunct C des Kreises mit ihm in einer Geraden liegen, — A_1 den Stand, welchen er an der Theilung nach einer Drehung um β einnimmt, — A_2

denjenigen, welchen er annehmen sollte, um diese Drehung wirklich zu verzeigen, — und e die (bei guten Instrumenten nie $^1/_{100}$''' P. oder $^1/_{50}$mm betragende) Excentricität, so hat man (s. Fig. 1) nahe

$$A_2 = A_1 + \beta - \alpha = A_1 + \frac{e \operatorname{Sin}(A_2 - A)}{r \operatorname{Sin} 1''} = A_1 + \frac{x \operatorname{Sin} A_2 - y \operatorname{Cos} A_2}{r \operatorname{Sin} 1''} \quad 1$$

und für einen zweiten Index B des Abstandes $\gamma = B_2 - A_2$ vom ersten, entsprechend

$$B_2 = B_1 + \frac{e \operatorname{Sin}(B_2 - A)}{r \operatorname{Sin} 1''} = B_1 + \frac{x \operatorname{Sin} B_2 - y \operatorname{Cos} B_2}{r \operatorname{Sin} 1''} \quad 2$$

Ist B nahe diametral von A, also $B_2 - A_2 = 180^0 + \varepsilon$, wo ε eine kleine Grösse ist, so hat man nach 1 und 2

$$\frac{A_2 + B_2}{2} = \frac{A_1 + B_1}{2} - \frac{e\,\varepsilon}{2\,r} \operatorname{Cos}(A_2 - A) \quad 3$$

Das zweite Glied rechts hat den Maximalwerth

$$m = \pm \frac{e\,\varepsilon}{2\,r} \quad \text{der viel kleiner als} \quad M = \pm \frac{e}{r \operatorname{Sin} 1''} \quad 4$$

d. h. nach 1 als der Maximalfehler einer einzelnen Ablesung, ja verschwindend klein ist, so dass mit sehr grosser Annäherung $A_1 + B_1 = A_2 + B_2$ gesetzt, und somit, als von der Excentricität frei, benutzt werden kann. — Setzt man ferner die beliebig oft, am Besten aus 12 Einstellungen von 30 zu 30°, zu ermittelnde Grösse

$$B_1 - A_1 - 180^0 = D \quad \text{und} \quad \frac{x}{r \operatorname{Sin} 1''} = x' \quad \frac{y}{r \operatorname{Sin} 1''} = y' \quad 5$$

so ergibt sich mit Hülfe von 1 und 2 sehr nahe

$$D = \varepsilon + 2\,x' \operatorname{Sin} A_1 - 2\,y' \operatorname{Cos} A_1 = \varepsilon + 2\,M \,.\, \operatorname{Sin}(A_1 - A) \quad 6$$

und hier successive α und $180^0 + \alpha$ für A_1 einsetzend und die beiden Gleichungen addirend, erhält man

$$D_1 + D_2 = 2\,\varepsilon \quad \text{oder} \quad \Sigma D = 12\,\varepsilon \quad 7$$

Man kann somit ε aus je zwei, oder noch besser aus allen diametralen Einstellungen und Ablesungen unabhängig vom Excentricitätsfehler ermitteln, sodann x' und y' nach den 12 Gleichungen 6 und (210) aus

$$x' = \frac{1}{12} \Sigma (D - \varepsilon) \operatorname{Sin} A_1 \qquad y' = -\frac{1}{12} \Sigma (D - \varepsilon) \operatorname{Cos} A_1 \quad 8$$

und endlich nach

$$\operatorname{Tg} A = \frac{y}{x} = \frac{y'}{x'} \qquad M = \frac{y'}{\operatorname{Sin} A} \qquad e = \frac{y}{\operatorname{Sin} A} = M \,.\, r \operatorname{Sin} 1'' \quad 9$$
$$A_2 = A_1 + M \operatorname{Sin}(A_1 - A)$$

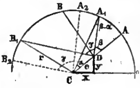
auch A, M, e und A_2 finden. Berechnet man mit diesen Werthen nach 6 rückwärts die Grössen D, so lässt sich aus der Differenz zwischen den berechneten und den aus den Ablesungen erhaltenen

D schliessen, in wie weit sich Letztere durch die Excentricität erklären lassen, und ob merkliche Theilungsfehler vorhanden zu sein scheinen. Ist Letzteres der Fall, so sucht man sie bei geodätischen Beobachtungen mit einem Repetitionstheodoliten durch Multiplication (216) einigermaassen zu eliminiren, — bei grössern astronomischen Instrumenten dagegen wirklich auszumitteln. Zu letzterm Zwecke stellt man zwei Ablesemikroskope so auf, dass ein bestimmter Theilstrich in das erste, ein von ihm im Sinne der Theilung um $Z = 360 : n$ entfernter Theilstrich in das zweite Mikroskop fällt, und misst mit dem beweglichen Faden, um wie viel jeder der Theilstriche von dem Index des betreffenden Mikroskopes **vorwärts** liegt. Bezeichnet man sodann mit y (s. Fig. 2) die Distanz der beiden Theilstriche, mit x die Distanz der Mikroskope, und mit α, β die erwähnten Verschiebungen des beweglichen Fadens, so hat man offenbar $y = x - \alpha + \beta$, und ähnliche Gleichungen werden sich ergeben, wenn man bei unverändertem Stande der Mikroskope durch Drehen des Kreises den Theilstrich Z in das erste, folglich 2 Z in das zweite Mikroskop bringt, etc., bis der Kreis erschöpft ist. Durch Addition aller dieser n Gleichungen folgt aber

$$360^0 = n \cdot x - \Sigma\alpha + \Sigma\beta \qquad \mathbf{10}$$

und man kann somit x, folglich aus den einzelnen Gleichungen die wirklichen Winkeldistanzen y berechnen. Alsdann kann man in ähnlicher Weise, sei es für andere Werthe von n, sei es durch Anknüpfen an zwei der schon bekannten Theilstriche, auch andere bestimmen, etc.

Der vor Tobias **Mayer** kaum ernstlich in Betracht gezogene, und auch in der Regel nur bei gut getheilten Kreisen von Belang werdende Excentricitätsfehler lässt sich entweder auf Grundlage von 3 eliminiren, oder nach 5—9 bestimmen und in Rechnung bringen, sobald an dem betreffenden Kreise zwei sich gegenüberstehende Vernier's oder Ablesemikroskope vorhanden sind.



Aus der beistehenden Figur erhellt nämlich, dass

$$\sin(\beta - \alpha) : \sin\beta = e : r$$

also nahe

$$\beta - \alpha = \frac{e \cdot \sin\beta}{r \sin 1''}$$

woraus sofort 1 hervorgeht. Entsprechend wird 2 erhalten, und aus 1 und 2 folgt unmittelbar

$$\frac{A_2 + B_2}{2} = \frac{A_1 + B_1}{2} + e\,\frac{\sin(A_2 - A) + \sin(180^0 + A_2 - A + \varepsilon)}{2\,r \sin 1''}$$

d. h. 3, — und mit Hülfe von 5

$$\varepsilon = B_2 - A_2 - 180^0 = D + x'(\sin B_2 - \sin A_2) - y'(\cos B_2 - \cos A_2)$$

d. h. 6, sobald man bedenkt, dass in den mit den kleinen Grössen x' und y'

multiplicirten Gliedern ohne Schaden $B_2 = 180^0 + A_2$ und $A_2 = A_1$ gesetzt werden darf. Die aus 6 folgenden zwölf Gleichungen

$$x'.\operatorname{Sin} A_1 - y'.\operatorname{Cos} A_1 + \frac{\varepsilon - D}{2} = 0 \qquad 11$$

ergeben aber nach 210

$$\begin{aligned} x'.\Sigma \operatorname{Sin}^2 A_1 - y'.\Sigma \operatorname{Sin} A_1.\operatorname{Cos} A_1 + \Sigma \frac{\varepsilon - D}{2} \operatorname{Sin} A_1 = 0 \\ x'.\Sigma \operatorname{Sin} A_1 \operatorname{Cos} A_1 - y' \Sigma \operatorname{Cos}^2 A_1 + \Sigma \frac{\varepsilon - D}{2} \operatorname{Cos} A_1 = 0 \end{aligned} \qquad 12$$

und hieraus folgen, da sich bei der gewählten Anordnung zu jedem Werthe von A_1 auch sein Complement und Supplement vorfinden, also $\Sigma \operatorname{Sin}^2 A_1 = \Sigma \operatorname{Cos}^2 A_1 = 6$ und $\Sigma \operatorname{Sin} A_1 . \operatorname{Cos} A_1 = 0$ sind, die bequemen Formeln 8 zur Berechnung von x' und y', denen sich sodann offenbar die 9 zur Bestimmung von A, M, e und A_2 anschliessen. Strenge genommen sind allerdings 9^4 und 6 durch

$$A_2 = A_1 + f_a + M.\operatorname{Sin}(A_1 - A) \qquad 13$$

$$D = \varepsilon + f_a - f_b + 2\,M.\operatorname{Sin}(A_1 - A) \qquad 14$$

zu ersetzen, wo f_a und f_b die Theilungsfehler der Striche A_1 und B_1 bezeichnen; auf 7, 8 und die übrigen 9 haben dagegen die Theilungsfehler keinen Einfluss, da jeder mit beiden Zeichen in dieselben eintritt. — Besitzt ein Kreis, was zwar bei Vollkreisen kaum mehr, dagegen bei allen Sectoren und so namentlich beim Spiegelsextanten (s. 222) vorkömmt, nur Eine Ablesungsstelle, so kann die Excentricität natürlich nicht auf die eben angegebene Weise bestimmt werden; da aber nach 2 und 1

$$B_2 - A_2 = B_1 - A_1 + a\,x' - b\,y' \qquad 15$$

wo

$$a = \operatorname{Sin} B_1 - \operatorname{Sin} A_1 \qquad b = \operatorname{Cos} B_1 - \operatorname{Cos} A_1$$

aus den Ablesungen bestimmbare Zahlen sind, so hat man in diesem Falle nur zwei anderweitig gut bestimmte Winkel $(B_2 - A_2)$ mit ihren scheinbaren Maassen $(B_1 - A_1)$ an dem zu untersuchenden Kreise oder Sector zu vergleichen, um nach 15 zwei Gleichungen zwischen x' und y' bilden, und daraus erst diese, sodann aber auch alle übrigen die Excentricität bestimmenden Grössen berechnen zu können. — Besitzt dagegen ein Kreis vier Ablesestellen, welche je circa um einen Quadranten von einander abstehen, so hat man für dieselben nach 9^4, indem man successive A_2 um 0, $90 + \varepsilon_2$, $180 + \varepsilon_3$, $270 + \varepsilon_4$ und entsprechend A_1 um 0, 90 + II, 180 + III, 270 + IV vermehrt,

$$\begin{aligned} A_2 &= A_1 + M.\operatorname{Sin}(A_1 - A) \\ A_2 + 90 + \varepsilon_2 &= A_1 + 90 + II + M.\operatorname{Cos}(A_1 - A) \\ A_2 + 180 + \varepsilon_3 &= A_1 + 180 + III - M.\operatorname{Sin}(A_1 - A) \\ A_2 + 270 + \varepsilon_4 &= A_1 + 270 + IV - M.\operatorname{Cos}(A_1 - A) \end{aligned} \qquad 16$$

wo die ε die Stellungsfehler der Vernier, — II, III und IV aber die Ablesungen bezeichnen, welche man nach Einstellen des ersten Vernier's auf 0, 30, 60, ... je an den übrigen Vernier's erhält. Zieht man die erste dieser Gleichungen von jeder der übrigen ab, so findet sich

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= II - M.\operatorname{Sin}(A_1 - A) + M.\operatorname{Cos}(A_1 - A) \\ \varepsilon_3 &= III - 2\,M.\operatorname{Sin}(A_1 - A) \\ \varepsilon_4 &= IV - M.\operatorname{Sin}(A_1 - A) - M.\operatorname{Cos}(A_1 - A) \end{aligned} \qquad 17$$

so dass

$$\varepsilon_2 = \tfrac{1}{12}\,\Sigma\,II \qquad \varepsilon_3 = \tfrac{1}{12}\,\Sigma\,III \qquad \varepsilon_4 = \tfrac{1}{12}\,\Sigma\,IV \qquad 18$$

und

$$D = III \quad = \varepsilon + 2\,M.\,\mathrm{Sin}\,(A_1 - A) \qquad \text{wo} \quad \varepsilon = \varepsilon_3$$
$$D' = IV - II = \varepsilon' + 2\,M.\,\mathrm{Cos}\,(A_1 - A) \qquad \varepsilon' = \varepsilon_4 - \varepsilon_2 \qquad \mathbf{19}$$

Aus den D und ε wird, da 19' genau mit 6 übereinstimmt, noch nach 8, aus den D' und ε' aber nach

$$x' = \tfrac{1}{12}\,\Sigma\,(D' - \varepsilon')\,\mathrm{Cos}\,A_1 \qquad y' = \tfrac{1}{12}\,\Sigma\,(D' - \varepsilon')\,\mathrm{Sin}\,A_1 \qquad \mathbf{20}$$

x' und y' bestimmt, aus den erhaltenen Werthen das Mittel genommen, und sodann endlich mit diesen mittlern Werthen die Berechnung der Excentricität nach 9 beendigt. — Die beifolgende Tafel enthält beispielsweise die von **Encke** an einem vierzehnzölligen Pistor'schen Kreise mit vier Vernier's erhaltenen Ablesungszahlen, — die unter Anwendung der Formeln 18, 19, 8, 20 und 9 bestimmte Excentricität, — die nach 17 und 19 unter Zugrundelegung dieser Excentricität rückwärts berechneten Zahlen, — und deren Vergleichung mit den beobachteten Werthen:

Einst.	Ablesung				Berechnung				Differenz der			
$I = A_1$	II	III = D	IV	IV − II = D'	II	D	IV	D'	II	D	IV	D'
°	"	"	"	"								
0	2,9	6,7	9,5	6,6	− 0,3	3,6	6,1	6,4	3,2	3,1	3,4	0,2
30	− 2,5	− 5,5	1,5	4,0	− 1,8	− 2,9	1,3	3,1	−0,7	−2,6	0,2	0,9
60	− 5,7	− 14,6	− 4,0	1,7	− 5,7	− 10,3	− 2,4	3,8	0,0	−4,3	−1,6	−1,6
90	− 10,8	− 15,8	− 8,5	2,3	− 10,8	− 16,5	− 3,6	7,2	0,0	0,7	−4,9	−4,9
120	− 11,9	− 14,0	0,4	12,3	− 15,7	− 20,0	− 2,1	13,6	3,8	6,0	2,5	−1,3
150	− 19,0	− 17,5	2,8	21,8	− 19,3	− 19,7	1,8	21,1	0,3	2,2	1,0	0,7
180	− 21,4	− 19,5	5,7	27,1	− 20,5	− 15,8	6,9	27,4	−0,9	−3,7	−1,2	−0,3
210	− 18,1	− 8,5	11,0	29,1	− 19,0	− 9,3	11,8	30,8	0,9	0,8	−0,8	−1,7
240	− 14,0	0,6	18,0	32,0	− 15,1	− 1,9	15,4	30,5	1,1	2,5	2,6	1,5
270	− 14,0	5,9	17,2	31,2	− 10,0	4,3	16,6	26,6	−4,0	1,6	0,6	4,6
300	− 7,5	4,2	14,7	22,2	− 5,1	7,8	15,1	20,2	−2,4	−3,6	−0,4	2,0
330	− 3,4	4,5	9,4	12,8	− 1,5	7,5	11,2	12,7	−1,9	−3,0	−1,8	0,1
Σ	− 125,4	− 73,5	77,7	203,1	− 124,8	− 73,2	78,1	202,9	−0,6	−0,3	−0,4	0,2
$\frac{1}{12}\Sigma$	− 10,4	− 6,1	6,5	16,9	—	—	—	—	—	—	—	—
$\Sigma\,()^2$	1912	1566	1267	4930	—	—	—	—	53	120	58	60

Aus D $\quad x' = -5{,}01 \quad y' = -4{,}11 \quad A = 219^0 \quad M = 6'',48 \quad e = 0''',00264$ Par.

Aus D' $\quad = -5{,}02 \quad = -5{,}98 \quad = 230 \quad = 7{,}81 \quad = 0{,}00318$

Im Mittel $x' = -5{,}01 \quad y' = -5{,}04 \quad A = 224^0 \quad M = 7'',14 \quad e = 0''',00291$ Par.

Die Vergleichung der Quadratsummen zeigt, dass wirklich der grösste Theil der Ablesungsdifferenzen in Indexfehler und Excentricität seine Erklärung findet, — aber dass auch noch andere erhebliche Fehler vorhanden sein müssen, — zunächst wohl Theilungsfehler. Bezeichnen wir Letztere mit f, so hätte man, wenn die Differenzen zwischen den abgelesenen und berechneten Werthen nur von diesen herrühren würden, die Bedingungsgleichungen:

$$3{,}2 = f_0 - f_{90} \qquad -0{,}7 = f_{30} - f_{120} \qquad 0{,}0 = f_{60} - f_{150}$$
$$0{,}0 = f_{90} - f_{180} \qquad 3{,}8 = f_{120} - f_{210} \qquad 0{,}3 = f_{150} - f_{240}$$
$$-0{,}9 = f_{180} - f_{270} \qquad 0{,}9 = f_{210} - f_{300} \qquad 1{,}1 = f_{240} - f_{330}$$

$$
\begin{array}{lll}
-4{,}0 = f_{270} - f_0 & -2{,}4 = f_{300} - f_{30} & -1{,}9 = f_{330} - f_{60} \\
3{,}1 = f_0 - f_{180} & -2{,}6 = f_{30} - f_{210} & -4{,}3 = f_{60} - f_{240} \\
0{,}7 = f_{90} - f_{270} & 6{,}0 = f_{120} - f_{300} & 2{,}2 = f_{150} - f_{330} \\
-3{,}7 = f_{180} - f_0 & 0{,}8 = f_{210} - f_{30} & 2{,}5 = f_{240} - f_{60} \\
1{,}6 = f_{270} - f_{90} & -3{,}6 = f_{300} - f_{120} & -3{,}0 = f_{330} - f_{150} \\
3{,}4 = f_0 - f_{270} & 0{,}2 = f_{30} - f_{300} & -1{,}6 = f_{60} - f_{330} \\
-4{,}9 = f_{90} - f_0 & 2{,}5 = f_{120} - f_{30} & 1{,}0 = f_{150} - f_{60} \\
-1{,}2 = f_{180} - f_{90} & -0{,}8 = f_{210} - f_{120} & 2{,}6 = f_{240} - f_{150} \\
0{,}6 = f_{270} - f_{180} & -0{,}4 = f_{300} - f_{210} & -1{,}8 = f_{330} - f_{240}
\end{array}
$$

und hieraus ergeben sich nach der Methode der kleinsten Quadrate die drei Systeme von Gleichungen:

$$
\begin{array}{ll}
22{,}3 = 6 . f_0 - 2\,(f_{90} + f_{180} + f_{270}) & -7{,}8 = 6 . f_{90} - 2\,(f_0 + f_{180} + f_{270}) \\
-9{,}5 = 6 . f_{180} - 2\,(f_0 + f_{90} + f_{270}) & -5{,}0 = 6 . f_{270} - 2\,(f_0 + f_{90} + f_{180}) \\
-4{,}0 = 6 . f_{30} - 2\,(f_{120} + f_{210} + f_{300}) & 17{,}4 = 6 . f_{120} - 2\,(f_{30} + f_{210} + f_{300}) \\
0{,}1 = 6 . f_{210} - 2\,(f_{30} + f_{120} + f_{300}) & -13{,}5 = 6 . f_{300} - 2\,(f_{30} + f_{120} + f_{210}) \\
-7{,}5 = 6 . f_{60} - 2\,(f_{150} + f_{240} + f_{330}) & 3{,}9 = 6 . f_{150} - 2\,(f_{60} + f_{240} + f_{330}) \\
12{,}0 = 6 . f_{240} - 2\,(f_{60} + f_{150} + f_{330}) & -8{,}4 = 6 . f_{330} - 2\,(f_{60} + f_{150} + f_{240})
\end{array}
$$

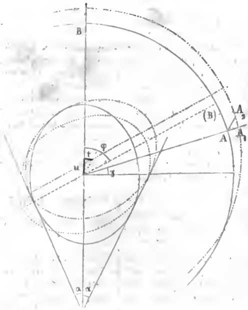
wo jedoch je die vierte eine nothwendige Folge der drei ersten ist, so dass durch sie je nur drei Grössen bestimmt werden können. Da nun $f_0 = 0$, so folgen unter Annahme $f_{30} = \alpha$ und $f_{60} = \beta$

$$
\begin{array}{lll}
f_{90} = -3'',77 & f_{180} = -3'',97 & f_{270} = -3'',41 \\
f_{120} = 2{,}67 + \alpha & f_{210} = 0{,}51 + \alpha & f_{300} = -1{,}19 + \alpha \\
f_{150} = 1{,}42 + \beta & f_{240} = 2{,}44 + \beta & f_{330} = -0{,}11 + \beta
\end{array}
$$

und bringt man die Differenzen dieser Fehler an den bei II, III und IV gebliebenen Differenzen an, so reduciren sich wirklich die Quadratsummen 53, 120 und 58 der Reihe nach auf 18, 19 und 13. — Um auch noch die α und β, ja die absoluten Fehler einer so grossen Anzahl von Theilstrichen bestimmen zu können, dass die Uebrigen mikrometrisch untersuchbar werden,



wendet man, da die festen Ablesungsstellen hiefür doch nicht hinlänglich vermehrbar sind, am Besten das schon im Texte angedeutete und unten noch an einem Beispiele durchgeführte Verfahren mit beweglichen Ablesungsmikroskopen an, — ein Verfahren, das auch die Mechaniker benutzen, um eine Originaltheilung, ehe sie dieselbe definitiv eingraben, zu prüfen und nöthigenfalls zu verbessern. Solche Originaltheilungen gab z. B. noch **Troughton** allen grössern Kreisen, während es dagegen seit **Reichenbach** Uebung geworden ist, sog. **Theilmaschinen** zu bauen, d. h. nur Einen Normal-Theilkreis in solcher Weise zu erstellen, und von ihm die Theilung mit Hülfe eines Reisserwerkes auf andere Kreise überzutragen. — Bei einem Verticalkreise kann schon eine ganz geringe, am Niveau kaum merkliche Ellipticität der Zapfen, auf welchen die Axe in den Lagern ruht, einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Ablesungen ausüben. Gehen wir, um denselben festzustellen, von derjenigen Lage des Kreises aus, in welcher die, z. B. nach dem Theilstriche B gerichtete grosse Axe 2 a des Zapfens den Winkel 2 α des Lagers halbirt, also vertical steht, so wird ein um γ von der Horizontalen



abweichender Index auf $A = B - (90^0 - \gamma)$ weisen. Wird sodann der Kreis um einen Winkel $\varphi = A_1 - A$ gedreht, so erleidet zugleich der Mittelpunct des Zapfens, wenn e_1 sein Excentricitäts-Verhältniss ist, nach 143 die Verschiebungen

$$u = \frac{a e_1^2 \operatorname{Cos} 2\alpha}{4 \operatorname{Sin} \alpha}(1 - \operatorname{Cos} 2\varphi)$$
$$t = \frac{a e_1^2 \operatorname{Sin} \alpha}{2} \operatorname{Sin} 2\varphi \qquad 21$$

und es steht nicht A_2 am Index, sondern ein anderer Punct A_1, so dass, wenn

$$\psi = \operatorname{Arc\,Tg} \frac{u}{t}$$

also

$$\operatorname{Sin} \psi = \frac{u}{\sqrt{u^2 + t^2}} \qquad 22$$
$$\operatorname{Cos} \psi = \frac{t}{\sqrt{u^2 + t^2}}$$

ist, sehr nahe

$$A_2 - A_1 = \frac{\sqrt{u^2 + t^2}}{r \operatorname{Sin} 1''} \cdot \operatorname{Sin}(\psi - \gamma) = \frac{1}{r \operatorname{Sin} 1''}(u \operatorname{Cos} \gamma - t \operatorname{Sin} \gamma) =$$
$$= U\,[1 + \operatorname{Cos} 2\,(A_1 - B - \gamma)] \operatorname{Cos} \gamma + T \,.\, \operatorname{Sin} 2\,(A_1 - B - \gamma) \,.\, \operatorname{Sin} \gamma \qquad 23$$

wo

$$U = \frac{a e_1^2 \operatorname{Cos} 2\alpha}{4 r \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} 1''} \qquad T = \frac{a e_1^2 \operatorname{Sin} \alpha}{2 r \operatorname{Sin} 1''} \qquad 24$$

zwei, für jeden Kreis ein für allemal zu bestimmende Constante sind. — Es sind somit, wenn die Excentricität der Zapfen berücksichtigt werden soll, in den Gleichungen 16 die Seiten rechts der Reihe nach um die aus 23 für $\gamma = 0$, 90, 180, 270 und $A_1 - \gamma$ gleich A_1 folgenden Werthe

$$U\,[1 + \operatorname{Cos} 2\,(A_1 - B)] \qquad T \operatorname{Sin} 2\,(A_1 - B)$$
$$-U\,[1 + \operatorname{Cos} 2\,(A_1 - B)] \qquad -T \operatorname{Sin} 2\,(A_1 - B) \qquad 25$$

zu vermehren, — und in den Gleichungen 19, wo jetzt aber $\varepsilon = \varepsilon_3 + 2U = \frac{1}{12} \Sigma\, III$ ist, um

$$2\,U \,.\, \operatorname{Cos} 2\,(A_1 - B) \qquad 2\,T \,.\, \operatorname{Sin} 2\,(A_1 - B) \qquad 26$$

Lässt man in den so verbesserten Gleichungen 19 nachträglich A_1 in $180^0 + A_1$ übergehen, so werden dadurch die zugefügten Glieder nicht verändert, also heben sie sich für Bestimmung der Excentricität auf; während dagegen die 7 in

$$D_1 + D_2 = 2\varepsilon + 4\,U \,.\, \operatorname{Cos} .\, 2\,(A_1 - B)$$
$$D_1' + D_2' = 2\varepsilon' + 4\,T \,.\, \operatorname{Sin} .\, 2\,(A_1 - B) \qquad 27$$

übergehen, und zur Bestimmung von U, T und B verwendet werden können. Fehlen die Ablesestellen bei 90 und 270, und fallen daher die Gleichungen 27^2 weg, so muss man α messen, und mit Hülfe davon T nach der 24 ent-

nommenen Formel

$$T = \frac{2\,U \,.\, \operatorname{Sin}^2 \alpha}{\operatorname{Cos} 2\,\alpha} \qquad \mathbf{28}$$

aus U berechnen. — Mein Assistent August **Wellenmann** (Knonau 1843; Lehrer der Mathematik und Docent für Meteorologie) erhielt an dem achtzehnzölligen, mit zwei diametral stehenden Mikroskopen versehenen Westkreise des Kern'schen Meridianinstrumentes der Zürcher-Sternwarte im Mittel aus 10 Serien von Einstellungen ($A_1 = 0$, 30, 60, ...) und entsprechenden Ablesungen (D) an den beiden festen Mikroskopen die in der beifolgenden Tafel aufgeführten und von mir nach den entwickelten Formeln berechneten Zahlen, — und überdiess aus eben so vielen Serien von Einstellungen ($A_1 = 0$, 60, 120, ...) am ersten festen und Ablesungen (D') an einem beweglichen, hiefür auf circa 60° Distanz gestellten Mikroskope die ebenfalls in die Tafel aufgenommenen und von mir berechneten Werthe:

Eing.	Abgelesen.		M ×		U ×	T ×	Berechnet.		Differenzen.	
A_1	D	D'	Sin (A_1-A)	Cos (A_1-A)	Cos 2 (A_1-B)	Sin 2 (A_1-B)	D_1	D_2	$D-D_1$	$D-D_2$
	"	"	"	"	"	"				
0	- 2,65	- 3,45	0,19	- 0,50	1,11	- 0,44	- 4,53	- 2,31	1,88	- 0,34
30	- 1,81		- 0,09	- 0,53	0,71	2,13	- 5,09	- 3,67	3,28	1,86
60	- 7,95	- 2,12	- 0,34	- 0,42	- 0,41	2,54	- 5,59	- 6,41	- 2,36	- 1,54
90	- 9,27		- 0,50	- 0,19	- 1,11	0,44	- 5,91	- 8,13	- 3,36	- 1,14
120	- 5,33	- 7,90	- 0,53	0,09	- 0,71	- 2,13	- 5,97	- 7,39	0,64	2,06
150	- 5,42		- 0,42	0,34	0,41	- 2,54	- 5,75	- 4,93	0,33	- 0,49
180	- 3,02	- 4,34	- 0,19	0,50	1,11	- 0,44	- 5,29	- 3,07	2,27	0,05
210	- 4,99		0,09	0,53	0,71	2,13	- 4,73	- 3,31	- 0,26	- 1,68
240	- 3,42	0,59	0,34	0,42	- 0,41	2,54	- 4,23	- 5,05	0,81	1,63
270	- 5,14		0,50	0,19	- 1,11	0,44	- 3,91	- 6,13	- 1,23	0,99
300	- 7,30	- 9,47	0,53	- 0,09	- 0,71	- 2,13	- 3,85	- 5,27	- 3,45	- 2,03
330	- 2,57		0,42	- 0,34	0,41	- 2,54	- 4,07	- 3,25	1,50	0,68
Σ	- 58,87	- 26,69	0,00	0,00	0,00	0,00	- 58,92	- 58,92	0,05	0,05
$\frac{1}{12}\Sigma$	- 4,91	- 4,45	—	—	—	—	- 4,91	- 4,91	—	—
$\Sigma()^2$	349	—	—	—	—	—	—	—	58	23

$$x' = -0{,}514 \qquad y' = -0{,}197 \qquad A = 201^0 \qquad M = 0'',55$$

$$e = 0''',000288 \text{ Par.} \qquad \varepsilon = \varepsilon_2 + 2\,U = -4'',91$$

Addirt man die für 0 und 180, 30 und 210, etc. erhaltenen Werthe von D, und zieht je von der Summe den Werth von $2\,\varepsilon$ ab, so erhält man nach 27'

$$\begin{aligned} 4'',15 &= 1{,}000 \,.\, U' \\ 3{,}02 &= 0{,}500 \,.\, U' + 0{,}866 \,.\, U'' \\ -1{,}55 &= -0{,}500 \,.\, U' + 0{,}866 \,.\, U'' \\ -4{,}59 &= -1{,}000 \,.\, U' \\ -2{,}81 &= -0{,}500 \,.\, U' - 0{,}866 \,.\, U'' \\ 1{,}83 &= 0{,}500 \,.\, U' - 0{,}866 \,.\, U'' \end{aligned}$$

wo $U' = 4\,U \,.\, \operatorname{Cos} 2\,B$, $U'' = 4\,U \,.\, \operatorname{Sin} 2\,B$, so dass also

$$\operatorname{Tg} 2\,B = \frac{U''}{U'} \qquad U = \frac{U''}{4 \operatorname{Sin} 2\,B}$$

und hieraus finden sich nach der Methode der kleinsten Quadrate (s. 210)

$$3\,U' = 13{,}34 \qquad 3\,U'' = 2{,}13 \qquad \text{und somit} \qquad 2\,B = 9^0 \qquad U = 1'',13$$

folglich nach 28, da bei dem vorliegenden Instrumente α etwa 40° beträgt,

$$T = 2'',73$$

Mit den erhaltenen Werthen von M, U, T sind die betreffenden Columnen der obigen Tafel ausgefüllt, und sodann

$$D_1 = \varepsilon + 2\,M \,.\, \text{Sin}\,(A_1 - A)$$
$$D_2 = \varepsilon + 2\,M \,.\, \text{Sin}\,(A_1 - A) + 2\,U \,.\, \text{Cos}\,2\,(A_1 - B)$$

berechnet, je nachdem man nur der Excentricität des Kreises, oder auch noch der muthmasslichen Ellipticität des Zapfens Rechnung tragen will. Die beigegebenen Differenzen und ihre Quadratsummen zeigen nun in der That, dass der grösste Theil der D durch die unrichtige Relativstellung des zweiten Mikroskopes, und eine kleine Excentricität erklärt wird, dass aber auch eine schwache Ellipticität des Zapfens vorhanden scheint, und endlich noch erhebliche Differenzen übrig bleiben, welche grossentheils Differenzen der Theilungsfehler der Gegenstriche sein dürften. — Um beispielsweise auch die Bestimmung einiger solcher Theilungsfehler durchführen zu können, dienen die bis jetzt noch nicht benutzten Ablesungen D′ unserer Tafel: Da γ für die betreffenden Mikroskope 0 und 60° war, so hat man für die Ablesungen an ihnen nach 18 und 28, wenn ε' den Einstellungsfehler des beweglichen Mikroskopes bezeichnet, da Cos 60° = ½ und Sin 60° = 0,866 ist,

$$A_2 = A_1 + f_a + U + M \,.\, \text{Sin}\,(A_1 - A) + U \,.\, \text{Cos}\,2\,(A_1 - B)$$
$$A_2 + 60^\circ + \varepsilon' = A_1 + f_b + 60^\circ + D' + \tfrac{1}{2}\,U + M \,.\, \text{Sin}\,(60^\circ + A_1 - A) + \tfrac{1}{2}\,U \,.\, \text{Cos}\,2\,(A_1 - B) + 0{,}866 \,.\, T \,.\, \text{Sin}\,2\,(A_1 - B)$$

oder also

$$\varepsilon' = f_b - f_a + D' - \tfrac{1}{2}\,U - M \,.\, \text{Sin}\,(A_1 - A) + M \,.\, \text{Sin}\,(60^\circ + A_1 - A) - \tfrac{1}{2}\,U \,.\, \text{Cos}\,2\,(A_1 - B) + 0{,}866 \,.\, T \,.\, \text{Sin}\,2\,(A_1 - B)$$

folglich unter Benutzung der früher gegebenen Werthe für die 6 Positionen

$\varepsilon' = f_{60} - f_0 - 5'',46$	oder	$\varepsilon' = \tfrac{1}{6}\,\Sigma\,D' - \tfrac{1}{2}\,U = -5'',01$
$= f_{120} - f_{60} - 0,47$		$f_{60} = 0,45$
$= f_{180} - f_{120} - 9,60$		$f_{120} = -4,09$
$= f_{240} - f_{180} - 5,29$		$f_{180} = 0,50$
$= f_{300} - f_{240} + 2,62$		$f_{240} = 0,78$
$= f_0 - f_{300} - 11,85$		$f_{300} = -6,84$

so dass endlich in Ausgleichung mit den bei der Excentricitätsbestimmung erhaltenen Werthen und Differenzen

$f_{60} = 0'',14$ $f_{120} = -4'',27$ $f_{180} = 0'',35$ $f_{240} = 1'',09$ $f_{300} = -6'',66$

als sicherste Werthe für diese Theilungsfehler anzusehen sind.

329. Die Axenlibelle. Die Erfüllung aller erwähnten Vorschriften sichert aber natürlich die Genauigkeit nur in dem Falle, wo das betreffende Instrument richtig aufgestellt wird, und hiezu muss (vergl. 221, 339) meist die Libelle helfen. Soll aber diese zum Nivelliren einer Axe dienen, so kann sie nur auf die, die eigentliche Axe umhüllenden Stahlzapfen, deren Radien immer eine kleine Ungleichheit $\Delta r = r_2 - r_1$ haben, aufgesetzt werden. Bezeichnet nun (s. Fig. 1) α den halben Winkel der Libellenfüsse und a den halben Winkel der Lager, so hat man sehr nahe

$$x_1 = z + n\,.\,\Delta r \qquad \text{wo} \qquad n = \frac{1}{d \operatorname{Sin} a\,.\operatorname{Sin} 1''}$$

$$y_1 = z + (m + n)\,\Delta r \qquad\qquad m = \frac{1}{d \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} 1''} \qquad \mathbf{1}$$

und analog bei umgelegter Axe, da hiefür nur die r wechseln, also das Vorzeichen von Δr,

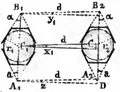
$$x_2 = z - n\,.\,\Delta r \qquad\qquad y_2 = z - (m + n)\,\Delta r \qquad \mathbf{2}$$

Aus 1 und 2 aber ergeben sich

$$\Delta r = \frac{y_1 - y_2}{2\,(m + n)} \qquad x_1 = y_1 - m\,.\,\Delta r \qquad x_2 = y_2 + m\,.\,\Delta r \qquad \mathbf{3}$$

und man kann daher, da sich (212) y_1 und y_2 aus den Ablesungen an der Libelle direct finden lassen, sowohl die Zapfenungleichheit, als die für sie corrigirten Neigungen der Drehaxe berechnen. — Dreht man (s. Fig. 2) ein Prisma e f in der Richtung des Pfeiles um a b, und ist c d nicht parallel a b, sondern c näher, d ferner, so sinkt c, während d steigt. Entsprechend wird, wenn die Axe der Libelle derjenigen des Instrumentes nicht parallel ist, oder eine sog. **Lateralabweichung** hat, die Blase, sobald man die Libelle ein wenig um die Aufsetzlinie dreht, sich dem **fernern** Ende **nähern**.

Aus der beistehenden Figur, in welcher die beiden Zapfen-Durchschnitte sammt Lagern und Libellenfüssen durch Drehung um 90° in dieselbe Ebene gebracht sind, ergeben sich sofort



$$A_1 C_1 = \frac{r_1}{\operatorname{Sin} a} \qquad B_1 C_1 = \frac{r_1}{\operatorname{Sin} \alpha}$$

$$A_2 C_2 = \frac{r_2}{\operatorname{Sin} a} \qquad B_2 C_2 = \frac{r_2}{\operatorname{Sin} \alpha} \qquad A_2 D = d\,.\operatorname{Sin} z$$

$$d_1 \operatorname{Sin} x_1 = C_2 A_2 + A_2 D - C_1 A_1$$

$$d_1 \operatorname{Sin} y_1 = B_2 C_2 + C_2 A_2 + A_2 D - B_1 C_1 - C_1 A_1$$

woraus, da bei dieser Untersuchung, welche immer erst nach vorläufiger Rectification von Instrument und Libelle unternommen wird, die Grössen x, y, z ganz bestimmt kleine Grössen sind, sehr leicht die Annäherungsgleichungen 1 hervorgehen, aus denen sodann auch die 2 und 3 ohne Schwierigkeit folgen. — Bei der Axen-Libelle des Kern'schen Meridiankreises der Zürcher-Sternwarte erhielt ich im Herbst 1866 vor dem Umlegen, im Mittel aus sechs sehr wenig von einander differirenden Ablesungen bei je hoher, horizontaler und tiefer Lage des erst nach Nord, dann nach Süd gewendeten Ocularendes,

$$l_1 = 29{,}9 \qquad r_1 = 64{,}3 \qquad l_2 = 60{,}2 \qquad r_2 = 26{,}0$$

wo die l dem Ostende der Blase entsprechen, — und auf entsprechende Weise nach dem Umlegen

$$l_3 = 30{,}8 \qquad r_3 = 65{,}1 \qquad l_4 = 59{,}5 \qquad r_4 = 25{,}2$$

Da ferner nach der in 212 beschriebenen Methode mit Hülfe des Theilkreises bei bereits in der Fassung befestigter Röhre $v = 1'',213$ gefunden wurde (vor dem Einlegen hatte sich $v = 1'',348$ oder um 10% grösser ergeben), so folgen nach 212 : 2

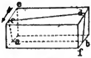
$$y_1 = \frac{29{,}9 + 64{,}3 - 60{,}2 - 26{,}0}{4} \cdot 1'',213 = 2'',426$$

$$y_2 = \frac{30{,}8 + 65{,}1 - 59{,}5 - 25{,}2}{4} \cdot 1'',213 = 8'',396$$

worans sich sodann für $r = 80^{mm}$, $d = 1110^{mm}$, $\alpha = 45^0$ und $a = 50^0$ aus 1, 3, 2

$$m = 262{,}80 \qquad n = 242{,}58 \qquad \Delta r = \frac{-0{,}970}{1010{,}76} = -0^{mm},0010$$

$$x_1 = (l_1 + r_1 - l_2 - r_2) \cdot 0'',303 + 0'',263 = (l_1 + r_1 - l_2 - r_2) \cdot 0^s,020 + 0^s,018$$



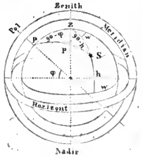
ergeben. — Zur Correction der Lateralabweichung, welche nach der im Texte angegebenen und durch beistehende Figur erläuterten Weise leicht verstanden und erkannt werden kann, sind an jeder Axenlibelle auf der einen Seite der Fassung seitliche Schrauben vorhanden.

330. Die erste Bestimmung des Meridianes. Misst man mit einem Theodoliten (221, 225) die Horizontalwinkel a und b, welche ein Stern bei gleichen oder sog. **correspondirenden Höhen** vor und nach seiner Culmination mit einem terrestrischen Gegenstande bildet, so stellt unter Voraussetzung der (321) angenommenen täglichen Bewegung

$$w = \frac{1}{2}(a + b) \qquad 1$$

die Winkeldistanz des Gegenstandes vom Meridiane oder sein sog. **Azimuth** vor, und da wiederholte Bestimmung w als unabhängig von der Wahl des Tages, Sternes und seiner Anfangshöhe erzeigt, so ist auch die Zulässigkeit der Voraussetzung dargethan. Mit Hülfe von w kann man aber den Höhenkreis des Theodoliten in den Meridian bringen, und ein sog. **Meridianzeichen** einvisiren, d. h. einen in bedeutender Distanz aufgestellten Pfahl oder Pfeiler (eine Tagmire), oder auch ein auf nahem Fundamente ruhendes, beleuchtbares Fadenkreuz (eine Nachtmire; vergl. 289), dessen Sichtbarkeit durch eine von ihm gegen den Beobachter um ihre Brennweite abliegende Linse vermittelt wird.

Die im Texte gelehrte Methode der correspondirenden Höhen hat sich



offenbar aus dem schon von den Egyptern zur Orientirung ihrer Pyramiden gebrauchten Verfahren, Vor- und Nachmittags gleich lange Schatten aufzusuchen, herausgebildet. Sie beruht auf der in 321 bei der ersten Umschau erhaltenen Ansicht, dass sich die Sterne so bewegen, wie wenn das Himmelsgewölbe, an welchem sie zu haften scheinen, sich täglich um eine, mit dem Horizonte einen bestimmten Winkel φ bildende Axe gleichförmig umdrehen würde; denn aus dem Dreiecke Pol-Zenith-Stern folgt nach 160 : 4

$$\operatorname{Cos} w = \frac{\operatorname{Sin} \varphi \cdot \operatorname{Sin} h - \operatorname{Cos} p}{\operatorname{Cos} \varphi \cdot \operatorname{Cos} h} \qquad 2$$

so dass wirklich unter dieser Voraussetzung gleichen Werthen von h vor und nach der Culmination auch gleiche Werthe des im Horizonte gemessenen Abstandes w vom Meridiane entsprechen. — Für die Genauigkeit der Methode vergl. 338.

331. Die erste Bestimmung der Polhöhe des Beobachters und der Poldistanz eines Sternes. Beobachtet man mit dem im Meridiane aufgestellten Theodoliten die Höhen $h = 90^0 - z$ eines Circumpolarsternes bei seinen beiden Culminationen, so gibt unter der frühern Voraussetzung ihre halbe Summe die Polhöhe φ des Beobachters, ihre halbe Differenz aber die Poldistanz p des Sternes. Ist erstere einmal gefunden, so gibt wegen

$$p = 90^0 - \varphi \pm z \qquad 1$$

jede Beobachtung der kleinsten, auch ohne genaue Kenntniss des Meridianes und schon mit dem Sextanten (222—225) durch Verfolgen eines vor oder hinter dem Zenith aufsteigenden Sternes erhältlichen Zenithdistanz desselben seine Poldistanz.

Die im Texte zur Bestimmung der Polhöhe gegebene Methode dürfte schon sehr alt, jedoch kaum so alt als die Bestimmung derselben aus Solstitialhöhen (vergl. 350) sein. Sie beruht ebenfalls auf den für die Meridianbestimmung gemachten Voraussetzungen; denn aus dem Dreieck Pol-Zenith-Stern (vergl. Fig. 330) folgt

$$\text{Sin } h = \text{Sin } \varphi \,.\, \text{Cos } p + \text{Cos } \varphi \,.\, \text{Sin } p \,.\, \text{Cos } s \qquad 2$$

und hieraus ergibt sich für $s = 0$ oder die obere Culmination der Maximalwerth $h_1 = \varphi + p$ wenn $p < 90^0 - \varphi$ oder $h_1 = 180^0 - \varphi - p$ wenn $p > 90^0 - \varphi$ und für $s = 180^0$ oder die untere Culmination der nur für $p < \varphi$ positive Minimalwerth

$$h_2 = \varphi - p$$

Man hat also für dem Pole nahe Sterne

$$h_1 + h_2 = 2\,\varphi \qquad h_1 - h_2 = 2\,p$$

woraus die im Texte gegebenen Regeln ohne weiteres hervorgehen.

332. Die Refraction. Jede gemessene Höhe oder Zenithdistanz ist aber noch für die durch die Atmosphäre verursachte Refraction zu verbessern, welche (287) für jede nicht gar zu grosse Zenithdistanz (75⁰ und mehr) der Tangente derselben proportional gesetzt werden darf. Bezeichnet daher α die Refractionsconstante (Refraction bei 45⁰), so ist eigentlich für einen Circumpolarstern

$$90^0 - \varphi = z + \alpha \,.\, \text{Tg } z \pm p \qquad 1$$

zu setzen, je nachdem er in oberer oder unterer Culmination steht, — für einen südlich culminirenden Stern aber

$$90 - \varphi = p - z - \alpha \text{ Tg } z \qquad 2$$

Kann man weder p, noch φ oder α als bekannt voraussetzen, so beobachte man zwei Circumpolarsterne in ihren beiden Culminationen; dann ergibt 1 für 4 Unbekannte 4 Gleichungen. Kann man dagegen p für zwei, z. B. südlich culminirende Sterne als bekannt annehmen, so hat man nach 2

also

$$p_1 - z_1 - \alpha \operatorname{Tg} z_1 = 90^0 - \varphi = p_2 - z_2 - \alpha \operatorname{Tg} z_2 \qquad 3$$

$$\alpha = \frac{p_1 - z_1 - p_2 + z_2}{\operatorname{Tg} z_1 - \operatorname{Tg} z_2} = \frac{p_1 - p_2 - (z_1 - z_2)}{\operatorname{Sin}(z_1 - z_2)} \operatorname{Cos} z_1 . \operatorname{Cos} z_2 \qquad 4$$

kann somit nach 4, und zwar um so besser, je grösser $z_1 - z_2$, zunächst α, — sodann φ nach 3 berechnen.

Die im Texte gegebenen Entwicklungen bedürfen kaum einer weitern Erläuterung, und für eine einlässlichere Besprechung der Refraction, voraus für ihre Geschichte und Literatur, ist auf 390 zu verweisen; dagegen mögen noch einige Beispiele folgen: Ich erhielt 1854 XI 6—10 am kurz zuvor aufgestellten Ertel'schen Meridiankreise der Berner-Sternwarte für die beiden Culminationen von γ Ursæ majoris : $z_1' = 7^0\ 32'\ 46''$ und $z_1'' = 78^0\ 28'\ 13''$, — für diejenigen von α Ursæ minoris : $z_2' = 41^0\ 34'\ 14''$ und $z_2'' = 44^0\ 29'\ 40''$, und hieraus ergeben sich vier Gleichungen 1, aus denen $\alpha = 55'',32$, $\varphi = 46^0\ 57'\ 11''$, $p_1 = 35^0\ 29'\ 56''$ und $p_2 = 1^0\ 27'\ 46''$ folgen. — Ferner erhielt ich 1864 X 18 an dem ebenfalls kurz zuvor aufgestellten Ertel'schen Meridiankreise der Zürcher-Sternwarte für die obere Culmination von α Piscis australis ($p_1 = 120^0\ 20'\ 11'',6$) $z_1 = 77^0\ 38'\ 46'',1$, — von α Cassiopeæ ($p_2 = 34^0\ 12'\ 4'',1$) $z_2 = -8^0\ 25'\ 5'',2$, — und hiefür ergeben 4 und 3 successive $\alpha = 54'',27$ und $\varphi = 47^0\ 22'\ 42'',4$. — Bei den Uebungen der Ingenieurschüler des schweizerischen Polytechnikums endlich, welche ich im Sommer 1862 auf der alten, um $12'',0$ südlich von der neuen, gelegenen Sternwarte in Zürich abhielt, war der Zenithpunct eines Ertel'schen astronomischen Theodoliten mit Hülfe terrestrischer Objecte im Mittel bei $a = 357^0\ 57'\ 10'',4 = -2^0\ 2'\ 50''$ gefunden, aber doch noch nicht als ganz sicher erachtet worden; dagegen hatte sich bei wiederholten Meridianbeobachtungen mit demselben Instrumente im Mittel für die obere Culmination von α^2 Libræ ($p = 105^0\ 28'\ 13''$) am Verticalkreise die Ablesung $60^0\ 45'\ 33''$, — für β Ursæ minoris ($p = 15^0\ 16'\ 52''$) $330^0\ 36'\ 35''$, — und bei um 180^0 gedrehter Alhydade für α Scorpii ($p = 116^0\ 7'\ 29''$) $284^0\ 30'\ 5''$ ergeben, so dass nach 1 und 2, wenn für Ermittlung der Tangente der scheinbaren Zenithdistanz der provisorische Werth von a gebraucht wird, die Gleichungen

$$\begin{aligned} 90^0 - \varphi &= 105^0\ 28'\ 13'' - 60^0\ 45'\ 33' + a - \alpha . \operatorname{Tg} 62^0\ 48'\ 23'' \\ &= a - 330^0\ 36'\ 55'' - 15^0\ 16'\ 52'' + \alpha . \operatorname{Tg} 27\ \ 20\ \ 35 \\ &= 116^0\ 7'\ 29'' - a + 284^0\ 30'\ 5'' - \alpha . \operatorname{Tg} 73\ \ 27\ \ \ 5 \end{aligned}$$

bestehen. Aus der Differenz der zwei ersten dieser Gleichungen findet man aber $\alpha = 58'',05$, — hiemit aus der Summe der ersten und dritten $\varphi = 47^0\ 22'\ 27''$, — und endlich aus der ersten $a = -2^0\ 3'\ 14''$ als bessern Werth des Zenithpunctes.

333. Die Regulirung einer Uhr nach den Sternen. Bringt man eine Uhr durch Correction an ihrem Pendel oder ihrer Unruhe (257) dahin, dass sie bei successiven Culminationen eines Sternes annähernd dieselbe Zeit zeigt, so heisst sie **auf Sternzeit regulirt,** und diejenige kleine Anzahl von ganzen oder Bruch-Secunden, welche man einer ihrer Angaben zufügen muss, um die entsprechende des vorliegehenden Tages zu erhalten, stellt ihren, von der Uhrcorrection (342) wohl zu unterscheidenden sog. **täglichen Gang** vor, der nahe constant sein soll. Besitzt eine gute Uhr ein

Compensationspendel (301) oder steht sie in einem Raume mit constanter Temperatur, so wird die **Variation** ihres Ganges von einem Tage zum andern nie eine volle Secunde betragen.

Auf der Pariser-Sternwarte culminirte α Orionis:

1859	um $5^h\,47^m$	Beob. g	$g-\alpha$	t	g_1	b	g_2	Berech. g	Diff. der g
IV 1	$31^s,84$			$3^\circ,55$		$765^{mm},02$			
4	32,87	$-0^s,34$	$-0^s,54$	13,75	$-3^\circ,40$	63,93	$0^{mm},36$	$-0^s,03$	$-0^s,31$
5	32,64	0,23	0,03	15,25	$-1,50$	62,25	1,68	0,19	0,04
6	32,62	0,02	$-0,18$	16,00	$-0,75$	61,49	0,76	0,18	$-0,16$
7	32,11	0,51	0,31	17,45	$-1,45$	56,33	5,16	0,44	0,07
11	31,65	0,11	$-0,09$	9,90	1,89	41,90	1,11	0,38	$-0,29$
28	32,64	$-0,06$	$-0,26$	15,35	$-0,34$	47,22	$-0,31$	0,13	$-0,19$
V 6	30,67	0,25	0,05	14,95	0,05	58,19	$-1,37$	0,18	0,07
7	30,38	0,29	0,09	16,85	$-1,90$	57,62	0,57	0,09	0,20
9	29,66	0,36	0,16	10,95	2,95	59,82	$-1,10$	0,30	0,06
12	28,78	0,29	0,09	14,80	$-1,28$	58,34	0,49	0,12	0,17
13	28,42	0,36	0,16	14,15	0,85	56,28	2,06	0,37	$-0,01$
23	26,02	0,24	0,04	15,55	$-0,14$	54,07	0,22	0,18	0,06
30	23,32	0,39	0,19	19,95	$-0,63$	48,55	0,79	0,19	0,20
Quadratsumme			$0,6043 = 13 \cdot 0,22^2$				$13 \cdot 0,17^2 =$		0,3695

Berechnet man aus je zwei auf einander folgenden Durchgangszeiten den entsprechenden mittlern täglichen Gang g, so ersieht man, dass derselbe im Mittel $\alpha = \frac{1}{13} \Sigma g = 0^s,204$ ist, und die Variation nur Ein Mal über $\frac{1}{2}^s$ ansteigt, also die betreffende Uhr als gut bezeichnet werden kann. Immerhin beträgt der mittlere Werth von $g - \alpha$ doch noch $0^s,22$ und es entsteht die Frage, ob diess der Uhr als solcher, oder vielleicht auch zum Theil der nicht ganz vollkommenen Compensation des Wärmeeinflusses (vergl. 301) und den Variationen des Luftdruckes (vergl. 273) zuzuschreiben ist. Um diess untersuchen zu können, wurden jedem Beobachtungstage, in Ermanglung besserer Daten, die Mittel t und b aus den Angaben über die Lufttemperatur und den Barometerstand um 9^h Morgens und Abends beigeschrieben, auch für t und b die täglichen Gänge g_1 und g_2 ermittelt, und sodann die sämmtlichen 13 Gleichungen

$$g = \beta + \beta_1 \cdot g_1 + \beta_2 \cdot g_2$$

aufgeschrieben, in welchen die β zu bestimmende Constante waren; aus ihnen folgte nach der Methode der kleinsten Quadrate die Gleichung

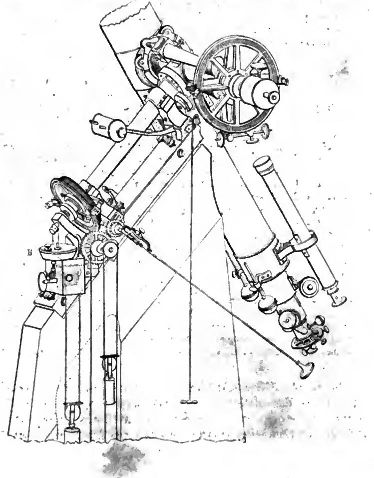
$$g = 0^s,178 + 0^s,068 \cdot g_1 + 0,070 \cdot g_2$$

und nach dieser wurde schliesslich jedes g berechnet, und mit dem entsprechenden beobachteten verglichen. Da sich hiedurch nicht nur die mittlere Differenz von $0^s,22$ auf $0^s,17$ reducirt, sondern namentlich einige der auffallendsten Störungen im beobachteten Gange grossentheils erklärt werden, so ist wohl anzunehmen, dass die betreffende Uhr für den Barometerstand gar nicht, dagegen für die Temperatur etwas über-compensirt war.

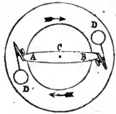
334. Das parallaktisch montirte Fernrohr. Verbindet man ein Fernrohr so mit einer Axe, dass es unter jedem beliebigen Winkel zu derselben festgehalten werden kann, und bringt dann diese Axe,

sie um die Polhöhe gegen den Horizont neigend, in den Meridian, d. h. in die Lage der sog. Weltaxe, so heisst das Fernrohr **parallaktisch montirt.** Richtet man es auf irgend einen Stern, und dreht die Axe durch ein Uhrwerk in einem Tage einmal gleichförmig um, so bleibt der Stern beständig im Fernrohr, und kann, wenn er etwas helle ist und nicht gar zu nahe an der Sonne steht, auch am Tage (was früher trotz allen Sagen kaum möglich war), und überhaupt, so lange er über dem Horizonte ist, fortwährend gesehen werden. Es ist damit offenbar der factische Beweis geleistet, dass die sog. tägliche Bewegung wirklich genau so vor sich zu gehen scheint, wie wenn sich die scheinbare Himmelskugel in einem Tage um jene Weltaxe drehen würde.

Als Vorläufer der parallaktischen Aufstellung können schon die Armillarsphären der Alten (vergl. 354) angesehen werden; aber eigentlich entstand



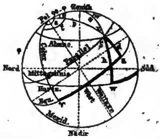
sie natürlich erst nach Erfindung des Fernrohrs, — wurde muthmasslich zuerst von **Scheiner** bei Construction seines zur Beobachtung der Sonnenflecken bestimmten und in seiner „Rosa Ursina, sive Sol. Bracciani 1626—1630 in fol.“ beschriebenen Helioskopes angewandt, — und zuerst von Claude-Siméon **Passement** (Paris 1702 — Paris 1769; erst Schreiber, dann Krämer, zuletzt Mechaniker und Pensionär von Louis XV.) um die Mitte des vorigen Jahrhunderts mit einem Uhrwerke versehen. Ihre letzte wesentliche Ausbildung erhielt die parallaktische Aufstellung durch **Reichenbach** und **Fraunhofer** bei Ausrüstung der Sternwarten in Dorpat und Königsberg mit Refractor und Heliometer (vergl. 356), und es kann für ihren Detail theils auf die vorstehende, das von **Kern** für Zürich nach Münchner-Construction gebaute Instrument darstellende Figur, theils auf „F. G. W. **Struve**, Beschreibung des auf der Sternwarte der k. Universität zu Dorpat befindlichen grossen Refractors von Fraunhofer. Dorpat 1825 in fol.“ und „F. W. **Bessel**, Astronomische Beobachtungen auf der k. Universitäts-Sternwarte in Königsberg (Abth. 15 von 1831), Königsberg in fol.“ verwiesen werden; doch verdient die dabei durch Joseph **Liebherr** (Immenstadt 1767 — München 1840; erst Uhrmacher, dann Mitbegründer des mechanisch-optischen Institutes, und zuletzt Professor der Mechanik in München) zur Regulirung der Uhr angebrachte **Centrifugal-Unruhe** noch besonderer Erwähnung: Sie besteht aus einer nach unten enger werdenden conischen, in der ersten Figur bei B sichtbaren Büchse, in welche ein durch die Uhr in Rotation um C versetzter Schwungbalken A B versenkt ist, an dessen Enden zwei linsenförmige Gewichte D mittelst Federn befestigt sind; je rascher die Uhr geht und je tiefer A B in die Büchse versenkt wird, desto grösser wird die Fliehkraft der D und desto stärker ihre Reibung an der Büchse. — Vor Construction des parallaktisch montirten Fernrohrs konnten am Tage neben Sonne und Mond nur ausnahmsweise Gestirne gesehen werden, nämlich bisweilen Venus zur Zeit ihres höchsten Glanzes (s. 425), ein neu aufleuchtender Stern (s. 449), oder ein besonders glänzender Komet: Das Sehen der Sterne aus tiefen Schachten scheint (s. Humboldt's Kosmos III 71 und meine Notiz in Bern. Mitth. 1851 pag. 159—161), trotz der positiven Behauptung des sonst so verdienten Joh. Gottfried **Ebel** (Züllichau 1764 — Zürich 1830; Arzt, Reisender und später Privatgelehrter in Zürich), man könne in dem 677' hohen Schachte Bouillet in den Salinen zu Bex sogar Mittags Sterne sehen (vergl. seine „Anleitung, die Schweiz zu bereisen“, 3. Aufl. II 260), nur Sage zu sein, — und die Angabe von **Saussure** (vergl. den Abschnitt 5 seiner „Voyages dans les Alpes“), dass seine Führer auf den Montblanc 1787 VIII 3 an einer Stelle, wo nicht nur sie, sondern auch die Luftschichten über ihnen im Schatten des Berges lagen, ganz deutlich am hellen Tage einige Sterne gesehen haben, kömmt hier, wenn man sie auch nicht in Zweifel ziehen will, kaum ernstlich in Betracht.



335. Die Sterncoordinaten. Um einen Stern oder überhaupt einen Punct der scheinbaren Himmelskugel seiner Lage nach zu bestimmen, wendet man seit den ältesten Zeiten sphärische Coordinaten an: Entweder bezieht man sich auf den Horizont als Axe

und seinen Südpunct als Anfangspunct, d. h. gibt die zur Zenithdistanz (z) complementäre **Höhe** (h) als Ordinate, das im Sinne der täglichen Bewegung bis 360° gezählte **Azimuth** (w) als Abscisse, — oder man benutzt den zur Weltaxe senkrechten Hauptkreis, den sog. **Equator**, als Axe und einen festen Punct desselben (gewöhnlich den sog. Frühlingspunct ♈, s. 350) als Anfangspunct, die zur Poldistanz (p) complementäre Ordinate **Declination** (D, d), die entgegengesetzt zur täglichen Bewegung bis 360° oder 24^h gezählte Abscisse **Rectascension** (Æ, a) nennend. Ein Parallelkreis zum Horizonte heisst **Almucantharat**, ein ebensolcher zum Equator schlechtweg **Parallel**, — jeder durch den Zenith gehende grösste Kreis **Höhenkreis** oder Vertical, jeder durch den Pol gehende **Declinationskreis** und sein im Sinne der täglichen Bewegung gezählter Winkelabstand vom Meridiane **Stundenwinkel** (s), — der zum Meridiane senkrechte Höhenkreis **erster Vertical**, der Declinationskreis des Frühlingspunctes **Colur der Nachtgleichen** und sein Stundenwinkel **Sternzeit** (t = a + s).

Rectascension (Ascensio recta) und Declination (Abweichung) wurden spätestens in den ersten Zeiten der Academie in Alexandrien eingeführt, und um 300 v. Chr. durch die daselbst lebenden Astronomen **Timocharis** und **Aristyll**, muthmasslich mit Hülfe einer Armillarsphäre (vergl. 354) für eine Reihe von Sternen wirklich bestimmt. — Da 360 = 15 × 24 und 60 = 15 × 4, so ist $1^h = 15^0$, $1^m = 15'$, $1^s = 15''$ und $1^0 = 4^m$, $1' = 4^s$, so dass Bogen und Zeit sich sehr leicht in einander umsetzen lassen. Vergl. Tafel VII^c. — Zenithdistanz und Poldistanz werden von Zenith und Pol aus bis 180° fortgezählt. — Sternzeit und Polhöhe kann man auch als Rectascension und Declination des Zenithes definiren; der Vertical des Poles und der Declinationskreis des Zenithes fallen mit dem Meridiane zusammen.



336. Das Dreieck Pol-Zenith-Stern. Durch Anwendung der Formeln (160, 162, 163, 168) auf das Dreieck Pol-Zenith-Stern, in welchem der Winkel am Sterne gewöhnlich **Variation** (v) genannt wird, erhält man z. B. die Formeln

$$\text{Sin s} : \text{Sin w} : \text{Sin v} :: \text{Sin z} : \text{Sin p} : \text{Cos}\,\varphi \qquad 1$$

$$\text{Cos p} = \text{Sin}\,\varphi \,.\, \text{Cos z} - \text{Cos}\,\varphi \,.\, \text{Sin z} \,.\, \text{Cos w}$$

$$\text{Cos z} = \text{Sin}\,\varphi \,.\, \text{Cos p} + \text{Cos}\,\varphi \,.\, \text{Sin p} \,.\, \text{Cos s} \qquad 2$$

$$\text{Sin}\,\varphi = \text{Cos p} \,.\, \text{Cos z} + \text{Sin p} \,.\, \text{Sin z} \,.\, \text{Cos v}$$

$$\begin{aligned}
\text{Cos } s &= \text{Cos } w \,.\, \text{Cos } v + \text{Sin } w \,.\, \text{Sin } v \,.\, \text{Cos } z \\
\text{Cos } w &= \text{Cos } s \,.\, \text{Cos } v - \text{Sin } s \,.\, \text{Sin } v \,.\, \text{Cos } p \qquad 3 \\
\text{Cos } v &= \text{Cos } s \,.\, \text{Cos } w + \text{Sin } s \,.\, \text{Sin } w \,.\, \text{Sin } \varphi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Cos } s \,.\, \text{Sin } p &= \text{Cos } z \,.\, \text{Cos } \varphi + \text{Sin } z \,.\, \text{Sin } \varphi \,.\, \text{Cos } w \\
\text{Cos } s \,.\, \text{Cos } \varphi &= \text{Cos } z \,.\, \text{Sin } p - \text{Sin } z \,.\, \text{Cos } p \,.\, \text{Cos } v \\
\text{Cos } w \,.\, \text{Sin } z &= -\text{Cos } p \,.\, \text{Cos } \varphi + \text{Sin } p \,.\, \text{Sin } \varphi \,.\, \text{Cos } s \qquad 4 \\
\text{Cos } w \,.\, \text{Cos } \varphi &= -\text{Cos } p \,.\, \text{Sin } z + \text{Sin } p \,.\, \text{Cos } z \,.\, \text{Cos } v \\
\text{Cos } v \,.\, \text{Sin } z &= \text{Sin } \varphi \,.\, \text{Sin } p - \text{Cos } \varphi \,.\, \text{Cos } p \,.\, \text{Cos } s \\
\text{Cos } v \,.\, \text{Sin } p &= \text{Sin } \varphi \,.\, \text{Sin } z + \text{Cos } \varphi \,.\, \text{Cos } z \,.\, \text{Cos } w
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Sin } s \,.\, \text{Cos } p &= -\text{Cos } w \,.\, \text{Sin } v + \text{Sin } w \,.\, \text{Cos } v \,.\, \text{Cos } z \\
\text{Sin } s \,.\, \text{Sin } \varphi &= \text{Cos } v \,.\, \text{Sin } w - \text{Sin } v \,.\, \text{Cos } w \,.\, \text{Cos } z \\
\text{Sin } w \,.\, \text{Cos } z &= \text{Cos } s \,.\, \text{Sin } v + \text{Sin } s \,.\, \text{Cos } v \,.\, \text{Cos } p \qquad 5 \\
\text{Sin } w \,.\, \text{Sin } \varphi &= \text{Cos } v \,.\, \text{Sin } s + \text{Sin } v \,.\, \text{Cos } s \,.\, \text{Cos } p \\
\text{Sin } v \,.\, \text{Cos } p &= -\text{Cos } w \,.\, \text{Sin } s + \text{Sin } w \,.\, \text{Cos } s \,.\, \text{Sin } \varphi \\
\text{Sin } v \,.\, \text{Cos } z &= \text{Cos } s \,.\, \text{Sin } w - \text{Sin } s \,.\, \text{Cos } w \,.\, \text{Sin } \varphi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d\,p &= \text{Cos } v \,.\, d\,z - \text{Cos } s \,.\, d\varphi - \text{Sin } v \,.\, \text{Sin } z \,.\, d\,w \\
d\,z &= \text{Cos } w \,.\, d\varphi + \text{Cos } v \,.\, d\,p + \text{Sin } w \,.\, \text{Cos } \varphi \,.\, d\,s \qquad 6 \\
d\varphi &= \text{Cos } w \,.\, d\,z - \text{Cos } s \,.\, d\,p - \text{Sin } s \,.\, \text{Sin } p \,.\, d\,v
\end{aligned}$$

deren Wichtigkeit die Folge bewähren wird.

Für die Anwendung dieser Formeln, denen noch viele Andere, wie z. B. die aus 161 Folgenden

$$\begin{aligned}
\text{Sin } \frac{w+v}{2} &= \text{Sin } \frac{s}{2} \,.\, \text{Cos } \frac{\varphi+d}{2} \,.\, \text{Cosec } \frac{s}{2} \\
\text{Sin } \frac{w-v}{2} &= \text{Sin } \frac{s}{2} \,.\, \text{Sin } \frac{\varphi+d}{2} \,.\, \text{Sec } \frac{z}{2} \\
\text{Cos } \frac{w+v}{2} &= \text{Cos } \frac{s}{2} \,.\, \text{Sin } \frac{\varphi-d}{2} \,.\, \text{Cosec } \frac{z}{2} \qquad 7 \\
\text{Cos } \frac{w-v}{2} &= \text{Cos } \frac{s}{2} \,.\, \text{Cos } \frac{\varphi-d}{2} \,.\, \text{Sec } \frac{z}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Tg } \frac{w+v}{2} &= \text{Tg } \frac{s}{2} \,.\, \text{Cos } \frac{\varphi+d}{2} \,.\, \text{Cosec } \frac{\varphi-d}{2} \\
\text{Tg } \frac{w-v}{2} &= \text{Tg } \frac{s}{2} \,.\, \text{Sin } \frac{\varphi+d}{2} \,.\, \text{Sec } \frac{\varphi-d}{2} \qquad 8
\end{aligned}$$

die in 343:1; 344:1; etc. Aufgenommenen, etc., beigefügt werden könnten, vergl. 337—338, 343—344, etc.; hier mag vorläufig nur Folgende angereiht werden: Setzt man $d\varphi = 0 = d\,w$ und $d\,z$ gleich dem Betrage $\alpha \,.\, \text{Tg } z$ der Refraction (s. 332), so erhält man aus den zwei ersten Formeln 6 mit Hülfe von 1, 2 und 4

$$\begin{aligned}
d\,p &= \text{Coe } v \,.\, d\,z = \alpha \, \text{Tg } s \,.\, \text{Cos } v = \\
&= \alpha \frac{\text{Sin } \varphi \text{ Cos } d - \text{Cos } \varphi \text{ Sin } d \text{ Cos } s}{\text{Sin } \varphi \text{ Sin } d + \text{Cos } \varphi \text{ Cos } d \text{ Cos } e} = \alpha \,.\, \text{Ctg } (n+d) \qquad 9
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d\,e &= \frac{\alpha \, \text{Tg } s - \alpha \, \text{Tg } z \,.\, \text{Cos}^2 v}{\text{Sin } w \,.\, \text{Cos } \varphi} = \alpha \, \text{Tg } s \,.\, \frac{\text{Sin } v}{\text{Cos } d} = \\
&= \alpha \frac{\text{Sin } s \,.\, \text{Cos } \varphi}{\text{Cos } d \, (\text{Sin } \varphi \text{ Sin } d + \text{Cos } \varphi \text{ Cos } d \text{ Cos } e)} = \alpha \frac{\text{Sin } s \,.\, \text{Cos } \varphi}{m \text{ Cos } d \text{ Sin } (n+d)} \qquad 10
\end{aligned}$$

wo

$m \, . \, \text{Cos}\, n = \text{Sin}\, \varphi \qquad m \, . \, \text{Sin}\, n = \text{Cos}\, \varphi \, . \, \text{Cos}\, s$

Formeln, welche es offenbar leicht machen, den Einfluss der Refraction auf Declination und Rectascension zu berechnen.

337. Die Transformation der Coordinaten. Die Alten gingen von den Horizontcoordinaten auf die Equatorcoordinaten, und umgekehrt, mit Hülfe eines Globus über, während man jetzt die Rechnung vorzieht, für welche nach 336 : 2, 4, wenn die Hülfsgrössen x und y durch

$\text{Cos}\, z = x' \, . \, \text{Cos}\, y' \qquad \text{Sin}\, z \, . \, \text{Cos}\, w = x' \, . \, \text{Sin}\, y'$ **1**

eingeführt werden,

$\text{Cos}\, p = x' \, . \, \text{Sin}\, (\varphi - y') \qquad \text{Cos}\, s \, . \, \text{Sin}\, p = x' \, . \, \text{Cos}\, (\varphi - y')$ **2**

wenn sie dagegen durch

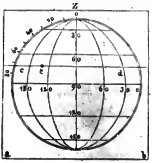
$\text{Cos}\, p = x'' \, . \, \text{Cos}\, y'' \qquad \text{Sin}\, p \, . \, \text{Cos}\, s = x'' \, . \, \text{Sin}\, y''$ **3**

eingeführt werden,

$\text{Cos}\, z = x'' \, . \, \text{Sin}\, (\varphi + y'') \qquad \text{Cos}\, w \, . \, \text{Sin}\, z = - x''\, \text{Cos}\, (\varphi + y'')$ **4**

folgen, wonach man wirklich leicht für bekannte Werthe von φ und t, und unter Berücksichtigung, dass p und z beständig concav, s und w aber beide gleichzeitig entweder concav oder convex sind, $d = 90^0 - p$ und $a = t - s$ aus z und w, oder z und w aus $p = 90^0 - d$ und $s = t - a$ berechnen, so z. B. also aus der mit dem Theodoliten gemessenen Position eines Sternes gegen den Horizont, diejenige gegen den Equator bestimmen kann.

Eine nette graphische Transformationsmethode bietet der von **Zeccevich** (s. Cosmos 1860 IX 7) erfundene **Triedometer** dar: Er besteht aus einer quadratischen Scheibe, auf welcher ein Kreis gezogen ist, in dem sich ein zweiter Kreis concentrisch dreht, und über welcher sich c d ‖ a b verschieben lässt. Auf c d befindet sich ein Läufer e, während der innere Kreis ein in orthographischer Equatorealprojection (vergl. 380) entworfenes Netz von Meridianen und Parallelkreisen hat. Um nun z. B. vom Horizont auf den Equator zu transformiren, stellt man mit Hülfe des Netzes e auf die gegebenen Werthe von z und w ein, dreht den innern Kreis um $90 - \varphi$, und liest sodann wieder die Stellung von e ab; die neuen Ablesungen sind nun offenbar p und s. Die erhältliche Genauigkeit hängt natürlich ganz von den Dimensionen und der Ausführung des Instrumentchens ab. — Für den Stern α Lyræ ($\text{Æ} = 18^h\, 32^m\, 30^s$, $D = + 38^0\, 39'\, 54''$) ergeben sich nach 3 und 4 für $16^h\, 11^m\, 40^s$ Sternzeit unter der Polhöhe $47^0\, 22'\, 42''$ die Horizontcoordinaten $h = 63^0\, 5'\, 31''$ und $w = - 84^0\, 7'\, 3''$.



338. Auf- und Untergang; Elongation. Für $z = 90^0$, d. h. für Auf- und Untergang eines Gestirnes, erhält man nach 336:2

$$\operatorname{Cos} s = -\frac{\operatorname{Ctg} p}{\operatorname{Ctg} \varphi} \qquad \operatorname{Cos} w = -\frac{\operatorname{Cos} p}{\operatorname{Cos} \varphi} \qquad \mathbf{1}$$

wo nun s den halben **Tagbogen** des Gestirnes misst, w aber die Entfernung des Auf- oder Untergangspunctes vom Südpuncte, deren Differenz von 90^0 **Morgen-** oder **Abendweite** heisst. Für $p = 90^0$ wird für jedes φ, oder für $\varphi = 0$ (Sphæra recta der Alten) für jedes p, Tagbogen gleich Nachtbogen, — für $0 < \varphi < 90^0$ (Sphæra obliqua) hat für $p > 180^0 - \varphi$ gar kein Aufgang, für $p < \varphi$ kein Untergang mehr statt, und für $p \gtreqless 90^0$ wird $s \lesseqgtr 90^0$, — für $\varphi = 90^0$ endlich (Sphæra parallela) kommen überhaupt Auf- und Untergang höchstens noch bei Wandelsternen vor. In dem den nördlich vom Zenith culminirenden Sternen entsprechenden Falle $p < 90^0 - \varphi$ erreicht, da aus 336:1,2

$$\operatorname{Sin} w = \frac{\operatorname{Sin} p}{\operatorname{Cos} \varphi} \operatorname{Sin} v \qquad \operatorname{Ctg} v = \frac{\operatorname{Sin} \varphi - \operatorname{Cos} p \,.\, \operatorname{Cos} z}{\operatorname{Sin} s \,.\, \operatorname{Cos} \varphi \,.\, \operatorname{Sin} p} \qquad \mathbf{2}$$

folgen, das Supplement von w für $v = 90^0$ ein Maximum oder der Stern eine sog. **Elongation,** für welche nach 2 und 336:4 somit

$$\operatorname{Cos} z = \frac{\operatorname{Sin} \varphi}{\operatorname{Cos} p} \qquad \operatorname{Cos} s = \frac{\operatorname{Tg} \varphi}{\operatorname{Ctg} p} \qquad \mathbf{3}$$

zu setzen ist.

Die oben entwickelten Sätze für die Sphæra parallela, obliqua und recta sind grossentheils schon durch den um 340 v. Chr. lebenden, von Pitane in Kleinasien gebürtigen Griechen **Autolykus** in seinem Buche *„Περὶ κινουμένης σφαίρας"*, von welchem Conrad **Dasypodius** 1572 zu Strassburg eine griechische und lateinische Ausgabe veranstaltet hat, aufgestellt worden. — Diejenigen Sterne, für welche $p < \varphi$ ist, heissen **Circumpolarsterne.** — die $p = \varphi$ und $p = 180 - \varphi$ entsprechenden Parallelkreise (vergl. 321) **arktischer** und **antarktischer** Kreis. — Ist für einen Stern der Ascensio recta a der halbe Tagbogen $s = 90^0 \pm m$, so stellt $\alpha = a \mp m$ die sog. **Ascensio obliqua** dieses Sternes vor, nämlich die Distanz des Frühlingspunctes von demjenigen Puncte des Equators, welcher gleichzeitig mit ihm aufgeht; — m heisst **Ascensionaldifferenz.** — Da aus 336:6[1]

$$d w = \frac{\operatorname{Ctg} v}{\operatorname{Sin} z} \,.\, d z - \frac{1}{\operatorname{Cos} \varphi \,.\, \operatorname{Sin} s} \,.\, d p - \frac{\operatorname{Ctg} s}{\operatorname{Cos} \varphi} \,.\, d \varphi \qquad \mathbf{4}$$

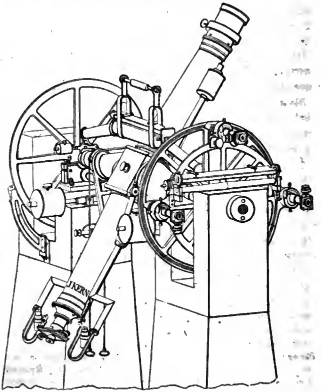
folgt, so sieht man, dass für alle Fixsterne (nicht aber für die Sonne) bei der Methode der correspondirenden Höhen (330) die Glieder mit dp und $d\varphi$ bei den beiden Beobachtungen gleiche Werthe mit verschiedenen Zeichen annehmen, also für das Mittel immer unschädlich sind, — dagegen das Glied mit dz, welches den Einfluss der als Haupt-Beobachtungsfehler auftretenden ungleichen Höheneinstellung vor und nach dem Meridiane repräsentirt, in der Nähe des Meridianes gross, und nur bei Beobachtung von nördlichen Sternen in ihrer Elongation verschwindend wird. — Vergleiche für Anwendungen und weitere Ausführungen 351, 391, etc.

XXXV. Die Bestimmungen im Meridiane.

339. Der Meridiankreis. Der Meridian zeichnet sich vor den übrigen Verticalen dadurch aus, dass für ihn der Stundenwinkel Null, also die Sternzeit gleich der Rectascension wird, und dass die Zenithdistanz mit der Differenz zwischen Polhöhe und Declination übereinstimmt. Er eignet sich daher ganz besonders theils für Regulirung der Uhren und Ermittlung der Polhöhe, theils für Bestimmung der Rectascension und Declination, und es sind für ihn eigene Instrumente, zuerst etwa zu Tycho's Zeit sog. **Mauerquadranten,** sodann durch Römer die sie ergänzenden **Passageninstrumente,** und endlich durch Reichenbach die beide vereinigenden **Meridiankreise** construirt worden. Letztere bestehen im Wesentlichen aus einem im Meridiane spielenden, mit sofort zu beschreibendem Fadennetze versehenen Fernrohr, und einem an seiner Drehaxe befestigten Theilkreise, erlauben also, Moment und Zenithdistanz der Culmination eines Gestirnes zu beobachten: Symmetrischer und auf möglichste Stabilität Bedacht nehmender Bau, — gute, von unten wirkende Balancirung, — solide Lager mit Coulissen für verticale und azimuthale Verschiebung der Axe, — sichere Klemmung und feine Bewegung, — freier, mit mikroskopischer Ablesung versehener Kreis, — bequemer Umlegewagen und Beobachtungsstuhl, — zweckmässiger Galgen für die Axenlibelle, etc. zeichnen zumal die neuern dieser für absolute Bestimmungen jetzt fast ausschliesslich gebrauchten Instrumente aus.

Der von **Tycho** construirte und in seiner „Astronomiæ instauratæ mechanica. Wandesburgi 1598 in fol. (Auch Noribergæ 1602)“ beschriebene „Quadrans murale sive Tichonicus“, dessen Radius bei fünf Ellen betrug, erlaubte mit Hülfe von Transversalen Sechstels-Minuten (etwa 0,07 Pariserlinien) abzulesen Als **Picard** nahe ein Jahrhundert später den Mauerquadranten mit einem Fernrohr verband, — ferner nach einem weitern Jahrhundert **Ramsden** und andere englische Mechaniker den Quadranten zum Vollkreise erweiterten, ergab er immer genauere mittägige Zenithdistanzen; dagegen blieben, wie schon Ersterer bemerkte, die damit erhaltenen Culminationszeiten ziemlich mangelhaft, da die kurze Axe des Fernrohrs keine genaue Horizontal- und Azimuthalstellung erlaubte. Um diesem Fehler zu begegnen, setzte etwa 1689 **Römer** (vergl. das in 3 erwähnte Werk seines Schülers Horrebow) dem Quadranten ein sog. Passageninstrument, d. h. ein an langer Axe im Meridiane spielendes Fernrohr, an die Seite, und es wurden dann über ein Jahrhundert lang die meisten Culminationen doppelt beobachtet, — von dem Einen Astronomen am Passageninstrumente zu Gunsten der Durchgangszeit, von dem Andern am Mauerquadranten behufs der Höhenbestimmung. Den nahe liegenden Gedanken, den zweiten Beobachter durch Vereinigung beider Instrumente entbehrlich zu machen, d. h. an der Axe des Passageninstrumentes einen Kreis zu befestigen,

der eben so genaue Höhenablesungen erlaube als das Fernrohr Einstellungen, — scheint zuerst **Reichenbach** im Anfange des gegenwärtigen Jahrhunderts mit Erfolg zur Ausführung gebracht zu haben, so dass das jetzige Hauptinstrument jeder Sternwarte, der im Texte mit den von seinen Nachfolgern Traugott Lebrecht **Ertel** (Forchheim bei Freiberg 1778 — München 1858) und dessen Sohn Georg **Ertel** (München 1818—1863) angebrachten Verbesserungen beschriebene und durch beistehende, das von **Kern** für Zürich



construirte Instrument darstellende Figur, noch näher erläuterte Meridiankreis, mit Recht seinen Namen trägt. Für einen geistreichen, aber bis jetzt meines Wissens praktisch noch nicht verwertheten Vorschlag, welchen seither **Steinheil** zu totaler Umgestaltung des Meridiankreises machte, vergl. A. N. 1366 u. f.

340. Das Fadennetz. Dasselbe besteht zunächst aus einem gewöhnlichen Fadenkreuze: Der zu beobachtende Stern wird in den Horizontalfaden eingestellt, sein Durchgang durch den Verticalfaden abgewartet und an der Uhr notirt, sodann auch der Kreis abgelesen. Meistens sind jedoch noch zu beiden Seiten des Verticalfadens einige equidistante Seitenfaden gespannt, und notirt man nun

auch die Durchgangszeit des Sternes durch einen derselben, so findet man die Zeit t, welche der Stern nöthig hat, um die Distanz x dieses Fadens vom Mittelfaden zu durchlaufen, und daraus, da sich (s. Fig. 1)

$$\text{Sin } 15\,x : \text{Cos } d = \text{Sin } 15\,t : \text{Sin } 90^0$$

verhält, mit hinlänglicher Annäherung

$$x = \frac{\text{Cos } d}{15 \text{ Sin } 1''} \,.\, \text{Sin } 15\,t \qquad \text{ja noch nahe} \qquad x = t \,.\, \text{Cos } d \qquad 1$$

Ist aber x einmal bestimmt, so findet man für die Zeit t', welche ein anderer Stern der Declination d' braucht, um dieselbe Distanz zurückzulegen

$$\text{Sin } 15\,t' = 15\,x \,.\, \text{Sin } 1'' \,.\, \text{Sec } d' \qquad \text{ja noch nahe} \qquad t' = x \,.\, \text{Sec } d' \qquad 2$$

und hat man daher einen Sterndurchgang an n Faden beobachtet, und bezeichnet Σt die Snmme aller Uhrzeiten, Σf_0 die Summe der östlichen, Σf_w die der westlichen Fadendistanzen, so ist die wahrscheinlichste Durchgangszeit durch den Mittelfaden

$$t = \frac{\Sigma t}{n} + \frac{\Sigma f_0 - \Sigma f_w}{n} \,.\, \text{Sec } d' \qquad 3$$
$$= \text{Fadenmittel} + \text{Fadencorrection}$$

W. Struve hat für den wahrscheinlichen Fehler bei Angabe der Durchgangszeit eines Sternes der Declination d durch einen Faden bei n maliger Vergrösserung die Formel

$$w_n = \sqrt{0^s{,}072^2 + \left(\frac{180}{n}\right)^2 . \, 0{,}016^2 \,.\, \text{Sec}^2 d} \qquad 4$$

aufgestellt, nach welcher z. B. für $d = 0 : w_{180} = 0^s{,}074$ und $w_{30} = 0^s{,}120$, für $d = 88^1/_2{}^0$ aber: $w_{180} = 0^s{,}578$ und $w_{30} = 3^s{,}439$ folgen. Bezeichnet man mit $df = w \,.\, \text{Cos } d \,.\, \sqrt{2}$ den anf die Fadendistanz übergehenden Fehler, so nimmt df obigen 4 Zahlen entsprechend die Werthe $0^s{,}104$, $0^s{,}170$, $0^s{,}023$, $0^s{,}135$ an, so dass wenigstens bei stärkern Vergrösserungen die polaren Sterne zur Bestimmnng der Fadendistanz besonders vortheilhaft sind. — Hat das Fadennetz noch bewegliche Horizontal- und Verticalfaden, um die Coordinaten irgend eines Punctes im Gesichtsfelde gegen das feste Netz bestimmen zu können, so kann man den Werth des Ganges der zugehörenden Schrauben finden, indem man mit derjenigen des Verticalfadens eine der bereits bekannten Fadendistanzen misst. — Um aus der Kreisablesung die scheinbare Zenithdistanz des Sternes erhalten zu können, muss der Zenithpunct des Kreises bestimmt werden. Meist gibt man hiefür nach Bohnenberger's Vorschlage dem Fernrohr annähernd die Richtung nach einem im Nadir aufgestellten Qnecksilbergefässe, beleuchtet (z. B. mit Hülfe eines

vorgesteckten Glimmerblättchens) die Faden intensiv, und misst mit dem beweglichen Faden den Abstand 2α (s. Fig. 2) des festen Horizontalfadens von seinem Spiegelbilde; dann stellt α offenbar die Abweichung der optischen Axe von der Verticalen vor, und ist daher an der betreffenden Kreisablesung anzubringen, um sofort den Nadir und daraus den Zenithpunct zu erhalten. — Stellt man einen Stern schon an einem Seitenfaden ein, so ist die aus der Ablesung am Höhenkreise abgeleitete Zenithdistanz z für den betreffenden Stundenwinkel s und die allfällige Neigung α des Horizontalfadens um

$$\Delta z = \frac{\text{Sin } 2p \,.\, \text{Sin } 1''}{4} \,.\, s^2 + s \,.\, \text{Sin } p \,.\, \text{Tg } \alpha \qquad 5$$

zu corrigiren, wobei sich aber das zweite Glied im Mittel aus correspondirenden Faden hebt.

Für Aufstellung der Formeln 1 dürfte die Hinweisung auf die beistehende Figur genügen, — und aus ihnen folgen die durch 2 und 3 ausgedrückten Regeln ohne Schwierigkeit. — Aus derselben Figur erhält man, wenn $PS' = 90 - d'$ und $15t = s$ gesetzt wird, nach 169 : 2



$$\text{Tg } d = \text{Tg } d' \,.\, \text{Cos } s$$

und somit nach 52 : 1, 2 nahe

$$d = d' - \frac{\text{Sin } 2d'}{\text{Sin } 1''} \text{Tg}^2 \frac{s}{2} = d' - \frac{\text{Sin } 2p \,.\, \text{Sin } 1''}{4} \,.\, s^2$$

Mit Hülfe hievon hat man aber, wenn z die der Declination d entsprechende, z' die aus der Einstellung von S am Seitenfaden abgeleitete Meridianzenithdistanz und Δz die Correction der Letztern bezeichnet,

$$\Delta z = z - z' = \pm \varphi \mp d - (\pm \varphi \mp d') = \pm \frac{\text{Sin } 2p \,.\, \text{Sin } 1''}{4} \,.\, s^2$$

d. h. das erste Glied der Correctionsformel 5, welches somit additiv oder subtractiv ist, je nachdem der Stern südlich oder nördlich vom Zenith culminirt; das zweite Glied von 5 ist wohl für sich klar. — Für die von Gauss gelehrte directe Messung der Fadendistanz auf 289 verweisend, mögen hier noch folgende Beispiele für Anwendung der Formeln 1, 2, 3 und 5 folgen: Am Meridiankreise zu Bern erhielt ich 1854 X 1 bei $\varphi = 46^{\circ}\, 57'$ für α Ursae minoris ($D = + 88^{\circ}\, 35'$):

Faden.	Uhrzeit des Durchganges.	Ablesung am Verticalkreise.	Δz nach 5.	Reducirte Ablesung.
	h m s	° ' "	"	° ' "
I	0 27 0	318 44 25,8	68,9	318 45 34,7
II	39 36	45 4,0	30,0	34,0
III	52 2	45 33,8	7,2	41,0
IV	1 4 2	45 45,1	0,0	45,1
V	16 15	45 40,6	7,5	48,1
VI	28 50	45 21,8	30,9	52,7
VII	41 29	44 48,0	70,5	58,5
				° ' "
			Mittel	318 45 44,9

Aus den aufgeführten Durchgangszeiten von *α* Ursæ minoris folgen für die Fadendistanzen:

f	t	15 t	x nach 1	x im Mittel aus 10 Bestimmungen.	
	s	° ′ ″	s	s	
IV — I	2222	9 15 30	56,615	56,612	112s,715
IV — II	1466	6 6 30	37,445	37,474	
IV — III	720	3 0 0	18,417	18,629	
V — IV	733	3 3 15	18,749	18,802	113s,842
VI — IV	1488	6 12 0	38,004	37,986	
VII — IV	2247	9 21 45	57,246	57,054	
			Fadencorrection	$\frac{1}{2}$ (112,715 — 113,842) Sec d = — 0s,161 . Sec d	

und mit ihrer Hülfe für den ebenfalls 1854 X 1 beobachteten Stern *α* Piscis australis (D = — 30° 24′), wenn fm, fo, m, f, a der Reihe nach Fadenmittel, Fadencorrection, mittlere Durchgangszeit, mittlern Fehler eines Fadendurchganges und Unsicherheit des Mittels bezeichnen, sei es nach 3 durch Correction des Fadenmittels, sei es durch Reduction jedes einzelnen Seitenfadens auf den Mittelfaden:

Faden.	Durchgangszeit.	t′ nach 2	Reducirte Durchgangszeit.
	h m s	s	h m s
I	22 45 39,8	+ 65,6	t = 22 46 45,4
II	46 1,7	+ 43,4	45,1
III	23,3	+ 21,6	44,9
IV	45,0		45,0
V	47 7,0	— 21,8	45,2
VI	29,0	— 44,0	45,0
VII	51,2	— 66,1	45,1
	h m s		h m s
	fm = 22 46 45,29	—. 1,3	m = 22 46 45,10
	fo = — 0,19	$\frac{1,3}{7}$ = 0,19	$f = \pm \sqrt{\Sigma v^2 : (n-1)} = \pm 0^s{,}16$
	m = 22 46 45,10		$a = \pm \sqrt{\Sigma v^2 : n(n-1)} = \pm 0{,}06$

Die Formel 4 ist durch **Struve** in seiner Schrift „Anwendung des Durchgangs-Instruments für die geographischen Ortsbestimmungen. St. Petersburg 1833 in 8.“ gegeben worden, passt aber natürlich nicht für alle Beobachter und alle Verhältnisse in gleicher Weise, wenn auch die im Texte daraus abgeleiteten allgemeinen Resultate bestehen bleiben. So z. B. erhielt ich aus 432 Sterndurchgängen, welche ich im Sommer 1867 für die Längenbestimmung mit Neuenburg und Rigi in Zürich bei Vergrösserung 180 chronographisch an je mindestens 10 Faden beobachtete, für die mittlern Fehler eines Fadenantrittes die in folgender Tafel, wo n die Anzahl der benutzten Sterne bezeichnet, nach den Declinationen geordneten Werthe *f*:

d	n	f	f'	f — f'	z	f''	f — f''
°		° °	°	°	°	°	°
+ 40	18	0,146 ± 0,010	0,111	0,035	7	0,136	0,010
+ 35	6	119 07	111	08	12	133	— 14
+ 30	14	130 08	110	20	17	129	01
+ 25	22	124 08	110	14	22	126	— 02
+ 20	9	119 14	110	09	27	122	— 03
+ 15	59	116 04	110	06	32	119	— 03
+ 10	48	125 05	109	16	37	115	10
+ 5	59	117 04	109	08	42	111	06
0	7	106 08	109	— 03	47	107	— 01
— 5	14	100 07	109	— 09	52	103	— 03
— 10	35	092 04	109	— 17	57	100	— 08
— 15	24	098 05	110	— 12	62	097	01
— 20	48	099 03	110	— 11	67	095	04
— 25	56	095 03	110	— 15	72	093	02
— 30	13	089 05	110	— 21	77	093	— 04
Mittel		0,112 ± 0,006	0,110	—	—	0,112	—
Mittlere Abweichung			—	0,016	—	—	0,006

während die Struve'sche Formel hiefür die nach

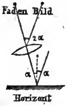
$$f' = \frac{1}{0{,}674} \sqrt{0{,}072^2 + 0{,}016^2 \,.\, \mathrm{Sec}^2\, d}$$

berechneten Werthe f' ergibt, welchen nicht nur eine, sogar die grösste Unsicherheit 0,014 meiner Bestimmungen übersteigende mittlere Abweichnng 0,016 von den f entsprioht, — sondern in welchen sich offenbar eine systematische Verschiedenheit von den f zeigt. Fügt man dagegen in die Formel noch ein dem Cosinus der Zenithdistanz entsprechendes Glied ein, so erhält man aus den f nach der Methode der kleinsten Quadrate

$$f'' = \sqrt{0{,}004064 + 0{,}003048 \,.\, \mathrm{Sec}^2\, d + 0{,}009355 \,.\, \mathrm{Cos}^2\, z}$$
$$= \sqrt{0{,}064^2 + 0{,}055^2 \,.\, \mathrm{Sec}^2\, \delta + 0{,}097^2\, \mathrm{Cos}^2\, z}$$

und nach dieser Formel ergeben sich, wie die obige Tafel zeigt, so gute Uebereinstimmungen, dass ich somit für meine Meridianbeobachtungen die Struve'sche Formel durch

$$w_n = 0{,}674 \,.\, f'' = \sqrt{0{,}043^2 + \left(\frac{180}{n}\right)^2 .\, 0{,}037^2 \,.\, \mathrm{Sec}^2\, d + 0{,}065^2 \,.\, \mathrm{Cos}^2\, z} \qquad 6$$



zu ersetzen hätte. — Die im Texte erläuterte Bestimmung des Zenithpunctes mit Hülfe des Quecksilberhorizontes lehrte **Bohnenberger** in seiner Abhandlung „Neue Methode den Indexfehler eines Höhenkreises zu bestimmen und die Horizontalaxe eines Mittagsfernrohres zu berichtigen ohne Loth oder Libelle (Astr. Nachr. 89, 1826)". Wird der Horizontalfaden durch einen Doppelfaden dargestellt, so ist es am Besten, je das Bild des Einen Fadens mit dem Andern zusammenzubringen, und aus den diesen beiden Stellungen entsprechenden Ablesungen das Mittel zu



nehmen, welches nun ohne weitere Correction die dem Nadir entsprechende Ablesung darstellt. Ist kein Doppelfaden da, so stelle man den beweglichen Faden in die Nähe des Mittelfadens, — drehe das Fernrohr, bis der Mittelfaden die Distanz des beweglichen Fadens von seinem Bilde halbirt, — und lese ab.

341. Die Personalgleichung und der Chronograph. Während ein geübter Beobachter a den Durchgang eines Sternes durch einen Faden mit einer Sicherheit von circa $0^s,1$ zu bestimmen glaubt, kann er gegen einen zweiten b um eine weit grössere Zahl $a - b = p$ differiren. Um diese sog. **Personalgleichung**, welche offenbar aus einem ungleich verspäteten Anffassen mit Auge und Ohr resultirt, zu bestimmen, notiren a und b die Durchgangszeiten α und β zweier Sterne in der Weise, dass a den Stern α entweder an den ersten Faden oder am ersten Tage, den Stern β entweder an den letzten Faden oder am zweiten Tage, — b aber je das Uebrige beobachtet. Man hat dann nämlich entweder

$$\alpha_a = \alpha_b + p \qquad \beta_a = \beta_b + p$$

oder, wenn g den Gang der Uhr bezeichnet,

$$g = \alpha_b + p - \alpha_a \qquad g = \beta_a - (\beta_b + p)$$

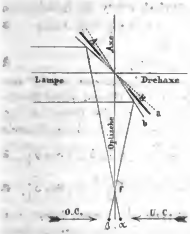
also in beiden Fällen

$$p = \frac{\alpha_a + \beta_a - \alpha_b - \beta_b}{2}$$

Um den Hörfehler zu eliminiren (eigentlich mit dem gegen ihn fast verschwindenden Tastfehler zu vertauschen), hat man in neuerer Zeit unter dem Namen **Chronograph** folgende Einrichtung getroffen: Es geht ein Papierstreifen ohne Ende (oder eine Walze) mittelst eines Räderwerkes an zwei Stiften vorüber, deren jeder mit dem Anker eines Elektromagneten verbunden ist, und somit eine Ausweichung macht, sobald ein Strom durchgeleitet wird, — für den einen durch den Pendelschlag einer Uhr jede Secunde, für den andern durch Niederdrücken eines Tasters im Momente der Beobachtung.

Während man früher von der Personalgleichung keine Ahnung hatte, und noch am Ende des vorigen Jahrhunderts **Maskelyne** eine Beobachtungsdifferenz, welche sich zwischen ihm und einem seiner Gehülfen, Namens **Kinnebrook**, ergab, für eine so unstatthafte Anomalie ansah, dass er jenen Gehülfen trotz seiner übrigen guten Eigenschaften als unbrauchbar entliess, wies **Bessel** von 1820 hinweg an vielen Beispielen nach, dass sie sogar in der Regel zwischen zwei Beobachtern bestehe, — bei Einzelnen einen ganz erheblichen Betrag annehme, und so z. B. **Argelander** im Vergleiche mit ihm einen Durchgang um volle $1^s,2$ zu spät notire. — Den Chronographen, welcher die Personalgleichung zwar nicht hebt, aber aus den im Texte an-

gegebenen Gründen in der Regel wesentlich verkleinert, führten Sears Cook **Walker** (Wilmington in Massachusetts 1806 — East Walnut Hills bei Cincinnati 1853; erst Schullehrer, dann Assistent bei der Küstenvermessung) und William Cranch **Bond** (Falmouth in Maine 1789 — Cambridge U. S. 1859; erst Uhrmacher, zuletzt Director der Sternwarte des Harvard College; Vater von George P. Bond; vergl. Monthly Notices 20) etwa 1848 in die Astronomie ein. Die durch ihn ermöglichte Faden-Vervielfachung (gewöhnlich, ausser dem Mittelfaden, vier Büschel à 5 Faden) bewirkt nach den Untersuchungen des leider viel zu früh verstorbenen Karl Ferdinand **Pape** (Verden 1834 — Altona 1862; Observator in Altona), dass bei **guten** Instrumenten, d. h. bei solchen, wo die Instrumentalfehler gegen die Beobachtungsfehler vernachlässigt werden dürfen, der wahrscheinliche Fehler einer Durchgangsbeobachtung von 0ˢ,055 auf 0ˢ,021 reducirt wird, so dass Eine Beobachtung am Chronographen etwa $(0{,}055:0{,}021)^2 = 7$ alte Beobachtungen aufwiegt; vergl. A. N. 1284—1286. — Um die absolute **Personalcorrection** zu bestimmen, schlug **Hirsch** vor, an der Nachtmire eine Art Pendelapparat anzubringen, an dem ein Schirm mit kleiner Oeffnung beim Vorübergehen vor der Gasflamme einen sich bewegenden Stern darstelle, während das Pendel selbst je beim Durchgehen durch seine Ruhelage eine Stromunterbrechung veranlasse und dadurch ein Chronoskop auslöse; wenn man nun vorerst bei ruhendem Pendel den beweglichen Faden auf den künstlichen Stern einstelle, — sodann das Pendel in Schwingung versetze, — und nun im Augenblicke, wo man den Durchgang des Sternes durch diesen Faden zu sehen glaube, durch Niederdrücken eines Tasters den Strom wieder herstelle, so gebe die Ablesung am Chronoskope unmittelbar die gesuchte Grösse. Er selbst fand auf diese Weise, vergleiche die „Détermination télégraphique de la différence de longitude entre les observatoires de Genève et de Neuchatel par E. **Plantamour** et A. **Hirsch.** Genève 1864 in 4.“, für sich bei einer den equatorealen Sternen entsprechenden Geschwindigkeit die Personalcorrection 0ˢ,151 ± 0,007, — leider aber auch ihre etwelche Veränderlichkeit für denselben Beobachter, so dass eine vollständige Elimination derselben wünschbar wäre, welche z. B. nach „Carl **Braun,** Lehrer der Physik: Das Passagenmikrometer. Leipsig 1865 in 8.“ in folgender Weise geschehen könnte: Es würde ein Verticalfaden **einerseits** eine mechanische, nach der Declination eines Sternes zu regulirende Bewegung erhalten, so dass er, einmal auf den Stern eingestellt, diesem folgen müsste, — und **anderseits** hätte er beim Vorübergange am Mittelfaden auf einen Augenblick einen galvanischen Strom zu schliessen, d. h. ein Zeichen am Chronographen zu geben. — Auf die Bestimmung der Personalgleichung zweier Beobachter von etwas verschiedener Sehweite wird, namentlich bei Anwendung der ersten der im Texte gelehrten Methoden und bei Beleuchtung des Gesichtsfeldes mittelst einem durchbrochenen Reflector, auch **der** Umstand einen wesentlichen Einfluss ausüben, dass das Ocular höchstens für den Einen der beiden Beobachter richtig ajüstirt werden kann, — vergl. meine betreffenden Untersuchungen in Nr. 25 und 26 meiner astronomischen Mittheilungen (Viertelj. der naturf. Ges. in Zürich 1869—1870): Steht nämlich der Reflector so, dass er mit der Drehaxe, durch welche das Lampenlicht einfällt, und mit der optischen Axe gleiche Winkel bildet, so bleibt das Gesichtsfeld beinahe dunkel, und er muss somit etwas nach a oder b gedreht werden, damit das von A oder B reflectirte Licht in die Gegend des Fadens f gelangen kann. Hat das Ocular seine normale Stellung,



so bleibt diese seitliche Beleuchtung ohne Einfluss; ist dagegen für den Einen Beobachter das Ocular etwas zu weit ausgezogen, so wird das Bild von f, je nachdem die Stellung a oder b gebraucht wird, in α oder β entstehen, also ein in eberer Culmination durchgehender Stern, je grösser die Declination ist, um so mehr, zu spät oder zu früh am Faden gesehen werden, — und umgekehrt bei etwas zu weit eingestossenem Ocular oder bei unterer Culmination; um eben so viel aber (bei 0,2 bis 2ˢ für equatoreale oder polare Sterne) wird die Personalgleichung gefälscht werden, ausgenommen, es werde bei beiden Stellungen des Spiegels beobachtet, und aus den Resultaten das Mittel genommen. Es unterliegt keinem Zweifel, dass manche bisanhin bei solchen Bestimmungen vorgekommene Anomalieen sich nicht gezeigt hätten, wenn diese Verhältnisse, von denen allerdings vor mir nur Francesco **Carlini** (Mailand 1783 — Mailand 1862; Director der Sternwarte zu Mailand) in den „Effemeridi di Milano per 1819" eine etwelche Andeutung gegeben zu haben scheint, berücksichtigt worden wären. — Vergl. auch „C. **Wolf**, Observator in Paris: Recherches sur l'équation personelle dans les observations de passages, sa détermination absolue, ses lois et son origine (Aunales de l'Observ. de Paris: Mémoires VIII), — **Radau**, Ueber die persönlichen Gleichungen bei Beobachtungen derselben Erscheinungen durch verschiedene Beobachter (Carl's Repert. Bd. 1—2), — etc."

342. Bestimmung der Grösse und des Einflusses der Fehler. Auch bei sorgfältig aufgestelltem Meridiankreise hat man anzunehmen, dass der in Verlängerung der Axe liegende sog. **Westpunct** des Instrumentes nicht genau mit dem eigentlichen Westpuncte zusammenfalle, also die von ihm mit Pol, Zenith und Meridian bestimmten Bogen und Winkel um kleine Grössen a, b, m, n von 90° abweichen werden, — und dass ferner der von der optischen Axe mit der Drehaxe gebildete Winkel ebenfalls eine von 90° etwas verschiedene Grösse 90° — c haben werde. Theilweise um diese kleinen Fehler bestimmen, namentlich aber um sie in Rechnung bringen zu können, erhalten wir vorerst aus Dreieck PSW (s. Fig. 1) die Beziehung

$$\text{Sin}\, c = \text{Sin}\, n \,.\, \text{Sin}\, \delta + \text{Cos}\, n \,.\, \text{Cos}\, \delta \,.\, \text{Sin}\, (\tau \pm m) \qquad \mathbf{1}$$

wo das untere Zeichen für untere Culminationen gültig ist, und hieraus folgt, da neben c, m, n auch τ eine kleine Grösse ist, sehr nahe

$$\tau = c \,.\, \text{Sec}\, \delta - n \,.\, \text{Tg}\, \delta \mp m \qquad \mathbf{2}$$

Auf ähnliche Weise erhält man aus Dreieck PZW die Beziehungen

$$n = b \cdot \text{Sin}\,\varphi - a \cdot \text{Cos}\,\varphi \qquad b = n \cdot \text{Sin}\,\varphi + m \cdot \text{Cos}\,\varphi \qquad \mathbf{3}$$

und aus ihnen durch Elimination von n

$$m = b \cdot \text{Cos}\,\varphi + a \cdot \text{Sin}\,\varphi \qquad \mathbf{4}$$

Bezeichnet man durch T die (für untere Culminationen um 12^h vermehrte) Rectascension des Sternes, durch t die Uhrzeit seines Durchganges durch den Mittelfaden, und durch Δt die Correction der Uhr gegen Sternzeit, so hat man mit Hülfe von 2—4 die Formeln

$$T = t + \Delta t \mp \frac{\tau}{15} = t + \Delta t + \frac{1}{15}\left[m \pm n\,\text{Tg}\,\delta \mp c\,\text{Sec}\,\delta\right] \qquad \mathbf{5}$$

$$= t + \Delta t + \frac{1}{15}\left[a\,\frac{\text{Sin}\,(\varphi \mp \delta)}{\text{Cos}\,\delta} + b\,\frac{\text{Cos}\,(\varphi \mp \delta)}{\text{Cos}\,\delta} \mp c\,\text{Sec}\,\delta\right] \qquad \mathbf{6}$$

von denen 5 **Bessel**'sche, 6 aber **Mayer**'sche Formel heisst, und bei welchen man das untere Zeichen durch die Regel ersetzen kann, dass für untere Culminationen die Declination des Sternes in ihr Supplement übergehe. — Die Constanten a, b, c, aus denen sodann m und n nach 3 und 4 berechnet werden können, bestimmt man am Besten auf folgende Weise: Man beobachtet die Durchgangszeiten t', t'' und t''' eines polaren Sternes (T', δ'), seines Spiegelbildes in einem passend aufgestellten Quecksilberhorizonte, und eines equatorealen Sternes (T'', δ''), — ferner die Abweichung 2β des Mittelfadens von seinem Spiegelbilde im Nadirhorizonte (340), — endlich vor Beginn und nach Beendigung dieser Operationen das Niveau, um sich des unveränderten Standes des Instrumentes zu vergewissern, — und hat sodann nach 6

$$T' = t' + \Delta t + \frac{1}{15}\left[a\,\frac{\text{Sin}\,(\varphi \mp \delta')}{\text{Cos}\,\delta'} + b\,\frac{\text{Cos}\,(\varphi \mp \delta')}{\text{Cos}\,\delta'} \mp c\,\text{Sec}\,\delta'\right] \qquad \mathbf{7}$$

$$= t'' + \Delta t + \frac{1}{15}\left[a\,\frac{\text{Sin}\,(\varphi \mp \delta')}{\text{Cos}\,\delta'} - b\,\frac{\text{Cos}\,(\varphi \mp \delta')}{\text{Cos}\,\delta'} \mp c\,\text{Sec}\,\delta'\right] \qquad \mathbf{8}$$

$$T'' = t''' + \Delta t + \frac{1}{15}\left[a\,\frac{\text{Sin}\,(\varphi - \delta'')}{\text{Cos}\,\delta''} + b\,\frac{\text{Cos}\,(\varphi - \delta'')}{\text{Cos}\,\delta''} - c\,\text{Sec}\,\delta''\right] \qquad \mathbf{9}$$

und überdiess $\qquad b + c = \beta \qquad$ **10**

Aus 7 und 8 ergibt sich

$$b = \frac{15\,(t'' - t')\,\text{Cos}\,\delta'}{2\,\text{Cos}\,(\varphi \mp \delta')} \qquad \mathbf{11}$$

und aus 10 sodann c, so dass t' und t''' für b und c verbessert werden können; gehen sie aber dadurch in τ' und τ'' über, so geben 7 und 9

$$a = \frac{15\,[T' - \tau' - (T'' - \tau'')]\,\text{Cos}\,\delta'\,\text{Cos}\,\delta''}{\text{Cos}\,\varphi \cdot \text{Sin}\,(\delta'' \mp \delta')} \qquad \mathbf{12}$$

und schliesslich kann mit Hülfe dieses Werthes aus 9 auch noch Δt erhalten werden. Kennt man aber Δt und die Constanten, so dienen 5 oder 6 offenbar zur wirklichen Rectascensionsbestimmung aus der Durchgangszeit. — Die entsprechende Declinationsbestimmung ergibt sich aus 331, 332 und 340; einzig bleibt noch Einfluss und Bestimmung der sog. **Durchbiegung** des Fernrohrs zu behandeln: Kann man bei Letzterm, das bei seiner gewöhnlichen Zusammensetzung equilibrirt ist, Ocularkopf A und Objectivkopf B verwechseln, so lässt sich die einzig maassgebende Biegungsdifferenz β der beiden Rohrhälften direct bestimmen, da man zunächst (s. Fig. 2)

$$a . A = b . B \quad \text{oder} \quad a : b = B : A \qquad \mathbf{13}$$

hat. Ferner ist nach den Lehren der Mechanik die Biegung dem Gewichte und der dritten Potenz der Länge des Armes proportional zu setzen, also hat man, wenn α ein Erfahrungsfactor ist, für die gewöhnliche Zusammensetzung mit Hülfe von 13

$$\beta_1 = \alpha (A . a^3 - B . b^3) = \alpha b^3 (A . \frac{B^3}{A^3} - B) \qquad \mathbf{14}$$

und nach Umtausch

$$\beta_2 = \alpha (B . a^3 - A . b^3) = \alpha b^3 (B . \frac{B^3}{A^3} - A) \qquad \mathbf{15}$$

folglich

$$\beta_1 + \beta_2 = \alpha b^3 (A + B) (\frac{B^3}{A^3} - 1) \qquad \mathbf{16}$$

Endlich hat man, wenn e und 180 + e die für einen Gegenstand der Zenithdistanz z ohne Biegung **vor** und **nach** Umtausch nöthigen Einstellungen, α_1 und α_2 aber die von der Biegung verdorbenen Ablesungen sind (s. Fig. 3),

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= e + \beta_1 \operatorname{Sin} z \\ \alpha_2 &= 180^0 + e - \beta_2 \operatorname{Sin} z \end{aligned} \qquad \mathbf{17}$$

(wo die β für nördliche Objecte das Zeichen ändern), und hieraus

$$\beta_1 + \beta_2 = (180 + \alpha_1 - \alpha_2) \operatorname{Cosec.} z \qquad \mathbf{18}$$

Man kann daher nach 18, 16, 14, 15 successive $\beta_1 + \beta_2$, αb^3, β_1 und β_2 berechnen, und sodann nach 17 aus einer Ablesung α die eigentliche Einstellung e finden.

Die unter 6 enthaltene Mayer'sche Formel, deren Ableitung unter Hinweisung auf beistehende Figur vollständig im Texte gegeben ist, wurde zuerst von Tobias **Mayer** in der 1756 der Göttinger-Academie vorgetragenen, aber erst in seinen durch **Lichtenberg** besorgten „Opera inedita. Vol. I. Gottingæ 1775 in 4." publicirten Abhandlung „Observationes astronomicæ quadrante murali habitæ in Observatorio Gottingensi" aufgestellt, — mit dem einzigen Unterschiede,



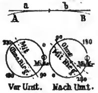
dass **Mayer** c in entgegengesetztem Sinne zählte, um allen Gliedern gleiches Zeichen geben zu können, während **ich** vorzog, alle drei Correctionen gleichmässig als Abzüge von 90° einzuführen. Die von **Bessel** in Gebrauch genommene Abänderung 5 der Mayer'schen Formel bietet in dem Falle, wo für eine längere Beobachtungsreihe dieselben Constanten gelten, einigen Vortheil, und ebenso die von **Hansen** vorgeschlagene Form

$$T = t + \Delta t + \frac{1}{15}\left[b \cdot \operatorname{Sec}\varphi \pm n\,(\operatorname{Tg}\delta \mp \operatorname{Tg}\varphi) \mp c \cdot \operatorname{Sec}\delta\right] \qquad \mathbf{19}$$

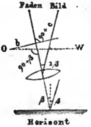
welche aus 5 hervorgeht, wenn man nach 3

$$m = b \cdot \operatorname{Sec}\varphi - n \cdot \operatorname{Tg}\varphi \qquad \mathbf{20}$$

setzt. — Die Idee, Objectiv und Ocular zur Bestimmung der Durchbiegung vertauschbar zu machen, besprach **Repsold** (s. Zürch. Viertelj. 1870) schon 1825 in einem Briefe an **Horner**. Bei ihrer, im Texte näher beschriebenen Anwendung, darf jedoch nicht vergessen werden, vor und nach jeder Umsetzung den Nadirpunct zu bestimmen, und die allfällige Veränderung desselben in Rechnung zu bringen, da ganz abgesehen von der Biegung und auch bei sorgfältigster Construction die optische Axe durch solche Umsetzung immer ein wenig verlegt wird.

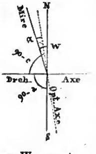


— Die im Texte zur Bestimmung der Collimation verwendete 10 ergibt sich aus beistehender Figur ohne Schwierigkeit. Häufig wird aber auch c bestimmt, indem man während der Culmination eines sehr nördlichen Sternes das Instrument in den Lagern umlegt (wodurch c sein Zeichen ändert), und aus den Durchgangszeiten t' und t'', welche man aus den vor und nach dem Umlegen beobachteten Fadendurchgängen erhält, c nach der aus 6 sofort folgenden Formel



$$c = \pm 15 \cdot \frac{t' - t''}{2} \cdot \operatorname{Cos}\delta \qquad \mathbf{21}$$

berechnet, — zuweilen auch aus der halben Differenz der Abstände, welche der Mittelfaden vor und nach dem Verwechseln von Ocular und Objectiv von einer Meridian-Marke zeigt. Letztere Methode macht jedoch nothwendig, der Veränderung der Collimation durch die Verwechslung Rechnung zu tragen, welche von sehr bedeutendem Betrage sein kann, wie folgende Probe am Ertel'schen Meridiankreise der Zürcher-Sternwarte zeigen mag: Bezeichnen nämlich $\alpha_1\,\alpha_2\,\alpha_3\,\alpha_4$ die Distanzen der etwas westlich von N gelegenen Nachtmire vom Mittelfaden bei gewöhnlicher Beschaffenheit des Instrumentes, nach Umlegen, nach Verwechslung und nach Rücklegen, c und c' aber die Collimationen vor und nach Wechsel, so hat man



$$\alpha_1 = W - a - c \qquad \alpha_2 = W - a + c \qquad \alpha_3 = W - a - c' \qquad \alpha_4 = W - a + c'$$

und somit

$$c = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \qquad c' = \frac{\alpha_4 - \alpha_3}{2} \qquad c - c' = \alpha_2 - \alpha_4 = \alpha_3 - \alpha_1$$

$$c = \frac{\alpha_4 - \alpha_1}{2} + \frac{c - c'}{2} \qquad c + c' = \alpha_2 - \alpha_3 = \alpha_4 - \alpha_1 \qquad \mathbf{22}$$

Nun erhielt ich an besagtem Instrumente 1867 II 1

$$\alpha_1 = 11'',3 \qquad \alpha_2 = 25'',6 \qquad \alpha_3 = 33'',8 \qquad \alpha_4 = 11'',0$$

also

$$c = 6'',9 \qquad c' = -11'',4 \qquad c - c' = 18'',3 \qquad c + c' = -4'',5$$

so dass also wirklich ein bedeutender Unterschied zwischen c nnd c' statt hatte. Ferner fand ich zwei Tage später $\alpha_1 = 12'',0$ und $\alpha_4 = 7'',6$ nnd daraus, das frühere $c - c'$ als eine muthmasslicbe Constante benutzend, nach 22

$$c = \frac{7,6 - 12,0 + 18,3}{2} = 6'',95 \qquad \text{anstatt} \qquad c = 7'',13$$

welcbes Letztere sich an demselben Tage aus den Ahleenngen $h + c = 5'',83$ am Nadirhorizonte nnd $b = -1'',30$ am Nivean ergeben batte, — so dass die beiden Methoden eine erfreulicbe Uebereinstimmung gaben. — Die Grösse a kann auch nnabhängig von genaner Kenntniss der Position der Sterne nnd des Uhrganges bestimmt werden, wenn man einen Circum-Polarstern in drei anf einander folgenden Culminationen (z. B. O, U, O) beobachtet; Bezeichnen nämlich t', t'' nnd t''' die erhaltenen, hereits für b nnd c corrigirten Durchgangszeiten, ΔT die tägliche Veränderung der Rectascension nnd g den täglichen Gang der Uhr, so bat man nach 6

$$T = t' + \Delta t + \frac{a}{15} \cdot \frac{\text{Sin}(\varphi - \delta)}{\text{Cos}\,\delta}$$

$$T + 12^h + \tfrac{1}{2} \cdot \Delta T = t'' + \Delta t + \tfrac{1}{2} g + \frac{a}{15} \cdot \frac{\text{Sin}(\varphi + \delta)}{\text{Cos}\,\delta}$$

$$T + 24 + \Delta T = t''' + \Delta t + g + \frac{a}{15} \cdot \frac{\text{Sin}(\varphi - \delta)}{\text{Cos}\,\delta}$$

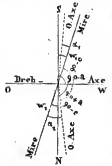
und hieraus folgt

$$0 = t''' + t' - 2t'' + \frac{2a}{15} \cdot \frac{\text{Sin}(\varphi - \delta) - \text{Sin}(\varphi + \delta)}{\text{Cos}\,\delta}$$

oder

$$a = 15 \cdot \frac{t''' + t' - 2t''}{4\,\text{Cos}\,\varphi} \cdot \text{Ctg}\,\delta \qquad \textbf{23}$$

wobei freilich vorausgesetzt ist, man habe sich durch Mirenablesungen versicbert, dass sich a im Verlaufe des Tages nicht merklicb veränderte. — Hat man einmal die Grössen a nnd c gut bestimmt, nnd nahe gleichzeitig mit dem beweglichen Faden die Distanzen α zweier in Nord und Süd aufgestellter Meridianzeichen oder der Faden zweier sog. **Collimatoren**, d. b. zweier zu beiden Seiten des Instrumentes einander gegenübergestellter Fernröhren, vom Mittelfaden gemessen, so hat man offenbar die Azimuthe der Miren oder Collimatoren



$$w_1 = \alpha_1 - a + c \qquad w_2 = \alpha_2 - a - c$$

und sind einmal diese bekannt, so kann man rückwärts aus den jeweilen gemessenen α nach den Formeln

$$a = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} - \frac{w_1 + w_2}{2} \qquad c = \frac{w_1 - w_2}{2} - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \qquad \textbf{24}$$

die Grössen a nnd c unter der Voraussetzung einer hinreichenden Stabilität der Miren oder Collimatoren finden. — Für genanere Operationen ist die den Tafeln entnommene Rectascension je noch um das Betreffniss der täglichen Aberration (s. 405) zu vermehren, welches für die Culmination gleich $\pm 0'',3113 \cdot \text{Cos}\,\varphi \cdot \text{Sec}\,\delta$ (für Zürich gleich $\pm 0'',2108 \cdot \text{Sec}\,\delta = \pm 0^s,014 \cdot \text{Sec}\,\delta$) gesetzt werden kann,

wo das obere und untere Zeichen der obern und untern Culmination entsprechen; da der Factor Sec δ derselbe ist wie bei der Collimation c, so kann man sich einfach die Regel merken, diese Letztere um die Aberrationsconstante (für Zürich also um $0^s,014$) zu vermehren. — Als Beispiel für die Anwendung obiger Formeln und Regeln mag Folgendes dienen: Für die untere Culmination von α Ursæ minoris ($1^h\,10^m\,43^s,834$; $+88^0\,35'\,46''$) ergab sich 1867 VII 8 am Zürcher-Meridiankreise ($\varphi = 47^0\,22'\,40''$) die Durchgangszeit

$$t' = 13^h\,0^m\,12^s,830 \qquad \text{für die seines Bildes} \qquad t'' = 12^h\,59^m\,26^s,850$$

und endlich für α Serpentis ($15^h\,37^m\,45^s,282$; $+6^0\,50'\,52''$)

$$t''' = 15^h\,27^m\,38^s,781$$

Ferner wurde am Nadir-Horizonte $b + c = 6'',58$ gefunden. Aus diesen Daten erhält man für

$$\alpha \text{ Urs. min.} \quad \frac{\text{Sin}(\varphi+\delta)}{\text{Cos}\,\delta} = 28,367 \qquad \frac{\text{Cos}(\varphi+\delta)}{\text{Cos}\,\delta} = -29,348 \qquad \text{Sec}\,\delta = 40,816$$

$$\alpha \text{ Serpent.} \quad \frac{\text{Sin}(\varphi-\delta)}{\text{Cos}\,\delta} = 0,655 \qquad \frac{\text{Cos}(\varphi-\delta)}{\text{Cos}\,\delta} = 0,765 \qquad \text{Sec}\,\delta = 1,007$$

und somit nach 11 und 10

$$b = 15 \cdot \frac{46,480}{2 \cdot 29,348} = 11'',88 = 0^s,792, \quad c = 6'',58 - 11'',88 = -5'',30 = -0^s,353$$

oder, wenn die tägliche Aberration nach oben mit $0^s,014$ zugeschlagen wird,

$$c' = -0^s,339$$

Man erhält somit für α Ursæ minoris und α Serpentis nach 7 und 9

$$13^h\,10^m\,43^s,884 = 13^h\,0^m\,12^s,830 + \Delta t + a \cdot 28,367 - 0^s,792 \cdot 29,348 - 0^s,339 \cdot 40,816$$
$$15\;37\;45,282 = 15\;27\;38,781 + \Delta t + a \cdot 0,655 + 0,792 \cdot 0,765 + 0,339 \cdot 1,007$$

oder

$$11^m\,8^s,065 = \Delta t + a \cdot 28,367 \qquad 10^m\,5^s,604 = \Delta t + a \cdot 0,655$$

also

$$a = 2^s,254 \qquad \Delta t = +10^m\,4^s,128$$

Aehnliche Bestimmungen wurden durch Combinationen anderer Sterne mit dem Polarsterne erhalten, und daraus im Mittel

$$a = 2^s,225 \qquad \Delta t = +10^m\,4^s,147$$

angenommen. — Aus den erst erhaltenen Werthen folgen nach 3 und 4

$$n = 0,792 \cdot 0,736 - 2,254 \cdot 0,677 = -0^s,943$$
$$m = 0,792 \cdot 0,677 + 2,254 \cdot 0,736 = +2,195$$

Hat man b und c bestimmt, so kann man übrigens auch n mit Umgehung von a direct nach 5 berechnen; denn schreibt man 5 für beide Sterne auf und subtrahirt, so erhält man

$$n = 15 \cdot \frac{T' - t' \pm c \cdot \text{Sec}\,\delta' - (T'' - t'' + c\,\text{Sec}\,\delta'')}{\pm \text{Tg}\,\delta' - \text{Tg}\,\delta''}$$ **25**

$$= \frac{10^m\,44^s,821 - 10^m\,6^s,210}{-40,804 - 0,120} = -0^s,943$$

und sodann nach 20

$$m = 0,792 \cdot 1,477 + 0,943 \cdot 1,087 = +2^s,194$$

somit also ganz die obigen Werthe. — Die frühere Meinung, dass, wenn einmal ein sog. festes Instrument gut verificirt worden sei, von den Correctionen Umgang genommen werden könne, oder wenigstens die sog. Constanten a, b, c höchstens nach längern Zwischenräumen neuer Bestimmung bedürfen, ist längst

durch die Erfahrung widerlegt, — ja es sind dieselben an jedem ernstlichen Beobachtungsabend mindestens Ein Mal auszumitteln, — b sogar zu Anfang und Ende jeder Serie. Die Variationen, welche diese Constanten erleiden, scheinen zum Theil an kürzere Perioden gebunden, — so z. B. findet man bei b eine der täglichen Bewegung der Sonne entsprechende kleine Schwankung; aber es zeigen sich auch solche mit längern Perioden: So hat **Hirsch** in einer Note „Sur des mouvements observés dans les piliers de la lunette méridienne de Neuchatel (Bull. de Neuch. VIII 171—179)" nachgewiesen, dass sogar in Neuenburg, wo doch die Pfeiler direct auf den Kalkfelsen aufgesetzt sind, Bewegungen vorkommen. Das Azimuth variirte von 1859—1868 so, wie wenn in jedem Winter die optische Axe sich durchschnittlich um 37",3 (0",24 per Tag) von Süd nach Ost drehen, oder das Westende der Rotationsaxe sich um $0{,}1^{mm}$ nach Süden deplaciren würde, — und im Sommer eine Bewegung von $37'',7 = 0{,}1^{mm}$ in entgegengesetztem Sinne statt hätte; die Neigung der Drehaxe veränderte sich, mit Ausnahme von wenigen kleinen Anomalieen, beständig so, wie wenn der Westpfeiler langsam sinken würde, — im Ganzen um $3'\ 33'',645 = 1^{mm},036$, oder per Jahr um $23'',068 = 0^{mm},112$.

XXXVI. Die Bestimmungen ausserhalb des Meridianes.

348. Die Bestimmung der Zeit. Stehen bereits einzelne nach Rectascension (a) und Declination (d = 90 — p) bekannte Sterne zur Verfügung, und kennt man von Uhrcorrection, Azimuth eines terrestrischen Gegenstandes und Polhöhe wenigstens die Einen annähernd, so kann man die Uebrigen, ohne sich ausschliesslich an den Meridian zu halten, auf verschiedene Weise genauer bestimmen. So z. B. kann man unter Voraussetzung der Polhöhe eine Zeitbestimmung, d. h. die Correction der im Momente der Beobachtung notirten Uhrzeit erhalten, wenn man die Höhe (h = 90 — z) eines bekannten Sternes misst, sodann s nach der aus dem Dreiecke Pol-Zenith-Stern folgenden Formel

$$\mathrm{Tg}\,\frac{s}{2} = \sqrt{\frac{\mathrm{Sin}\,(\varphi - g)\,\mathrm{Sin}\,(d - g)}{\mathrm{Cos}\,g\,.\,\mathrm{Cos}\,(z + g)}} \qquad \text{wo} \qquad g = \frac{\varphi + d - z}{2} \qquad \mathbf{1}$$

und daraus die Sternzeit t = a + s der Beobachtung berechnet, — nur hat man, weil (336 : 6)

$$d\,s = \frac{d\,z}{\mathrm{Sin}\,w\,.\,\mathrm{Cos}\,\varphi} - \frac{\mathrm{Ctg}\,w\,.\,d\,\varphi}{\mathrm{Cos}\,\varphi} \qquad \mathbf{2}$$

folgt, bei der Beobachtung die Nähe des Meridianes zu vermeiden. — Eine andere Methode der Zeitbestimmung unter gleicher Voraussetzung besteht darin, dass man die Uhrzeiten t_1 und t_2 der Durchgänge zweier bekannten Sterne durch denselben, wenn auch unbekannten Vertical des Azimuths w oder $180^0 + w$ beobachtet. Setzt man nämlich

$$\text{Sin}\,(d_2 + d_1)\,\text{Sin}\,\frac{s_2 - s_1}{2} = m\,\text{Sin}\,M$$

$$\text{Sin}\,(d_2 - d_1)\,\text{Cos}\,\frac{s_2 - s_1}{2} = m\,\text{Cos}\,M \tag{3}$$

so erhält man mit Hülfe von 336 : 4, 1

$$\text{Sin}\left(M - \frac{s_2 - s_1}{2}\right)\text{Tg}\,\varphi = \text{Sin}\left(M - \frac{s_2 + s_1}{2}\right)\text{Tg}\,d_1 \tag{4}$$

während, wenn n die in Tagen ausgedrückte Zwischenzeit der beiden Beobachtungen, und g den Gang der Uhr bezeichnet,

$$s_1 = t_1 + \Delta t - a_1 \qquad s_2 = t_2 + \Delta t + n\,g - a_2 \tag{5}$$

$$s_2 - s_1 = t_2 - t_1 - (a_2 - a_1) + n\,g \tag{6}$$

ist. Man kann daher nach 6, 3, 4 successive $s_2 - s_1$, M und $s_2 + s_1$, also auch s_1 und sodann Δt nach 5 berechnen, so z. B. sogar ohne Instrumente die Uhrcorrection finden, indem man sich zu einem Lothfaden so stellt, dass er den Polarstern deckt, und nun den Moment abpasst, wo ein der untern Culmination naher Stern ebenfalls hinter ihn tritt. Da aber mit Hülfe von 336 : 6, wenn die Fehler der Sternpositionen vernachlässigt werden,

$$d\,(\Delta t) = \frac{\text{Tg}\,w}{\text{Cos}\,\varphi}\,.\,d\varphi + \frac{\text{Sin}\,z_1\,\text{Sin}\,z_2\,[d\,w + \text{Sin}\,\varphi\,.\,d\,(t_2 - t_1)]}{\text{Sin}\,(z_2 \mp z_1)\,\text{Cos}\,\varphi\,\text{Cos}\,w} - \frac{\text{Cos}\,z_1\,\text{Sin}\,z_2\,d\,t_1 \mp \text{Cos}\,z_2\,\text{Sin}\,z_1\,d\,t_2}{\text{Sin}\,(z_2 \mp z_1)} \tag{7}$$

folgt, wo d w den Unterschied der beiden Azimuthalfehler bezeichnet, und das obere oder untere Zeichen gilt, je nachdem der zweite Stern in dem Azimuthe w des ersten oder in einem um 180° grössern Azimuthe beobachtet ist, so erzeigt sich, dass nach dieser Methode nur in der Nähe des Meridianes eine gute Zeitbestimmung erhältlich ist, und die Sterne so zu wählen sind, dass sie bald nach einander in möglichst verschiedener Höhe durch den Vertical gehen. — Eine dritte, besonders bei Anwendung des Sextanten und auf Reisen zu empfehlende Methode besteht darin, dass man die Uhrzeiten t_1 und t_2 notirt, zu denen ein Stern der Rectascension a vor und nach der Culmination dieselbe, wenn auch unbekannte, Höhe hat, und sodann nach

$$\Delta t = a - \frac{1}{2}\,(t_1 + t_2) \tag{8}$$

die Uhrcorrection sucht. Es ist hiebei zweckmässig, die Nähe des Meridianes zu vermeiden, und die Beobachtung zu vervielfältigen.

Da man aus der Höhe eines bekannten Sternes nach 1 leicht die Zeit berechnet, so kann eine solche Höhe auch als Surrogat für eine Zeitangabe gelten; auf diese Weise zeichnete z. B. **Ibn Junis** auf, es habe 978 VI 8 zu Cairo eine Sonnenfinsterniss begonnen, als die Sonne in 56° Höhe stand,

und aufgehört, als die Höhe noch 26° betragen habe. — Ich erhielt 1861 VI 20 auf dem damals für die neue Sternwarte in Zürich kurz vorher ausgewählten Terrain ($\varphi = 47° 23'$) zur Uhrzeit $14^h\ 50^m$ für Regulus ($10^h\ 1^m$; $+ 12°\ 39'$) die scheinbare Zenithdistanz $68°\ 48\frac{1}{2}'$; also war nach 1 (unter Annahme von $2\frac{1}{2}'$ für die Refraction) $s = 72° 23' = 4^h\ 50^m$, oder es betrug die Uhrcorrection $10^h\ 1^m + 4^h\ 50^m - 14^h\ 50^m = + 1^m$. Ferner folgt z. B. nach 2 für Zürich ($\varphi = 47° 23'$) und den ersten Vertical ($w = 90°$) die Unsicherheit in Bestimmung des Stundenwinkels $ds = 1{,}47668 \cdot dz$, — so dass schon mit dem Diopterlineal des Messtisches ($dz = 2\frac{1}{2}'$) eine bis auf $ds = 3\frac{3}{4}' = 15^s$ genaue Zeitbestimmung erhältlich ist. — Nach 336 : 4, 1 hat man für zwei Sterne, wenn sie durch das Azimuth w oder $180 + w$ gehen,

$$\text{Ctg}\, w \cdot \text{Sin}\, s_1 = \text{Cos}\, s_1 \cdot \text{Sin}\, \varphi - \text{Tg}\, d_1 \cdot \text{Cos}\, \varphi \qquad \textbf{9}$$

$$\text{Ctg}\, w \cdot \text{Sin}\, s_2 = \text{Cos}\, s_2 \cdot \text{Sin}\, \varphi - \text{Tg}\, d_2 \cdot \text{Cos}\, \varphi \qquad \textbf{10}$$

und hieraus, wenn man $9 \cdot \text{Sin}\, s_2 - 10 \cdot \text{Sin}\, s_1$ bildet,

$$\text{Sin}\,(s_2 - s_1) \cdot \text{Sin}\, \varphi = (\text{Tg}\, d_1 \cdot \text{Sin}\, s_2 - \text{Tg}\, d_2 \cdot \text{Sin}\, s_1)\ \text{Cos}\, \varphi \qquad \textbf{11}$$

Anderseits ergeben $3^a \cdot \text{Cos}\ \frac{1}{2}(s_2 + s_1) - 3^b \cdot \text{Sin}\ \frac{1}{2}(s_2 + s_1)$ und $3^a \cdot \text{Cos}\ \frac{1}{2}(s_2 - s_1) - 3^b \cdot \text{Sin}\ \frac{1}{2}(s_2 - s_1)$

$$m \cdot \text{Sin}\left(M - \frac{s_2 + s_1}{2}\right) = \text{Cos}\, d_1\ \text{Cos}\, d_2\ (\text{Tg}\, d_1\ \text{Sin}\, s_2 - \text{Tg}\, d_2\ \text{Sin}\, s_1)$$

$$m \cdot \text{Sin}\left(M - \frac{s_2 - s_1}{2}\right) = \text{Sin}\, d_1\ \text{Cos}\, d_2\ \text{Sin}\,(s_2 - s_1) \qquad \textbf{12}$$

und durch Substitution aus 12 in 11 geht ohne weiteres 4 hervor. — In Zürich ($\varphi = 47° 23'$) wurde 1859 II 21 um $10^h\ 58^m$ Uhrzeit α Cephei ($21^h\ 15^m{,}2$; $+ 61°\ 59'$) unter α Ursæ minor. ($1^h\ 6^m{,}9$; $+ 88°\ 34'$) gesehen, und hieraus folgt nach 3—6: $M = 148° 42'$ und $\Delta t = - 1^h\ 58^m$ als Correction auf Sternzeit. — Streng genommen wird man aber wegen den Aufstellungsfehlern des Instrumentes nie ganz genau beide Sterne in demselben Verticale beobachten, sondern es werden z. B. w_1 und w_2 die nahe gleichen oder nahe um 180° verschiedenen Azimuthe sein, und für diese gibt 336 : 6, wenn $dp = 0$ gesetzt wird,

$$d w_1 = \frac{\text{Cos}\, v_1 \cdot \text{Sin}\, p_1}{\text{Sin}\, z_1} \cdot d s_1 - \text{Sin}\, w_1 \cdot \text{Ctg}\, z_1 \cdot d\varphi \qquad \textbf{13}$$

$$d w_2 = \frac{\text{Cos}\, v_2 \cdot \text{Sin}\, p_2}{\text{Sin}\, z_2} \cdot d s_2 - \text{Sin}\, w_2 \cdot \text{Ctg}\, z_2 \cdot d\varphi \qquad \textbf{14}$$

Hieraus folgt aber, wenn man (13—14) $\text{Sin}\, z_1\ \text{Sin}\, z_2$ bildet, sowie berücksichtigt, dass nur ein Unterschied dw der beiden Azimuthalfehler von Einfluss sein kann, und w_2 entweder gleich w_1 oder gleich $180 + w_1$ sein muss,

$$\text{Sin}\, z_1 \cdot \text{Sin}\, z_2 \cdot d w = \text{Cos}\, v_1 \cdot \text{Sin}\, p_1 \cdot \text{Sin}\, z_2 \cdot d s_1 - \text{Cos}\, v_2\ \text{Sin}\, p_2\ \text{Sin}\, z_1 \cdot d s_2$$
$$- \text{Sin}\, w \cdot \text{Sin}\,(z_2 \mp z_1) \cdot d\varphi$$

oder, da nach 5 für $da = 0$ und nach 336 : 5

$$d s_1 = d t_1 + d(\Delta t) \qquad d s_2 = d t_2 + d(\Delta t)$$

$$\text{Cos}\, v_1 \cdot \text{Sin}\, p_1 = \text{Sin}\, \varphi \cdot \text{Sin}\, z_1 + \text{Cos}\, \varphi \cdot \text{Cos}\, z_1 \cdot \text{Cos}\, w$$

$$\text{Cos}\, v_2 \cdot \text{Sin}\, p_2 = \text{Sin}\, \varphi \cdot \text{Sin}\, z_2 \pm \text{Cos}\, \varphi \cdot \text{Cos}\, z_2 \cdot \text{Cos}\, w$$

ist, unsere 7. — Für die dritte, oder die sog. Methode der correspondirenden Höhen, mag als Beispiel angeführt werden, dass 1856 III 15 die Spica ($a = 13^h\ 17^m\ 38^s$) um $t_2 = 14^h\ 38^m\ 42^s$ nach ihrer Culmination in derselben Höhe gesehen wurde, welche sie um $t_1 = 10^h\ 20^m\ 55^s$ vor der Culmination

gehabt hatte, — also culminirte Spica zur Uhrzeit $\frac{1}{2}(t_1+t_2) = 12^h\ 30^m\ 18^s$, oder es war nach 8 die Uhrcorrection $\Delta t = +47^m\ 20^s$. Besonders häufig wird aber diese Methode von Reisenden angewandt, um aus Beobachtungen der Sonne direct die Uhrcorrection auf wahre und mittlere Zeit (vergl. 351) zu finden: Man stellt dabei einen Sextanten oder auch ein anderes Höheninstrument Vor- und Nachmittags auf dieselben runden Zahlen ein, und beobachtet die Zeiten u_1 und u_2, wo derselbe Sonnenrand die ihnen entsprechenden Höhen h_1 und h_2 erreicht. Bezeichnet nun ΔT die Correction und g den Gang auf wahre Sonnenzeit, d die Declination der Sonne am Mittag, μ ihre Veränderung vom vorhergehenden bis zum nächstfolgenden Mittag, und sind $s+ds_1$ und $s+ds_2$ die den Beobachtungen entsprechenden Stundenwinkel der Sonne, so hat man

$$u_1 + \Delta T = -\frac{s+ds_1}{15} \qquad u_2 + \Delta T + \frac{u_2 - u_1}{24}\cdot g = \frac{s+ds_2}{15} \qquad \mathbf{15}$$

also

$$\Delta T = \frac{ds_2 - ds_1}{30} - \frac{u_2+u_1}{2} - \frac{u_2-u_1}{48}\cdot g \qquad \mathbf{16}$$

wo nach 336 : 6²

$$ds_2 - ds_1 = -\frac{dh_2 - dh_1}{\text{Sin } w \cdot \text{Cos } \varphi} + \frac{(dd_2 - dd_1)\,\text{Cos } v}{\text{Sin } w \cdot \text{Cos } \varphi} \qquad \mathbf{17}$$

Setzt man

$$\frac{u_2 - u_1}{2} = \tau \qquad \mathbf{18}$$

so ist nach 15 sehr nahe $s = 15 \cdot \tau$, während $dd_2 = \frac{\mu}{48}\cdot\tau$ und $dd_1 = -\frac{\mu}{48}\cdot\tau$, so wie nach 336 : 4, 1

$$\frac{\text{Cos } v}{\text{Sin } w \cdot \text{Cos } \varphi} = \frac{\text{Tg } \varphi}{\text{Sin } s} - \frac{\text{Tg } d}{\text{Tg } s} \qquad \frac{1}{\text{Sin } w} = \frac{\text{Sin } z}{\text{Sin } s \cdot \text{Sin } p}$$

und daher, wenn $\pm \Delta h$ die Unsicherheit in der Einstellung auf gleiche Höhe ist,

$$\Delta T = \left(\frac{\text{Tg } \varphi}{\text{Sin } 15\,\tau} - \frac{\text{Tg } d}{\text{Tg } 15\,\tau}\right)\frac{\mu\tau}{720} - \left(\frac{g\,\tau}{24} + \frac{u_2+u_1}{2}\right) \pm \frac{\text{Cos } h \cdot \Delta h}{30\,\text{Cos } \varphi\,\text{Cos } d\,\text{Sin } 15\,\tau} \qquad \mathbf{19}$$

wo das erste Glied die sog. **Mittagsverbesserung**, das zweite die Correction auf den sog. **unverbesserten Mittag**, und das dritte die Unsicherheit der Bestimmung ist. So z. B. erhielt **Westphal** 1822 X 8, wo $d = -6^0\ 7'$ und $\mu = \overline{3},4391'' \cdot n$ war, mit seinem Chronometer ($g = 0$) und Sextanten ($\Delta h = 10''$) zu Cairo ($\varphi = 30^0\ 4'$) folgende Höhen des untern Sonnenrandes:

Doppelte Höhe.		Uhrzeit am Vormittag.			Nachmittag.			Mittel oder unverh. Mittag.		
°	′	h	m	s	h	m	s	h	m	s
73	0	21	7	27	2	33	59	23	50	43,0
	20		8	24		33	3			43,5
	40		9	23		32	5			44,0
74	0		10	18		31	9			43,5
	20		11	16		30	12			44,0
	40		12	11		29	14			42,5
75	0		13	11		28	13			42,0
	20		14	9		27	15			42,0
	40		15	10		26	15			42,5
76	0		16	6		25	20			43,0
Mittelwerth für den unverbesserten Mittag								23^h	50^m	43,00^s

und hieraus ergibt sich, da die halbe Zwischenzeit der beiden ersten Beobachtungen $2^h\ 43^m\ 16^s$, die der beiden letzten aber $2^h\ 34^m\ 37^s$ beträgt, also durchschnittlich $\tau = 2^h\ 38^m\ 56^s,5 = 2^h,649 = \frac{1}{15} \cdot 39^0\ 44'$ und $h = 37^0\ 15'$ gesetzt werden kann, nach 19 die Uhrcorrection auf wahre Zeit (vergl. 351)

$$\Delta T = -10^s,46 + 0^h\ 9^m\ 17^s,00 \pm 0^s,48$$

woraus diejenige auf mittlere Zeit, da die Zeitgleichung (vergl. 351 und 416) an jenem Tage $-0^h\ 12^m\ 33^s,18$ betrug,

$$\Delta T' = \Delta T - 0^h\ 12^m\ 33^s,18 = -3^m\ 26^s,64 \pm 0^s,48$$

folgt. — Vergl. auch „C. v. **Littrow**, Beiträge zur nautischen Astronomie (Wien. Annal. XXI, 1841; Wien. Sitzungsb. Bd. 47 und 56; Compt. rend. 1864 III 7) und: Andeutungen für Seeleute über den Gebrauch und die Genauigkeit der Methoden, Länge und Misweisung durch Circummeridianhöhen zu bestimmen. Wien 1863 in 8. — Eine für Liebhaber der Astronomie, welche so situirt sind, dass sich in ihrer Nähe eine hohe verticale Mauerkante befindet, recht bequeme und gute Zeitbestimmung besteht darin, die Uhrzeit des Verschwindens eines bestimmten Sternes hinter derselben zu beobachten, vorausgesetzt, es sei Ein Mal (sei es durch Zeitübertragung, sei es nach einer der frühern Methoden) die genaue Sternzeit dieses Verschwindens bestimmt worden. Ferner erhält man mit Hülfe von 336:6 für $d\varphi = 0 = d w$

$$d t = d a + d s = d a - \frac{1}{15} \cdot \text{Tg}\, v \cdot \text{Sec}\, d \cdot d d \qquad \mathbf{20}$$

und kann somit auch die durch allmäliges Verändern der Sterncoordinaten entstehende Zeitveränderung leicht berechnen. So fand **Olbers**, der diese Methode erfand und in der Monatlichen Correspondenz (1801 II, pag. 124—135) beschrieb, dass 1800 IX 6 für ihn in Bremen ($\varphi = 53^0\ 4\frac{1}{2}'$) der Stern δ Coronæ ($d = +26^0\ 41'$) hinter einer Thurmmauer ($w = 64^0\ 56'\ 21'',4$) um $22^h\ 26^m\ 21^s,78$ Sternzeit verschwinde, und ein Jahr später ($d a = +2^s,80$ und $d d = -13'',2$) um $22^h\ 26^m\ 25^s,34$. — Man kann die Uhrcorrection ferner auch aus Beobachtung der Uhrzeiten finden, zu welchen zwei Sterne in gleicher Höhe stehen, wie diess z. B. **Littrow** in seiner „Astronomie“ (I. 119) lehrt, — oder zugleich mit der Polhöhe aus den beobachteten Differenzen der Höhen und Azimuthe zweier Sterne und der Zwischenzeit der Beobachtungen, wofür z. B. auf die „Sphärische Astronomie“ von **Brünnow** (2. A. 310) verwiesen werden kann, — oder zugleich mit Polhöhe und Sternhöhe, indem man die Uhrzeiten bestimmt, zu welchen drei Sterne in gleicher Höhe stehen, wie es **Gauss** in der Monatlichen Correspondenz (Bd. 18) hervorgehoben hat, — etc. — Für die Berücksichtigung der Fehler bei Aufstellungen ausserhalb des Meridianes, — die in solchen Fällen eintretende Fadenreduction, — etc., vergl. 345.

344. Bestimmung des Azimuthes. Bestimmt man bei Messung der Höhe eines Sternes zugleich den Horizontalunterschied A zwischen ihm und einer mehr westlich gelegenen Mire, so kann man nach der 343:1 entsprechenden Formel

$$\text{Tg}\,\frac{w}{2} = \sqrt{\frac{\text{Cos}\, g \cdot \text{Sin}\,(d - g)}{\text{Sin}\,(\varphi - g)\ \text{Cos}\,(z + g)}} \qquad \text{wo} \qquad g = \frac{\varphi + d - z}{2} \qquad \mathbf{1}$$

das Azimuth w des Sternes, also auch das Azimuth w + A der Mire, oder somit den Meridian finden, nur hat man, da (336:6)

$$d w = \frac{\text{Ctg}\, v}{\text{Sin}\, z}\, d z - \frac{\text{Ctg}\, s}{\text{Cos}\, \varphi}\, d \varphi \qquad \mathbf{2}$$

die Nähe des Meridianes zu vermeiden. — Schreibt man die Zeit der Visur nach einem Sterne auf, so findet man unter Voraussetzung der Uhrcorrection und bei annähernd bekannter Polhöhe nach der aus 336 : 1, 4 folgenden Formel

$$\mathrm{Tg\,w} = \frac{\mathrm{Tg\,s \,.\, Cos}\,\alpha}{\mathrm{Sin}\,(\varphi - \alpha)} \qquad \text{wo} \qquad \mathrm{Ctg}\,\alpha = \mathrm{Tg\,p \,.\, Cos\,s} \qquad \mathbf{3}$$

einen guten Werth für das Azimuth des Sternes, also bei gemessenem Horizontalabstande auch für dasjenige einer Mire, namentlich wenn man, da nach 336 : 6

$$\mathrm{d\,w} = \frac{\mathrm{Cos\,v \,.\, Sin\,p}}{\mathrm{Sin\,z}} \,.\, \mathrm{d\,s} - \mathrm{Sin\,w \,.\, Ctg\,z \,.\, d}\varphi \qquad \mathbf{4}$$

ist, einen Circumpolarstern beobachtet. — Steht Letzterer in seiner Elongation, so hat man (338)

$$\mathrm{Sin\,w} = \mathrm{Sin\,p \,.\, Sec}\,\varphi, \quad \mathrm{Cos\,z} = \mathrm{Sin}\,\varphi \,.\, \mathrm{Sec\,p}, \quad \mathrm{Cos\,s} = \mathrm{Tg\,p \,.\, Tg}\,\varphi \qquad \mathbf{5}$$

und kann daher aus einer solchen Beobachtung, indem man einfach die entsprechende Ablesung am Horizontalkreise macht, unter Voraussetzung der Polhöhe das Azimuth, ja zur Erleichterung annähernd die der Elongation zukommende Einstellung und Zeit berechnen, während (336 : 6)

$$\mathrm{d\,w} = \frac{\mathrm{Sin\,p \,.\, Cos\,v}}{\mathrm{Cos\,w \,.\, Cos}\,\varphi} \,.\, \mathrm{d\,v} + \mathrm{Tg\,w \,.\, Tg}\,\varphi \,.\, \mathrm{d}\,\varphi \qquad \mathbf{6}$$

ist, so dass (abgesehen von ganz zenithalen Sternen) eine kleine Abweichung der Variation von 90° oder eine kleine Unsicherheit in der Polhöhe wenig Einfluss auf das Resultat hat. Beobachtet man zwei Circumpolarsterne, die bald nach einander, der eine seine östliche, der andere seine westliche Elongation hat, und ergibt sich hieraus eine Azimuthaldifferenz a, so ist

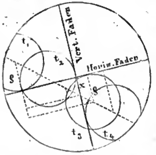
$$w_1 + w_2 = a \qquad \mathrm{Sin}\,p_1 = \mathrm{Cos}\,\varphi \,.\, \mathrm{Sin}\,w_1 \qquad \mathrm{Sin}\,p_2 = \mathrm{Cos}\,\varphi \,.\, \mathrm{Sin}\,w_2 \qquad \mathbf{7}$$

$$\text{also} \qquad \mathrm{Tg}\,w_1 = \frac{\mathrm{Sin\,a \,.\, Sin\,x}}{\mathrm{Sin\,(a + x)}} \qquad \text{wo} \qquad \mathrm{Tg\,x} = \frac{\mathrm{Sin}\,p_1}{\mathrm{Sin}\,p_2}\,\mathrm{Sin\,a} \qquad \mathbf{8}$$

und man kann somit w_1 oder den Meridian nach 8, und sodann nach 7 sogar noch φ finden.

Nach 1 erhält man z. B. für die 343 aufgeführte Bestimmung der Höhe des Regulus $w = 85^0\ 46'$, folglich, da in Beziehung auf die Thurmspitze des Fraumünsters $A = -47^0\ 53'$ erhalten worden war, für das Azimuth dieser Letztern $85^0\ 46' - 47^0\ 53' = 37^0\ 53'$. — Für Zürich ($\varphi = 47^0\ 23'$), den ersten Vertical ($w = 90^0$) und $d\varphi = 0$ folgt nach **2** : $dw = 1{,}08686 \,.\, dz$, also für $dz = 2^1/_2{}'$ (Diopterlineal): $dw = 2^1/_2{}'$, und wenn die Unsicherheit der Horizontablesung $2'$ (Messtisch) beträgt, schliesslich $dw = \sqrt{2^2 + 2^1/_2{}^2} = 3^1/_2{}'$. Beobachtet man ein Gestirn von merklichem scheinbarem Halbmesser, wie z. B. die Sonne, und will nicht, wie es bei schwachen Vergrösserungen ganz gut geht, annähernd auf den Mittelpunct einstellen, so kann man folgendes

Verfahren einschlagen: Man beobachtet bei passender, aber fester, etwa den



Ablesungen a am Horizentalkreise und α am Verticalkreise entsprechender Lage, die Antrittszeiten t_1 t_2 t_3 t_4 an die Faden, — bestimmt daraus die Durchgangszeit $\frac{1}{2}(t_2 + t_4)$ durch den Mittelfaden, — ferner aus der Proportion

$$(\varrho + x) : 2\varrho = (\frac{t_2 + t_4}{2} - t_1) : (t_3 - t_1) \quad \mathbf{9}$$

die Correction x von α, — und endlich aus a, $\alpha - x$ und $\frac{1}{2}(t_2 + t_4)$ in früherer Weise Stundenwinkel nnd Azimuth. So erhielt ich z. B. 1864 VI 22 Vormittags, als der Horizontalkreis des Theodoliten $63^0\ 12'\ 40''$ (Mire $174^0\ 11'\ 35''$) und der Verticalkreis $134^0\ 55'\ 35''$ (Zenithpunct $89^0\ 59'\ 10''$) zeigte, an meiner Taschenuhr $t_1 = 8^h\ 45^m\ 29^s$, $t_2 = 8^h\ 46^m\ 15^s$, $t_3 = 8^h\ 48^m\ 41^s$ und $t_4 = 8^h\ 49^m\ 30^s$, während die Senne nach dem Naut. Alm. die Coordinaten $6^h\ 4^m\ 45^s$, $+ 23^0\ 27'\ 2''$ und den scheinbaren Radius $\varrho = 15'\ 46'',2$ hatte. Es war also die Dnrehgangszeit durch den Vertical $t = 8^h\ 47^m\ 52^s,5$ und nach 9 folgte $x = 7'\ 48''$, oder, unter Annahme von $58''$ Refraction, $z = 134^0\ 55'\ 35'' - 89^0\ 59'\ 10' - 7'\ 48'' + 58'' = 44^0\ 49'\ 35''$; hiefür ergibt sich aber nach 1 und 843 : 1, wenn $\varphi = 47^0\ 22'\ 44''$ gesetzt wird, $w = -74^0\ 56'\ 20''$ und $s = -3^h\ 11^m\ 36^s$, oder $20^h\ 48^m\ 24^s$ als wahre Zeit der Beobachtung nnd $86^0\ 2'\ 35''$ als Azimuth der Mire. — Aus 836 : 1, 4 folgen

$$\text{Sin } w \,.\, \text{Sin } z = \text{Sin } s \,.\, \text{Sin } p$$
$$\text{Cos } w \,.\, \text{Sin } z = \text{Sin } p \,.\, \text{Sin } \varphi \,.\, \text{Cos } s - \text{Cos } p \,.\, \text{Cos } \varphi$$

also durch Division

$$\text{Tg } w = \frac{\text{Tg } s \,.\, \text{Cos } s \,.\, \text{Tg } p}{\text{Sin } \varphi \,.\, \text{Cos } s \,.\, \text{Tg } p - \text{Cos } \varphi} = \frac{\text{Ctg } \alpha \,.\, \text{Tg } s}{\text{Ctg } \alpha \,.\, \text{Sin } \varphi - \text{Cos } \varphi}$$

woraus sofort 8 folgt. — Ich erhielt 1861 VI 20 auf dem für die neue Zürcher-Sternwarte gewählten Platze ($\varphi = 47^0\ 22'\ 44''$) bei Visur nach dem Fraumünster $65^0\ 4'\ 40''$, und um $14^h\ 13^m\ 0^s$ Sternzeit für den Polarstern ($1^h\ 8^m\ 16^s$; $+ 88^0\ 34'\ 3''$) die Ablesung $207^0\ 46'\ 15''$; hiefür ergab 8 : $\alpha = - 88^0\ 37'\ 27''$ und $w = 180^0\ 34'\ 29''$, so dass der im Südwesten stehende Thurm das Azimuth $W = 180^0\ 34'\ 29'' - (207^0\ 46'\ 45'' - 65^0\ 4'\ 40'') = 37^0\ 52'\ 24''$ oder im Mittel aus fünf Bestimmungen $W = 37^0\ 52'\ 22'' \pm 4''$ hat. — Nach 4 ergibt sich für Zürich und den Polarstern für die Elongation ($v = 90^0$) $dw = 0{,}041 \,.\, d\varphi$ und für die obere Culmination ($w = 0$, $z = d - \varphi$) $dw = 0{,}038 \,.\, ds$. — Für die Formeln 5 bis 8 genügt im Allgemeinen das im Texte Gesagte. Aus 5 und 6 folgen für Zürich ($\varphi = 47^0\ 23'$) und den Polarstern ($p = 1^0\ 30'$) sofort: $w = 2^0\ 13'$, $s = 5^h\ 53^m$, $z = 42^0\ 36'$, $dw = 0{,}042 \,.\, d\varphi$, und wenn daher für φ auch nur ein irgend erträglicher Werth bekannt ist, so kann man, da der Polarstern längere Zeit in seiner Elongation zu verweilen scheint, also mit aller Sorgfalt eingestellt werden kann, mit Hülfe desselben das Azimuth so genau bestimmen, als es überhaupt der Horizontalkreis des angewandten Theodeliten erlaubt. — **Wellemann** machte 1864 VIII 8 auf der Terrasse der Zürcher-Sternwarte an einem achtzölligen Theodolite von Ertel die Horizontalablesungen: $234^0\ 42'\ 52''$ für eine Mire, $20^0\ 46'\ 7''$ für α Ursae minoris ($d_1 = 88^0\ 35'\ 1''$) in östlicher, und $334^0\ 28'\ 27''$ für η Draconis ($d_2 = 61^0\ 49'\ 40''$) in westlicher Elongation, erhielt daraus nach 8 und 7: $w_1 = 2^0\ 5'\ 30''$,

$w_2 = 44^0\ 12'\ 10''$, $\varphi = 47^0\ 22'\ 37''$ und als Azimuth der Mire $W = 180^0 - [44^0\ 12'\ 10'' + 334^0\ 28'\ 27'' - 234^0\ 42'\ 52''] = 36^0\ 2'\ 15''$. — Schliesslich mag noch bemerkt werden, dass das Azimuth eines terrestrischen Gegenstandes auch bestimmt werden kann, indem man seinen Abstand von einem Sterne und die Höhe dieses Sternes, oder zwei Abstände von dem Sterne und die zwischen den beiden Messungen verflossene Zeit notirt, wofür z. B. „**Littrow**, Astronomie (I 128, 212)" zu vergleichen ist, — oder, indem man, vergleiche „**Studer**, Mathematische Geographie. Bern 1836 in 8.", drei Visuren auf einen Stern macht, und an beiden Kreisen abliest, wobei man zugleich Polhöhe und Declination finden, sowie die Hypothese über die tägliche Bewegung der Sterne prüfen kann, — etc.

345. Bestimmung der Polhöhe. Beobachtet man die Uhrzeiten t_1 und t_2 der Durchgänge zweier Sterne durch denselben, wenn auch unbekannten Vertical, so kann man, wenn die Uhrcorrection Δt bekannt ist, nach 343:5, 3, 4 successive s_1, s_2, M, φ finden, nur ist (343:7) die Nähe des Meridianes zu vermeiden. Wird derselbe Stern im Azimuthe $180^0 + w$ und w beobachtet, so ist $d_2 = d_1$, also $M = 90^0$; ist überdiess $w = 90^0$, d. h. beobachtet man, was (343:7) der günstigste Fall ist, im ersten Verticale, so wird $s_2 = -s_1$, $z_2 = z_1$, $v_2 = -v_1$, und

$$\operatorname{Sin} v = \frac{\operatorname{Cos}\varphi}{\operatorname{Sin} p} \qquad \operatorname{Cos} z = \frac{\operatorname{Cos} p}{\operatorname{Sin}\varphi} \tag{1}$$

während sich 343:4, 6, 7 auf

$$\operatorname{Ctg}\varphi = \operatorname{Ctg} d \,.\, \operatorname{Cos} s \qquad \text{oder} \qquad \operatorname{Cos} s = \frac{\operatorname{Tg} d}{\operatorname{Tg}\varphi} \tag{2}$$

$$s = \frac{1}{2}\left[t_2 - t_1 + n\,g\right] \tag{3}$$

$$d\varphi = -\frac{1}{2}\operatorname{Tg} z\left[d\,w + \operatorname{Sin}\varphi \,.\, d\,(t_2 - t_1)\right] \tag{4}$$

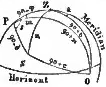
reduciren, so dass man nach 1 und 2 zur Erleichterung der Beobachtung z und s mit vorläufigem φ vorausberechnen, und sodann nach 3 und 2 die Polhöhe um so sicherer bestimmen kann, je kleiner z ist. — Für die von Refraction, Durchbiegung, etc. ebenfalls unbeeinflusste Bestimmung der Polhöhe durch Beobachtung von Elongationen vergl. 344. — Eine in letzter Zeit vielfach angewandte Methode endlich besteht darin, abwechselnd bei Ocular Ost und Ocular West, Höhen eines dem Pole nahen Sternes, und ebenso Circummeridianhöhen eines südlich nahe in gleicher Höhe culminirenden Sternes zu messen, diese Höhen nach

$$\Delta z = \frac{\operatorname{Cos}\varphi \,.\, \operatorname{Sin} p \,.\, \operatorname{Sin} 1''}{2 \,.\, \operatorname{Sin} z} \,.\, s^2 \tag{5}$$

auf Culminationshöhen zu reduciren, aus diesen in schon bekannter Weise auf die Polhöhe zu schliessen, und endlich durch Combination

der erhaltenen Werthe ein von Zenithpunct und Biegung freies Schlussresultat abzuleiten.

Wenn man ein Durchgangsinstrument auch noch so sorgfältig im ersten Verticale aufstellt, um nach der im Texte als vortheilhaft erwiesenen, schon von **Römer** angedeuteten, dann von **Bessel** empfohlenen und z. B. von **Encke** in seiner Abhandlung „Bemerkungen über das Durchgangsinstrument von Ost nach West (Berl. Jahrbuch 1843)" einlässlich behandelten Methode, Polhöhen-Bestimmungen vorzunehmen, so bleiben doch noch, wie bei Aufstellungen im Meridiane, muthmasslich drei kleine Fehler a, b, c in Azimuth, Neigung und Collimation übrig. Um mit Berücksichtigung dieser Fehler dennoch in bequemer Weise die Polhöhe finden zu können, dient folgendes Verfahren:



Bezeichnet O den Punct, nach welchem bei Drehung des Instrumentes aus dem Meridiane nach dem ersten Vertical im Sinne der täglichen Bewegung das frühere Ostende der Drehaxe hinweist, und S einen in der optischen Axe liegenden Stern, so ist offenbar, wenn a b c die frühere Bedeutung haben sollen, $\angle PZO = 180^\circ - a$, $ZO = 90^\circ + b$ und $SO = 90^\circ + c$, und bezeichnet man daher noch Stundenwinkel und Poldistanz von O mit m und $90^\circ + n$, so hat man aus Dreieck PSO

$$\text{Sin } c = \text{Sin } \delta \,.\, \text{Sin } n - \text{Cos } \delta \,.\, \text{Cos } n \,.\, \text{Cos } (s - m) \qquad \mathbf{6}$$

und aus Dreieck PZO

$$\begin{aligned} \text{Cos } n \,.\, \text{Cos } m &= -\text{Sin } b \,.\, \text{Cos } \varphi + \text{Cos } b \,.\, \text{Sin } \varphi \,.\, \text{Cos } a \\ \text{Cos } n \,.\, \text{Sin } m &= \text{Sin } a \,.\, \text{Cos } b \\ \text{Sin } n &= \text{Sin } \varphi \,.\, \text{Sin } b + \text{Cos } \varphi \,.\, \text{Cos } b \,.\, \text{Cos } a \end{aligned} \qquad \mathbf{7}$$

so dass nach 6

$$\begin{aligned} \text{Sin } c = (\text{Sin } \varphi \text{ Sin } b + \text{Cos } \varphi \text{ Cos } b \text{ Cos } a) \text{ Sin } \delta - \text{Sin } s \,.\, \text{Sin } a \,.\, \text{Cos } b \,.\, \text{Cos } \delta + \\ + (\text{Sin } b \text{ Cos } \varphi - \text{Cos } b \text{ Sin } \varphi \text{ Cos } a) \text{ Cos } \delta \,.\, \text{Cos } s \end{aligned}$$

Für den ersten Vertical hätte man aber nach 169

$$\text{Sin } \delta = \text{Cos } z \,.\, \text{Sin } \varphi \qquad \text{Cos } \delta \,.\, \text{Sin } s = \text{Sin } z \qquad \text{Cos } \delta \,.\, \text{Cos } s = \text{Cos } z \,.\, \text{Cos } \varphi \qquad \mathbf{8}$$

und setzt man daher für eine Aufstellung in der Nähe des ersten Verticales

$$\text{Sin } \delta = \text{Cos } z' \,.\, \text{Sin } \varphi', \quad \text{Cos } \delta \,.\, \text{Sin } s = \text{Sin } z', \quad \text{Cos } \delta \,.\, \text{Cos } s = \text{Cos } z' \,.\, \text{Cos } \varphi' \qquad \mathbf{9}$$

oder bestimmt man zwei Hülfsgrössen φ' und z' durch

$$\text{Tg } \varphi' = \frac{\text{Tg } \delta}{\text{Cos } s} \qquad\qquad \text{Tg } z' = \text{Tg } s \,.\, \text{Cos } \varphi' \qquad \mathbf{10}$$

so werden sich z' und φ' nur wenig von z und φ unterscheiden, während

$$\begin{aligned} \text{Sin } c = \text{Sin } b \,.\, \text{Cos } z' \,.\, \text{Cos } (\varphi - \varphi') - \text{Sin } a \,.\, \text{Cos } b \,.\, \text{Sin } z' - \\ - \text{Cos } b \,.\, \text{Cos } a \,.\, \text{Cos } z' \,.\, \text{Sin } (\varphi - \varphi') \end{aligned} \qquad \mathbf{11}$$

wird. Betrachtet man aber a, b, c und $(\varphi - \varphi')$ als kleine Grössen, so reducirt sich 11 auf

$$\varphi = \varphi' - a \,.\, \text{Tg } z' + b - c \,.\, \text{Sec } z' \qquad \mathbf{12}$$

eine Gleichung, welche offenbar die Aufgabe löst, welche wir uns oben gestellt haben. — Beobachtet man an einem Seitenfaden der Distanz f, d. h. gewissermassen mit dem Collimationsfehler $(c + f)$, so hat man entsprechend 6

$$\text{Sin } (c + f) = \text{Sin } \delta \,.\, \text{Sin } n - \text{Cos } \delta \,.\, \text{Cos } n \,.\, \text{Cos } (s' - m)$$

oder, wenn hievon 6 abgezogen wird,

$$2 \text{ Sin } \frac{f}{2} \,.\, \text{Cos } \left(c + \frac{f}{2}\right) = 2 \text{ Cos } \delta \,.\, \text{Cos } n \,.\, \text{Sin } \frac{s - s'}{2} \,.\, \text{Sin } \left(\frac{s + s'}{2} - m\right)$$

oder, da sowohl f als die a b c wie kleine Grössen behandelt werden dürfen, mit Hülfe von 7,

$$2 \operatorname{Sin} \frac{s-s'}{2} = \frac{f \cdot \operatorname{Sin} 1''}{\operatorname{Cos} \delta \cdot \operatorname{Cos} n \left(\operatorname{Sin} \frac{s+s'}{2} \operatorname{Cos} m - \operatorname{Cos} \frac{s+s'}{2} \operatorname{Sin} m \right)} =$$

$$= \frac{f \cdot \operatorname{Sin} 1''}{\operatorname{Cos} \delta . \operatorname{Sin} \varphi . \operatorname{Sin} \frac{s+s'}{2} \left(1 - b . \operatorname{Sin} 1'' . \operatorname{Ctg} \varphi - a \operatorname{Sin} 1'' . \operatorname{Cosec} \varphi \operatorname{Ctg} \frac{s+s'}{2} \right)}$$

Setzt man daher

$$\frac{f}{1 - b \operatorname{Sin} 1'' . \operatorname{Ctg} \varphi - a \operatorname{Sin} 1'' . \operatorname{Cosec} \varphi . \operatorname{Ctg} \frac{s+s'}{2}} = f' \qquad \mathbf{13}$$

wo für kleine Werthe von a und b offenbar f' und f mit einander übereinstimmen, so hat man

$$\operatorname{Cos} s' - \operatorname{Cos} s = f' . \operatorname{Sin} 1'' . \operatorname{Sec} \delta . \operatorname{Cosec} \varphi \qquad \mathbf{14}$$

Diese Formel lässt sich entweder auf die für Anwendung der Gauss'schen Logarithmen (11) bequemere Form

$$\operatorname{Cos} s' = \operatorname{Cos} s \, (1 + f'' . \operatorname{Sec} \delta . \operatorname{Sec} s) \qquad \text{wo} \qquad f'' = f' . \operatorname{Sin} 1'' . \operatorname{Cosec} \varphi \qquad \mathbf{15}$$

bringen, — oder auch in eine Reihe umsetzen: Ist nämlich

$$\operatorname{Cos} y = \operatorname{Cos} x + b \qquad \text{oder} \qquad y = \operatorname{Arc} \operatorname{Cos} (\operatorname{Cos} x + b) \qquad \mathbf{16}$$

und setzt man Cos x = z und y = f (z + b), so hat man nach dem Taylorschen Lehrsatze (60)

$$y = x + \frac{b}{1} \cdot \frac{d x}{d . \operatorname{Cos} x} + \frac{b^2}{1.2} \cdot \frac{d^2 x}{(d . \operatorname{Cos} x)^2} + \frac{b^3}{1.2.3} \cdot \frac{d^3 x}{(d . \operatorname{Cos} x)^3} + \ldots$$

$$= x - \frac{b}{\operatorname{Sin} x} - \frac{1}{2} \operatorname{Ctg} x \left(\frac{b}{\operatorname{Sin} x} \right)^2 - \frac{1}{6} (1 + 3 \operatorname{Ctg}^2 x) \left(\frac{b}{\operatorname{Sin} x} \right)^3 - \ldots \qquad \mathbf{17}$$

oder in Anwendung auf 14, wenn gleichzeitig, um s' und s in Zeit auszudrücken, beidseitig mit 15 . Sin 1'' dividirt wird,

$$s - s' = \frac{f}{\operatorname{Cos} \delta . \operatorname{Sin} \varphi . \operatorname{Sin} s} + \frac{15 . \operatorname{Sin} 1''}{2 \operatorname{tg} s} \left(\frac{f}{\operatorname{Cos} \delta . \operatorname{Sin} \varphi . \operatorname{Sin} s} \right)^2 + \ldots \qquad \mathbf{18}$$

wo f ebenfalls in Zeitsecunden ausgedrückt ist. — Ich liess im Frühjahr 1869 den Ertel'schen Meridiankreis der Zürcher-Sternwarte für einige Wochen in den ersten Vertical umstellen, und, während ich am Kern'schen Meridiankreise Zeitbestimmungen machte, gleichzeitig durch **Weilemann** Durchgänge von Sternen durch den ersten Vertical beobachten. So z. B. ging 1869 IV 14 zu einer Zeit, für welche ich für die Chronographenuhr $\Delta t = + 22^s,37$ erhielt, δ Geminorum ($7^h\ 12^m\ 17^s,69$; $+ 22^\circ\ 13'\ 9'',4$) zu den Zeiten t

t	f	$\log \frac{f}{\operatorname{Sin} \varphi}$	$\log \frac{f . \operatorname{Sec} \delta}{\operatorname{Sin} \varphi . \operatorname{Sin} s}$	s — s'	t + s — s'
h m s	s			s	h m s
11 42 3,13	57,011	1,8891786	1,9558035	90,44	11 43 33,57
33,13	38,132	1,7145096	1,7811344	60,47	33,60
43 3,55	19,060	1,4133428	1,4799677	30,21	33,76
33,76					33,76
44 3,90	19,056	1,4132289	1,4798538	— 30,17	33,73
33,75	37,969	1,7126491	1,7792740	— 60,10	33,65
45 3,92	56,849	1,8879427	1,9545676	— 89,94	33,98
Mittlere Chronographenzeit des Durchganges					h m s 11 43 33,72

durch die 7 Faden, für welche im Meridiane die Distanzen f gefunden worden waren, und hieraus erhält man, unter Voraussetzung von $\varphi = 47^0\ 22'\ 40''$ und unter Anwendung des aus dem Mittelfaden folgenden vorläufigen Werthes $s = 11^h\ 43^m\ 34^s + 22^s - 7^h\ 12^m\ 18^s = 4^h\ 31^m\ 38^s = 67^0\ 54'\ 30''$, sowohl nach 15, als unter Anwendung der 2 ersten Glieder von 13 (das erste allein ergibt z. B. $90^s,32$ statt $90^s,44$, so dass es bis auf ein paar Zehntelsecunden genügen könnte) den in beistehender Tafel ausgerechneten mittlern Werth, so dass unter Anbringung der angegebenen Uhrcorrection und Rectascension schliesslich für δ Geminorum

$$t_1 = 11^h\ 43^m\ 56^s,09 \qquad s_1 = 4^h\ 31^m\ 38^s,40 = 67^0\ 54'\ 36'',0$$

Auf entsprechende Weise ergab sich an demselben Abend für α Herculis ($17^h\ 8^m\ 41^s,26;\ + 14^0\ 32'\ 25'',3$)

$$t_2 = 12^h\ 3^m\ 55^s,84 \qquad s_2 = -5^h\ 4^m\ 45^s,42 = -76^0\ 11'\ 21'',3$$

und für ω Ursæ majoris ($10^h\ 46^m\ 26^s,63;\ + 43^0\ 53'\ 13'',7$)

$$t_3 = 12^h\ 37^m\ 15^s,43 \qquad s_3 = 1^h\ 50^m\ 48^s,80 = 27^0\ 42'\ 12'',0$$

Aus diesen Werthen folgen nun nach 10

$$\varphi_1' = 47^0\ 21'\ 59'',3 \qquad \varphi_2' = 47^0\ 22'\ 28'',1 \qquad \varphi_3' = 47^0\ 22'\ 19'',7$$
$$z_1' = 59^0\ 4'\ 0'' \qquad z_2' = -70^0\ 2'\ 50'' \qquad z_3' = 19^0\ 34'\ 30''$$

und, da mit Hülfe von Nivean und Nadir-Horizont $h = +7'',52$ und $c = -12'',03$ erhalten wurden, nach 12

$$\varphi = 47^0\,22'\,30'',2 - 1,669\,.\,a = 47^0\,23'\,5'',9 + 2,755\,.\,a = 47^0\,22'\,40'',0 - 0,356\,.\,a$$

Aus den zwei ersten Werthen von φ finden sich $a = -3'',08$ und $\varphi = 47^0\ 22'\ 43'',7$, und aus dem dritten mit Hülfe des gefundenen a überdiess $\varphi = 47^0\ 22'\ 42'',9$, — also im Mittel schliesslich $\varphi = 47^0\ 22'\ 43'',3$. — Bezeichnet z die dem Stundenwinkel s entsprechende Zenithdistanz eines Sternes, $z - \Delta z$ aber die seiner Culmination zukommende, so hat man nach 336 : 2

$$\text{Cos}\, z = \text{Sin}\, \varphi\,.\,\text{Cos}\, p + \text{Cos}\, \varphi\,.\,\text{Sin}\, p\,.\,\text{Cos}\, s$$
$$\text{Cos}\,(z - \Delta z) = \text{Sin}\, \varphi\,.\,\text{Cos}\, p + \text{Cos}\, \varphi\,.\,\text{Sin}\, p$$

also durch Subtraction

$$\text{Sin}\, \frac{\Delta z}{2} = \text{Cos}\, \varphi\,.\,\text{Sin}\, p\,.\,\text{Sin}^2 \frac{s}{2}\,.\,\text{Cosec}\left(z - \frac{\Delta z}{2}\right) \qquad \mathbf{19}$$

woraus 5 als Annäherungsformel folgt. — General **Baeyer**, Benjamin Adolf Moritz **Sadebeck** (Reichenbach in Niederschlesien 1809; Lehrer zu Breslau) und Johann Gottfried **Galle** (Pabsthans bei Wittenberg 1812; früher Gehülfe von Encke, seit 1851 Professor der Astronomie und Director der Sternwarte zu Breslau) machten (vergl. A. N. 1429—1431) zur Bestimmung der Polhöhe von Breslau an einem dreizehn-zölligen Universalinstrumente je auf einen nahe am Meridiane stehenden Stern 5 Einstellungen bei Ocular West, 10 bei Ost und noch 5 bei West, und verbanden dann je zwei correspondirende Beobachtungen vor und nach der Drehung um die Fehler in dem circa mit Null zusammenfallenden Zenithpuncte wegzuschaffen. Sie erhielten dabei unter Anderm

Sternzeit 1862	Gegenstand	Ocular	Angabe des Kreises
VII 6, $12^h\ 24^m\ 56,11^s$	α Urs. min. U. C.	West	$40^0\ 19'\ 24'',0$
52 22,11	$1^h\ 8^m\ 56^s,32;\ + 38^0\ 34'\ 21'',32$	Ost	319 42 1,2
— 7, 0 19 20,11	α Urs. min. O. C.	West	37 28 9,0
41 11,69	$1^h\ 8^m\ 57^s,84;\ + 38^0\ 34'\ 21'',41$	Ost	322 33 20,9
— 24, 4 40 38,49	α Tauri	West	325 7 42,8
50 52,67	$4^h\ 28^m\ 2^s,68;\ + 16^0\ 13'\ 49'',42$	Ost	34 58 51,6

wobei die Angaben des Kreises bereits für die Refraction, und unter der Annahme, es sei nahe $\varphi = 51^\circ\ 6'\ 56''$, nach 19 auch für den Stundenwinkel corrigirt sind, so dass sich aus

α Urs. min. U. C.		α Urs. min. O. C.		α Tauri	
z' =	40° 19′ 24″,0	z' =	37° 28′ 9″,0	z' =	34° 52′ 17″,2
z'' =	40 17 58,8	z'' =	37 26 39,1	z'' =	34 58 51,6
$\frac{z'+z''}{2}$ =	40 18 41,4	$\frac{z'+z''}{2}$ =	37 27 24,0	$\frac{z'+z''}{2}$ =	34 53 4,4
$180 - d$ =	91 25 38,7	d =	88 34 21,0	d =	16 13 49,4
φ =	51 6 57,8	φ =	51 6 57,4	φ =	51 6 53,8

ergeben, wobei sich der im Mittel aus allen drei Beobachtungspaaren ergebende Fehler $\frac{1}{2}(z' - z'') = +44'',9$ des Zenithpunctes je aufgehoben hat. Auf solche Weise erhielten

Baeyer und Sadebeck	aus 72 Beobacht. von	α Urs. min.	$\varphi = 51^\circ\ 6'\ 57'',242$
	48	α Boot. und α Tauri	55,698
Galle . .	69	α Urs. min.	57,563
	20	α Tauri	55,392

und man muss somit offenbar auf eine sehr merkliche Durchbiegung η des Fernrohrs (s. 342) schliessen, welche zwar die nahe gleiche Zenithdistanz aller drei Sterne um nahe gleich viel, aber die Polhöhe wegen $\varphi = d - z_n$ und $\varphi = d + z_s$ für nördliche und südliche Sterne in verschiedenem Sinne influirt, so dass, wenn die wirkliche Polhöhe $\varphi = a + \Delta\varphi$, wo $a = 51^\circ\ 6'\ 50''$, und die beobachtete Polhöhe gleich φ' gesetzt wird,

$$\varphi' = a + \Delta\varphi \pm \eta \qquad \textbf{20}$$

ist, wo sich das obere Zeichen auf nördliche, das untere auf südliche Sterne beziehen mag. Man erhält somit, wenn man 20 für alle n nördlichen und s südlichen Beobachtungen anschreibt, nach 210 für die wahrscheinlichsten Werthe von $\Delta\varphi$ und η die beiden Bestimmungsgleichungen

$$\Sigma\varphi'_n + \Sigma\varphi'_s = (n+s)\,a + (n+s)\,\Delta\varphi + (n-s)\,\eta$$

$$\Sigma\varphi'_n - \Sigma\varphi'_s = (n-s)\,a + (n-s)\,\Delta\varphi + (n+s)\,\eta$$

oder durch Addition und Subtraction

$$\frac{1}{n}\Sigma\varphi'_n = a + \Delta\varphi + \eta \qquad \frac{1}{s}\Sigma\varphi'_s = a + \Delta\varphi - \eta$$

oder durch nochmalige Addition und Subtraction

$$\Delta\varphi = \frac{1}{2n}\Sigma\varphi'_n + \frac{1}{2s}\Sigma\varphi'_s - a \qquad \eta = \frac{1}{2n}\Sigma\varphi'_n - \frac{1}{2s}\Sigma\varphi'_s \qquad \textbf{21}$$

Bezeichnet endlich p das Gewicht von $\Delta\varphi$ oder η, so geht aus 21 nach 209 : 2 in beiden Fällen unter der Voraussetzung, die Gewichte der einzelnen Bestimmungen von φ' seien alle gleich der Einheit, hervor, dass

$$\frac{1}{p} = \left(\frac{1}{2n}\right)^2 \cdot n + \left(\frac{1}{2s}\right)^2 \cdot s \qquad \text{oder} \qquad p = n + s - \frac{(n-s)^2}{n+s} \qquad \textbf{22}$$

Nach diesen Grundsätzen erhielten **Baeyer** und **Sadebeck**

$\eta = +0'',772$ $\quad \Delta\varphi = +6'',470$ $\quad \varphi = 51^\circ\ 6'\ 56'',470$ $\quad p = 115,20$

Galle dagegen

$\eta = +1'',086$ $\quad \Delta\varphi = +6'',477$ $\quad \varphi = 51^\circ\ 6'\ 56'',477$ $\quad p = 62,02$

so dass im Mittel aus beiden Reihen mit Berücksichtigung der Gewichte

$$\eta = +0'',882 \qquad \varphi = 51^0\ 6'\ 56'',472$$

zu setzen ist. — Misst man zwei Höhen eines Gestirnes und notirt die Zwischenzeit der Beobachtungen, so erhält man ebenfalls eine Polhöhenbestimmung, welche schon **Nonius** in seinem 220 erwähnten Werke, sodann Robert **Hues** (Harford 1553? — 1632; Pensionär des Grafen Heinrich von Northumberland) in seinem „Tractatus de globis et eorum usu. Lugd. 1594 in 8. (auch Lond. 1595, Amstel. 1611, etc.)", **Fatio** in seiner Abhandlung „Navigation improv'd. London 1728 in fol.", etc., behandelten, besonders aber Cornelis **Douwes** (1713? — Amsterdam 1773; Lehrer am Zeemans-Collegie zu Amsterdam und Examinator am Admiralitäts-Collegium daselbst) um 1740 den Seefahrern mit Hülfe von Tafeln und unter Voraussetzung einer angenäherten oder **gegissten** Breite mundgerecht zu machen verstand. Letztere verwenden fast ausschliesslich die Sonne zu solchen Bestimmungen, wobei sie gewohnt sind, dieselbe bei jeder Beobachtung zu **peilen**, d. h. die Richtung nach der Sonne am Compasse abzulesen, — diese Ablesung mit dem gesteuerten **Curse**, d. h. mit der ebenfalls nach dem Compasse bestimmten Richtung des Schifflaufes zu vergleichen, — und die Geschwindigkeit des Schiffes in Seemeilen (60 auf 1°) mit Hülfe des ausgeworfenen **Log-Bretes** und der sich abwickelnden, in **Knoten** zu $^1/_{120}$ Seemeile getheilten **Log-Leine** zu bestimmen, um verschiedenzeitige Beobachtungen auf denselben Standpunct des Schiffes reduciren zu können. — Bezeichnen z_1 und z_2 zwei unter derselben Breite φ beobachtete Zenithdistanzen eines Gestirnes, so ist nach 336 : 2

$$\text{Cos}\, z_1 = \text{Sin d} \cdot \text{Sin}\,\varphi + \text{Cos d} \cdot \text{Cos}\,\varphi \cdot \text{Cos}\, s_1 \qquad \textbf{23}$$

$$\text{Cos}\, z_2 = \text{Sin d} \cdot \text{Sin}\,\varphi + \text{Cos d} \cdot \text{Cos}\,\varphi \cdot \text{Cos}\, s_2 \qquad \textbf{24}$$

und also durch Subtraction, wenn die halbe Zwischenzeit der Beobachtungen

$$\frac{u_2 - u_1}{2} = \frac{(a + s_2 - \Delta t) - (a + s_1 - \Delta t)}{2} = \frac{s_2 - s_1}{2} = \lambda \qquad \textbf{25}$$

gesetzt wird,

$$\text{Sin}\,(s_1 + \lambda) = \frac{\text{Sin}\,\frac{z_2 + z_1}{2} \cdot \text{Sin}\,\frac{z_2 - z_1}{2}}{\text{Cos d} \cdot \text{Cos}\,\varphi \cdot \text{Sin}\,\lambda} \qquad \textbf{26}$$

so dass man, unter Voraussetzung vorläufiger Kenntniss der Polhöhe, s_1 oder $s_2 = s_1 + 2\lambda$ berechnen kann. Setzt man aber

$$\text{M} \cdot \text{Sin N} = \text{Sin d} \qquad \text{M} \cdot \text{Cos N} = \text{Cos d} \cdot \text{Cos}\, s_2 \qquad \textbf{27}$$

so gibt 24

$$\text{Cos}\,(\varphi - \text{N}) = \frac{\text{Cos}\, z_2}{\text{M}} \qquad \textbf{28}$$

zur Berechnung von φ. Wenn jedoch das Gestirn die Sonne ist, und die Beobachtung zur See gemacht wird, so hat man die erste Zenithdistanz noch wegen Veränderung der Declination und des Zenithes zu verbessern; hiefür gibt aber einerseits 336 : 6, wenn $\varphi + d - z = 2g$ gesetzt wird

$$dz = -\text{Cos v} \cdot dd = -dd\left(1 - 2\,\text{Sin}^2\frac{v}{2}\right) = -dd\left(1 - 2\,\frac{\text{Sin}\,(d-g)\,\text{Cos}\,(z+g)}{\text{Cos d} \cdot \text{Sin z}}\right) \qquad \textbf{29}$$



während anderseits, wenn A, B und S die Zenithe der beiden Beobachtungsstellen und die Sonne sind, sehr nahe

$$\text{B S} = \text{A S} - \text{A B} \cdot \text{Cos A} \qquad \textbf{30}$$

gesetzt werden darf, so dass z_1 um A B . Cos A vermindert werden muss. — So z. B. wurden, nach „Franz **Schaub** (Gross-Schweinbarth in Nieder-Oesterreich 1817; früher Adjunct der Wiener-Sternwarte, jetzt Director der Marine-Sternwarte in Triest), Leit-

faden für den Unterricht in der nautischen Astronomie. Triest 1853 in 8. (2. A. Wien 1860)", unter der gegissten Breite $+ 40^\circ\, 10'$ und etwa $15^\circ\, 10'$ westlich von Greenwich (oder $0^d{,}08$ von Berlin) 1860 VIII 25 Nachmittags beobachtet:

Chronometerzeit	$3^h\ 15^m\ 34^s{,}0$	$5^h\ 14^m\ 13^s{,}5$
Höhe des untern Sonnenrandes .	$58^\circ\ 3'\ 4''$	$42^\circ\ 7'\ 18''$
Peilung der Sonne	S 24° W	S $63\frac{1}{2}^\circ$ W

Der Stand des Chronometers gegen m. Z. Greenwich betrug $- 44^m\ 54^s{,}0$ um $8^h\ 15^m$, der tägliche Gang $- 10^s{,}8$; der gesteuerte Curs war W gen N, das Schiff legte in der Stunde 6 Meilen zurück, die Höhe des Auges war $20'$ und der Indexfehler des angewandten Sextanten $+ 2'\ 40''$. Man hat somit:

Unterschied der Chronometerzeiten	$1^h\ 58^m\ 39^s{,}5$
Gang in zwei Stunden	$-\ \ 0{,}9$
Tägliche Verspätung der nach mittlerer Zeit gehenden Uhr gegen wahre Zeit wegen Abnahme der Zeitgleichung um $16^s{,}36$ macht . .	$+\ \ 1{,}4$
also ist	$2\lambda = 1^h\ 58^m\ 40^s{,}0 = 1^h{,}98$

Es betrug aber VIII 25 die Declination der Sonne im wahren Berliner-Mittag $+ 10^\circ\ 37'\ 25''{,}1$ und verminderte sich bis zum folgenden Mittag um $1252''{,}6$, also betrug die Mittagsdeclination auf dem Schiffe $+ 18\ 37'\ 25''{,}1 - 0{,}08 . 1252''{,}6 = 10^\circ\ 35'\ 45''$, während $d\,d = - 1252{,}6 . 1{,}98 : 24 = - 103''$, $A\,B = 6 . 1{,}98 = 12$ Meilen $= 12'$, $A = \frac{9}{8} . 90^\circ - 24^\circ = 77^\circ\ 15'$ war. Man hat somit:

Um Chronometerzeit	$3^h\ 15^m\ 34^s{,}0$	$5^h\ 14^m\ 13^s{,}5$
Beobachtete scheinbare Höhe . . .	$58^\circ\ 3'\ 4''$	$42^\circ\ 7'\ 18''$
Indexfehler	$+\ 2\ 40$	$+\ 2\ 40$
Halbmesser der Sonne	$+\ 15\ 51{,}_2$	$+\ 15\ 51{,}_2$
Höhenparallaxe (387:15)	$+\ \ 4{,}_5$	$+\ \ 4{,}_5$
Kimmtiefe (376:5)	$-\ 4\ 28$	$-\ 4\ 28$
Refraction	$-\ \ 36$	$-\ 1\ 4$
Wahre Höhe der Sonne	$58\ 16\ 36$	$42\ 20\ 24$
Zenithdistanz	$81\ 43\ 24$	$47\ 39\ 36$
Veränderung des Zenithes nach 30 .	$-\ 2\ 38$	
Veränderung der Declination nach 29	$+\ 1\ 37$	
Zu verrechnende Zenithdistanz . . .	$81\ 42\ 23$	$47\ 39\ 36$

Mit diesen Werthen erhält man nach 26: $s_1 + \lambda = 27^\circ\ 26'\ 20''$ und $s_2 = 42^\circ\ 16'\ 20'' = 2^h{,}82$, so dass eigentlich $d = 10^\circ\ 35'\ 45'' - 1252''{,}6 . 2{,}82 : 24 = 10^\circ\ 38'\ 18''$, — und schliesslich nach 27 und 28 die Werthe

$$N = 14^\circ\ 8'\ 3'' \qquad M = \overline{9{,}8751426} \qquad \varphi = 40^\circ\ 15'\ 17''$$

erhalten werden. — Aus 23 erhält man ohne Schwierigkeit

$$\operatorname{Sin}(\varphi + u) = \frac{\operatorname{Cos} n . \operatorname{Cos} z}{\operatorname{Sin} d} \qquad \text{wo} \qquad \operatorname{Tg} u = \operatorname{Ctg} d . \operatorname{Cos} s \qquad \mathbf{31}$$

so dass man die Polhöhe auch durch blosse Messung der Zenithdistanz eines bekannten Sternes zu bekannter Sternzeit leicht ermitteln kann. **Littrow** zeigte nun, theils in seiner Abhandlung „Ueber eine neue Methode, die Polhöhe zu bestimmen (Zeitschr. f. Astr. III, 1817)", theils in mehreren Briefen an **Zach** (Corresp. astr. IV 1820, VI 1822), dass diese Methode bei Anwendung des Polarsternes, nicht nur etwa in der Nähe des Meridianes, sondern jeder Zeit gute Resultate gebe, — dass der strengen Formel 31 in diesem Falle

Näherungs-Ausdrücke, so z. B., wenn ψ die Equatorhöhe und p die Poldistanz des Polarsternes bezeichnen, die Formel

$$\psi = s + p . \text{Cos } s - M . \text{Ctg } s + N$$

wo

$$M = \tfrac{1}{2} p^2 . \text{Sin}^2 s \qquad N = \tfrac{1}{3} p^3 . \text{Sin}^2 s . \text{Cos } s \qquad 32$$

sich leicht in eine Hülfstafel bringen lassen, substituirt werden können, — etc. Auch andere Astronomen beschäftigten sich mit dieser Methode, vergl. z. B. „**Horner**, Méthode facile et générale pour calculer les latitudes d'un lieu par les hauteurs de l'étoile polaire, observées à toute heure; et **Young**, Autre méthode pour réduire au méridien les hauteurs circum-méridiennes d'un astre quelconque. Gênes 1822 in 8. (Corr. astr. V, 1821)", und die schon mehrfach citirte Astronomie von **Brünnow**, welch' letztere überdiess noch mehrere andere Verfahren für Polhöhenbestimmung bespricht, von denen hier Umgang genommen werden muss.

346. Das Equatoreal. Zur unmittelbaren Messung von Sterncoordinaten eignet sich ganz besonders das sog. Equatoreal, d. h. ein parallaktisch montirtes Fernrohr (334), mit dessen Axen der optischen Kraft desselben entsprechende Kreise, der sog. **Stundenkreis** und **Declinationskreis**, verbunden sind, und zu dessen Ajüstirung folgende Operationen ausreichen: Man hängt an die Axe des Declinationskreises eine Libelle, — stellt sie durch Drehen am Stundenkreise ein, — kehrt sie um, und verbessert an ihr den halben Ausschlag. Dann dreht man den Stundenkreis um 12^h, d. h. verwechselt die Lager, und verbessert den halben Ausschlag an ihnen. Hat das Fernrohr ein Fadenkreuz, so centrirt man dasselbe, stellt es sodann auf ein Object ein, legt das Fernrohr in den Lagern um oder schlägt es nach Drehen um 12^h durch, und corrigirt die halbe Abweichung an den betreffenden Correctionsschrauben. Da die Fernrohraxe in Folge der zwei ersten Operationen horizontal und dem Stundenkreise parallel ist, so muss sie, wenn Letzterer im Equator liegt, der einzigen horizontalen Richtung des Equators, der Linie Ost-West, parallel sein, folglich die nach der dritten Operation zur Drehaxe senkrechte optische Axe des Fernrohrs im Meridiane spielen oder das Fadenkreuz das Meridianzeichen treffen. Es wird nun der Meridianpunct des Stundenkreises abgelesen, beziehungsweise auf Null gebracht. Endlich stellt man das Fadenkreuz auf einen im Meridiane befindlichen Punct bei normaler Lage des Fernrohrs, und dann nach Drehen um 180° und Durchschlagen nochmals ein; die halbe Summe der Ablesungen am Declinationskreise gibt sodann den Polpunct des Instrumentes, und es soll daher die mit seiner Hülfe für einen dem Zenithe nahen, also durch die Refraction unbeeinflussten, culminirenden Stern ermittelte Poldistanz die Declination desselben zu einem Quadranten ergänzen, — geschieht es nicht, so ist die Neigung der Hauptaxe des Instrumentes

entsprechend zu verändern. — Die kleinen übrigbleibenden Fehler sind in ähnlicher Weise wie beim Meridiankreise zu ermitteln und in Rechnung zu bringen: Bestimmen nämlich μ, $180^0 - \gamma$ und m die Lage von Pol und Meridian des vorläufig corrigirten Equatoreals gegen den wirklichen Pol und Meridian, so hat man zwischen den instrumentalen und wirklichen Werthen von Stundenwinkel und Declination eines Sternes S aus Dreieck PP'S (vergl. Fig.) die Beziehungen

$$\text{Sin}\,\delta = \text{Sin}\,\delta_1\,\text{Cos}\,\mu + \text{Cos}\,\delta_1\,\text{Sin}\,\mu\,\text{Cos}\,(\tau_1 + \text{m}) \qquad 1$$

$$\text{Sin}\,\delta_1 = \text{Sin}\,\delta\,\text{Cos}\,\mu - \text{Cos}\,\delta\,\text{Sin}\,\mu\,\text{Cos}\,(\tau + \gamma) \qquad 2$$

$$\text{Cos}\,\delta\,\text{Cos}\,(\tau + \gamma) = \text{Cos}\,\delta_1\,\text{Cos}\,\mu\,\text{Cos}\,(\tau_1 + \text{m}) - \text{Sin}\,\delta_1\,\text{Sin}\,\mu \qquad 3$$

$$\text{Cos}\,\delta_1\,\text{Cos}\,(\tau_1 + \text{m}) = \text{Cos}\,\delta\,\text{Cos}\,\mu\,\text{Cos}\,(\tau + \gamma) + \text{Sin}\,\delta\,\text{Sin}\,\mu \qquad 4$$

$$\text{Cos}\,\delta\,\text{Sin}\,(\tau + \gamma) = \text{Cos}\,\delta_1\,\text{Sin}\,(\tau_1 + \text{m}) \qquad 5$$

von denen 1, 3, 5 oder 2, 4, 5 die einen oder andern unter Voraussetzung von μ, γ, m berechnen lassen. Da μ klein und nahe $\delta = \delta_1$, sowie $\text{m} + \tau_1 = \gamma + \tau$, so ist nach 1 und 5 auch nahe (mit Ausnahme sehr polarer Sterne)

$$\delta = \delta_1 + \mu\,\text{Cos}\,(\tau_1 + \text{m}) \qquad 6$$

$$\tau = \tau_1 + \text{m} - \gamma + \mu\,\text{Tg}\,\delta_1\,\text{Sin}\,(\tau_1 + \text{m}) \qquad 7$$

Beobachtet man nun, nachdem man, mit Hülfe des Niveau's auf der Axe des Declinationskreises, den $\tau_1 = 0$ entsprechenden Punct des Stundenkreises aufgesucht hat, 4 bekannte Sterne der Declinationen $\delta^{\text{I}}\ \delta^{\text{II}}\ \delta^{\text{III}}\ \delta^{\text{IV}}$ bei Einstellung des Stundenkreises auf $\tau_1 = 0$, 90, 180, 270 (wobei, wenn man nicht die Refraction anbringen will, die Sterne so zu wählen sind, dass die im Meridiane und die im Verticale beobachteten je unter sich nahe gleiche Höhe haben), und liest man je den Werth von δ_1 ab, so hat man nach 6

$$\mu\,\text{Cos}\,\text{m} = \frac{\delta^{\text{I}} - \delta^{\text{III}} - (\delta_1{}^{\text{I}} - \delta_1{}^{\text{III}})}{2}$$

$$\mu\,\text{Sin}\,\text{m} = \frac{\delta^{\text{IV}} - \delta^{\text{II}} - (\delta_1{}^{\text{IV}} - \delta_1{}^{\text{II}})}{2} \qquad 8$$

woraus sich μ und m berechnen lassen. Notirt man beim Durchgange des ersten Sternes noch die Sternzeit, so kennt man mit Hülfe der $\mathcal{R}$ auch τ, und kann nach 7 noch γ bestimmen. Findet man so μ und $\gamma - \text{m}$ wirklich klein, so kann man fortan 6 und 7 zur Reduction der Ablesungen benützen.

Die Formeln 1 bis 5 gehen unmittelbar aus Anwendung von 160: 1, 2 und 162: 2 auf die beistehende Figur hervor. Aus den ersten zwei derselben erhält man durch Subtraction, da μ klein ist und somit auch $\tau_1 + \text{m} = \tau + \gamma$ gesetzt werden darf, sehr nahe



$$\text{Sin}\,\delta - \text{Sin}\,\delta_1 = \text{Sin}\,\delta_1 - \text{Sin}\,\delta + 2\,\text{Cos}\,\delta_1\,\text{Cos}\,(\tau_1 + \text{m})\,\mu\,\text{Sin}\,1''$$

oder

$$\text{Cos}\,\delta_1\,\text{Cos}\,(\tau_1 + \text{m})\,\mu\,\text{Sin}\,1'' = \text{Sin}\,\delta - \text{Sin}\,\delta_1 = (\delta - \delta_1)\,\text{Cos}\,\delta_1\,\text{Sin}\,1''$$

d. h. 6. Ferner kann man statt 5

$$\text{Cos}\,\delta\,[\text{Sin}\,(\tau+\gamma)-\text{Sin}\,(\tau_1+m)]=(\text{Cos}\,\delta_1-\text{Cos}\,\delta)\,.\,\text{Sin}\,(\tau_1+m)$$

schreiben, und es ist somit ebenfalls nahe

$$2\,\text{Cos}\,\delta\,.\,\frac{\tau-\tau_1+\gamma-m}{2}\,\text{Sin}\,1''\,.\,\text{Cos}\,(\tau_1+m)=2\,\frac{\delta-\delta_1}{2}\,\text{Sin}\,1''\,.\,\text{Sin}\,\delta_1\,\text{Sin}\,(\tau_1+m)$$

oder $$\tau-\tau_1+\gamma-m=(\delta-\delta_1)\,.\,\text{Tg}\,(\tau_1+m)\,.\,\text{Tg}\,\delta_1$$

woraus unter Benutzung von 6 sofort 7 folgt. Nach 6 erhält man sodann für die im Texte erwähnten 4 Sterne

$$\delta^{I}=\delta_1^{\,I}+\mu\,\text{Cos}\,m,\quad \delta^{II}=\delta_1^{\,II}-\mu\,\text{Sin}\,m,\quad \delta^{III}=\delta_1^{\,III}-\mu\,\text{Cos}\,m,\quad \delta^{IV}=\delta_1^{\,IV}+\mu\,\text{Sin}\,m$$

woraus theils die 8, theils die Gleichheiten

$$\delta^{I}+\delta^{III}=\delta_1^{\,I}+\delta_1^{\,III}\qquad\qquad \delta^{II}+\delta^{IV}=\delta_1^{\,II}+\delta_1^{\,IV} \qquad 9$$

hervorgehen. — **Weilemann** erhielt im Februar 1867 an dem kurz zuvor provisorisch regulirten Refractor der Zürcher-Sternwarte folgende Daten:

Stern	Æ	D	τ_1	Mit Refraction behaftete Werthe nach 336 : 9, 10 α	δ	nach Beobacht. δ_1
	h m s	° ' "	h	h m s	° ' "	° ' "
$\varkappa$ Leonis	9 53 12,5	8 40 38	0	9 53 12,5	8 41 25	8 44 53 + Δ
μ Androm.	0 49 22,7	37 46 44	6	0 49 30,0	37 47 58	38 11 27 + Δ
33 Cygni	20 10 16,7	56 9 46	12	20 10 16,7	56 13 30	56 28 38 + Δ
β Urs. min.	14 51 5,4	74 41 41	18	14 50 51,5	74 41 56	74 37 13 + Δ

wo Δ den Fehler des Nullpunctes am Declinationskreise bezeichnet, — und für die Sternzeit der ersten Beobachtung $9^h\,52^m\,15^s{,}8$. Es folgen hieraus nach 8 und 7

$$\mu\,\text{Cos}\,m=+5'\,45''\qquad \mu\,\text{Sin}\,m=+14'\,6''\qquad \mu=15'\,14''\qquad m=67^\circ\,49'$$

$$\tau=9^h\,52^m\,15^s{,}8-9^h\,53^m\,12^s{,}5=-56^s{,}7=-14'\,10''$$

$$\gamma=67^\circ\,49'+14'+15{,}2\,.\,\text{Tg}\,8^\circ\,41'\,.\,\text{Sin}\,67^\circ\,49'=68^\circ\,5'$$

und endlich nach den 9

$$4\,\Delta=\Sigma\,\delta-\Sigma\,\delta_1=-37'\,13''\qquad\text{oder}\qquad \Delta=-9'\,18''$$

Für eine auch die kleinern Fehler berücksichtigende und überhaupt einlässlichere Untersuchung vergl. „**Hansen**, Die Theorie des Equatoreal's (Abhandl. der sächs. Ges. der Wiss. IV.)".

347. Der Kreismikrometer. Will man sich nicht auf die Unveränderlichkeit der Aufstellung verlassen, oder entsprechen die Kreise des Equatoreals der optischen Kraft des Fernrohrs nicht hinlänglich, so thut man besser, dasselbe nicht zu absoluten Bestimmungen zu verwenden, sondern mit ihm nur Positionsunterschiede zu messen. Zu diesem Zwecke dient unter Anderm der sog. Kreismikrometer, d. h. ein in die Bildebene des Objectives eingesetzter Stahlring: Beobachtet man nämlich die Zeiten t und τ, zu welchen ein Gestirn der Declination d in den Ring eintritt, und bei unveränderter Lage des Fernrohrs denselben wieder verlässt, so entspricht die halbe Summe derselben dem Durchgange durch die Mitte der beschriebenen Sehne, während die Sehne in $15\,.\,(\tau-t)\,.\,\text{Cos}\,d$ ein Maass erhält. Lässt man daher zwei Sterne von bekannter Declination durchgehen, so kennt man zwei Sehnen des Kreises und ihren der Declinations-

differenz gleichen Abstand, kann somit (130) den Radius des Kreises berechnen. Einmal aber dieser bekannt, lässt sich (130) aus ihm und zwei Sehnen durch Näherung, indem man bei der ersten Rechnung die Declination des unbekannten Sternes gleich der des bekannten setzt, ihr Abstand oder also die Declinationsdifferenz der sie beschreibenden Sterne bestimmen, während die Differenz der Durchgangszeiten durch die Sehnenmitten offenbar mit der Rectascensionsdifferenz übereinkömmt. Sind die beiden Gestirne dem Pole so nahe, dass die von ihnen beschriebenen Wege nicht mehr als Sehnen betrachtet werden dürfen, oder hat das eine Gestirn eigene Bewegung, so lassen sich leicht die nöthigen Correctionen anbringen.

Das im Brennpuncte des Objectives stehende, ohnehin kreisrund ausgedrehte Diaphragma wurde schon 1739 von **Boscovich** in seiner Schrift „De novo telescopii usu ad objecta cœlestia determinanda. Romæ 1739 in 4." als Mikrometer empfohlen, — von **Lacaille,** vergleiche dessen „Observations de la comète qui a paru aux mois de Mars, d'Avril et de Mai de l'année 1742 (Mém. de Par. 1742)" wirklich zu einigen Bestimmungen verwendet, — von Julius August **Koch** (Osnabrück 1752 — Danzig 1817; Arzt in Danzig) in einer Note „Ueber den Gebrauch des leeren Kreises als Mikrometer (Bode's Jahrbuch 1798)" neuerdings als brauchbar erwiesen, — und sodann, um die zu beobachtenden Sterne schon vor ihrem Antritte sehen zu können, nach dem Vorschlage von Joh. Gottfried **Köhler** (Gaunernitz bei Dresden 1745 — Dresden 1801; Inspector des mathematischen Salon's in Dresden) um 1798 (s. Zach, Geogr. Ephem. III, 1799) durch einen in ihm aufgehängten schmalen Messingring ersetzt, während gleichzeitig **Olbers** durch vorzügliche Kometen-Beobachtungen das bisdahin noch von Vielen verächtlich behandelte neue Hülfsmittel zu verdientem Ansehen brachte, und später **Bessel** veranlasste, die Theorie desselben in seiner Abhandlung „Ueber das Kreismikrometer (Zach, Monatl. Corresp. 1811 XI und 1812 VII) zu entwickeln; **Fraunhofer** endlich erwarb sich (s. Zach, Corresp. astron. V, 1821) das Verdienst, die Ringmikrometer durch in Plangläser eingesetzte Stahlringe in vorzüglichster Weise auszuführen. — Die Radien der Kreismikrometer kann man nach dem in 289 angedeuteten Verfahren von **Gauss** messen; meistens wendet man jedoch auf die im Texte beschriebene Weise zwei bekannte Sterne zu ihrer Bestimmung an, — voraus Pleyaden-Sterne, unter denen sich mit Hülfe von „**Bessel.** Beobachtungen verschiedener Sterne der Pleyaden (Astron. Unters. I 209—288)" immer eine zweckmässige Auswahl treffen lässt. — Bezeichnet r den Radius, und setzt man entsprechend dem Texte die halben Sehnen

$$a = 15\,\frac{\tau_1 - t_1}{2}\,\text{Cos}\,d_1 \qquad c = 15\,\frac{\tau_2 - t_2}{2}\,\text{Cos}\,d_2 \qquad \textbf{1}$$

sowie den Abstand der Sehnen, da die Declinationen offenbar hiefür um die Refraction zu verderben sind, mit Hülfe von 336 : 9

$$h = d_1 + \alpha\,\text{Ctg}\,(n + d_1) - [d_2 + \alpha\,\text{Ctg}\,(n + d_2)] =$$

$$= d_1 - d_2 - \alpha\,\frac{\text{Sin}\,(d_1 - d_2)}{\text{Sin}\,(n + d_1)\,\text{Sin}\,(n + d_2)} \quad \text{wo} \quad \text{Tg}\,n = \text{Ctg}\,\varphi\,\text{Cos}\,s \qquad \textbf{2}$$

so hat man nach 130 : 1, 2

$$r = \frac{b}{\text{Cos}\,\alpha - \text{Cos}\,\beta} = \frac{b}{2\,\text{Sin}\,A\,.\,\text{Sin}\,B} \quad \text{wo} \quad \text{Tg}\,A = \frac{b}{c - a} \quad \text{Tg}\,B = \frac{b}{c + a} \qquad \textbf{3}$$

So z. B. erhielt **Weilemann** 1866 I 12 für die Pleyadensterne g ($d_1 = 23^0\ 51'\ 53'',63$) und η ($d_2 = 23^0\ 41'\ 16'',32$) die

Eintrittszeiten t		Austrittszeiten τ	
g: $9^s,2$ und $16^s,5$	η: $170^s,5$ und $176^s,8$	g: $55^s,5$ und $63^s,2$	η: $219^s,8$ und $226^s,0$

während das parallaktisch montirte Fernrohr annähernd den Stundenwinkel $s = 2^h\ 58^m = 44^0\ 30'$ hatte, — ferner der Barometer $719^{mm},9$ zeigte und die Lufttemperatur $-1^0,3$ betrug, so dass nach Tafel XIII die Refractionsconstante $\alpha = 57'',7\ (1 - 0,042 + 0,039) = 57'',5$ war. Es folgen hieraus nach 1, 2 und 3 successive

$a' = 370'',37$	$c' = 381'',18$	$n = 33^0\ 17'$
$a'' = 267,49$	$c'' = 295,33$	$b = 637'',06$
$A' = 89^0\ \ 1'\ 40''$	$B' = 40^0\ 17'\ 12''$	$r' = 492'',68$
$A'' = 87\ \ 29\ \ 52$	$B'' = 48\ \ 32\ \ 26$	$r'' = 425,44$

Für die Bestimmung der Rectascensionsdifferenz zweier Gestirne reicht das im Texte Gesagte aus; dagegen mag über die, nach Ermittlung der Radien ebenfalls mögliche Bestimmung der Declinationsdifferenz noch näher eingetreten werden: Bezeichnet D die Declination des Mittelpunctes, so ist nach 130 für einen nördlich vom Mittelpuncte passirenden Stern

$$d_1 - D = r' \cdot \operatorname{Cos} \alpha' = r'' \operatorname{Cos} \alpha'' \quad \text{also} \quad o = r' \operatorname{Cos} \alpha' - r'' \operatorname{Cos} \alpha'' \qquad 4$$

folglich, wenn

$$\frac{r' + r''}{2} = r \qquad \frac{r' - r''}{2} = \varrho \quad \text{oder} \quad r' = r + \varrho \qquad r'' = r - \varrho \qquad 5$$

gesetzt wird,

$$o = (r + \varrho) \operatorname{Cos} \alpha' - (r - \varrho) \operatorname{Cos} \alpha''$$

$$\text{oder} \qquad \varrho = r \frac{\operatorname{Cos} \alpha'' - \operatorname{Cos} \alpha'}{\operatorname{Cos} \alpha'' + \operatorname{Cos} \alpha'} = r \operatorname{Tg} \frac{\alpha' + \alpha''}{2} \operatorname{Tg} \frac{\alpha' - \alpha''}{2} \qquad 6$$

Da überdiess

$$a' = r' \operatorname{Sin} \alpha' \qquad a'' = r'' \operatorname{Sin} \alpha'' \qquad 7$$

so erhält man mit Hülfe von 5 and 6 sofort

$$\frac{a' \pm a''}{2} = \frac{(r + \varrho) \operatorname{Sin} \alpha' \pm (r - \varrho) \operatorname{Sin} \alpha''}{2} =$$

$$= \frac{r (\operatorname{Sin} \alpha' \pm \operatorname{Sin} \alpha'') + \varrho (\operatorname{Sin} \alpha' \mp \operatorname{Sin} \alpha'')}{2} =$$

$$= r \operatorname{Sin} \frac{\alpha' \pm \alpha''}{2} \operatorname{Cos} \frac{\alpha' \mp \alpha''}{2} + \varrho \operatorname{Sin} \frac{\alpha' \mp \alpha''}{2} \operatorname{Cos} \frac{\alpha' \pm \alpha''}{2} =$$

$$= r \operatorname{Sin} \frac{\alpha' \pm \alpha''}{2} \cdot \operatorname{Sec} \frac{\alpha' \mp \alpha''}{2} \qquad 8$$

und nach 4 mit Hülfe von 97

$$d_1 - D = \frac{r' \operatorname{Cos} \alpha' + r'' \operatorname{Cos} \alpha''}{2} =$$

$$= r \operatorname{Cos} \frac{\alpha' + \alpha''}{2} \operatorname{Cos} \frac{\alpha' - \alpha''}{2} - \varrho \operatorname{Sin} \frac{\alpha' + \alpha''}{2} \operatorname{Sin} \frac{\alpha' - \alpha''}{2}$$

oder mit Benutzung von 6

$$d_1 - D = r \cdot \operatorname{Cos} \alpha' \operatorname{Cos} \alpha'' \cdot \operatorname{Sec} \frac{\alpha' + \alpha''}{2} \operatorname{Sec} \frac{\alpha' - \alpha''}{2} \qquad 9$$

Setzt man daher

$$\frac{a' + a''}{2r} = \operatorname{Sin} A \qquad \frac{a' - a''}{2r} = \operatorname{Sin} B \qquad \textbf{10}$$

also mit Hülfe von 97

$$\operatorname{Cos} A = \sqrt{1 - \operatorname{Sin}^2 A} = \frac{1}{2r}\sqrt{4r^2 - (a' + a'')^2} =$$

$$= \operatorname{Sec}\frac{\alpha' - \alpha''}{2}\sqrt{\operatorname{Cos}^2\frac{\alpha' + \alpha''}{2} - \operatorname{Sin}^2\frac{\alpha' + \alpha''}{2}} = \operatorname{Sec}\frac{\alpha' - \alpha''}{2}\sqrt{\operatorname{Cos}\alpha' . \operatorname{Cos}\alpha''}$$

$$\operatorname{Cos} B = \sqrt{1 - \operatorname{Sin}^2 B} = \frac{1}{2r}\sqrt{4r^2 - (a' - a'')^2} = \qquad \textbf{11}$$

$$= \operatorname{Sec}\frac{\alpha' + \alpha''}{2}\sqrt{\operatorname{Cos}^2\frac{\alpha' + \alpha''}{2} - \operatorname{Sin}^2\frac{\alpha' - \alpha''}{2}} = \operatorname{Sec}\frac{\alpha' + \alpha''}{2}\sqrt{\operatorname{Cos}\alpha' . \operatorname{Cos}\alpha''}$$

so erhält man statt 9

$$d_1 - D = r . \operatorname{Cos} A . \operatorname{Cos} B \qquad \textbf{12}$$

und kann daher nach 10 und 12 leicht den Abstand des Sternes vom Mittelpuncte berechnen. Ganz entsprechend kann für den zweiten Stern, je nachdem er ebenfalls nördlich, oder südlich durchgeht, $d_2 - D$ oder $D - d_2$ berechnet, und sodann durch Combination beider Bestimmungen $d_1 - d_2$ erhalten werden — So z. B. verglich **Brünnow** 1850 VI 24 zu Bilk den kurz zuvor von Adolf Cornelius **Petersen** (Wester-Bau in Schleswig 1804 — Altona 1854; Observator der Sternwarte in Altona) entdeckten Kometen (k), dessen Declination damals etwa 59° 20′ betragen mochte, an einem Kreismikrometer der Radien 681″,09 und 566″,29 mit einem Sterne (s) der Coordinaten $14^h\ 53^m\ 30^s,75$ und + 59° 7′ 12″,19; k ging nördlich, s südlich vom Mittelpuncte durch, und es wurden, von $18^h\ 15^m$ hinweg gezählt, die

Eintrittszeiten t		Austrittszeiten τ	
k : 54ˢ und 80ˢ	s : 235ˢ,3 und 253ˢ,0	k : 141ˢ und 168ˢ	s : 380ˢ,5 und 397ˢ,5

erhalten. Hiefür ergeben sich, da r = 623,69 wird, nach 10 und 12 successive

$$\frac{a' \pm a''}{2} = \begin{cases} \frac{15}{2} . \frac{168 - 54 \pm (141 - 80)}{2} . \operatorname{Cos} d_1 & = \begin{cases} \overline{2,5246758} \\ 2,0059136 \end{cases} \\ \frac{15}{2} . \frac{397,5 - 235,3 \pm (380,5 - 253,0)}{2} \operatorname{Cos} d_2 & = \begin{cases} 2,7463018 \\ 1,8246828 \end{cases} \end{cases}$$

$$A = \begin{cases} 32^0\ 27'\ 25'' \\ 63\ \ 22\ \ 45 \end{cases} \quad B = \begin{cases} 9^0\ 21'\ 25'' \\ 6\ \ \ 8\ \ 49 \end{cases} \quad d_1 - D = 519'',26 \quad D - d_2 = 277'',86$$

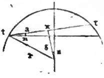
Es ist daher die Declinationsdifferenz

$$d_1 - d_2 = 797'',12 = 13'\ 17'',12$$

und somit so nahe gleich der Vorausgesetzten, dass die Rechnung nicht revidirt werden muss; für die Rectascensionsdifferenz aber wird der Werth

$$a_1 - a_2 = \frac{(54 + 80 + 141 + 168) - (235,3 + 253,0 + 380,5 + 397,5)}{4} = -205^s,82$$

erhalten. — Hat das zu bestimmende Gestirn, wie z. B. der eben behandelte Komet, eine merkliche Eigenbewegung, in Folge welcher in jeder Zeitsecunde die Rectascension um $\Delta\alpha$ Zeitsecunden, die Declination um Δd Bogensecunden zunimmt, so wird dadurch der Austritt um $\Delta\tau = (\tau - t)\,\Delta\alpha$ verspätet, und das Gestirn beschreibt eine um n gegen den Parallel geneigte



Sehne, so dass nahe

$$\text{Tg}\,n = \frac{{}^1\!/_2\,(\tau - t)\,.\,\Delta d}{{}^{15}\!/_2\,(\tau - t)\,\text{Cos}\,d} = \frac{\Delta d}{15\,\text{Cos}\,d}$$

Setzt man daher

$$\delta^2 = r^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 (\tau - t)^2\,\text{Cos}^2 d = (r + a)\,(r - a) \qquad \textbf{13}$$

so erhält man den Einfluss der Eigenbewegung auf die Distanz vom Centrum

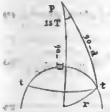
$$\Delta\,(d - D) = \Delta\,\delta = -\frac{({}^{15}\!/_2)^2\,(\tau - t)\,.\,\text{Cos}^2 d\,.\,\Delta\tau}{\delta} =$$

$$= +\frac{({}^{15}\!/_2)^2\,(\tau - t)^2\,.\,\text{Cos}^2 d\,.\,\Delta\alpha}{\delta} = \frac{a^2\,.\,\Delta\alpha}{\delta} \qquad \textbf{14}$$

und den Einfluss auf die Durchgangszeit durch den Declinationskreis des Centrums

$$\Delta\left(\frac{\tau + t}{2}\right) = \frac{x}{\text{Cos}\,d} = \frac{\delta\,.\,\text{Tg}\,n}{\text{Cos}\,d} = \frac{\delta\,.\,\Delta d}{15\,.\,\text{Cos}^2 d} \qquad \textbf{15}$$

So erleiden z. B. für den obigen Kometen, wo $\Delta\alpha = -5^m : 24\,.\,60\,.\,60 = -\overline{7{,}53940}^s$, $\Delta d = -77' : 24\,.\,60\,.\,60 = -\overline{8{,}72692}''$, $a = 334'',71 = \overline{2{,}52408}$ war, und nach 13 : $\delta = \overline{2{,}72121}''$ folgt, die zuvor berechneten Grössen nach 14 und 15 die Correctionen $\Delta\,(d_1 - D) = -0'',74$ und $\Delta\,(a_1 - a_2) = -7'',19 = -0^s,48$, — denen dann noch entsprechende Correctionen für die Refraction beizufügen sind, zu deren angenäherter, hier jedoch wegen mangelnden Angaben nicht durchgeführter Berechnung die Formeln 336 : 9, 10 angewandt werden können. — Für dem Pole nahe Sterne dürfen die von ihnen beschriebenen Wege nicht mehr als geradlinig angesehen werden, und hieraus ergibt sich, während die Rectascensionen davon unberührt bleiben, für die Declinationen ebenfalls eine kleine Correction: Bezeichnet $T = {}^1\!/_2\,(\tau - t)$ die halbe Zwischenzeit der Beobachtungen, so ist



$$\text{Cos}\,r = \text{Sin}\,D\,.\,\text{Sin}\,d + \text{Cos}\,D\,.\,\text{Cos}\,d\,.\,\text{Cos}\,15\,T$$

oder

$$\text{Sin}^2\frac{r}{2} = \text{Sin}^2\frac{d - D}{2} + \text{Cos}\,D\,.\,\text{Cos}\,d\,.\,\text{Sin}^2\frac{15\,T}{2}$$

also nahe

$$(d - D)^2 = r^2 - \text{Cos}\,D\,.\,\text{Cos}\,d\,.\,(15\,T)^2 =$$
$$= r^2 - \text{Cos}^2 d\,.\,(15\,T)^2 - (\text{Cos}\,D - \text{Cos}\,d)\,\text{Cos}\,d\,.\,(15\,T)^2$$
$$= r^2 - \text{Cos}^2 d\,.\,(15\,T)^2 - (d - D)\,\text{Sin}\,d\,.\,\text{Cos}\,d\,.\,(15\,T)^2\,.\,\text{Sin}\,1''$$

oder mit Hülfe des binomischen Lehrsatzes, wenn analog 13 unter Voraussetzung geradliniger Bewegung

$$\delta = \sqrt{r^2 - \text{Cos}^2 d\,.\,(15\,T)^2} \qquad \textbf{16}$$

den Abstand der Sehne vom Centrum bezeichnet,

$$d - D = \delta - \frac{(d - D)\,\text{Sin}\,d\,\text{Cos}\,d\,(15\,T)^2\,\text{Sin}\,1''}{2\,\delta}$$

Hieraus folgt aber für den ersten Stern

$$d_1 - D = \frac{\delta_1}{1 + \dfrac{\text{Sin}\,d_1\,\text{Cos}\,d_1\,(15\,T_1)^2\,\text{Sin}\,1''}{2\,\delta_1}} = \delta_1 - {}^1\!/_2\,\text{Sin}\,d_1\,\text{Cos}\,d_1\,(15\,T_1)^2\,\text{Sin}\,1''$$

und entsprechend für den zweiten Stern

$$d_2 - D = \delta_2 - {}^1\!/_2\,\text{Sin}\,d_2\,\text{Cos}\,d_2\,(15\,T_2)^2\,\text{Sin}\,1''$$

so dass man nahe den das vorliegende Problem lösenden Ausdruck

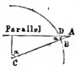
$$d_1 - d_2 = \delta_1 - \delta_2 - \frac{\text{Sin } 1''}{2}\left[\text{Tg } d_1 \text{ Cos}^2 d_1 (15\, T_1)^2 - \text{Tg } d_2 \text{ Cos}^2 d_2 (15\, T_2)^2\right]$$

$$= \delta_1 - \delta_2 - \tfrac{1}{2} \text{ Sin } 1'' . \text{Tg } \frac{d_1 + d_2}{2}\left[\text{Cos}^2 d_1 (15\, T_1)^2 - \text{Cos}^2 d_2 (15\, T_2)^2\right]$$

$$= \delta_1 - \delta_2 - \tfrac{1}{2} \text{ Sin } 1'' , \text{Tg } \frac{d_1 + d_2}{2}\left[r^2 - \delta_1{}^2 - (r^2 - \delta_2{}^2)\right]$$

$$= (\delta_1 - \delta_2)\left[1 + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} . \text{Tg } \frac{d_1 + d_2}{2} . \text{Sin } 1''\right] \qquad 17$$

hat. — Glaubt man in Folge einer Art Sehfehler den Eintritt des Sternes schon in der Distanz $AB = f$ vom Kreise zu sehen, so wird dadurch die Sehne um $AD = f : \text{Sin } \alpha$ verlängert, also, wenn f in Zeitsecunden ausgedrückt ist, die Zeitangabe des Eintrittes um $f : \text{Sin } \alpha . \text{Cos } d_1$ gefälscht, oder eigentlich, da sich mit dem Sehfehler f noch ein vom Sterne unabhängiger Hörfehler g verbindet, nach 209 um



$$d\, t_1 = \sqrt{\frac{f^2}{\text{Sin}^2 \alpha . \text{Cos}^2 d_1} + g^2} = \frac{f'}{\text{Sin } \alpha \text{ Cos } d_1} \quad \text{wo } f'^2 = f^2 + g^2 \text{ Sin}^2 \alpha \text{ Cos}^2 d_1 \qquad 18$$

Entsprechend ist für einen zweiten Stern

$$d\, t_2 = \sqrt{\frac{f^2}{\text{Sin}^2 \beta . \text{Cos}^2 d_2} + g^2} = \frac{f''}{\text{Sin } \beta \text{ Cos } d_2} \quad \text{wo } f''^2 = f^2 + g^2 \text{ Sin}^2 \beta \text{ Cos}^2 d_2 \qquad 19$$

folglich hat man, da $d\tau_1 = d\, t_1$ und $d\tau_2 = d\, t_2$ ist,

$$d\, \frac{\tau_1 \pm t_1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{d\tau_1{}^2 + d\, t_1{}^2} = \frac{f'}{\sqrt{2} \text{ Sin } \alpha \text{ Cos } d_1} \quad \text{und} \quad d\, \frac{\tau_2 \pm t_2}{2} = \frac{f''}{\sqrt{2} \text{ Sin } \beta \text{ Cos } d_2} \qquad 20$$

und somit den Fehler in Rectascension

$$d\, A = \sqrt{\frac{f'^2}{2 \text{ Sin}^2 \alpha \text{ Cos}^2 d_1} + \frac{f''^2}{2 \text{ Sin}^2 \beta \text{ Cos}^2 d_2}} \qquad 21$$

so dass im Minimum für $\alpha = 90^0 = \beta$ und $d_1 = 0 = d_2$

$$d\, A = \sqrt{f^2 + g^2} \qquad 22$$

Nach 1 und 130 : 1 hat man ferner

$$d\, a = 15 . d\, \frac{\tau_1 - t_1}{2} \text{ Cos } d_1 \qquad \text{und} \qquad d\, a = x \text{ Cos } \alpha . d\, \alpha$$

also folgt mit Hülfe von 20

$$d\, \alpha = \frac{d\, a}{x \text{ Cos } \alpha} = \frac{15\, f'}{x \text{ Sin } \alpha \text{ Cos } \alpha \sqrt{2}} \qquad \text{und analog} \qquad d\, \beta = \frac{15\, f''}{x \text{ Sin } \beta \text{ Cos } \beta \sqrt{2}}$$

und es ist somit der Fehler in Declination nach 130 : 1

$$d\, D = d\, b = x \sqrt{\text{Sin}^2 \alpha . d\, \alpha^2 + \text{Sin}^2 \beta . d\, \beta^2} = 15 \sqrt{\frac{f'^2}{2 \text{ Cos}^2 \alpha} + \frac{f''^2}{2 \text{ Cos}^2 \beta}} \qquad 23$$

also im Minimum für $\alpha = o = \beta$

$$d\, D = 15 . f \qquad 24$$

Argelander erhielt aus einer längern Beobachtungsreihe bei den mittlern Werthen $\alpha = 12^0\ 40' = \beta$ und $d_1 = 23^0\ 30' = d_2$ die mittlern Fehler $f' : (\text{Cos } d . \text{Sin } \alpha) = 0^s{,}469$ in Rectascension, und $15\, f' : \text{Cos } \alpha = 1''{,}458$ in Declination, also im Mittel $f' = 0^s{,}0946$; aus einer zweiten Reihe für $\alpha = 54^0\ 27' = \beta$ und $d_1 = 14^0\ 0' = d_2$ dagegen $f' = 0^s{,}1443$, — folglich nach 18

$$0{,}0946^2 = f^2 + g^2 . \text{Sin}^2\, 12^0\, 40'{,}7 . \text{Cos}^2\, 23^0\, 30'$$

$$0{,}1443^2 = f^2 + g^2 . \text{Sin}^2\, 54^0\, 27' . \text{Cos}^2\, 14^0\, 0'$$

und hieraus $g = 0'',1445$ $f = 0'',0000$

Er zeigte auch, dass n Durchgänge am Centrum eine eben so gute Bestimmung der Rectascensionsdifferenz geben, als m Beobachtungen am Rande die Declinationsdifferenz, wenn $n : m = (g^2 + f^2 \text{Sec}^2 d) : f^2$, oder für ihn und $d = o$, wenn $n = 3,5 . m$; ferner, dass man aus $(m + n)$ Beobachtungen auf Einer Sehne oder auf den beiden Sehnen, für welche $\text{Tg}\,\alpha = \text{Sec}\,d$ ist, beide Differenzen eben so gut bestimmt, als wenn man jede speciell aus m Beobachtungen am Rande und n Beobachtungen am Centrum ableitet, — dass zur Bestimmung des Radius Sterne zu wählen sind, deren Declinationsdifferenz nahe gleich dem Durchmesser ist, — etc.

348. Der Positionsmikrometer. Eine andere mikrometrische Vorrichtung, bei der die Rechnung vermieden, dagegen Beleuchtung nothwendig wird, ist der sog. Positionsmikrometer, der meist ein aus zwei festen und zu einander senkrechten Faden (a, b; s. Fig. 1) und einem (z. B. zu a) parallelen beweglichen Faden (c) bestehendes Netz hat, dessen Ebene, ohne dass dadurch der Kreuzungspunct der festen Faden seine Lage verändert, gedreht, und nach ihrer Lage an einem getheilten Kreise abgelesen werden kann. — Soll er zur Bestimmung von Rectascensions- und Declinationsdifferenzen verwendet werden, so dreht man den ganzen Mikrometer so, dass ein Stern dem Faden a folgt. Lässt man sodann bei festem Fernrohr zwei Sterne durch b gehen, so gibt die Differenz der Durchgangszeiten ohne weiteres die Rectascensionsdifferenz, und wenn zugleich der eine Stern (A) a, der andere (B) c folgt, so gibt die nöthige Drehung der Mikrometerschraube, um c zur Coincidenz mit a zurückzuführen, die Declinationsdifferenz von A und B. — Will man dagegen die Lage von B gegen A und dessen Declinationskreis durch Polarcoordinaten festlegen, so wird die Lage von a abgelesen, A in das Fadenkreuz gebracht, und dort (allfällig mit Hülfe des Uhrwerks) festgehalten, b nach B gedreht und auch c nach B gebracht. Die Ablesungen an der Mikrometerschraube und an dem gewöhnlich von N. über O. laufenden Positionskreise geben sodann die Distanz $AB = \Delta$ und den Positionswinkel p. — Zur Vermittlung beider Bestimmungsweisen dienen die nach den sog. Gauss'schen Formeln (161) aus Fig. 2 erhaltenen Beziehungen

$$\text{Sin}\frac{\pi - p}{2} . \text{Cos}\frac{\Delta}{2} = \text{Cos}\frac{\delta - d}{2}\,\text{Cos}\frac{a - \alpha}{2} \qquad 1$$

$$\text{Sin}\frac{\pi + p}{2} . \text{Sin}\frac{\Delta}{2} = \text{Sin}\frac{\delta - d}{2}\,\text{Cos}\frac{a - \alpha}{2} \qquad 2$$

$$\text{Cos}\frac{\pi - p}{2} . \text{Cos}\frac{\Delta}{2} = \text{Sin}\frac{\delta + d}{2}\,\text{Sin}\frac{a - \alpha}{2} \qquad 3$$

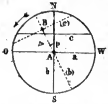
$$\text{Cos}\frac{\pi + p}{2} . \text{Sin}\frac{\Delta}{2} = \text{Cos}\frac{\delta + d}{2}\,\text{Sin}\frac{a - \alpha}{2} \qquad 4$$

denen meistens, da Δ, $\alpha - a$ und $\delta - d$ als klein zu betrachten, und dann zugleich sehr nahe $\pi = 180^0 + p$ und $\frac{d+\delta}{2} = d$, die aus 2 und 4 folgenden Näherungsformeln

$$\delta - d = \Delta \,.\, \mathrm{Cos}\, p \qquad (\alpha - a)\, \mathrm{Cos}\, d = \Delta\, \mathrm{Sin}\, p \qquad 5$$

substituirt werden können.

Von den vielen mikrometrischen Vorrichtungen, welche im Laufe der Zeiten vorgeschlagen wurden, mag, abgesehen von dem so eben beschriebenen Kreismikrometer und dem für 356 aufgesparten Heliometer, beispielsweise noch die von **Hugens** in seinem „Systema Saturnium. Hagæ 1659 in 4. (Auch Opera ed. s'Gravesande)" beschriebene erwähnt werden, welche aus einer keilförmigen, durch einen Einschnitt im Rohr in die Bildebene einführbaren Lamelle bestand, welche so weit vorgeschoben wurde, dass sie die zu messende Distanz gerade deckte, — das von **Cassini** empfohlene, vier, je Winkel von 45° mit einander bildende Durchmesser darstellende Fadennetz, welchem später **Bradley** einen Rhombus substituirte, dessen kleinere, die Richtung der täglichen Bewegung darstellende Diagonale die Hälfte der grösseren war, und für welches, sowie für seine Abänderung z. B. „**Kästner**. Astronomische Abhandlungen. Zweyte Sammlung. Göttingen 1774 in 8." verglichen werden kann, — der von Johannes **Zahn**, Canonicus in Würzburg, in seinem „Oculus artificialis teledioptricus. Herhipolis 1685 in fol. (2. ed. Norimb. 1702)" vorgeschlagene, sodann von Tob. **Mayer** in den „Cosmographischen Nachrichten auf 1748" behandelte, und ganz besonders von **Brander**, vergl. „**Lambert**. Anmerkungen über die Brander'schen Mikrometer von Glas. Augsburg 1769 in 8.", in grosser Vollkommenheit ausgeführte, aus einer Art quadratischem Netze bestehende Glasmikrometer, — ganz besonders aber der Schraubenmikrometer, welcher schon durch **Gascoigne** (s. 326) und dann wieder durch Gottfried **Kirch** (Guben 1639 — Berlin 1710; Schüler von Hevel, dann Kalendermacher, zuletzt Astronom der Berliner-Academie; Vater von Christfried 1694—1740, der ebenfalls Astronom der Berliner-Academie war, und von Christine 1696—1782, die ihren Bruder beim Beobachten und Rechnen unterstützte) in seinem Kalender auf 1696 angedeutet, in grösserer Vollkommenheit



aber von **Auzout** construirt, sowie in seinem „Traité du micromètre, ou manière exacte pour prendre le diamètre des planètes et la distance entre les petites étoiles. Paris 1667 in 4." beschrieben wurde, und aus dem schliesslich, unter Benutzung einer bereits von Wilhelm **Herschel** zur Verwendung gebrachten Idee, durch **Fraunhofer** der im Texte beschriebene, vorzügliche Positionsmikrometer entstand. — Die Formeln 1—4 ergeben sich unmittelbar aus der beistehenden Figur; dagegen mag zur



Ableitung der aus 2 und 4 folgenden Näherungsformeln 5 noch bemerkt werden, dass aus der nahe richtigen Beziehung $\pi = 180^0 + p$ sofort $\frac{1}{2}(\pi + p) = 90^0 + p$, also

$$\mathrm{Sin}\,\frac{\pi + p}{2} = \mathrm{Cos}\, p \qquad \mathrm{Cos}\,\frac{\pi + p}{2} = -\,\mathrm{Sin}\, p$$

folgt. — Die Bestimmungen mit dem Schraubenmikrometer setzen nicht nur die Kenntniss des mittlern Werthes eines Schraubenganges voraus, welchen

man durch Messung des Abstandes bekannter Sterne oder wieder nach dem in 289 angedeuteten Verfahren leicht finden kann, sondern vorzüglich auch, dass überhaupt das lineare Vorrücken des beweglichen Fadens der an dem Schraubenkopfe erhältlichen Ablesung proportional sei. Letztere Bedingung ist aber, namentlich innerhalb eines Schraubenganges, nie strenge erfüllt, und es ist jeder Ablesung u am Schraubenkopfe eine kleine Correction zuzufügen, welche man etwa gleich

$$a_1 \operatorname{Cos} u + b_1 \operatorname{Sin} u + a_2 \operatorname{Cos} 2u + b_2 \operatorname{Sin} 2u + \ldots$$

setzen kann, wo a_1, b_1, a_2, b_2, ... für verschiedene Schraubengänge als nahe constant angesehen werden dürfen. Hat man somit beim Messen einer Distanz f am Schraubenkopfe die Ablesungen u und u′ erhalten, so ist einerseits

$$\begin{aligned} f = u' - u + a_1 (\operatorname{Cos} u' - \operatorname{Cos} u) + b_1 (\operatorname{Sin} u' - \operatorname{Sin} u) + \\ + a_2 (\operatorname{Cos} 2u' - \operatorname{Cos} 2u) + b_2 (\operatorname{Sin} 2u' - \operatorname{Sin} 2u) + \ldots \end{aligned} \qquad 6$$

während anderseits für f ein nahe richtiger Werth gefunden werden wird, wenn man diese Grösse von verschiedenen Anfangsstellungen der Schraube aus misst, — z. B. successive das 0,00 0,10 0,20 ... 0,90 des Schraubenkopfes auf den Anfangspunct von f einstellend, — und aus den sämmtlichen Werthen das Mittel zieht. Die so erhaltene Grösse f wird ferner so nahe mit jedem Werthe von u′ — u übereinstimmen, dass man in den Factoren der kleinen Grössen a_1 b_1 ... ruhig u′ durch u + f ersetzen kann, und hiefür gebt 6 in

$$\begin{aligned} u' - u - f = 2 a_1 \operatorname{Sin}\frac{f}{2} \operatorname{Sin}\left(u + \frac{f}{2}\right) - 2 b_1 \operatorname{Sin}\frac{f}{2} \operatorname{Cos}\left(u + \frac{f}{2}\right) + \\ + 2 a_2 \operatorname{Sin} f \operatorname{Sin}(2u + f) - 2 b_2 \operatorname{Sin} f \operatorname{Cos}(2u + f) + \ldots \end{aligned} \qquad 7$$

über. Schreibt man aber diese Gleichung für alle zehn obigen Messungen auf, so erhält man nach 210 mit Hülfe von 50

$$\begin{aligned} 10\, a_1 \operatorname{Sin} {}^1\!/_2 f &= \Sigma (u' - u - f) \operatorname{Sin} (u + {}^1\!/_2 f) \\ 10\, b_1 \operatorname{Sin} {}^1\!/_2 f &= -\Sigma (u' - u - f) \operatorname{Cos} (u + {}^1\!/_2 f) \\ 10\, a_2 \operatorname{Sin} f &= \Sigma (u' - u - f) \operatorname{Sin} (2u + f) \\ 10\, b_2 \operatorname{Sin} f &= -\Sigma (u' - u - f) \operatorname{Cos} (2u + f) \\ &\ldots \end{aligned} \qquad 8$$

woraus die Werthe der Coefficienten a und b bestimmt werden können. — Die vorstehende Ableitung ist der Musterarbeit entnommen, welche **Bessel** unter dem Titel „Besondere Untersuchung des Heliometers der Königsberger Sternwarte (Astronomische Untersuchungen I 55—152)“ veröffentlicht hat. Er gibt in derselben unter Anderm auch an, dass er mit einer Mikrometerschraube dieses Instrumentes theils eine circa 1/2, theils eine circa 1/4 eines Schraubenganges haltende Distanz je 100 mal gemessen habe, bei jeder Messung die Anfangsstellung je um 1/10 Schraubengang vorrückend. Im Mittel erhielt er so für die

Anfangs-Stellung	Zwischenraum circa 1/2	Zwischenraum circa 1/4
0,00	0,50045	0,26610
10	49690	26495
20	49440	26465
30	49240	26160
40	49260	25805
50	49555	25680
60	49905	25850
70	50140	26200
80	50340	26440
90	50350	26600
Mittel	0,49796	0,26230
oder	179° 16′,04	94° 25′,79

so dass nach 8 aus

Reihe I	Reihe II
$10{,}000 \cdot a_1 = +0{,}013056$	$7{,}339 \cdot a_1 = +0{,}015915$
$10{,}000 \cdot b_1 = -0{,}024874$	$7{,}339 \cdot b_1 = -0{,}016126$
$0{,}128 \cdot a_2 = +0{,}000147$	$9{,}970 \cdot a_2 = -0{,}004987$
$0{,}128 \cdot b_2 = +0{,}000337$	$9{,}970 \cdot b_2 = -0{,}000576$

oder im Mittel aus Beiden

$$a_1 = +0{,}001608 \qquad b_1 = -0{,}002386$$
$$a_2 = -0{,}000499 \qquad b_2 = -0{,}000057$$

und somit für diese Schraube die corrigirte Ablesung am Schraubenkopfe

$$\begin{aligned} u' = u + 0{,}001608 \cdot \operatorname{Cos} u - 0{,}002386 \cdot \operatorname{Sin} u \\ - 0{,}000499 \cdot \operatorname{Cos} 2u - 0{,}000057 \cdot \operatorname{Sin} 2u \end{aligned}$$

gesetzt werden könnte.

Zum Schlusse mag noch, für Weiteres auf besagte Abhandlung verweisend, hervorgehoben werden, dass, wenn man in 7 successive $u = -2\alpha, -\alpha, 0, +\alpha, +2\alpha$ setzt, und die erhaltenen fünf Gleichungen addirt, die neue Gleichung

$$\Sigma(u'-u) - 5f = 2 \operatorname{Sin} \tfrac{1}{2} f (a_1 \operatorname{Sin} \tfrac{1}{2} f - b_1 \operatorname{Cos} \tfrac{1}{2} f) A + 2 \operatorname{Sin} f (a_2 \operatorname{Sin} f - b_2 \operatorname{Cos} f) B \qquad 9$$

wo $A = 1 + 2 \operatorname{Cos} \alpha + 2 \operatorname{Cos} 2\alpha \qquad B = 1 + 2 \operatorname{Cos} 2\alpha + 2 \operatorname{Cos} 4\alpha$ **10**

resultirt. Nun verschwinden aber nach 121 sowohl A als B für $\alpha = 72^\circ = 0{,}20$ Umdrehungen; wenn man daher eine Distanz mittelst einer Mikrometerschraube fünfmal misst, so dass dabei successive die Anfangsstellungen $-0{,}40$, $-0{,}20$, 0, $+0{,}20$, $+0{,}40$ benutzt werden, so ist das Mittel aus den fünf erhaltenen Resultaten von den durch die vier Glieder von 7 dargestellten systematischen Fehlern der Schraube befreit.

XXXVII. Die Fixsterne und Wandelsterne.

349. Die Sternbilder. Da die Sterne in ihrer grossen Mehrzahl ihre durch Rectascension nnd Declination bestimmte relative Lage beibehalten oder sog. **Fixsterne** sind, so lag es nahe, sie in Gruppen oder sog. **Sternbilder** einzutheilen, nnd wirklich stellten schon die Griechen 48 solche Sternbilder auf, — eine Anzahl, welche sodann später nach und nach theils zur Ergänzung, theils bei Bekanntwerden mit dem südlichsten Himmel auf 84 erhöht wurde. [XIX]. — Die einem Sternbilde zugetheilten Sterne wurden in älterer Zeit nach ihrer Lage in demselben beschrieben, während später nach Bayer's Vorschlage jedem Sterne ein Bnchstabe oder eine Zahl beigeordnet wurde, bei den hellern Sternen die erstern Buchstaben des Griechischen Alphabets verwendend. — Ferner wurden nach dieser Helligkeit oder der sog. **scheinbaren Grösse** die Sterne in Klassen eingetheilt, von denen etwa die 6 ersten dem freien Auge, die 6 folgenden mit 6-füssigen Refractoren, und wieder die 6 folgenden mit den lichtstärksten Fernröhren sichtbar sind, — und später noch Zwischenstufen, und zwar am Besten in der Weise eingeschaltet, dass man einer Grössennummer noch die vorhergehende oder nachfolgende anhängt, je nachdem man verstärken oder schwächen will, so z. B. starke, mittlere und schwache Sterne zweiter Grösse mit 2.1, 2 und 2.3 bezeichnet. — Unter Berücksichtigung dieser Sterngrössen hat die sog. **Astrognosie** keine Schwierigkeit, wenn man sich mit Hülfe von Sternkarten einige Constellationen von auffallender Gestalt, wie z. B. die beiden Bären, Cassiopeia, Orion, etc. merkt, dann unbekannte Sterne durch Alignements mit Bekannten verbindet, diese wieder in der Sternkarte aufsucht, etc.

Schon bei **Homer** und **Hesiod**, oder circa neun Jahrhunderte vor unserer Zeitrechnung, finden sich einige Sternbilder, zu denen dann bald auch der muthmasslich von den Chaldäern eingeführte Thierkreis hinzutritt, etc., bis

etwa zur Zeit des um 370 v. Chr. lebenden **Eudoxus** der ganze, den Griechen sichtbare Himmel mit mythologischen Figuren bedeckt erscheint. Mit Benutzung einer seither verloren gegangenen Schrift dieses Letztern entstanden sodann die Aufzählungen und Beschreibungen der Sterne und Sternbilder, welche man in „**Aratus** (um — 270 am Hofe des Königs Antinous von Macedonien lebend), Φαινομενα και Διοσημεια (Phænomena et prognostica; commentirt von Hipparch, etc.; übersetzt von Cicero, etc.; griech. Parisiis 1559 in 4.; griech. und lat. von Buhle, Leipzig 1793—1801, 2 Bde. in 8.; griech. und deutsch von Voss, Heidelberg 1824 in 8.; etc.), — **Eratosthenes**, Περὶ καταστερισμων (Catasterismi; griech. und lat. von Schaubach, Göttingen 1795 in 8.), — Marcus **Manilius** (Römischer Dichter unter Augustus), Astronomicon (Romæ 1484 in fol.; durch Scaliger, Lutetiæ 1579 in 8.; lat. und deutsch durch Merkel, Aschaffenburg 1844 in 8.; etc.), — **Hyginus** (Befreyter von Augustus), Poeticon astronomicon (Venetiis 1488 in 4.; deutsch, Augsburg 1491 in 4.; etc.), — etc." findet, durch welche nach und nach die 48 Sternbilder der Alten so completirt und fixirt wurden, wie sie sich auch in dem Almagest des **Ptolemäus** (s. 402) vorfinden, und wie sie in Tafel XIX aufgezählt sind. — Die erste genauere Kenntniss des südlichsten Himmels verdanken wir den Indienfahrern, und zwar hauptsächlich, vergleiche „**Olbers**, Ueber die neuern Sternbilder (Schumacher's Jahrbuch auf 1840)", einem Schüler des berühmten holländischen Geographen Petrus **Plancius**, dem Seefahrer Pierre Dircksz Keyser oder **Petrus Theodori** von Emden, indem derselbe von 1594 bis zu seinem 1596 auf der Reise erfolgten Tode bei 121 südliche Sterne beobachtete, und eine Reihe südlicher Sternbilder vorschlug, welche, etwa mit Ausnahme des schon von **Dante** (Florenz 1265 — Ravenna 1321) in seiner berühmten „Divina Commedia" angedeuteten südlichen Kreuzes, früher kaum bekannt waren, und jedenfalls erst seit 1597 auf den Karten und Globen erscheinen, — aber immerhin also auch lange ehe Augustin **Royer**, dem man z. B. die Einführung des Kreuzes zuschreiben wollte, seine „Cartes du ciel. Paris 1679 in 12." erscheinen liess; es sind die in Tafel XIX mit den Nummern 49—61 bezeichneten Sternbilder. Bald darauf wurden nach und nach einige, durch die Nummern 62—72 repräsentirte, zum Theil schon von **Tycho** gewünschte Vervollständigungen am nördlichen Himmel eingeführt, vergleiche „Johannes **Bayer** (Rhain in Bayern 1572 — Augsburg 1625; Rechtsanwalt in Augsburg), Uranometria, sive omnium asterismorum schemata quinquaginta et unum, in totidem tabulis novâ methodo delineata. Augustæ Vindel. 1603 in fol. (Auch Ulm 1648 und 1661), — Jakob **Bartsch** (Lauban in der Lausitz 1600 — Lauban 1633; Schwiegersohn Keppler's; Arzt und Professor der Mathematik zu Strassburg), Usus astronomicus planisphærii stellati, seu vice-globi cœlestis in plano delineati compendiaria introductio. Argentinæ 1624 in 4. (Auch 1661 und, durch Andr. Goldmayer besorgt, Norimb. 1662), — **Hevel**, Firmamentum Sobiescianum, sive Uranographia totum cœlum stellatum. Gedani 1690. in fol., — etc." Schliesslich führte in der Mitte des 18. Jahrhunderts **Lacaille** in Folge seines Aufenthaltes am Cap (s. 385) noch eine Reihe von Sternbildern am südlichsten Himmel ein, die Nummern 73—84 der mehrerwähnten Tafel. — Nicht, dass nicht auch in älterer und neuerer Zeit noch andere Gelüste für Einführung neuer Sternbilder durch Einschieben zwischen die alten, oder durch Neubilden auf Kosten derselben vorhanden gewesen, wie beispielsweise die von **Halley** vorgeschlagene Karls-Eiche zeigte, — oder das Rennthier, welches **Lemonnier** befürwortete, — oder die

Katze, welche **Lalande** an den Himmel versetzte, — etc.; aber es wurde vereinbart, solche unnöthige Neuerungen nicht anzuerkennen, und eben so wenig Glück machte der Vorschlag, welchen Julius **Schiller** (15..—1627; Rechtsgelehrter in Augsburg) in seinem „Cœlum stellatum christianum. Augustæ Vind. 1627 in fol." veröffentlichte, die zwölf Zeichen des Thierkreises den zwölf Aposteln einzugeben, das Schiff Argo in die Arche Noäh umzusetzen, in dem Ochsentreiber (Bootes) den Papst Sylvester zu verewigen, etc., — von Erhard **Weigel** (Weida 1625 — Jena 1699; Professor der Mathematik zu Jena und Weimar'scher Ober-Baudirector) kaum zu sprechen, der in seinem „Cœlum heraldicum. Jenæ 1688 in 8." den Sternhimmel mit fürstlichen Wappen beklexen wollte. Um so mehr Beifall fand dagegen mit Recht der schon im Texte erwähnte Vorschlag zur Bezeichnung der Sterne, welchen **Bayer** 1603 in seiner oben citirten „Uranometria" machte, und nach dem man z. B. den von den Alten „als den nördlichern der beiden Sterne im linken Vorderfusse des grossen Bären" beschriebenen Stern einfach als ι Ursæ majoris zu citiren hatte. Neben ihr sind jedoch immer noch für einige der grössern Sterne die ihnen theils von den Arabern, theils in früherer und späterer Zeit beigelegten Eigennamen gebräuchlich, von denen Tafel XIX die wichtigsten enthält. — Um sich am Sternhimmel zu orientiren, kann Tafel XIX in Verbindung mit XVII gute Dienste leisten; am Bequemsten sind aber dafür allerdings eigentliche Sternkarten, und es mögen daher ausser den schon Angeführten noch Folgende erwähnt werden: „**Flamsteed**, Atlas cœlestis. London 1729 in fol. (Spätere Ausgaben von Fortin, z. B. Paris 1795, — von Bode, z. B. Berlin 1782 und 1805, — etc.), — Joh. Gabriel **Doppelmayr** (Nürnberg 1671 — Nürnberg 1750; erst Jurist, dann Professor der Mathematik zu Nürnberg), Atlas novus cœlestis. Norimbergæ 1742 in fol., — Christian Friedrich **Goldbach** (Taucha in Sachsen 1763 — Moskau 1811; Professor der Astronomie zu Moskau), Neuester Himmelsatlas. Revidirt auf der Sternwarte Seeberg. Weimar 1799 in fol., — **Bode**, Uranographia viginti tabulis æneis. Berolini 1801 in fol. (Auch in spätern Bearbeitungen, und z. B. von Riedig im Auszuge in 4. und 12.), — A. **Jamieson**, A celestial Atlas in a Series of 30 Maps. London 1822 in fol., — Carl Ludwig **Harding** (Lauenburg 1765 — Göttingen 1834; erst Theologe, dann Inspector der Schröter'schen Sternwarte in Lilienthal, zuletzt Professor der Astronomie in Göttingen), Atlas novus cœlestis viginti septem tabulis. Gottingæ 1822 in fol. (Neue Ausg. von Jahn, Halle 1856), — Academische Sternkarten mit Sternverzeichniss. Berlin 1830 bis 1858 in fol., — J. J. v. **Littrow**, Atlas des gestirnten Himmels. Stuttgart 1839 in 4. (3. A. durch K. v. Littrow 1866), — **Argelander**, Neue Uranometrie. Berlin 1843 in fol. (Sternverzeichniss in 8.), und: Atlas des nördlichen gestirnten Himmels. Bonn 1863 in fol., — G. **Schwinck**, Mappa cœlestis Lipsiæ 1843 in fol., — **Möllinger**, Himmelsatlas mit transparenten Sternen. Solothurn 1851 in 4., — Ch. **Dien**, Atlas céleste. Paris 1865 in fol., — Richard A. **Proctor**, A Star Atlas showing all the Stars visible to the naked Eye and fifteen hundert Objects of Interest in twelve circular Maps on the equidistant Projection. London 1870 in fol., — etc."

350. Die jährliche Bewegung der Sonne. Das Tagesgestirn, die Sonne, nimmt zwar im Allgemeinen ebenfalls an der täglichen Bewegung des Himmels Theil; aber ausserdem hat es noch eine entgegengesetzte Bewegung, welche dasselbe in einem zum Equator

etwas geneigten, vom aufsteigenden Knoten, dem sog. **Frühlingspuncte,** aus in 12 sog. **Zeichen** (Widder, Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe, Jungfrau, — Waage, Scorpion, Schütze, Steinbock, Wassermann, Fische) von je 30° getheilten grössten Kreise, der sog. **Ekliptik,** um die Erde führt, und so die Sonne täglich um nahe 4^m gegen die Sterne verspätet, — eine Verspätung, die in einem circa $365^1/_4$ Tage langen Zeitraume, dem sog. **Jahre,** zu einem vollen Tage anwächst, und die man, nebst der demselben Cyclus unterworfenen Veränderung der Morgenweite und Mittagshöhe, schon sehr frühe erkannte, — theils durch Beobachtung der Schattenlänge an dem aus einem verticalen Stabe und einer durch seinen Fusspunct gezogenen Mittagslinie bestehenden **Gnomone,** theils durch Notiren der Tageslänge und des sog. **heliscnen** oder je zum ersten Mal vor Sonnenaufgang sichtbaren Aufganges gewisser Sterne, etc. Auch merkte man auf die Zeitpuncte der sog. Sonnenwenden oder **Solstitien,** der Nachtgleichen oder **Equinoctien,** von denen erstere den grössten und kleinsten, letztere den mittlern Mittagshöhen correspondirten, — und theilte das Jahr vom Equinoctium des Frühlingspunctes aus in vier sog. **Jahreszeiten:** Frühling, Sommer, Herbst und Winter. Die mit der halben Distanz der die Ekliptik zwischen sich schliessenden Parallelkreise, der sog. **Wendekreise** des Krebses und Steinbocks, oder mit der halben Differenz der Solstitialhöhen übereinkommende Neigung der Ekliptik gegen den Equator, die sog. **Schiefe der Ekliptik,** nimmt nach den Beobachtungen langsam ab, beträgt im Jahre 1850 + t

$$e = 23^0\ 27'\ 29'',6 - 0'',48\ .\ t$$

und wird nach Lagrange A. 6000 im Minimum 22° 54′ betragen, während sie etwa 2000 v. Chr. im Maximum 23° 53′ erreichte.

Wenn man wiederholt, wo möglich tagtäglich, die Declination der Sonne und ihre Rectascension (oder auch Rectascensionsdifferenz mit einem bestimmten Fixsterne) misst, — auf einem Globus hiernach die Sonnenörter verzeichnet, und sodann verbindet, so erhält man einen um $23^1/_2{}^0$ gegen den Equator geneigten grössten Kreis. — Die 12 Zeichen, nach denen früher oft gezählt wurde, sind theils den alten Versen

„Sunt Aries (♈), Taurus (♉), Gemini (♊), Cancer (♋), Leo (♌),
Virgo (♍)
Libraque (♎), Scorpius (♏), Arcitenens (♐), Caper (♑), Amphora (♒),
Pisces (♓)"

conform, theils entsprechen sie den 12 Sternbildern des Thierkreises, ohne jedoch mit Letztern zusammenzufallen, welche ungleiche Räume beschlagen und ihre Lage gegen den Frühlingspunct, der gegenwärtig im Zeichen der Fische liegt, in Folge der Präcession (s. 355) fortwährend verändern. Das vierte bis neunte dieser Zeichen heissen **absteigend,** die übrigen **aufsteigend.** — Unter Augustus diente in Rom ein auf dem Marsfelde aufgestellter

Obelisk von 117' Höhe als Mittagszeiger oder **Gnomon** (*γνώμων*, Zeiger), — ja 1468 legte der unter dem Namen Paolo fisico bekannte Arzt Paolo **Toscanelli** (Florenz 1397 — Florenz 1482) im Dome zu Florenz einen, nachmals von dem Jesuiten Leonardo **Ximenes** (Trapani 1716 — Florenz 1786; Professor der Geographie zu Florenz, auch grossherzogl. Wasserbaumeister) wieder hergestellten und in der Schrift „Del vecchio e nuovo gnomone fiorentino. Firenze 1757 in 4." beschriebenen Gnomon an, indem er in 277' Höhe eine Platte mit einer Oeffnung anbrachte, deren Bild sich so rasch bewegte, dass der Mittag bis auf eine halbe Secunde genau bestimmt werden konnte. Das Ersetzen der frühern Spitze des Gnomon's durch eine Platte mit Oeffnung war namentlich in dem Falle wichtig, wo der Gnomon zu Höhenbestimmungen verwendet werden sollte; denn bei der alten Einrichtung entsprach die aus der Länge des Schattens abgeleitete Höhe nahezu dem obern Sonnenrande, — man erhielt also eine bis auf 16' zu grosse Sonnenhöhe, und daraus z. B. eine um eben so viel zu kleine Polhöhe. So z. B. fand Jakob **Fäsi** (Zürich 1664 — Zürich 1722; Privatgelehrter in Zürich; vergl. Bd. 1 meiner Biographieen) 1715 aus dem Schatten der Kante eines vertical gestellten Parallelipeds die Polhöhe von Zürich gleich 47° 13', also um 9' zu klein. — Die Alten nannten den, allerdings unsichtbaren Auf- oder Untergang eines Sternes bei Auf- oder Untergang der Sonne **cosmisch** (ortus et occasus cosmicus; Frühaufgang und Spätuntergang), — denjenigen bei Unter- oder Aufgang **acronisch** (ortus et occasus acronychus; Spätaufgang und Frühuntergang), — den zum ersten Mal sichtbar **vor** Sonnenaufgang statt habenden Aufgang, oder den zum letzten Mal sichtbar **nach** Sonnenuntergang statt habenden Untergang endlich **helisch** (ortus et occasus heliacus). Für die Berechnung dieser Erscheinungen auf 353 verweisend, mag hier noch bemerkt werden, dass die alten Griechen namentlich den helischen Aufgang des Sirius (für sie VII 16, jetzt etwa VIII 20) beachteten, und auf ihn den Anfang einer Hitze-Periode, der sog. **Hundstage** (jours caniculaires), setzten, welche sie 55^{d} (bis IX 8) andauern liessen; die Schweizerkalender setzen diese Periode von VII 16 bis VIII 27 (6 Wochen), — sonst soll man nach „**Ideler**, Handbuch der mathematischen und technischen Chronologie. Berlin 1825—1826, 2 Bde. in 8." im Allgemeinen dahin übereingekommen sein, sie auf VII 23 — VIII 23 zu legen, d. h. auf die Zeit, wo die Sonne im Zeichen des Löwen steht. — Der Eintritt eines Equinoctiums wurde früher aus dem Momente bestimmt, wo der innere Rand einer **Equatoreal-Armille**, d. h eines senkrecht zur Weltaxe aufgestellten Kreisringes, gleichmässig beschattet erschien, — der eines Solstitiums durch Aufsuchen der Zeit, wo der Gnomon den kürzesten oder längsten Schatten warf, — Beide später sicherer, indem man vor und nach dem betreffenden Zeitpuncte die Mittagshöhe der Sonne wiederholt bestimmte, und daraus durch Interpolation sei es den Moment ableitete, wo die Höhe mit der Equatorhöhe übereinstimmte, — sei es die Momente, zu welchen die Sonne nach der Wende in die gleiche Höhe zurückkehrte, welche sie bei den Bestimmungen vor derselben hatte, und je aus correspondirenden Momenten das Mittel nahm. — Die mit dem Eintritte der Sonne in die vier Cardinalpuncte der Ekliptik beginnenden **astronomischen** Jahreszeiten: Frühling III 20, Sommer VI 21, Herbst IX 22 und Winter XII 21, — sind wohl von den **meteorologischen** Jahreszeiten zu unterscheiden, welche mit III 1, VI 1, IX 1 und XII 1 beginnen, so dass die durchschnittlich wärmsten und kältesten Tage, nämlich VII 15 und I 15 auch wirklich in die Mitte des Sommers und des Winters fallen. — Nach der im Texte angegebenen Methode fanden

Tschu-Kong in Loyang um — 1100	$e = 23^{\circ}\ 52'$
Eratosthenes in Alexandrien um — 220	50
Albategnius in Damaskus um 879	35
Ulug-Beigh in Samarkand 1437	32
Bradley in Greenwich 1750	28
Littrow in Wien 1830	27

und es tritt hieraus eine langsame Abnahme der Schiefe der Ekliptik zu Tage, welche jedoch nach dem im Texte Mitgetheilten später wieder in Zunahme übergehen wird, so dass alle Träume der Dichter und Naturphilosophen von einem dereinst eintretenden ewigen Frühling, und einem, mit dem der Schiefe zusammenfallenden, Verschwinden der menschlichen Unvollkommenheiten eben nichts als Träume sind.

351. Der Sonnentag. Das Interval zwischen zwei auf einander folgenden Culminationen der Sonne nennt man Sonnentag, — theilt diesen fast allgemein in 24^h à 60^m à 60^s ein, und beginnt ihn entweder **astronomisch** nach alt-arabischem Gebrauche wirklich um Mittag, oder **bürgerlich** nach alt-egyptischem Gebrauche 12^h früher, um Mitternacht. Da ferner die Beobachtung gezeigt hat, dass die verschiedenen Sonnentage nicht genau gleich lang sind, so hat man in neuerer Zeit zu Gunsten guter Uhren einen **mittlern** Sonnentag eingeführt, d. h. der wirklichen, sich in der Ekliptik etwas ungleichförmig bewegenden Sonne in Gedanken eine sich im Equator gleichförmig bewegende Sonne (416) substituirt, und hat darum der aus Sonnenbeobachtungen folgenden Zeit, der sog. **wahren** Zeit (Apparent Time) eine zwischen den Grenzen $\pm 16^m$ schwankende, aber (416) für jede Zeit vorausbestimmbare Correction, die sog. **Zeitgleichung,** zuzufügen, um die der fingirten Sonne entsprechende, jetzt fast überall gebräuchliche **mittlere** Zeit (Mean Time) zu erhalten, und dieser Letztern ist dann erst noch, wo als **bürgerliche Zeit** die mittlere Zeit eines bestimmten Ortes eingeführt ist, der sog. Mittagsunterschied (366—368) gegen jenen Ort beizulegen. — Mit Hülfe einer Uhr findet man im Mittel

$$1 \text{ Sonnentag} = 24^h\ 3^m\ 56^s{,}55 = 1^d{,}0027379$$
$$= \overline{0{,}0011874} \text{ Sternzeit}$$
$$1 \text{ Sterntag} = 23^h\ 56^m\ 4^s{,}09 = 0^d{,}9972696$$
$$= \overline{9{,}9988126} \text{ Sonnenzeit}$$

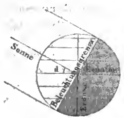
und bezeichnet T die Sonnentage, in denen die Verspätung der Sonne zu einem Tage auflauft, so ist

$$T = \frac{0{,}9972696}{1 - 0{,}9972696} = 365^d{,}2563744 = 365^d\ 6^h\ 9^m\ 10^s{,}75$$

die Länge des sog. **siderischen Jahres.**

Die Babylonier begannen den Tag mit Sonnenaufgang, — die alten Griechen, die Juden, etc., wie sich diess jetzt noch bei den Türken und in einzelnen

Theilen von Italien erhalten haben soll, mit Sonnenuntergang, — die Basler ungefähr von der Zeit des Concil's hinweg (sei es, weil die Prälaten die Morgen-Sitzungen allzulang, und die Zeit des Mittagessens zu spät fanden, — sei es, weil ein Bürgermeister durch Vorrücken der Uhren den Ausbruch einer Verschwörung zu verhindern suchte), und zum grossen Aerger der **Bernoulli** (vergl. meine Biographieen III 198) bis 1779, eine Stunde vor Mitternacht. — Die alten Indier theilten nach einer Notiz, welche Guillaume-Hyazinthe **Legentil** (Coutances in der Normandie 1725 — Paris 1792; erst Assistent von Jacques Cassini, dann Mitglied der Academie) 1773 im Journal des Savants veröffentlichte, den Tag in 60^h à 60^m à 60^s, — die Japanesen und Chinesen rechnen dagegen jetzt noch auf den Tag 12^h, deren jede in 8 **Kerben** zerfällt, die Kerbe aber seit der Mitte des 17. Jahrhunderts nach dem Vorschlage von Joh. Adam **Schall** (Cöln 1591 — Peking 1666; Jesuit, Missionär und lange Jahre Präsident des mathematischen Tribunals in Peking) in 15 Minuten, so dass nun wenigstens ihre Minute mit der unsrigen übereinstimmt. Ein 1792 von **Laplace** gemachter Vorschlag, den Tag in 10^h à 100^m à 100^s einzutheilen, so dass eine sog. **Decimalsecunde** gleich $0^s,864$ geworden wäre, kam glücklicher Weise, ausser von ihm, kaum in Anwendung. Dagegen ist noch anzuführen, dass einzelne alte Völker sog. **ungleiche** Stunden gebrauchten, indem sie den wechselnden Taghogen der Sonne je in 12^h zerlegten. — Die Tageslänge ist, wie beistehende Figur zeigt, von der



Polhöhe des Beobachters und der Declination der Sonne abhängig. Nach 338:1, 2 folgt z. B. für $\varphi = 47^0\,22'\,31''$ und $d = \pm\,23^0\,27'\,35''$

$$s = \begin{cases} 118^0\ \ 8'\ \ 3'' = 7^h\ 52^m\ 32^s,2 \\ 61\ \ 51\ \ 57 = 4\ \ 7\ \ 27,8 \end{cases}$$

$$w = \begin{cases} 126^0\ \ 0'\ \ 23'' = 90^0 + 36^0\ 0'\ 23'' \\ 53\ \ 59\ \ 37 = 90 - 36\ \ 0\ \ 23 \end{cases}$$

woraus für Zürich die Tageslängen an den beiden Solstitien, sowie die entsprechenden Morgen- oder Abendweiten hervorgehen. Will man jedoch den Tagbogen der Sonne schon mit dem Momente beginnen, wo der oberste Punct der Sonne (Radius 16′) durch die Refraction (Horizontalrefraction 35′) in den Horizont gehoben wird, so verlängert man dadurch, da hiefür also $ds = 16' + 35' = 3,4^m$ wird, nach 336:6 seine Hälfte um $ds = dz : (\sin w \cdot \cos\varphi) = 6,2^m$, so dass der längste Tag auf $15^h\ 57^m$, der kürzeste auf $8^h\ 27^m$ gebracht wird. — Abgesehen von Radius und Refraction entsprechen den Polhöhen φ folgende grösste Tageslängen T:

φ		T	φ		T	φ		T
°	′	h	°	′	h	°	′	
0	0	12	58	27	18	66	32	$^1/_{30}$ Monat
16	44	13	61	19	19	67	23	1
30	48	14	63	23	20	69	31	2
41	24	15	64	50	21	73	40	3
49	2	16	65	48	22	78	11	4
54	31	17	66	21	23	84	5	5
58	27	18	66	32	24	90	0	6

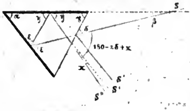
Um ein in Sternzeit ausgedrücktes Interval in mittlere Zeit zu verwandeln, kann man dasselbe entweder mit 0,9972696 multipliciren, oder um sein Product mit 0,0027304 vermindern. Vergl. Tafel XVII.

352. Die Gnomonik. Zur Bestimmung der wahren Zeit sind nach und nach viele, in der sog. Gnomonik beschriebene kleine Apparate construirt worden. Die Einen derselben geben entsprechend dem Gnomone (350) direct die Zeit des Mittags, so z. B. das Dipleidoskop, das Passagenprisma, etc., — die Andern, sei es aus der Höhe der Sonne, sei es aus der Länge oder Richtung des von ihr erzeugten Schattens, bald durch Rechnung, bald durch unmittelbare Ablesung, ihren Stundenwinkel, so z. B. der Sonnensextant, das Horoskop, und vor Allen die verschiedenen eigentlichen sog. **Sonnenuhren,** bei denen man je nach der Auffangsfläche: Equatorealuhren, Horizontaluhren, Verticaluhren, etc. unterscheidet. Eine **Equatorealuhr** erhält man, indem man eine Tafel mit einem dazu senkrechten Stifte und einer von seinem Fusspuncte auslaufenden Winkeltheilung so aufstellt, dass der Stift die Lage der Weltaxe erhält, und der Nullpunct der Theilung in den Meridian fällt; der Schatten notirt dann nämlich offenbar in jedem Augenblicke den Stundenwinkel der Sonne. Bei gleicher Lage des Stiftes bildet dagegen unter der Polhöhe φ sein Schatten auf einer Horizontalebene einen Winkel x mit der Mittagslinie, so dass (vergl. Fig. 5)

$$\mathrm{Tg}\, x = \mathrm{Sin}\, \varphi \,.\, \mathrm{Tg}\, s \qquad 1$$

wonach, sei es durch Rechnung, sei es nach Art der Alten durch die in Figur 6 angedeutete Construction, die **Horizontaluhr** leicht aus der Equatorealuhr abgeleitet werden kann. Zur Construction einer **Verticaluhr** wird an der dafür bestimmten Wand eine Lothlinie gezogen, und ein Stab, unter dem Winkel $90 - \varphi$ zur Wand, so festgemacht, dass sein Schatten die Lothlinie im wahren Mittag deckt; die übrigen Stundenlinien werden am leichtesten mit Hülfe einer am Gnomon nach wahrer Zeit regulirten Taschenuhr gezogen.

Das zuerst von Edward J. **Dent** (1... — London 1853; Uhrmacher in London) construirte und in der Schrift „On the Dipleidoscope. London 1844" behandelte **Dipleidoscop,** für welches z. B. auch „**Heinen,** Das Dipleidoskop. Düsseldorf 1847 in 8." verglichen werden kann, besteht aus zwei um einen Winkel α gegen einander geneigten Spiegeln, vor denen sich eine Glastafel befindet, — eine Combination, welche später **Plössl** durch ein Prisma ersetzte. Fällt ein Lichtstrahl S auf die Glastafel ein, so wird ein Theil desselben nach S'



reflectirt, — ein anderer geht durch die Tafel, und tritt erst nach doppelter Reflexion an den Spiegeln in der Richtung S'' aus, so dass man zwei Bilder der Winkeldistanz x sieht. Nun hat man

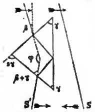
$$2(\alpha+\varepsilon+\eta)=2.180^0 \qquad 2(\delta+\beta)=2\gamma$$

$$(180-2\varepsilon)+(180-2\eta)+(180-2\delta+x)=180$$

also durch Addition, wenn $\alpha=\gamma$ ist,

$$2\beta+x=o \qquad \text{oder} \qquad x=-2\beta$$ 8

Es wird also für $\beta=o$ auch $x=o$, oder es kommen die Bilder zur Deckung, sobald der leuchtende Punct durch die zweite Reflexionsebene geht, also z. B. bei der Culmination, wenn diese Ebene in den Meridian gestellt ist. Letzteres kann vorläufig geschehen, indem man die Bilder in dem Augenblicke zur Deckung bringt, wo ein Gnomon oder eine anderweitig gerichtete Uhr den wahren Mittag verzeigt; zur genauern Prüfung können sodann (entsprechend 342) die Durchgänge zweier Sterne von verschiedener Declination beobachtet werden. Notirt man statt der Zeit der Deckung der beiden Sonnenbilder, die Zeiten der beiden Berührungen, so gibt bei sorgfältiger Behandlung des Instrumentchens ihr Mittel die Culminationszeit bei $^1/_2$'' genau. — Bei dem von



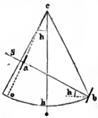
Steinheil etwas später zu gleichem Zwecke vorgeschlagenen und auch in gleicher Weise zu ajüstirenden **Passagenprisma** (vergl. A. N. XXIV, 1846) hat ein ähnlicher Vorgang statt: Man erhält ein durch directe Strahlen S entstehendes, und ein durch, in Folge Brechung und Reflexion nach S' abgelenkte Strahlen erzeugtes Bild, und da

$$\varphi+2(\gamma+\beta)+(180-2\gamma)=360$$

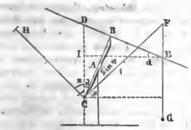
oder

$$\varphi=180^0-2\beta$$ 8

so wird für $\beta=o$ nothwendig $\varphi=180^0$, d. h. es fallen die beiden Bilder zusammen, sobald die Strahlen parallel zur Basis des Prisma's einfallen, oder der leuchtende Punct durch die Ebene dieser Basis geht. — Die Orientalen sehen, wie weit ihr Schatten reicht, schreiten ihn ab, und schliessen daraus auf die Zeit. Entsprechend kann man aus einer gemessenen Höhe der Sonne durch Rechnung nach 343 : 1 auf ihren Stundenwinkel oder auf die wahre Zeit schliessen. Um solche Höhen ohne grosse Kosten messen zu können, hat man eigene **Sonnensextanten** construirt,



welche gewöhnlich aus einem vertical aufgehängten, und sowohl nach, als in seiner Ebene drehbaren Sector bestehen. Eine Oeffnung in der zur Fläche des Sectors senkrechten Platte a und eine Marke auf der zu ihr parallelen Platte b bestimmen eine Visirlinie, deren Neigung, wenn sie senkrecht zur Nulllinie steht, offenbar durch das in c aufgehängte Loth an der Theilung markirt wird. Mechanikus Michael **Eble** in Ellwangen gibt bei a zwei Oeffnungen von solcher Distanz, dass die auf b entstehenden zwei Sonnenbildchen sich berühren, und lässt die Sonnenstrahlen, um das diffuse Licht abzuhalten, durch eine hohle Speiche laufen; ausserdem construirte er, um jede Rechnung zu ersparen, für dieses **Zeitbestimmungswerk** ein eigenes Netz mit Scala, das ziemlich gute Resultate ergibt. Später erfand er zu weiterer Vereinfachung unter dem Namen **Horoskop** ein sehr sinnreiches, z. B. von

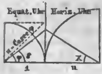


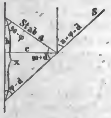
Littrow (Wiener-Sitzungsberichte Bd. 42) besprochenes Instrument, das aus zwei zu einander senkrechten und fest verbundenen Stäben CB und DE besteht, von denen CB = Sin φ um irgend einen Punct A an einem Stative drehbar ist, und BD von B aus eine Winkeltheilung trägt, an der D der einem gewissen Tage zukommenden Sonnendeclination d entspricht; ferner aus zwei ebenfalls zu einander senkrechten und fest verbundenen Stäben CH = CF = 1, die um C drehbar sind, und von denen CH in H ein Blättchen mit zwei feinen Oeffnungen, in C ein Blättchen mit einem Striche trägt. Das Ganze sei so gestellt, dass CD vertical, d. h. parallel zum Lothe FG steht, und dass das durch H eindringende Sonnenlicht zwei sich an dem Striche auf C berührende Sonnenbildchen erzeugt; dann soll das Loth FG an einer Theilung auf BE die wahre Zeit zeigen. Nun ist nach 336 : 2

$$BE = DE - BD = \frac{EI}{\text{Cos d}} - CB . \text{Tg d} = \frac{\text{Cos s} - \text{Sin } \varphi \text{ Sin d}}{\text{Cos d}} = \text{Cos s} . \text{Cos } \varphi \qquad 4$$

also zeigt das Loth, was es zeigen soll, sobald die Theilung auf BE die Werthe von Cos e . Cos φ darstellt, wobei B selbst 6^h Morgens oder Abends entsprechen wird, — der von B um Cos φ entfernte Punct aber der Mittagsstunde. — Die eigentlichen **Sonnenuhren** sind von den Arabern, und dann auch im Abendlande bis zu der Zeit, wo sich zuverlässige Gewicht- und Feder-Uhren allgemeiner verbreiteten, mit grosser Vorliebe und in allen möglichen Variationen construirt worden. Die drei wichtigsten derselben sind schon im Texte behandelt, und es dürfte genügen, einerseits noch beizufügen, dass bei einer Equatorealuhr der Stift durchgehen muss, sowie die Stundenlinien auf beiden Seiten zu verzeichnen sind, — und dass, um an einer verticalen Wand einen, zugleich quasi als Kalender dienenden Mittagszeiger zu construiren, man am Bequemsten aus







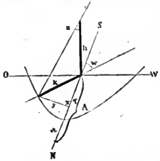
$$x = \frac{a . \text{Cos d}}{\text{Sin } (\varphi - d)} \qquad 5$$

x je für die Mitte jedes Monats berechnet. So z. B. findet man für a = 3' und φ = 47° 23' für die Mitten der zwölf Monate Januar bis December

x = 3',00	3,28	3,95	4,86	5,97	6,76
6,39	5,28	4,27	3,57	3,11	2,92

wobei b = a Sin φ = 2',22 und c = a Cos φ = 2',01 ist. — Anderseits mögen aus der zahlreichen betreffenden Literatur noch etwa folgende Werke angeführt werden: „Ali **Abul-Hassan** (um 1250; Astronom zu Marocco), Anfang und Ende. Aus dem Arabischen übersetzt durch Jean-Jacques-Emmanuel **Sédillot** (Montmorency 1777 — Paris 1832; Professor der orientalischen Sprachen in Paris) und von seinem Sohne Amélie (siehe 822) unter dem Titel herausgegeben: Traité des instruments astronomiques

des Arabes. Paris 1834—1835, 2 Vol. in 4., — **Münster,** Compositio horologiorum. Basileæ 1531 in 4. (2. A. 1533), ferner: Fürmalung und künstliche beschreibung der Horologien. Basel 1537 in fol. (3. A. 1579), und: Rudimenta mathematica. Basil. 1551 in fol., — Joh. Conrad **Ulmer** (Schaffhausen 1519 — Schaffhausen 1600; Pfarrer zu Lohr in der Wetterau, später Antistes in Schaffhausen), De horologiis sciotericis. Noribergæ 1556 in fol., — Andreas **Schoner** (Nürnberg 1528 — Cassel? 1590; Sohn von Johannes in 100), Gnomonices libri tres. Noribergæ 1562 in fol., — Bartholomäus Schultz oder **Scultetus** (Görlitz 1540 — Görlitz 1614; Lehrer, dann Richter und zuletzt Bürgermeister in Görlitz), Von allerley Solarien. Görlitz 1572 in fol., — Christoph **Clavius** (Bamberg 1537 — Rom 1612; Lehrer der Mathematik am Collegio romano), Fabrica et usus instrumenti ad horologiorum descriptionem peropportuni. Romæ 1586 in 4., — Burkart **Leemann** (Zürich 1531 — Zürich 1613; Professor des Hebräischen, später Pfarrer und Antistes in Zürich; vergl. Bd 2 meiner Biographieen), Sonnen Uhren zu rysseu nach mancherley art: ein nüwe und gar artliche beschreybung. Zürych 1589 in 4. (Aueb Basel 1606), — **Graffenried,** Compendium Sciotericorum. Bern 1617 in 4. (Auch 1629), — Mutio **Oddi** von Urbino: De gli Horologii solari Trattato. Venetia 1638 in 4., — **La Hire,** La gnomonique ou l'art de tracer des cadrans ou horloges solaires. Paris 1682 in 8. (2 éd. 1698; engl. durch Leck, London 1685), — **Doppelmayr,** Gründliche Anweisung zur Beschreibung grosser Sonnenuhren. Nürnberg 1719 in fol., — Joh. Friedrich **Penther** (Fürstenwalde 1693 — Göttingen 1749; erst Bergbeamter, dann Professor der Mathematik und Oeconomie zu Göttingen), Gnomonica fundamentalis et mechanica. Augsburg 1733 in fol. (Auch 1760), — J. B. **Garnier,** Gnomonique mise à la portée de tout le monde. Marseille 1773 in 8., — **Littrow,** Gnomonik. Wien 1831 in 8. (2. A. 1838), — Rudolf **Sonndorfer,** Theorie und Construction der Sonnenuhren. Wien 1864 in 8., — etc.". — Eine Sonnenuhr ist zur Noth auch als **Monduhr** zu gebrauchen: Die Mondculmination verspätet sich (siehe 357) täglich um $24 : 29^1/_2 =$ nahe $^4/_5{}^h$; bezeichnet daher a das Alter des Mondes (siehe 362), und zeigt eine Sonnenuhr bei Mondschein u^h, so ist $u + {}^4/_5\, a$ annähernd die entsprechende Sonnenzeit. — Ganz interessant ist es endlich, die Curve zu ermitteln, welche das Ende des Schattens eines Stabes der Höhe h auf einer Ebene beschreibt: Man hat hiefür mit Hülfe von 336



$$y = k \,.\, \text{Sin}\, w = h \,.\, \text{Tg}\, s \,.\, \text{Sin}\, w$$

$$= h \frac{\text{Sin}\, p \,.\, \text{Sin}\, s}{\text{Cos}\, p\, \text{Sin}\, \varphi + \text{Sin}\, p\, \text{Cos}\, \varphi\, \text{Cos}\, s} \qquad 6$$

$$x = h \frac{\text{Sin}\, p\, \text{Sin}\, \varphi\, \text{Cos}\, s - \text{Cos}\, p\, \text{Cos}\, \varphi}{\text{Cos}\, p\, \text{Sin}\, \varphi + \text{Sin}\, p\, \text{Cos}\, \varphi\, \text{Cos}\, s}$$

und hieraus durch Elimination von s

$$y^2 \text{Cos}^2 p + x^2 \text{Sin}(\varphi + p) \text{Sin}(\varphi - p) + x h\, \text{Sin}\, 2\varphi + h^2 \text{Cos}(\varphi + p) \text{Cos}(\varphi - p) = 0 \qquad 7$$

Es ist also unsere Schattencurve eine Linie zweiten Grades, und zwar fallen nach 135—137 Axe und Mittelpunct in die Mittagslinie, während

$$g = -4\, \text{Cos}^2 p\, \text{Sin}(\varphi + p)\, \text{Sin}(\varphi - p) \qquad A = -\frac{h\, \text{Sin}\, \varphi\, \text{Cos}\, \varphi}{\text{Sin}(\varphi + p)\, \text{Sin}(\varphi - p)}$$

$$a = \frac{h\, \text{Sin}\, p\, \text{Cos}\, p}{\text{Sin}(\varphi + p)\, \text{Sin}(\varphi - p)} \qquad b = \frac{h\, \text{Sin}\, p}{\sqrt{\text{Sin}(\varphi + p)\, \text{Sin}(\varphi - p)}} \qquad 8$$

Es wird also g nur für $\varphi = p$ zu Null, nur für $\varphi > p$ negativ, d. h. es kann die Schattencurve nur im Sommer und auch da nur in der kalten Zone eine Parabel oder Ellipse werden, — im Allgemeinen ist sie eine Hyperbel, deren Scheitel um

$$q = A - \alpha = h \cdot Ctg(p - \varphi) \qquad 9$$

vom Fusspuncte des Stabes nach Norden abliegt. Zur Zeit der Equinoctien ($p = 90^0$) wird $\alpha = o$ und $q = A = h \cdot Tg\,\varphi$, d. h. die Schattencurve eine zur Linie O W parallele Gerade.

353. Die Ekliptikcoordinaten. Um ein Gestirn auf die Ekliptik zu beziehen, gibt man seinen Abstand von derselben, die sog. **Breite** b als Ordinate, den Abstand ihres Fusspunctes vom Frühlingspuncte, die sog. **Länge** l aber als Abscisse. Letztere wird wie die Rectascension gezählt, — die Breite, deren Complement die **Ekliptikpoldistanz** π ist, wie die Declination. Der Winkel u zwischen Breitenkreis und Declinationskreis heisst **Position.** — Da der Frühlingspunct Pol des Colurs der Solstitien ist, so lassen sich die Equator- und Ekliptik-Coordinaten leicht (vergl. Fig. 1) in Dreieck P . EP . S vereinigen, und aus diesem folgen z. B.

$$\text{Sin e} : \text{Cos b} : \text{Cos d} :: \text{Sin u} : \text{Cos a} : \text{Cos l} \qquad 1$$

$$\begin{aligned}
\text{Cos u} &= \text{Sin l} . \text{Sin a} + \text{Cos l} . \text{Cos a} . \text{Cos e} \\
\text{Sin l} &= \text{Sin a} . \text{Cos u} + \text{Cos a} . \text{Sin u} . \text{Sin d} \\
\text{Sin a} &= \text{Sin l} . \text{Cos u} - \text{Cos l} . \text{Sin u} . \text{Sin b} \\
\text{Sin b} &= \text{Cos e} . \text{Sin d} - \text{Sin e} . \text{Cos d} . \text{Sin a} \\
\text{Sin d} &= \text{Cos e} . \text{Sin b} + \text{Sin e} . \text{Cos b} . \text{Sin l} \\
\text{Cos e} &= \text{Sin b} . \text{Sin d} + \text{Cos b} . \text{Cos d} . \text{Cos u}
\end{aligned} \qquad 2$$

$$\begin{aligned}
\text{Sin e} . \text{Sin l} &= \text{Sin d} . \text{Cos b} - \text{Cos d} . \text{Sin b} . \text{Cos u} \\
\text{Sin e} . \text{Sin a} &= - \text{Sin b} . \text{Cos d} + \text{Cos b} . \text{Sin d} . \text{Cos u} \\
\text{Cos b} . \text{Cos u} &= \text{Cos e} . \text{Cos d} + \text{Sin e} . \text{Sin d} . \text{Sin a} \\
\text{Cos b} . \text{Sin l} &= \text{Sin e} . \text{Sin d} + \text{Cos e} . \text{Cos d} . \text{Sin a} \\
\text{Cos d} . \text{Sin a} &= - \text{Sin e} . \text{Sin b} + \text{Cos e} . \text{Cos b} . \text{Sin l} \\
\text{Cos d} . \text{Cos u} &= \text{Cos e} . \text{Cos b} - \text{Sin e} . \text{Sin b} . \text{Sin l} \\
\text{Cos l} . \text{Cos e} &= \text{Cos u} . \text{Cos a} - \text{Sin u} . \text{Sin a} . \text{Sin d} \\
\text{Cos l} . \text{Sin b} &= - \text{Sin a} . \text{Sin u} + \text{Cos a} . \text{Cos u} . \text{Sin d} \\
\text{Sin u} . \text{Sin b} &= - \text{Sin a} . \text{Cos l} + \text{Cos a} . \text{Sin l} . \text{Cos e} \\
\text{Sin u} . \text{Sin d} &= \text{Sin l} . \text{Cos a} - \text{Cos l} . \text{Sin a} . \text{Cos e} \\
\text{Cos a} . \text{Cos e} &= \text{Cos u} . \text{Cos l} + \text{Sin u} . \text{Sin l} . \text{Sin b} \\
\text{Cos a} . \text{Sin d} &= \text{Sin l} . \text{Sin u} + \text{Cos l} . \text{Cos u} . \text{Sin b}
\end{aligned} \qquad 3$$

sowie die Fehlergleichungen

$$\begin{aligned}
db &= \text{Cos u} . dd - \text{Sin l} . de - \text{Cos d} . \text{Sin u} . da \\
dd &= \text{Cos u} . db + \text{Sin a} . de + \text{Cos b} . \text{Sin u} . dl \\
de &= \text{Sin a} . dd - \text{Sin l} . db + \text{Cos a} . \text{Cos d} . du
\end{aligned} \qquad 4$$

Für die Sonne ist b = 0 und daher speciell

$\text{Cos } l = \text{Cos } a \,.\, \text{Cos } d$	$\text{Tg } u = \text{Tg } e \,.\, \text{Cos } l$	$\text{Sin } a = \text{Sin } l \,.\, \text{Cos } u$	
$\text{Cos } e = \text{Cos } d \,.\, \text{Cos } u$	$\text{Sin } d = \text{Sin } e \,.\, \text{Sin } l$	$\text{Tg } a = \text{Ce} \,.\, \text{Tg } l$	**5**
$\text{Sin } u = \text{Cos } a \,.\, \text{Sin } e$	$\text{Tg } d = \text{Tg } e \,.\, \text{Sin } a$	$\text{Tg } a = \text{Ctg } u \,.\, \text{Sin } d$	

Aus 1—3 endlich erhält man, wenn

$$\text{Tg } m = \text{Ctg } d \,.\, \text{Sin } a \qquad \text{Tg } n = \text{Ctg } b \,.\, \text{Sin } l \qquad \mathbf{6}$$

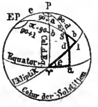
gesetzt wird,

$$\text{Sin } b = \frac{\text{Sin } d \,.\, \text{Cos }(m+e)}{\text{Cos } m} \qquad \text{Tg } l = \frac{\text{Tg } a \,.\, \text{Sin }(m+e)}{\text{Sin } m} \qquad \mathbf{7}$$

$$\text{Sin } d = \frac{\text{Sin } b \,.\, \text{Cos }(n-e)}{\text{Cos } n} \qquad \text{Tg } a = \frac{\text{Tg } l \,.\, \text{Sin }(n-e)}{\text{Sin } n} \qquad \mathbf{8}$$

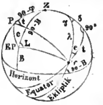
so dass man leicht von Equator auf Ekliptik, und umgekehrt transformiren kann, zumal a und l nothwendig immer gleichzeitig 90° oder 270° werden.

Der Frühlingspunct steht als Durchschnittspunct des Equators und der Ekliptik von ihren Polen, also auch von allen Puncten des durch diese Pole gelegten Hauptkreises, des sog. **Colur der Solstitien**, je um 90° ab, und hierin liegt der Schlüssel für die in der Figur enthaltene Uebertragung der Equator- und Ekliptik-Coordinaten eines Sternes in das Dreieck Pol-Ekliptikpol-Stern, aus dem dann sofort nach 160, 162, 168 und 163 die Formeln 1—4 hervorgehen. Die Formeln 5 werden für $b = o$ ohne Schwierigkeit aus 1—3 erhalten, und ebenso die Transformationsformeln 6—8. Nach Letztern erhält man z. B. unter Anwendung von $e = 23^\circ\ 27'\ 14'',5$ für drei Berliner-Beobachtungen des Kometen 1866 I die correspondirenden Werthe:



Mittlere Zeit Berlin	1865 XII 25 $12^h\ 50^m\ 5^s,3$	1865 XII 29 $6^h\ 16^m\ 9^s,3$	1866 I 2 $7^h\ 50^m\ 17^s,9$
Rectascension	$23^h\ 8^m\ 52^s,48$	$23^h\ 21^m\ 35^s,73$	$23^h\ 29^m\ 47^s,73$
Declination	$+34^\circ\ 40'\ 53'',9$	$+18^\circ\ 30'\ 56'',1$	$+\ 9^\circ\ 35'\ 50'',1$
m	$-19^\circ\ 12'\ 35'',7$	$-26^\circ\ 28'\ 28'',5$	$-37^\circ\ 51'\ 12'',3$
Länge	+ 3 13 1,7	— 1 8 43,6	— 3 4 29,9
Breite	+ 37 5 54,5	+ 20 44 56,0	+ 11 48 4,6

Da für einen im Zenithe stehenden Stern offenbar $a = t$ und $d = \varphi$ ist, so hat man nach 2, 3 und 1, wenn L und B Länge und Breite des Zenithes bezeichnen,



$$\begin{aligned} \text{Sin B} &= \text{Cos e Sin } \varphi - \text{Sin e Cos } \varphi \text{ Sin t} \\ \text{Cos B} \,.\, \text{Sin L} &= \text{Sin e Sin } \varphi + \text{Cos e Cos } \varphi \text{ Sin t} \\ \text{Cos B} \,.\, \text{Cos L} &= \text{Cos } \varphi \text{ Cos t} \end{aligned} \qquad \mathbf{9}$$

Für die ihrer räumlichen Bedeutung nach durch die Figur gegebenen Hülfsgrössen γ, δ und λ hat man nach 169 : 3; 160 : 2, 1; 168 : 4 und 162 : 2 die Beziehungen

$$\begin{array}{ll} \cos e = \sin\gamma\cos\delta & \cos\delta = \cos\lambda\cos t + \sin\lambda\sin t\cos e \\ \sin e\sin t = \sin\gamma\sin\delta & \sin\delta = \sin\lambda\sin e \\ \sin e\cos\lambda = \cos\gamma\cos\delta & \cos\gamma\sin\delta = \cos t\sin\lambda - \sin t\cos\lambda\cos e \end{array} \quad \mathbf{10}$$

und aus ihrer Verbindung mit 9 ergeben sich die zur Berechnung von B und L bequemen Formeln

$$\begin{array}{ll} \sin B = \sin\gamma\,.\,\sin(\varphi-\delta) & \sin(L-\lambda)\cos B = \cos\gamma\sin(\varphi-\delta) \\ Tg(L-\lambda) = \cos\gamma\,.\,Tg(\varphi-\delta) & \cos(L-\lambda)\cos B = \cos(\varphi-\delta) \end{array} \quad \mathbf{11}$$

während zur Vorausberechnung der Hülfsgrössen γ, δ und λ nach 169: 2, 1, 3

$$Tg\,\lambda = Tg\,t\,.\,Sec\,e \qquad Tg\,\delta = Tg\,e\,.\,Sin\,t \qquad Cos\,\gamma = Cos\,t\,.\,Sin\,e \quad \mathbf{12}$$

folgen. — Da die Ekliptik als grösster Kreis vom Horizonte halbirt wird, und ihr Durchschnittspunct mit dem Horizonte Pol des vom Ekliptikpole durch den Zenith führenden Hauptkreises ist, so stellt die Länge L des Zenithes zugleich die Länge des höchsten, von dem Auf- und Untergangspuncte je um 90° abstehenden Punctes der Ekliptik, des namentlich durch **Keppler** in verschiedene astronomischen Rechnungen (vergleiche z. B. 387) als Hülfspunct eingeführten sog. **Nonagesimus**, vor, — während das Complement der Breite B des Zenithes die Neigung der Ekliptik gegen den Horizont oder die Höhe des Nonagesimus misst. Vergleiche „Pierre **Levêque** (Nantes 1746 — Havre 1814; Professor der Hydrographie zu Nantes, später Examinator der polytechnischen Schule und Mitglied der Academie zu Paris), Tables générales de la hauteur et de la longitude du Nonagésime, calculées pour toutes les latitudes. Avignon 1776, 2 Vol. in 8." — Berechnet man für einen Stern (a, d) nach 338: 1 den ihm zukommenden halben Tagbogen s, so sind $t' = a - s$ und $t'' = a + s$ die Sternzeiten seines Aufganges und Unterganges, und findet man für diese Zeiten nach 11 die Längen L' und L" des Zenithes, so sind

$$L' + 90^0 \text{ und } L' - 90^0 \qquad \text{oder} \qquad L'' + 90^0 \text{ und } L'' - 90^0 \quad \mathbf{13}$$

die Längen der beim Aufgange oder Untergange des Sternes im Horizonte stehenden Puncte der Ekliptik; wenn daher die Sonne die Länge $L' + 90^0$ hat, so geht der Stern cosmisch auf, — für $L'' - 90^0$ cosmisch unter, — für $L' - 90^0$ acronisch auf, — und für $L'' + 90^0$ acronisch unter. Es können jedoch alle diese Auf- und Untergänge nicht wirklich gesehen werden, da sogar die hellern Sterne kaum sichtbar sind, wenn die Sonne nicht mindestens die Depression $\alpha = 15^0$, oder von dem gleichzeitig mit dem Auf- oder Untergange des Sternes im Horizonte liegenden Puncte der Ekliptik die aus

$$\sin\beta' = \frac{\sin\alpha}{\cos B'} \qquad \sin\beta'' = \frac{\sin\alpha}{\cos B''} \quad \mathbf{14}$$

zu berechnenden Abstände β' und β'' hat; es geht daher der Stern helisch auf, wenn die Sonne die Länge $L' + 90^0 + \beta'$ besitzt, — helisch unter, wenn dieselbe $L'' - 90^0 - \beta''$ ist. Vergleiche auch „Ernst Wilhelm **Hartwig** (Pirna 1829; erst Gehülfe an der Leipziger-Sternwarte, dann Lehrer der Mathematik in Schwerin), Ueber die Berechnung der Auf- und Untergänge der Sterne, nebst einigen Hülfstafeln. Schwerin 1862 in 8."

354. Die Bestimmung einer ersten Rectascension. Der als Anfangspunct der Equator- und Ekliptik-Coordinaten gewählte Frühlingspunct, dessen Culmination den Anfang des Sterntages bestimmt, kann nicht direct beobachtet werden, so dass wir eigentlich bis jetzt nur Rectascensionsdifferenzen und Uhrgänge ermitteln konnten.

Mit Hülfe der Sonne lässt sich nun diese Lücke ausfüllen, d. h. eine **erste** absolute Rectascension oder Uhrcorrection erhalten, indem man nach dem Vorschlage von Wilhelm IV. die Declination d der Sonne bei ihrer Culmination, ferner an einer Sternuhr die Uhrzeit t dieser Culmination bestimmt, und (339; 353:5) daraus nach

$$\text{Sin a} = \text{Tg d} \, . \, \text{Ctg e} \qquad \text{und} \qquad \Delta t = \frac{1}{15} a - t \qquad \mathbf{1}$$

ihre Rectascension, sowie die Correction der Uhr berechnet. — Die Alten, welche keine Meridianinstrumente und keine zuverlässigen Uhren hatten, bestimmten dagegen Sonnendeclination und Rectascensionsdifferenzen mit Hülfe ihrer Armillarsphäre und einem zwischen Sonne und Stern (Tag und Nacht) vermittelnden Gestirne (Mond oder Venus), und noch Tycho behielt, um nicht von den Uhren abhängig zu sein, letzteres Hülfsmittel bei, berechnete aber die Declinationen aus Zenithdistanz und Azimuth, die Rectascensionsdifferenz zweier Gestirne aus deren Declinationen und dem direct gemessenen Abstande.

Hat man zwei Declinationen d_1 und d_2 der Sonne zu den Uhrzeiten t_1 und t_2 gemessen, und bezeichnen a_1 und a_2 die entsprechenden Rectascensionen, g den Gang der Uhr und n die Anzahl der Zwischentage, so hat man entsprechend 1

$$\text{Tg } d_1 = \text{Tg e} \, . \, \text{Sin } a_1 \qquad \text{Tg } d_2 = \text{Tg e} \, . \, \text{Sin } a_2 \qquad \mathbf{2}$$

$$a_1 = t_1 + \Delta t \qquad a_2 = t_2 + \Delta t + n g \qquad \text{oder} \qquad a_2 - a_1 = \tau \qquad \mathbf{3}$$

wo $\tau = t_2 - t_1 + n g$ eine bekannte Grösse ist. Es ist daher

$$\frac{\text{Tg } d_1}{\text{Tg } d_2} = \frac{\text{Sin } a_1}{\text{Sin } (a_1 + \tau)} \qquad \text{oder} \qquad \text{Tg } a_1 = \frac{\text{Tg } \tau \, . \, \text{Cos } d_2 \, . \, \text{Sin m}}{\text{Sin } (d_2 - m)} \qquad \mathbf{4}$$

wo

$$\text{Tg m} = \text{Tg } d_1 \, . \, \text{Cos } \tau \qquad \mathbf{5}$$

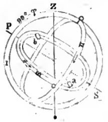
gesetzt wurde. Es kann daher nach 4 sogar ohne Voraussetzung von e eine erste Rectascension a_1, sodann nach 3 eine erste Uhrcorrection Δt, und zur Noth nach 2 auch noch e berechnet werden, — Letzteres jedoch nur befriedigend, wenn die beiden Beobachtungen das Equinoctium zwischen sich schliessen. So z. B. erhielt ich in Bern

$$1854 \text{ IX } 28: \quad t_1 = 12^h \, 15^m \, 34^s \qquad d_1 = -1^0 \, 59' \, 18''$$

$$- \quad \text{X } 2: \quad t_2 = 12 \quad 29 \quad 56 \qquad d_2 = -3 \quad 32 \quad 52$$

und hieraus unter Voraussetzung von $g = + 1^s{,}4$

$$a_1 = 12^h \, 18^m \, 19^s \qquad \Delta t = + 2^m \, 45^s \qquad e = - 23^0 \, 30'$$



d. h. für a und Δt ganz befriedigende Resultate, für e dagegen allerdings nur einen rohen Werth, dessen Vorzeichen das Niedersteigen der Sonne nach dem Herbstequinoctium andeutet. — Die sog. **Armillarsphäre** der Alten bestand aus drei Kreisen, von denen I und II unter rechtem Winkel fest verbunden waren, während sich III um den zu II senkrechten Durchmesser von I drehte: Es wurde nun I so in die Ebene des Meridianes gebracht, dass die Axe PS mit der Lothrichtung den Winkel $90^0 - \varphi$ bildete;

dann fiel II mit dem Equator oder Stundenkreis, III mit einem Declinationskreise zusammen, und wenn daher das, auf einem in III drehbaren Kreise sitzende Diopterpaar a b nach einem Sterne gerichtet wurde, so gab die Ablesung an III die Declination, die an II den Stundenwinkel. — Ganz ähnlich war ein von **Ptolemäus** unter dem Namen **Astrolabium** beschriebenes Instrument zur directen Bestimmung von Länge und Breite beschaffen, nur stellte I den Colur der Solstitien vor, und war um die Weltaxe drehbar, — II war die Ekliptik, — und III ein doppelt vorhandener, um die Ekliptikpole drehbarer oder Breiten-Kreis, von denen der Eine auf die Länge eines bekannten Gestirnes eingestellt und zum Orientiren des Astrolabiums benutzt wurde, während der Andere den entsprechenden Dienst wie Kreis III der Armillarsphäre zu verrichten hatte.

355. Die Präcession und das tropische Jahr. Als Hipparch seine Sternpositionen mit denjenigen seiner Vorgänger verglich, ergab sich ihm die wichtige Thatsache, dass zwar die Breite der Sterne unverändert bleibt, dagegen die Länge für alle Sterne um eine der Zeit proportionale Grösse zunimmt, gerade wie wenn sich der Ausgangspunct der Länge im Sinne der täglichen Bewegung langsam verschieben, oder ein sog. **Vorrücken der Nachtgleichen** statt haben würde, — nach Hipparch's eigener Bestimmung um etwa 2° in den seit Timocharis Beobachtungen verflossenen $1^1/_2$ Jahrhunderten, — nach den neuern Untersuchungen von Laplace und Bessel in Verbindung mit einer Veränderung der Schiefe der Ekliptik, so dass

$$\psi_0 = 50'',37572 \, . \, t - 0,0001217945 \, . \, t^2$$
$$\psi = 50,21129 \, . \, t + 0,0001221483 \, . \, t^2 \qquad 1$$

angeben, um wie viel sich während t Jahren von der Epoche 1750 hinweg der Frühlingspunct in der sog. **festen** (1750) oder **wahren** (1750 + t entsprechenden) Ekliptik verschoben hat, oder wie viel die sog. **Lunisolarpräcession** ψ_0 und die **allgemeine Präcession** ψ beträgt, während

$$e_0 = 23^0 \, 28' \, 18'',0 + 0'',0000098423 \, . \, t^2$$
$$e = 23 \; 28 \; 18,0 - 0'',48368 \, . \, t - 0,0000027229 \, . \, t^2 \qquad 2$$

die Winkel der festen und wahren Ekliptik mit dem Equator von 1750 + t bezeichnen, und

$$\frac{da}{dt} = m + n \operatorname{Sin} a \, . \operatorname{Ctg} p \qquad \frac{dp}{dt} = - n \, . \operatorname{Cos} a \qquad 3$$

wo
$$m = 46'',02824 + 0'',0003086450 \, . \, t$$
$$n = 20,06442 - 0,0000970204 \, . \, t \qquad 4$$

sind, die jährlichen Beträge der Präcession in Rectascension und Declination darstellen, die dann allerdings noch durch eine mit der Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik zusammenhängende, an die Mondsknotenperiode von 18,6 Jahren gebundene, in Länge im Maximum etwa 18″ betragende Störung, die sog. **Nutation,** etwas

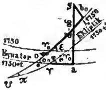
verändert werden. — Die Präcession, in deren Folge der Frühlingspunct in circa 26000 Jahren die ganze Ekliptik durchläuft, während der Pol des Equators denjenigen der Ekliptik umkreist, bewirkt auch, dass die Sonne etwas früher zu dem Frühlingspuncte zurückkehrt als zu demselben Sterne, dass also zwischen dem siderischen (351) und dem, dieselben Jahreszeiten zurückführenden **tropischen** Jahre unterschieden werden muss. In der That fand schon Hipparch, dass 134 v. Chr. das Sommersolstitium ($Æ$ 6^h) um $^1/_2{}^d$ früher eintrat, als er dasselbe aus einem 147^a vorher von Aristarch bestimmten Sommersolstitium mit einem Jahre von $365^1/_4{}^d$ abgeleitet hatte, — schloss also, dass letzteres Jahr um $^1/_{2 \cdot 147}$ oder nahe $^1/_{300}{}^d$ zu lang sei, und setzte daher die Länge des tropischen Jahres zu nur $365^d,24667$ fest, d. h. nur um etwa 6^m grösser als es die neusten Bestimmungen zu

$$365^d,24220 = 365^d\ 5^h\ 48^m\ 46^s,08$$

ergeben haben. [Vergl. 456.]

Die ersten Bestimmungen von Rectascension und Declination einer grössern Reihe von Sternen scheint man (s. 335) den nm 300 v. Chr. in Alexandrien lebenden Astronomen **Timocharis** und **Aristyll** zn verdanken, und sie führten **Hipparch** zur Entdeckung und ersten Bestimmung der Präcession, als er dieselben mit denjenigen eines neuen Sternkataloges verglich, welchen er um 128 v. Chr., veranlasst durch einen kurz zuvor (muthmasslich, vergl. 454, im Jahre 134 v. Chr.) aufgetauchten neuen Stern, anlegte. So z. B. hatten seine erwähnten Vorgänger gefunden, dass die Spica dem Herbstpuncte um 8^0 vorausgehe, während er etwa 150 Jahre später nur 6^0, und damit ein jährliches Vorrücken von circa 48″ erhielt; ähnliche, wenn auch merklich variirende Werthe folgten aus andern Vergleichungen, so dass er schliesslich aussprach, es betrage die Präcession jedenfalls nicht weniger als 1^0 in 100 Jahren, — einen untern Grenzwerth von 36″, welchen nachher **Ptolemäus** als wirklichen Werth annahm, sich dabei stellend, als habe er ihn bei Vergleich eigener Beobachtungen mit denen Hipparch's erhalten, während er muthmasslich ganz einfach den Hipparch'schen Catalog mit demselben auf seine Zeit übertrug. Mit Benutzung dieser angeblich Ptolemäischen Positionen fand dann natürlich **Albategnius** aus den von ihm um 879 Erhaltenen die etwas zu grosse Präcession von 1^0 in 66 Jahren oder 55″ per Jahr, — während sie dagegen um 1260 der Perser Abu Djafar Muhammed ben Hassan al Thusi, genannt **Nassir-Eddin** (Thus in Khorassan 1201 — Meragah 1274; Director der von dem Mongolen-Fürsten Holagu-Khan auf seinen Wunsch erbauten und reich ausgerüsteten Sternwarte in Meragah) bereits nahe richtig auf 1^0 in 70 Jahres oder 51″ per Jahr bestimmte. Seither ist die Präcession von theoretischer Seite (vergl. 419) als eine nothwendige Folge der Abplattung der Erde, sowie die periodische Veränderung (gegenwärtig Abnahme, vergl. 350) der Schiefe der Ekliptik als eine Wirkung der Planeten nachgewiesen, ferner die Bestimmung der Constanten, wie namentlich von **Bessel** in seiner Abhandlung „Untersuchung der Grösse und des Einflusses des Vorrückens der Nachtgleichen. Berlin 1815 in 4." und seiner Hauptschrift „Fundamenta Astronomiæ (vergl. 390)", schärfer durchgeführt worden. — **Bezeichnet man**

die Distanz von Υ_0 bis zum aufsteigenden Knoten der wahren in der festen Ekliptik mit Ω, so dass $\text{☋}O = 180^0 - \Omega - \psi_0$ und $\text{☋}\Upsilon = 180^0 - \Omega - \psi$, — und die sog. **planetarische** Präcession $O\Upsilon$ mit θ, so hat man durch Anwendung der sog. Gauss'schen Formeln auf Dreieck $\text{☋}O\Upsilon$ die Beziehungen



$$\begin{aligned}
\operatorname{Sin}\frac{\pi}{2}\,.\,\operatorname{Sin}\left(\Omega + \frac{\psi_0+\psi}{2}\right) &= \operatorname{Sin}\frac{\theta}{2}\operatorname{Sin}\frac{e_0+e}{2} \\
\operatorname{Sin}\frac{\pi}{2}\,.\,\operatorname{Cos}\left(\Omega + \frac{\psi_0+\psi}{2}\right) &= -\operatorname{Cos}\frac{\theta}{2}\operatorname{Sin}\frac{e_0-e}{2} \\
\operatorname{Cos}\frac{\pi}{2}\,.\,\operatorname{Sin}\frac{\psi_0-\psi}{2} &= \operatorname{Sin}\frac{\theta}{2}\operatorname{Cos}\frac{e_0+e}{2} \\
\operatorname{Cos}\frac{\pi}{2}\,.\,\operatorname{Cos}\frac{\psi_0-\psi}{2} &= \operatorname{Cos}\frac{\theta}{2}\operatorname{Cos}\frac{e_0-e}{2}
\end{aligned} \qquad 5$$

und somit

$$\operatorname{Tg}\frac{\theta}{2} = \operatorname{Tg}\frac{\psi_0-\psi}{2}\,.\,\operatorname{Cos}\frac{e_0-e}{2}\,.\,\operatorname{Sec}\frac{e_0+e}{2} \qquad 6$$

$$\operatorname{Tg}\left(\Omega + \frac{\psi_0+\psi}{2}\right) = -\operatorname{Tg}\frac{\theta}{2}\,.\,\operatorname{Sin}\frac{e_0+e}{2}\,.\,\operatorname{Cosec}\frac{e_0-e}{2} \qquad 7$$

$$\operatorname{Sin}\frac{\pi}{2} = -\operatorname{Cos}\frac{\theta}{2}\,.\,\operatorname{Sin}\frac{e_0-e}{2}\,.\,\operatorname{Sec}\left(\Omega + \frac{\psi_0+\psi}{2}\right) \qquad 8$$

nach welchen Formeln successive θ, Ω, π berechnet, aus denen aber auch bequemere Näherungsformeln erhalten werden können: Führt man nämlich in 6 statt $\frac{1}{2}(e_0+e)$ den gleichwerthigen Ausdruck $e_0 - \frac{1}{2}(e_0-e)$ ein, und bleibt bei den zweiten Potenzen der kleinen Grössen θ, $\psi_0-\psi$ und e_0-e stehen, so erhält man, da nach 1 und 2

$$\psi_0 - \psi = \alpha t - \beta t^2 \qquad\qquad e_0 - e = \gamma t + \delta t^2 \qquad 9$$

zu setzen sind, wo α, β, γ, δ bekannte Zahlen repräsentiren,

$$\begin{aligned}
\theta &= \frac{\psi_0-\psi}{\operatorname{Cos} e_0 + \frac{1}{2}(e_0-e)\operatorname{Sin} e_0 \operatorname{Sin} 1''} = \frac{\psi_0-\psi}{\operatorname{Cos} e_0} - \frac{(\psi_0-\psi)(e_0-e)\operatorname{Sin} e_0 \operatorname{Sin} 1''}{2\operatorname{Cos}^2 e_0} = \\
&= \frac{\alpha}{\operatorname{Cos} e_0}\,t - \frac{2\beta + \alpha\gamma \operatorname{Tg} e_0 \operatorname{Sin} 1''}{2\operatorname{Cos} e_0}\,t^2 = \mu t - \nu t^2
\end{aligned} \qquad 10$$

wo $\mu = 0'',17926$ $\qquad$ $\nu = 0'',0002860893$

und aus 7

$$\begin{aligned}
\operatorname{Tg}\left(\Omega + \frac{\psi_0+\psi}{2}\right) &= \frac{\theta\,.\operatorname{Cos} e_0\,.\operatorname{Sin} 1''}{2} - \frac{\theta\,.\operatorname{Sin} e_0}{e_0-e} = \\
&= -\frac{\mu \operatorname{Sin} e_0}{\gamma} + \left(\frac{\mu \operatorname{Cos} e_0 \operatorname{Sin} 1''}{2} + \frac{\nu\gamma + \mu\delta}{\gamma^2}\operatorname{Sin} e_0\right) t \\
&= -\overline{9,1691307} + 0,00022\,t = -A + Bt
\end{aligned}$$

oder mit Hülfe von 51 : 1

$$\begin{aligned}
\Omega + \frac{\psi_0+\psi}{2} &= \left[-A + \frac{1}{3}A^3 - \frac{1}{5}A^5 + \ldots + Bt(1 - A^2 + A^4 - \ldots) - \ldots\right]\frac{1}{\operatorname{Sin} 1''} \\
&= -\operatorname{Arc\,Tg} A + t\,.\,\frac{B}{(1+A^2)\operatorname{Sin} 1''}
\end{aligned}$$

folglich

$$\Omega = 171^0\,36'\,10'' - 5'',88304\,.\,t \qquad 11$$

Die Quadratsumme endlich von $5^{1.2}$ gibt

$$\operatorname{Sin}^2\frac{\pi}{2} = \operatorname{Sin}^2\frac{\theta}{2}\,.\operatorname{Sin}^2\frac{e_0+e}{2} + \operatorname{Cos}^2\frac{\theta}{2}\,.\operatorname{Sin}^2\frac{e_0-e}{2}$$

oder, wenn noch $e_0 = \varepsilon + \eta\, t^2$ gesetzt wird, nahe

$$\pi^2 = (e_0 - e)^2 + \theta^2 \operatorname{Sin}^2\left(e_0 - \frac{e_0 - e}{2}\right) =$$

$$= (e_0 - e)^2 + \theta^2 \left[\operatorname{Sin}^2 e_0 - \frac{(e_0 - e) \operatorname{Sin} 2\, e_0 \operatorname{Sin} 1''}{2}\right] =$$

$$= (\gamma^2 + \mu^2 \operatorname{Sin}^2 \varepsilon)\, t^2 + \left(2\gamma\delta - 2\mu\nu \operatorname{Sin}^2 \varepsilon - \gamma \frac{\mu^2 \operatorname{Sin} 2\varepsilon \operatorname{Sin} 1''}{2}\right) t^3$$

oder

$$\pi = \sqrt{\gamma^2 + \mu^2 \operatorname{Sin}^2 \varepsilon} \,.\, t + \frac{4\gamma\delta - 4\mu\nu \operatorname{Sin}^2 \varepsilon - \gamma\mu^2 \operatorname{Sin} 2\varepsilon \operatorname{Sin} 1''}{4\sqrt{\gamma^2 + \mu^2 \operatorname{Sin}^2 \varepsilon}} \,.\, t^2$$

$$= 0'',48892 \,.\, t - 0'',0000030715 \,.\, t^2 \qquad \mathbf{12}$$

Bezeichnen nun a und p Rectascension und Poldistanz eines Sternes S zur Zeit $1750 + t$, α und π aber diejenigen zur Zeit $1750 + t'$, l_0 und b_0 endlich seine Länge und Breite in Beziehung auf Ekliptik und Frühlingspunct der Epoche, so ist in Beziehung auf den Frühlingspunct O seine Länge gleich $l_0 + \psi_0$ und seine Rectascension $a + \theta$, und man hat daher nach den gewöhnlichen Transformationsformeln 353 : 1, 2, 3

$$\begin{aligned} \operatorname{Cos} b_0 \,.\, \operatorname{Cos}(l_0 + \psi_0) &= \operatorname{Sin} p \,.\, \operatorname{Cos}(a + \theta) \\ \operatorname{Cos} b_0 \,.\, \operatorname{Sin}(l_0 + \psi_0) &= \operatorname{Sin} e_0 \operatorname{Cos} p + \operatorname{Cos} e_0 \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin}(a + \theta) \\ \operatorname{Sin} b_0 &= \operatorname{Cos} e_0 \operatorname{Cos} p - \operatorname{Sin} e_0 \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin}(a + \theta) \end{aligned} \qquad \mathbf{13}$$

wonach zur Hülfe b_0 und l_0 aus a und p berechnet werden können. Sind aber θ', ψ_0', e_0' die der Zeit $1750 + t'$ entsprechenden Werthe, so hat man in Beziehung auf den Durchschnittspunct O' des damaligen Equators mit der festen Ekliptik ebenfalls nach 353 : 1, 2, 3

$$\begin{aligned} \operatorname{Sin} \pi \,.\, \operatorname{Cos}(\alpha + \theta') &= \operatorname{Cos} b_0 \,.\, \operatorname{Cos}(l_0 + \psi_0') \\ \operatorname{Sin} \pi \,.\, \operatorname{Sin}(\alpha + \theta') &= \operatorname{Cos} b_0 \,.\, \operatorname{Cos} e_0' \,.\, \operatorname{Sin}(l_0 + \psi_0') - \operatorname{Sin} b_0 \operatorname{Sin} e_0' \\ \operatorname{Cos} \pi &= \operatorname{Cos} b_0 \,.\, \operatorname{Sin} e_0' \,.\, \operatorname{Sin}(l_0 + \psi_0') + \operatorname{Sin} b_0 \operatorname{Cos} e_0' \end{aligned} \qquad \mathbf{14}$$

so dass nun aus b_0 und l_0 auch die eigentlich Gesuchten α und π erhältlich sind. — In dem besonders häufig vorkommenden Falle, wo die Zwischenzeit $t' - t$ nur wenige Jahre beträgt, und somit auch $\alpha - a = d\,a$ und $\pi - p = d\,p$ kleine Grössen sind, lässt sich diese Rechnung noch bedeutend vereinfachen. Man hat nämlich entsprechend 14

$$\begin{aligned} \operatorname{Sin} p \,.\, \operatorname{Cos}(a + \theta) &= \operatorname{Cos} b_0 \,.\, \operatorname{Cos}(l_0 + \psi_0) \\ \operatorname{Sin} p \,.\, \operatorname{Sin}(a + \theta) &= \operatorname{Cos} b_0 \,.\, \operatorname{Cos} e_0 \operatorname{Sin}(l_0 + \psi_0) - \operatorname{Sin} b_0 \operatorname{Sin} e_0 \\ \operatorname{Cos} p &= \operatorname{Cos} b_0 \,.\, \operatorname{Sin} e_0 \operatorname{Sin}(l_0 + \psi_0) + \operatorname{Sin} b_0 \operatorname{Cos} e_0 \end{aligned} \qquad \mathbf{15}$$

Differenzirt man nun die dritte dieser Gleichungen, so erhält man, da die von der Präcession unabhängigen Grössen l_0 und b_0 als constant anzusehen sind, und auch die Veränderung von e_0 gegen diejenige von ψ_0 verschwindet, mit Hülfe von der ersten

$$\operatorname{Sin} p \,.\, d\,p = - \operatorname{Cos} b_0 \operatorname{Sin} e_0 \operatorname{Cos}(l_0 + \psi_0)\, d\,\psi_0 = - \operatorname{Sin} p \operatorname{Sin} e_0 \operatorname{Cos}(a + \theta)\, d\,\psi_0$$

oder nahe

$$d\,p = - \operatorname{Cos} a \,.\, \operatorname{Sin} \varepsilon \,.\, d\,\psi_0 \qquad \mathbf{16}$$

Ferner hat man aus der ersten und zweiten jener Gleichungen

$$\operatorname{Tg}(a + \theta) = \frac{\operatorname{Cos} b_0 \operatorname{Cos} e_0 \operatorname{Sin}(l_0 + \psi_0) - \operatorname{Sin} b_0 \operatorname{Sin} e_0}{\operatorname{Cos} b_0 \,.\, \operatorname{Cos}(l_0 + \psi_0)}$$

also durch Differentiation nach $(a + \theta)$ und ψ_0

$$\frac{d\,a + d\,\theta}{\operatorname{Cos}^2(a + \theta)} = \left[\operatorname{Cos} e_0 + \operatorname{Tg}(l_0 + \psi_0) \operatorname{Tg}(a + \theta)\right] d\,\psi_0$$

oder, da nach 13

$$\mathrm{Tg}\,(l_0 + \psi_0) = \frac{\mathrm{Sin}\, e_0\, \mathrm{Ctg}\, p}{\mathrm{Cos}\,(a + \theta)} + \mathrm{Cos}\, e_0 \,.\, \mathrm{Tg}\,(a + \theta)$$

ist,

$$\frac{d\,a + d\,\theta}{\mathrm{Cos}^2\,(a + \theta)} = \frac{\mathrm{Cos}\, e_0 + \mathrm{Sin}\, e_0\, \mathrm{Ctg}\, p\, \mathrm{Sin}\,(a + \theta)}{\mathrm{Cos}^2\,(a + \theta)} \,.\, d\,\psi_0$$

oder nahe

$$d\,a = -\,d\,\theta + (\mathrm{Cos}\,\varepsilon + \mathrm{Sin}\,\varepsilon\, \mathrm{Ctg}\, p\, \mathrm{Sin}\, a)\, d\,\psi_0 \qquad \mathbf{17}$$

Setzt man daher

$$m = -\frac{d\,\theta}{d\,t} + \mathrm{Cos}\,\varepsilon \,.\, \frac{d\,\psi_0}{d\,t} \qquad n = \mathrm{Sin}\,\varepsilon \,.\, \frac{d\,\psi_0}{d\,t} \qquad \mathbf{18}$$

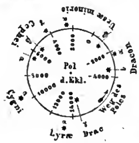
so erhält man aus 16 und 17 die oben unter 3 gegebenen Näherungsformeln. — Otto **Struve** und Chr. A. Fr. **Peters** haben, vergleiche des Erstern Schrift „Bestimmung der Constante der Präcession mit Berücksichtigung der eigenen Bewegung des Sonnensystems. St. Petersburg 1841 in 4.", für die Epoche 1800,0 die von den oben Mitgetheilten etwas verschiedenen Werthe

$$\begin{aligned} \psi_0 &= 50'',3798 \,.\, t - 0'',000\,1084 \,.\, t^2 \\ \psi &= 50\,,\,2411 \,.\, t + 0\,,\,000\,1134 \,.\, t^2 \\ e_0 &= 23^0\, 27'\, 54'',22 + 0,00000735 \,.\, t^2 \\ e &= 23\ \ 27\ \ 54\,,\,22 - 0,4738 \,.\, t - 0,0000014 \,.\, t^2 \end{aligned} \qquad \mathbf{19}$$

erhalten, denen die Werthe

$$\begin{aligned} \theta &= 0'',15119 \,.\, t - 0,00024186 \,.\, t^2 \\ \Omega &= 172^0\, 45'\, 31'' - 8'',505 \,.\, t \\ \pi &= 0'',4776 \,.\, t - 0,0000035 \,.\, t^2 \end{aligned} \qquad \mathbf{20}$$

correspondiren. Ferner hat Letzterer auch die, zuerst um 1748 von **Bradley** erkannte Nutation (vergl. 419) in seiner Schrift „Numerus constans nutationis ex ascensionibus rectis stellæ polaris in Specula Dorpatensi Annis 1822 ad 1838 observatis deductus. Petropoli 1842 in 4." erschöpfend behandelt. — Mit dem Frühlingspuncte verschieben sich natürlich, wie schon im Texte angedeutet wurde, auch der Equator und sein Pol, und zwar beschreibt Letzterer nahe einen Kreis um den Pol der Ekliptik. In Folge dessen nähert sich der Pol, welcher in vorhistorischen Zeiten bei ι und α Draconis, dann bei β Ursæ minoris gestanden hatte, noch bis A. 2100 dem jetzigen Polarsterne α im kleinen Bären (Minimal-Abstand 28′), entfernt sich dann aber wieder gegen den Cepheus hin, so dass α U. m. etwa um 3500 sein Titel durch γ Cephei streitig gemacht werden wird, etc., bis endlich nach vielen tausend Jahren unsere gegenwärtigen Zenithalsterne, erst α Cygni, dann α Lyræ, näher am Pole leuchten als unser gegenwärtige Polarstern noch zur Zeit Hipparch's. — Zum



Schlusse mag noch für jedes der beiden Jahre eine andere Bestimmung aus directen Beobachtungen folgen: Zu Paris wurden (vergl. Cassini, Astron. 205) folgende Mittagshöhen der Sonne erhalten

1715 III 21 :	41°	33′	0″	} 5′ 50″	
1716 III 20	41	27	10		
- - 21	41	51	0	} 23 50	

Es brauchte also die Sonne am Mittag des 20. März 1716 noch 5′ 50″ : 23′ 50″ = 0^d,245, um zu derselben Höhe oder Declination zurückzukehren, welche sie

1715 III 21, d. h. (wegen dem Schalttage) 365^d früher hatte, — also hält das tropische Jahr nahe $365^d,245$, wie es die Vergleichung mit den im Texte gegebenen Zahlen auch wirklich bestätigt. — Ferner wurden zu Paris (vergl. Annales de l'Observ. Vol. 12—13) folgende Culminationen beobachtet:

Datum.	Object.	Angabe der Sternuhr.	Gang nach α Tauri.	Corrigirte Uhrzeiten.		
1856 VII 28	α Tauri	$4^h\ 28^m\ 2^s,16$	$+0^s,71$	$4^h\ 28^m\ 2^s,16$	$4^h\ 7^m\ 45^s,66$	$60^s,15$
- 29	⊙	8 35 47,70		8 35 47,82		
- -	α Tauri	4 28 1,45		4 28 2,16		
1857 VII 28	α Tauri	4 27 25,60	+ 1,92	4 27 25,60	4 6 45,51	
- 29	⊙	8 34 10,69		8 34 11,01		
- -	α Tauri	4 27 23,68		4 27 25,60	0 8 54,43 = 234,43	
- 30	⊙	8 38 8,20		8 38 5,44		

Es brauchte somit die Sonne 1857 VII 29, über die schon verflossenen 365 Tage hinaus, noch $60,15 : 234,43 = 0^d,256$, um dieselbe Distanz von α Tauri zu erreichen, welche sie 1856 VII 29 hatte, — oder es hält das siderische Jahr etwa $365^d,256$, wie diess schon aus 351 bekannt ist. Es folgt übrigens diese Zahl auch sehr nahe aus den Bestimmungen von **Hipparch**; denn nach ihm legt die Sonne in einem tropischen Jahre höchstens $360^0 - \frac{1}{100}{}^0$ zurück, also muss die Länge x des siderischen Jahres so angenommen werden, dass $365,24667 : x = 359,99 : 360$, woraus $x = 365^d,25690$ hervorgeht.

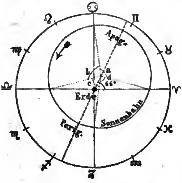
356. Hipparch's Theorie der Sonne. Schon Hipparch fand, dass die Sonnenbahn durch ihre 4 Cardinalpuncte (die Equinoctien und Solstitien) in 4 ungleiche Theile getheilt werde, — dass dem Frühjahr $94\frac{1}{2}$, dem Sommer $92\frac{1}{2}$, dem Herbst 88, und dem Winter 90 Tage (jetzt 93, $93\frac{1}{2}$, $89\frac{1}{2}$, 89) zufallen. Er stellte diese Ungleichheit mit für damalige Zeit genügender Genauigkeit dar, indem er den Mittelpunct der Sonnenbahn um $\frac{1}{24}$ ihres Radius aus dem Centrum des Fixsternhimmels (der Erde) gegen den sechsten Grad der Zwillinge (66^0 Länge, jetzt 101^0, so dass eine jährliche Bewegung von circa $35 : 2000 = \frac{1}{57}{}^0$ oder ein Umlauf von circa 20000 Jahren statt hat) hin verlegte, — wodurch er zugleich nicht nur die Lage des **Apogeum** und **Perigeum** fixirte, sondern auch die Möglichkeit erhielt, eine erste Sonnentafel zu berechnen: Bezeichnet nämlich t die seit dem Durchgange durch das Apogeum (damals V 28, jetzt VII 1) verflossene Anzahl von Tagen, — m die sog. **mittlere Anomalie** oder die vom Mittelpuncte der Bahn, v die **wahre Anomalie** oder die von der Erde aus gesehene Entfernung der Sonne vom Apogeum, so kann man, wenn $e = \frac{1}{24}$ jene Excentricität bezeichnet, m aus

$$m : 360^0 = t : 365,2466 \qquad \text{oder} \qquad m = 0^0,98564 \,.\, t \qquad \mathbf{1}$$

und (s. Fig. 2) v aus

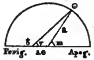
$$a : ae = \text{Sin}\, v : \text{Sin}\, (m - v) \qquad \text{Tg}\, (m - v) = \frac{e\, \text{Sin}\, m}{1 + e\, \text{Cos}\, m} \qquad \mathbf{2}$$

berechnen, und folglich eine Tafel entwerfen, welche v für das Argument t gibt. Die Differenz (m — v), welche im Maximum $\pm 2^0\, 13'$ beträgt, nannten die Alten **Gleichung.** — Hipparch nahm mit Aristarch an, dass die sog. **scheinbare Grösse** der Sonne, oder der Winkel, unter dem man von der Erde aus ihren Radius sieht, $^1/_4{}^0$ betrage, sah aber gewiss ein, dass seine Theorie der Sonne eigentlich denselben als veränderlich erkläre, wie man denn auch jetzt weiss, dass derselbe zwischen 945″,0 und 977″,3 schwankt. Hätte Hipparch bereits solche genauere Messungen machen können, und von der Erde als Pol und der Geraden nach dem Frühlingspuncte als Axe die aus den Beobachtungen folgenden Längen der Sonne als Winkel, die Reciproken der scheinbaren Radien als Radien Vectoren aufgetragen, so hätte er allerdings für die Sonnenbahn nicht einen excentrischen Kreis, sondern eine Ellipse der Excentricität 0,01679 erhalten, in deren einem Brennpuncte die Erde gestanden hätte, und in der die vom Radius Vector der Sonne in gleichen Zeiten beschriebenen Flächen gleich gewesen wären.



Bei der von **Hipparch** aufgestellten, durch die beistehende Figur entsprechend dem Texte veranschaulichten Theorie, verhalten sich in der That die Winkel a, b, c, d, welche die gleichförmige Bewegung der Sonne in ihrem Kreise messen, sehr nahe wie die von ihm ermittelten Längen $94^1/_2$, $92^1/_2$, 88 und 90 der Jahreszeiten; es reicht also seine Theorie wirklich aus, um die gleichförmige Bewegung der Sonne mit der Ungleichheit der Jahreszeiten zu versöhnen. — Aus der, unmittelbar der Figur entnommenen und schon im Texte aufgeführten Proportion 2^1

$$a : ae = \text{Sin}\, v : \text{Sin}\, (m - v)$$



folgt zunächst

$$1 : e = \text{Sin}\, [m - (m - v)] : \text{Sin}\, (m - v)$$
$$= [\text{Sin}\, m - \text{Cos}\, m\, \text{Tg}\, (m - v)] : \text{Tg}\, (m - v)$$

und daraus sodann 2^2. Anderseits folgt aus ihr, dass sich $v = 90^0$ und $\text{Cos}\, m = -e$ entsprechen, — während man nach 2^b durch Differentiation

$$\frac{d\,(m - v)}{dm} = \frac{c\,(e + \text{Cos}\, m)}{(1 + e\, \text{Cos}\, m)^2}\, \text{Cos}^2\, (m - v) = \frac{c\,(e + \text{Cos}\, m)}{1 + 2e\, \text{Cos}\, m + e^2} \qquad \mathbf{3}$$

erhält, also (m — v) für $\text{Cos}\, m = -e$ seinen Maximalwerth annimmt. Es

entspricht also dieser Maximalwerth $v = 90^0$, und ist somit Arc Sin e = Arc Sin $^1/_{24} = 2^0\ 23'$, wie diess schon im Texte angegeben wurde. — Interessant ist es, dass ein Laye, entsprechend wie es schon **Epikur** gelehrt haben soll, den Durchmesser der Sonne auf circa Ein Fuss schätzt, so dass man circa 100 Fuss (um welche man sich von einer Scheibe von Ein Fuss Durchmesser entfernen muss, wenn ihr Halbmesser unter einem Winkel von $^1/_4{}^0$ gesehen werden soll) als eine Distanz zu betrachten hat, welcher sich das Auge vorzugsweise leicht accomodirt. — Während **Copernicus** glaubte, der scheinbare Sonnenradius schwanke zwischen 954 und 1010″, haben die neuern Messungen die im Texte angeführten Grenzwerthe geliefert. Diese Letztern sind namentlich nach zwei Methoden erhalten worden: **Die Erste** besteht darin, dass man bei der Culmination der Sonne die Zeit τ bestimmt, welche zwischen dem Durchgange der beiden Ränder an einer Sternuhr verfliesst, und dann, wenn d die entsprechende Declination der Sonne bezeichnet, nach 340 und 351 den Radius

$$r = \frac{15}{2} \cdot \tau \,.\, \mathrm{Cos}\, d \,.\, \overline{9{,}9988125} \qquad \mathbf{4}$$

setzt; so z. B. fand ich 1865 XI 21, wo $d = -19^0\ 59'\ 34''$ war, $\tau = 2^m\ 18^s{,}80$, also $r = 16'\ 15''{,}6$. **Die Zweite** ist, dass man ein ursprünglich eigens hiefür construirtes, jetzt überhaupt zu feinen Messungen gebrauchtes Instrument, den sog. **Heliometer**, dafür verwendet: Derselbe datirt von 1743 X 27, wo Servington **Savery** von Exeter der Roy. Society vorschlug, kleine Distanzen dadurch zu messen, dass man mit Hülfe zweier neben einander stehender und gegenseitig verschiebbarer Objective Doppelbilder erzeuge, und dann das Bild des einen Richtpunctes mit dem Doppelbilde des Andern zusammenbringe. Seine Abhandlung blieb aber bei **Bradley** zur Begutachtung liegen, und wurde erst 1753 unter dem Titel „A new way of measuring the diameter of the Sun" in den Philos. Transact. abgedruckt, als James **Short** (Edinburgh 1710 — Newington Butts bei London 1768; Mechaniker in London und Mitglied der Roy. Soc.) erfuhr, es habe **Bouguer** 1748 nicht nur dieselbe Idee der Pariser-Academie in seiner Abhandlung „De la mesure des diamètres des planètes (Mém. de Par. 1748, — erschienen jedoch erst 1752) belicht, sondern sie auch bereits mit Erfolg angewandt. Noch in demselben Jahre 1753 legte sodann Short im Namen von John **Dollond** eine „Description of a contrivance for measuring small angles (Phil. Trans. 1753)" vor, in welcher derselbe Zweck durch Bisection eines Objectives noch viel einfacher erreicht war: Die Grösse der Verschiebung, welche nothwendig war, um das untere Bild des obern Objectes mit dem obern des untern zusammenzubringen, trat als Maass der Distanz, die Richtung der Verschiebung als Position auf. Diese Vorrichtung, welche früher nur momentan dem Objective vorgesteckt, während dem Ocular eine entsprechende Ansatzröhre gegeben wurde, führte später **Fraunhofer** selbstständig aus, — zum ersten Mal in grössern Dimensionen (70‴ Oeffnung auf 8′ Brennweite) für **Bessel**, vergl. Band 15 der Königsberger-Beobachtungen, und die in 348 erwähnte Abhandlung, — ferner „**Hansen**, Ausführliche Methode mit dem Fraunhoferschen Heliometer Beobachtungen anzustellen. Gotha 1827 in 4." — Nach einer Abhandlung von Jean-Jacques-Emile **Goujon** (Paris 1823 — Paris 1856; Adjunct der Pariser-Sternwarte), betitelt „Sur la détermination du diamètre du soleil par les observations faites à la lunette méridienne", deren Aufnahme in das „Recueil



des savants étrangers" beschlossen wurde, ergeben sich (s. Compt. rend. 1853 V 30) aus gleichzeitigen Beobachtungsreihen verschiedener geübter Beobachter Sonnendurchmesser, welche bis auf 0",2 von einander verschieden sind, so dass hier gewissermassen eine zweite persönliche Gleichung auftritt, welche sich vielleicht auch in den von **Maskelyne** erhaltenen Bestimmungen des Sonnenradius, nach denen (s Mon. Corr. 19) sein mittlerer Werth von 962",70 (1766) bis 959",10 (1768) oder um 3",60 = 0',24 variirte, zunächst geltend machte, so dass aus denselben nicht auf eine wirkliche, sei es periodische oder seculäre Veränderung, geschlossen werden dürfte. — Der kleinste Durchmesser, welchen die Sonne in Folge der jährlichen Bewegung zu erhalten scheint, verhält sich zum grössten nahe wie 29 zu 30, und ebenso verhalten sich natürlich die kleinste und grösste Distanz der Sonne von der Erde.

357. Der Mond. Neben der Sonne musste nothwendig in den ältesten Zeiten der Mond als das Hauptgestirn erscheinen, — war er ja das Einzige, das ihr an scheinbarer Grösse gleich kam, das neben ihr sichtbar zu bleiben und die Nacht zu erhellen vermochte. Seine Verschiebung gegen die Sterne machte sich schon im Laufe einer einzigen Nacht bemerklich, und seine sog. **Phasen,** der Neu- und Vollmond und die beiden Viertel, in denen sich die Stellungsänderung gegen die ihn beleuchtende Sonne klar abspiegelte, veranlassten durch ihre regelmässige Folge schon frühe die Einführung der **Woche** von 7 Tagen und des **Monat's** von circa 4 Wochen. Bezeichnen

$$t = 29^d,53059 = 29^d\ 12^h\ 44^m\ 2^s,8$$

die z. B. aus weit entlegenen Neumonden geschlossene Zeit, welche Sonne und Mond in dieselbe gegenseitige Lage zur Erde zurückführt oder die sog. **synodische Umlaufszeit** des Mondes, — τ die Länge eines Mondtages oder die mittlere Zwischenzeit zwischen zwei Mondculminationen, — t' und T endlich die siderischen Umlaufszeiten des Mondes und der Sonne, so hat man, da nach Definition t die Zeit ist, welche der Mond braucht, um gegenüber der Sonne eine Culmination zu ersparen oder sie im Zurückbleiben um eine volle Umdrehung zu überholen,

$$\tau (t-1) = t \qquad \text{und} \qquad t \cdot \frac{360}{T} + 360 = t \frac{360}{t'}$$

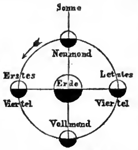
oder

$$\tau = 1^d,03505 = 1^d\ 0^h\ 50^m\ 28^s,3 \qquad t' = 27^d,32166$$

Die scheinbare Grösse des Mondes wurde von Aristarch gleich derjenigen der Sonne gesetzt; später wurde sie ebenfalls als veränderlich erkannt, und in den neusten Zeiten nimmt man den scheinbaren Mondradius als zwischen 885",0 und 987",7 schwankend an, so dass der Mond bald kleiner, bald grösser als die Sonne erscheint. Bei ähnlicher Behandlung wie bei der Sonne (356) wurde als Mondbahn eine

Ellipse der Excentricität 0,05484 gefunden, in deren einem Brennpuncte die Erde steht.

Wir kennen von Kindheit auf nicht nur den Mond als einen von der Sonne beleuchteten Körper, und seine bereits im Texte erwähnten Lichtgestalten, sondern wissen auch ganz gut, dass der Neumond oder die **Neomenie** (von νέος neu, μήν Monat) der sog. **Conjunction** (☌ bei 0° Abstand), der Vollmond der sog. **Opposition** (☍ bei 180°) von Sonne und Mond entsprechen, die Viertel aber den sog. **Quadraturen** (□ bei 90 und 270°); ja schon bei den Alten war die Lehre, dass der Mond nur geborgtes Licht besitze, frühe populär, brauchte sie doch der um 70 v. Chr. lebende Astronom **Kleomedes** in seiner Schrift „Κυκλικὴ θεωρία μετεώρων (Cyclica



theoria meteorum; gr. ap. Conr. Neobarium, Paris. 1539 in 4.; lat. a Rob. Balforeo, Bordeaux 1605 in 4.; gr. et lat. a Jan. Bake, Lugd. Bat. 1820 in 8.)", um die z. B. von **Epikur** getragene Lehre des Erlöschens der Sonne bei ihrem Untergange (vergl. 321) zu bekämpfen; denn, frägt er, woher sollte in diesem Falle der Mond sein Licht erhalten? — Der Curiosität wegen mag erwähnt werden, dass der Mond, weil er beim Wachsen mit ☽ gewissermassen den Anfangsbuchstaben von decresco, im Abnehmen mit ☾ denjenigen von cresco an den Himmel schreibt, der älteste Lügner genannt worden ist, — dass man in manchen Kalendern den Moment der grössten Monddeclination mit ☊ als Anfang des Niedergehens oder **Nidsiggent**, den der kleinsten mit ☋ als Anfang des Nachobengehens oder **Obsiggent** bezeichnet, — dass endlich derjenige Neumond, welcher sich ereignet, während die Sonne im Zeichen des Stiers steht, natürlich häufig in die sog. kalten Tage des Mai fällt, und daher diess sog. **Stieren-Neu** (lune rousse) von den Landwirthen sehr gefürchtet wird, so unschuldig es wohl eigentlich ist. — **Albategnius** fand für den mittlern Mondradius 972", **Copernicus** 948", **Tycho** 805", **Keppler** 941", etc.; jetzt nimmt man gewöhnlich 933",5 als beste Bestimmung an, und wenn daher die Excentricität ε der Mondbahn den im Texte angegebenen Werth hat, so schwankt der scheinbare Mondradius zwischen den Grenzen

$$\frac{933{,}5}{1+\varepsilon} = 884'',97 \quad \text{und} \quad \frac{933{,}5}{1-\varepsilon} = 987'',68$$

wie solche ebenfalls schon im Texte angegeben worden sind.

358. Die übrigen Wandelsterne und die Astrologie. Ausser Sonne und Mond fanden schon die Alten noch 5 andere, in ähnlicher Weise wie diese allmälig gegen die Sterne zurückbleibende Wandelsterne auf, die sog. **Planeten** Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn, — und es schien ihnen, dass, weil nun die Gesammtzahl gerade der Anzahl der Wochentage entsprach, ihre Reihe complet sei, — dass sie gewissermassen Zeitregenten sein möchten, — und dass ihre gegenseitigen Stellungen, voraus ihre Conjunctionen, kaum ohne

Einfluss auf die Erde und ihre Bewohner bleiben dürften. Die neuere Zeit hat letztere Ansichten, welche zur Grundlage der sog. **Astrologie** geworden waren, beseitigt, und auch den Wandelsternen der Alten noch manche Andere beigefügt, — theils Planeten und Monde von Planeten, — theils ganze Systeme von sog. **Asteroiden,** — theils die früher als bloss ephemere Erscheinungen betrachteten und vernachlässigten Haarsterne oder **Kometen;** wir werden über diese Körper in den Abschnitten 48—50 näher eintreten.

Die Alten ordneten die sieben Wandelsterne nach ihren Umlaufszeiten und erhielten so die Reihe

1.	Saturn (♄, Blei)	mit 29ᵃ,46	Umlaufszeit
2.	Jupiter (♃, Zinn)	- 11,86	-
3.	Mars (♂, Eisen)	- 1,88	-
4.	Sonne (☉, Gold)	- 1,00	-
5.	Venus (♀, Kupfer)	- 0,62	-
6.	Merkur (☿, Quecksilber)	- 0,24	-
7.	Mond (☾, Silber)	- 0,07	-

Dabei theilten sie dem obersten Wandelsterne Saturn das Regiment über die erste Stunde eines ersten Tages zu, — Jupiter hatte die zweite zu regieren, — etc.; die achte Stunde fiel neuerdings Saturn zu, — die erste des zweiten Tages der Sonne, — etc., bis am Schlusse einer Woche die ganze Kehrordnung abgelaufen, und Saturn wieder Regent der ersten Tagesstunde geworden war. Derjenige Planet, welchem die erste Stunde eines Tages anfiel, war **Tagesregent,** und so entstanden die Namen der sieben Wochentage:

Dies	Saturni	(Saturday, ♄)	unser	Samstag
-	Solis	(Sunday, ☉)	-	Sonntag
-	Lunæ	(Lundi, ☾)	-	Montag
-	Martis	(Mardi, ♂)	-	Dienstag
-	Mercurii	(Mercredi, ☿)	-	Mittwoch
-	Jovis	(Giovedi, ♃)	-	Donnerstag
-	Veneris	(Venerdi, ♀)	-	Freitag

welche wir, wie beistehende Beispiele zeigen, zum grossen Theil noch in den neuern Sprachen vertreten finden. — So unschuldig aber auch Combinationen solcher Art erscheinen, und so nützlich z. B. in jener frühen Zeit die Beachtung der gegenseitigen Stellung der Wandelsterne war, bei der man ausser der schon in 357 erwähnten Conjunction, Opposition und Quadratur noch den **Sextilschein** (⚹ bei 60° Abstand) und den **Trigonalschein** (△ bei 120°) unterschied, — so gefährlich wurde später die nach und nach daraus entstandene Sterndeuterei oder **Astrologie,** welche zuerst bei den Egyptern und Chaldäern florirte, dann durch sie gegen den Anfang unserer Zeitrechnung hin nach Westen und namentlich nach Rom verschleppt wurde, wo sie sich so festsetzte, dass mehrere Senatsbeschlüsse für Vertreibung ihrer Vertreter, welche sie sonderbarer Weise „Mathematiker" hiessen, unwirksam blieben. Mit grossem Eifer betrieben auch die Araber die Astrologie, und bei ihnen entstanden zunächst die betreffenden Gesetzbücher, welche nach Erfindung der Buchdruckerkunst so oft nützlichere Werke von den Pressen verdrängten, und jetzt als staubbedeckte Quartanten und Folianten unsere Bibliotheken

sieren; vergleiche z. B. „**Albumasar** (Balkh in Khorassan 805 — Vaclth 885; Astronom und Astrolog in Bagdad), Flores astrologici (Aug. Vind. 1488 in 4.), und: De magnis conjunctionibus (Aug. Vind. 1489 in 4.), — **Alcabitius** (Arabischer Astronom und Astrolog um die Mitte des zehnten Jahrhunderts), Libellus ysagogicus ad magisterium judiciorum astrorum (Venet. 1485 in 4.; auch später), — **Albohazen** (Arabischer Astronom und Astrolog um die Mitte des dreizehnten Jahrhunderts), Liber de judiciis astrorum (Venet. 1485 in fol.; in verbesserter Uebersetzung durch Ant. Stupa, Basileæ 1551 in fol.), — etc.“ Im Mittelalter errang sich die Astrologie im Abendlande sogar so grosses Ansehen, dass sie auf manchen hohen Schulen, so z. B. in Bologna und Padua, besondere Lehrstühle hatte, und viele Fürsten und Städte eigene Astrologen besoldeten. Wohl kam es sehr häufig vor, dass sich Letztere blamirten: So verkündigte einst der um die Mitte des dreizehnten Jahrhunderts als Astrolog der Republik Florenz angestellte und für sehr geschickt gehaltene Guido **Bonatti** (Cascia in Toskana 1223? — Ancona 1300?; auch einige Zeit Professor in Paris und zuletzt Mönch; vergl. seine „Vita“ von Balth. Boncompagni, Roma 1851 in 8.), dessen „Liber astronomicus (Aug. Vind. 1491 in 4.; auch Venet. 1506 in 4., und Basil. 1550 in fol.)“ zur Zeit sehr geschätzt war, aus den Constellationen schönes Wetter, der Esel eines Bauern aber Regen, und — der Esel behielt Recht. So prophezeite der gelehrte Johannes **Stöffler** (Justingen in Schwaben 1452 — Blaubeuern 1531; Professor der Mathematik in Tübingen), dass 1524 II 20 durch eine grosse Conjunction der drei obern Planeten eine neue Sündfluth entstehen werde; viele Gläubige kauften eiligst Barken oder flüchteten auf hohe Berge, — aber es folgte keine Sündfluth, sondern gegentheils ein ungewöhnlich trockener Februar. So sagte **Morin** (s. 326), dessen posthum erschienene „Astrologia gallica. Hagæ 1661 in fol.“ zum Glück so ziemlich den Abschluss der betreffenden Litteratur bildet, aus den Sternen auf Tag und Stunde den Tod Ludwig XIII. voraus, und nie befand sich der König wohler als an seinem angeblichen Todestage. Man lachte in solchen Fällen, glaubte aber nach wie vor, zumal da natürlich doch zuweilen auch eine Prophezeiung autraf: So hatte sich z. B. der schon genannte **Stöffler** selbst seine Nativität gestellt, und dabei gefunden, dass ihm an einem gewissen Tage durch den Fall von etwas Schwerem der Tod drohe; vorsorglich schloss er sich an diesem Tage mit einigen Freunden in seine Bibliothek ein, und siehe da, beim Herunterlangen eines Buches fiel ihm ein ganzer Laden mit Folianten so unglücklich auf den Kopf, dass er kurz nachher in Folge davon starb. — Es kann sich hier natürlich nicht darum handeln, alle die astrologischen Regeln mitzutheilen, welche nach und nach aufgestellt, und mit einer Art wissenschaftlichem Nimbus umgeben wurden; es mag genügen, beispielsweise anzudeuten, wie die sog. **Horoskope** gestellt wurden: Man dachte sich dafür den Himmel in zwölf **Häuser** abgetheilt, indem man den Equator von dem in der Geburtsstunde aufgehenden Puncte desselben in zwölf gleiche Theile zerlegte, und durch die Mittagslinie und diese Theilpuncte Ebenen legte. Diese Häuser, welche offenbar sphärische Zweiecke von verschiedener Grösse waren, wurden sodann, wie es die folgende, dem Werke



„Martin **Pegius**, Salzburgischer Rhat: Geburtsstundenbuch. Basel 1570 in fol.“ entnommene **Himmelsfigur** zeigt, schematisch dargestellt, und in jedes derselben die Länge des eintretenden Punctes der Ekliptik eingeschrieben, — ferner die in dasselbe fallenden Wandelsterne nach ihrer Länge, — die beiden Mondsknoten, nämlich der **Drachenkopf** ☊ und der **Drachenschwanz** ☋, — endlich derjenige Punct, welcher ebensoweit vom Monde absteht, als die Spitze des ersten Hauses von der Sonne (in Fig. 2: 11° 22′ ♑ — 10° 15′ ♏ = 61° 7′ = 27° 7′ ♍ — 26° 0′ ♋), das sog. **Glücksrad** ⊕. Hierauf wurde noch das **Speculum astrologicum** construirt, d. h. das Täfelchen



♈	♉	♊	♋	♌	♍	♎	♏	♐	♑	♒	♓
♃		✶	□	△		☍		△	□	✶	
□	✶		♂		✶	□	△		☍		△
□	✶		☉		✶	□	△		☍		△
△	□	✶		☿		✶	□	△		☍	
	△	□	✶		♀		✶	□	△		☍
	☍		△	□	✶		☾		✶	□	△
	✶	□	△		☍		△	□	✶		♄

in welchem die 7 Wandelsterne nach ihrer Länge in die Zeichen eingetragen und ihre **Aspecten** eingeschrieben wurden. Aus diesem Speculum konnte man leicht den gegenseitigen Stand der Planeten finden, wie z. B. ♃ △ ☿, ♂ ☌ ☉, ♀ ✶ ☾, etc., und hieraus, sowie nach dem Stande in den Häusern, wurde nun nach bestimmten Regeln auf die künftigen Schicksale des jungen Erdenbürgers geschlossen, und daraus schliesslich in möglichst unbestimmten Worten ein zu den äussern Umständen des Betreffenden passendes **Prognostikon** gestellt. Hiefür gab Haus I Auskunft über des Gebornen Temperament, Gestalt, Sitten, etc., — II über sein Vermögen, — III über seine Geschwister, — IV über seine Eltern, — V über seine Kinder, — VI über den Gesundheitszustand, — VII über die Heirath, — VIII über den Tod, — IX über die Religion, — X über den Stand, — XI über Freunde, — und XII über Feinde. Im Allgemeinen waren △ und ☌ günstige, □ und ☍ ungünstige Aspecten. Im Speciellen bedeutete z. B. ☉ in I einen gesunden und gelehrten, ♄ einen unreinlichen und faulen Kerl, — ♀ in II grosses Weibergut, ☿ Glück in Handel, ☋ Armuth, — ♄ in III Unverträglichkeit mit den Geschwistern, — ⊕ in IV Friede und Freundschaft zwischen Eltern und Kindern, — ☾ in V viele Kinder, ☉ solche, die zu grossen Ehren gelangen, — ♄ in VI Zahnschmerzen und Leibreissen, — ♃ in VII eine schöne und fromme Gattin, ♂ eine Xantippe, — ♀ in VIII langes Leben und sanften Tod, — ☊ in IX Beständigkeit in Glaubenssachen, — ☿ in X einen guten Geometer, ♃ vornehme Beamtungen, — ♃ in XI bewährte Freunde, —

⊕ in XII Unglück im Kriege, — etc. Vergl. auch „Adolph **Drechsler**, Astrologische Vorträge zur Einführung in das Verständniss des Sytems und der Geschichte der Astrologie. Dresden 1855 in 8." — Zum Schlusse mag noch bemerkt werden, dass, wenn n die Jahreszahl bezeichnet, der Rest [(n — 4) : 7] die Nummer desjenigen Planeten gibt, welchen die Astrologen als **Jahresregent** betrachteten; so z. B. erhält man für n = 1848, 1867, 1871, ... der Reihe nach die Reste 3, 1, 5, ..., also war 1848 der nach den Astrologen sehr heisse und trockene Mars, 1867 der kalte und trockene Saturn, 1871 die mässig heisse und feuchte Venus, ... Jahresregent.

XXXVIII. Die Zeitrechnung.

359. Die Zeitrechnung nach dem Monde. Die Griechen scheinen schon in den ältesten Zeiten ihre Zeitrechnung und ihre Feste nach dem Mondumlaufe geordnet, und damals je ihren **Monat** mit dem Tage begonnen zu haben, an welchem sie Abends zum ersten Mal die Mondsichel wahrnehmen konnten, — das Jahr aber, auf das sie 12 Monate rechneten, mit dem ersten Monate nach dem Sommersolstitium. Dann führte etwa 600 v. Chr. Solon die muthmasslich schon früher von den, ihr Jahr mit dem ersten Mondwechsel nach dem Wintersolstitium anfangenden Chinesen benutzte Regel ein, **leere** Monate von 29 Tagen mit **vollen** Monaten von 30 Tagen wechseln zu lassen, wodurch das Jahr aber freilich nur auf 354^d gebracht wurde. Um diesem Uebelstande nachzuhelfen, wurde später vorgeschlagen, in einer achtjährigen Periode je dem 3., 5. und 8. Jahr einen vollen Monat einzuschalten, wodurch in der That das Jahr $365^1/_4{}^d$, aber der Monat nur $29^d,51$ erhielt. Man wollte auch da wieder verbessern; aber die nächste Folge war eine so arge Kalenderverwirrung, dass Aristophanes nöthig fand, sie auf dem Theater auszuspotten, und es erst Meton gelang, dauernde Ordnung zu schaffen, als er 433 v. Chr. vorschlug, einen dem Tchong der Chinesen entsprechenden Cyclus von **einerseits** 125 vollen und 110 leeren Monaten, und **anderseits** 12 gemeinen Jahren zu 12 Monaten und 7 Schaltjahren zu 13 Monaten einzuführen, wodurch er Mond- und Jahr auf

$$\frac{125 \cdot 30 + 110 \cdot 29}{235} = 29^d,532 \qquad \frac{125 \cdot 30 + 110 \cdot 29}{19} = 365^d,263$$

brachte, und somit den Mond- und Sonnenlauf wirklich gut zusammenfasste. Dieser Cyclus spielt noch jetzt im Kalenderwesen eine gewisse Rolle, — namentlich der im Mittelalter mit dem Namen der **goldenen Zahl** belegte Divisionsrest

$$g = [(n + 1) : 19]$$

der angibt, das wievielte Jahr im Meton'schen Cyclus das Jahr n ist, sofern man diesen Cyclus mit dem Jahre 0 beginnen lässt.

Die Mohammedaner, welche sich auf die 622 VII 16 erfolgte Flucht ihres Propheten als Aera beziehen, benutzen jetzt noch das von **Solon** eingeführte Mondjahr von 354 Tagen, — während die Juden dagegen Schaltmonate haben, und ihr Jahr je mit dem Neumonde beginnen, welcher dem Herbstæquinoctium am nächsten steht, so dass im laufenden Jahrhundert ihr Neujahrstag zwischen IX 5 und X 5 schwankt. — Rechnet man das Jahr zu $365^1/_4{}^d$, so beträgt der von **Meton** eingeführte Cyclus von 19^a nur $6939^3/_4{}^d$, während die 235 leeren und vollen Monate zusammen 6940^d ausmachen. Diess brachte etwa um 330 v. Chr. **Kalippus** auf den Gedanken, eine Periode von $4 \cdot 19 = 76^a$ vorzuschlagen, in welcher man je einen Tag auszuschalten, d. h. einen der vollen Monate zu einem leeren zu machen habe. Später wollte **Hipparch** belieben, die wirklich in Gebrauch gekommene Kalippische Periode nochmals zu vervierfachen und wieder einen Tag wegzulassen, wodurch man auf die sehr nahe richtigen Werthe $29^d,5305$ und $365^d,24671$ gekommen wäre; aber sein Vorschlag scheint nicht berücksichtigt worden zu sein. Dagegen ist es interessant, dass beide Verbesserer den Takt hatten, die Gleichsetzung von 235 Monaten und 19 Jahren beizubehalten und nur das Verhältniss der vollen und leeren Monate zu verändern; denn zu dem nach den neuesten Bestimmungen bestehenden Verhältnisse 29,53059 : 365,24220 finden sich die Näherungsbrüche $^1/_{12}$, $^2/_{25}$, $^3/_{37}$, $^8/_{99}$, $^{11}/_{136}$, $^{19}/_{235}$, $^{334}/_{4131}$, etc., so dass wirklich $^{19}/_{235}$ eine ganz vorzügliche Annäherung ist. — Für Chronologie und Kalendariographie überhaupt sind ausser dem in 350 erwähnten Hauptwerke von **Ideler** und der am Schlusse von 397 erwähnten Schrift etwa zu vergleichen „Joseph Justus **Scaliger** (Agen 1540 — Leyden 1609; Professor der schönen Wissenschaften zu Leyden; vergl. „Oratio funebris" von Bandius, Lugd. Bat. 1609 in 4.), Opus novum de emendatione temporum. Lutetiæ 1583 in fol. (Auch später, z. B. Genf 1629), — Heinrich **Wolf** (Zürich 1551 — Zürich 1594; Pfarrer und Professor der Theologie in Zürich; mein Ur-Ur-Oheim), Chronologia seu tractatio de tempore, ejusque mutationibus ecclesiasticis. Tig. 1585 in 4., — Seth Kalwitz oder **Calvisius** (Groschleben in Thüringen 1556 — Leipzig 1615; Sohn eines Taglöhners; Cantor in Schulpforta und Leipzig), Opus chronologicum. Lipsiæ 1605 in fol. (Auch später, namentlich 1685), — **Keppler**, De Jesu Christi Servatoris nostri vero anno natalitio. Francof. 1606 in 4., und: Widerholter Aussführlicher Teutscher Bericht, Das unser Herr und Hailand Jesus Christus nit nuhr ein Jahr vor dem Anfang unserer heutiges Tags gebreuchigen Jahrzahl geboren sey, sondern fünff gantzer Jahr. Strassburg 1613 in 4. (Lat. Francof. 1614), — Dionysius **Petavius**, Opus de doctrina temporum. Paris. 1627, 2 Vol. in fol., und: Uranologium. Paris. 1630 in fol. (Beide Werke vereinigt auch Antverp. 1703), — Christian Gottlob **Haltaus**, Calendarium medii aevi præcipue Germanicum. Lips. 1729 in 8. (Deutsch, Erlangen 1794 in 4.), — Joh. Georg **Frank** (Rodalben in Baden 1705 — Hohenstedt 1784; Superintendent zu Hohenstedt), Novum systema chronologiæ fundamentalis. Gotting. 1778 in fol., — Joh. Heinrich **Waser** (Zürich 1742 — Zürich 1780; Pfarrer am Kreuz bei Zürich; vergleiche Bd. 1 meiner Biographieen), Historisch-diplomatisches Jahrzeitbuch. Zürich 1779 in fol., — Anton **Pilgram** (Wien 1730 — Wien 1793; Jesuit, Assistent von Hell auf der Wiener-Sternwarte), Calendarium chronologicum medii potissimum aevi monumentis accomodatum.

Vindob. 1781 in 4., — J. J. v. **Littrow**, Kalendariographie. Wien 1828 in 8., — **Kulik**, Der tausendjährige Kalender. Prag 1831 in 12. (2. A. 1834 in 4.), — Ulysse **Bouchet**, Hémérologie ou traité pratique complet des Calendriers. Paris 1868 in 8., — etc."

360. Die Zeitrechnung nach der Sonne. Die Römer, welche anfänglich ebenfalls nach dem Monde rechneten, liessen sich von Julius Cäsar belieben, vom Jahre 708 der Stadt Rom (46 v. Chr.) hinweg, ähnlich wie es schon früher die Egypter machten, ausschliesslich der Sonne zu folgen; während aber letztere die Jahreslänge auf eine ganze Zahl von Tagen abgerundet hatten, wodurch ihr ursprünglich mit dem helischen Aufgange des Sirius zusammenfallender Jahresanfang immer mehr vorrückte, bis er nach Ablauf der sog. **Sothischen Periode** von 4 . 365 = 1460 Jahren, alle Jahreszeiten durchwandert hatte, so führte Cäsar damals den Gebrauch ein, jedem 4. Jahre einen Schalttag beizulegen. Dieser sog. **Julianische Kalender** fand bald grosse Verbreitung, und wird noch gegenwärtig von den Anhängern der griechischen Kirche unverändert benutzt, obschon bei ihm wegen der etwas zu starken Einschaltung der Jahresanfang sich langsam verspätet. Die übrigen Christen haben ihm dagegen seit 1582, wo der Fehler auf 10^d angewachsen war, nach und nach den damals von Lilio und Clavius dem Papste Gregor XIII. beliebten und darum **Gregorianischen** genannten substituirt, d. h. zur Zeit ihrer sog. Kalenderverbesserung die bisdahin aufgelaufene Verspätung durch Weglassen einer betreffenden Anzahl von Tagen gehoben, und durch die Verordnung jedem nicht durch 4 theilbaren Secularjahre den Schalttag zu nehmen, eine neue merkliche Verspätung auf Jahrtausende hinaus verschoben. — Während die Egypter dem Jahre (entsprechend wie die Franzosen bei ihrem von 1792—1805 gebrauchten sog. Revolutionskalender) 12 gleiche Monate zu 30 Tagen gaben, und diese durch 5 Supplementartage (entsprechend den 5 Sanscullotides der Schreckensmänner) ergänzten, theilten die Römer das Jahr in die noch jetzt bei uns gebräuchlichen 12 ungleichen Monate. Der Jahresanfang ist wiederholt und von verschiedenen Völkern verschieden verlegt worden, bis es endlich gelang, ihn auf den ersten Januar zu fixiren.

Bei den Römern war etwa seit **Numa** ein Jahr von 12 Monaten, welche abwechselnd 29 und 30 Tage hatten, gebräuchlich; dabei sollte jedem zweiten Jahre ein Schaltmonat von 22, jedem vierten Jahre ein Schaltmonat von 23 Tagen zugefügt werden, um das Jahr auch mit der Sonne in Einklang zu bringen, — und zwar wurde dieser Schaltmonat, der den Namen Mercedonius hatte, wie jetzt noch unser Schalttag, je nach dem 28. des, damals das Jahr abschliessenden Monats Februar eingeschoben. Wirklich wurde hiedurch die mittlere Länge des Jahres auf $365\frac{1}{4}^d$ gebracht, aber zugleich die ebenfalls

beabsichtigte Uebereinstimmung mit dem Monde wieder aufgehoben, — und als man später den Priestern das Recht einräumte, je die nöthigen Veränderungen zu treffen, um den Kalender mit den Erscheinungen am Himmel in Einklang zu erhalten, benutzten es diese in so willkürlicher Weise zu Verlegung des Jahresanfanges und Schaltmonats, dass eine allgemeine Verwirrung eintrat, — ja zur Zeit, als der grosse römische Feldherr, Staatsmann und Geschichtschreiber **Julius Cäsar** (44 v. Chr. im 56. Jahre seines Alters ermordet) Pontifex maximus wurde, traf die bürgerliche Nachtgleiche volle 85 Tage vor der astronomischen, d. h. mitten im Winter ein, so dass er nöthig fand, dem Jahre 707 der Stadt Rom, dem letzten **Jahre der Verwirrung**, diese 85 Tage anzufügen, und dann, nach Berathung des dafür aus Alexandrien verschriebenen Astronomen **Sosigenes**, mit dem Jahre 708 (46 v. Chr.) in der im Texte angegebenen Weise einen neuen Modus der Zeitrechnung einzuführen. Dabei setzte er fest, dass die alten zwölf Monate beibehalten werden sollen, jedoch künftig dem Martius (Lenzmonat) 31, dem Aprilis (Ostermonat) 30, dem Majus (Wonnemonat) 31, dem Junius (Brachmonat) 30, dem Quintilis (später Julius, Heumonat) 31, dem Sextilis (später Augustus, Erndtemonat) 31, dem September (Herbstmonat) 30, dem October (Weinmonat) 31, dem November (Holzmonat) 30, dem December (Heil- oder Christmonat) 31, dem Januarius (Wintermonat) 31 und dem Februarius (Hornung oder Kothmonat) 28 oder in Schaltjahren 29 Tage zukommen, — eine Jahreseintheilung, welche sich bis auf unsere Zeit erhalten hat, wenn auch zum Theil neben den alten Monatsnamen die oben beigesetzten, von **Karl** dem Grossen (Karlsberg in Oberbaiern 742 — Aachen 814; vergleiche seine „Vita" durch Einhard, Hannover 1829 in 8.) eingeführten Deutschen gebräuchlich sind. — Der sich wegen

$$365{,}25 - 365{,}24220 = 0{,}00780 = {}^1/_{129}$$

in 129 Jahren zu einem vollen Tage anhäufende Fehler des Julianischen Kalenders bewirkte, dass die im Jahre 325 von der Kirchenversammlung zu Nicæa auf III 21 gesetzte Frühlingsnachtgleiche, nach der die beweglichen Feste regulirt wurden, im 15. Jahrhundert bereits auf den 12., im 16. Jahrhundert sogar auf den 11. März fiel. Dieser, zuerst durch Pierre **d'Ailly** (Compiegne 1350 — Avignon 1425?; Kanzler der Universität Paris und Cardinal-Legat für Deutschland) hervorgehobene Fehler, hatte schon Papst **Sixtus** IV. veranlasst, 1475 zur Einleitung einer Kalenderreform den berühmten **Regiomontan** nach Rom zu berufen. Als dann aber Letzterer vor Vollendung der ihm aufgetragenen Arbeit starb, blieb die Reform neuerdings liegen, bis sie endlich mehr als ein volles Jahrhundert später unter Papst **Gregor** XIII. nach dem Vorschlage von Luigi **Lilio** (Ciro in Calabrien 15.. — Rom? 1576; Arzt in Rom) und gestützt auf die Rechnungen von **Clavius**, für welche dessen „Romani Calendarii a Gregorio XIII. restituti Explicatio. Romæ 1603 in fol. (Auch Bd. 5 seiner: Opera mathematica, Moguntiæ 1612, 5 Vol. in fol.)" zu vergleichen, in der im Texte angegebenen Weise durchgeführt wurde. Diese Reform brachte das Jahr im Mittel auf $365^1/_4 - {}^3/_{400} = 365^d{,}24250$, wodurch es in der That nur noch um ${}^3/_{10000}{}^d$ zu gross ist; hätten aber ihre Urheber die Kettenbrüche gekannt, so würden sie muthmasslich zu dem Tagesbruche 0,24220 die Näherungsbrüche ${}^1/_4$, ${}^7/_{29}$, ${}^8/_{33}$, ${}^{31}/_{128}$, etc. gesucht, und dann wohl der beim Julianischen Kalender gebrauchten ersten Annäherung ${}^1/_4$, die dritte ${}^8/_{33} = 0{,}24242$ substituirt haben, welche schon den Indiern bekannt war, — auch das Jahr nur um ${}^1/_{5000}{}^d$ zu gross gemacht, — ja überdies

diesen Mittelwerth durch einen 12 mal kürzern Cyclus dargestellt hätte; statt dessen flickten sie, — aber allerdings so, dass der Flick noch auf Jahrtausende hinaus halten kann, und wohl auch, trotz den neuesten Bestrebungen des Deutschen Hochstiftes, halten wird. — In Italien, Spanien und (s. Bull. de Neuch. V) Neuenburg wurde der Gregorianische Kalender sofort eingeführt, d. h. man übersprang entsprechend der päpstlichen Bulle 1582 X 5—14, — in Frankreich wenigstens noch im gleichen Jahre, indem man XII 10—19 strich. In Deutschland dagegen fand die Einführung grosse Schwierigkeiten, da sich sogar die katholischen Fürsten durch den anmassenden Ton der päpstlichen Bulle verletzt fühlten, und Kaiser **Rudolf** II. (1552—1612, seit 1576 Kaiser) brachte es nur mit grosser Mühe dahin, dass wenigstens Letztere, sowie die meisten katholischen Kantone der Schweiz, sich 1584 für die Annahme erklärten, — zu welcher sich dann auch 1586 Polen und 1587 Ungarn verstanden. Nachdem die protestantischen Fürsten und die reformirten Kantone mehr als ein Jahrhundert gezaudert, liessen sie sich endlich 1699 herbei, einen sog. verbesserten **Reichskalender** einzuführen, der übrigens von dem Gregorianischen ausser im Namen nur noch darin abwich, dass der Festrechnung (bis 1778, wo Friedrich der Grosse auch noch diesen, Ostern bisweilen um eine Woche verschiebenden Unterschied zu beseitigen wusste) die Rudolphinischen Tafeln zu Grunde gelegt wurden: In Deutschland, Dänemark und den Niederlanden wurde 1700 II 19—29 weggelassen, — in Zürich, Bern, Basel, Genf, etc. fing man das Jahr 1701 mit I 12 an, — in St. Gallen geschah dagegen die Aenderung erst 1724, — in Chur und einigen Theilen von Bündten 1784, — in Ausserrhoden (das den 1584 eingeführten neuen Kalender 1590 wieder aberkannt hatte), in Glarus, etc., sogar erst 1798 in Folge eines Dekretes des helvetischen Vollziehungs-Directoriums. Die grösste Schwierigkeit fand übrigens die Kalenderreform in England, indem man dort gleichzeitig auch noch den bisdahin auf III 26 fallenden Jahresanfang zu reguliren hatte. Als endlich in der Mitte des vorigen Jahrhunderts Lord **Chesterfield** (1694—1773) eine Kalender-Reform-Bill einbrachte, welche verordnete, dass man 1751 I 1 als 1752 I 1 zu zählen und 1752 IX 3—13 wegzulassen habe, entstand momentan eine grosse Verwirrung unter dem gemeinen Volke, und der edle Lord wurde vielfach mit dem Geschrei verfolgt: „Gib uns unsere drei Monate wieder!" — Da der gregorianische Kalender 1753 auch noch in Schweden eingeführt worden war, so hätte er im Anfange des 19. Jahrhunderts mit Ausnahme der griechischen Kirche so ziemlich in der ganzen Christenheit Geltung besessen, wäre nicht 1792 den Franzosen durch ihre Revolutionsmänner, zum Glücke nur auf kurze Zeit, ein sog. **Republikanischer Kalender** octroyirt worden: Schon **Laplace** wollte belieben, eine neue Aera einzuführen, beginnend mit dem Jahre 1250, wo nach seiner Berechnung die grosse Axe der Erdbahn zur Linie der Nachtgleichen senkrecht gestanden hatte; das Jahr sollte mit der Frühlingsnachtgleiche anfangen, und der erste Meridian (s. 365) um 185^g,30 der Vierhunderttheilung östlich von Paris verlegt werden, da unter diesem Meridian der Anfang der Aera auf Mitternacht fiel. Diese Grundideen, welche wenigstens dem Kalender etwas Universelles gegeben hätten, wurden jedoch nicht gutgeheissen, sondern man verlegte die Aera auf 1792 als den glorreichen Anfang der einen und untheilbaren Französischen Republik, und den Jahresanfang auf das Herbstequinoctium. Das Jahr erhielt zwölf Monate

Vendémiaire	Brumaire	Frimaire
Nivôse	Pluviôse	Ventôse
Germinal	Floréal	Prairial
Messidor	Thermidor	Fructidor

je zu 30 Tagen oder 3 Decaden, von deren Tagen

Primedi	Duodi	Tridi	Quaterdi	Quintidi
Sextidi	Septidi	Octidi	Nenidi	Decadi

der Quintidi und Decadi, sowie die den 12 Monaten angereihten 5 bis 6 **Jours complémentaires** oder **Sansculotides** Festtage sein sollten. Auch die im alten Kalender gebräuchlichen Heiligen-Namen wurden entfernt: Jeder Quintidi erhielt durch Philippe-François-Nazaire **Fabre d'Eglantine** (Carcasonne 1755 — Paris 1794; erst Schauspieler und Theaterdichter, dann Deputirter, zuletzt Opfer von Robespierre) den Namen eines Thieres, jeder Decadi den eines landwirthschaftlichen Geräthes, jeder der übrigen Tage den einer Pflanze; so z. B. hiessen die Tage der zweiten Decade des Vendemiaire: Pomme de terre, Imortelle, Potiren, Réséda, **Ane**, Belle-de-nuit, Citronille, Sarrazin, Tournesol, **Pressoir**. — Nur ungerne und zögernd wurde dieser durch die Schreckensregierung mit Gewalt eingeführte Kalender aufgenommen, und schon 1802 durfte es **Lalande** wagen, öffentlich für die Rückkehr zum Gregorianischen Kalender zu plaidiren, welche dann auch von **Napoleon** bald nach seiner Thronbesteigung für 1806 I 1 wirklich verfügt wurde. Zur Reduction der republikanischen Daten dient z. B. der „Manuel pour la concordance des calendriers républicain et grégorien. Paris 1806 in 8.", oder auch Tafel XXIV. — Die Christen begannen ihr Jahr im 6.—9. Jahrhundert meistens mit Mariä Empfängniss (XII 8), — vom 10.—15. Jahrhundert in Deutschland mit Weihnachten, in Frankreich mit Ostern, — vom 16. Jahrhundert hinweg (in Frankreich seit 1563, in Genf seit 1575, etc.) mit dem ersten Januar; doch scheint nie eine Regel für die ganze Christenheit bindend gewesen zu sein. Die Chinesen, welche ihre 12 Monate und ihre 12 Tagesstunden (s. 351) nach den 12 Zeichen: Haase, Drache, Schlange, Pferd, Widder, Affe, Hahn, Hund, Eher, Maus, Stier, Tiger — ihres Thierkreises benennen, beginnen ihr neben dem Mondjahre (s. 359) gebräuchliches Sonnenjahr mit dem in die Mitte des Mausbogens oder Mausmonats fallenden Wintersolstitium, — wie den Tag mit der auf die Mitte der Mausstunde fallenden Mitternacht.

361. Die Cykeln. Ausser dem Meton'schen Mondzirkel von 19 Jahren (359) haben seit alter Zeit noch zwei andere Cykeln Geltung: Der sog. **Sonnenzirkel** von 28 Jahren, der die Wochentage wieder dauernd auf dieselben Jahrestage zurückführt, und nach getroffener Uebereinkunft so (z. B. mit 1868) beginnt, dass

$$s = [(n + 9) : 28] \qquad 1$$

angibt, welches Jahr im Sonnenzirkel unser Jahr n ist, — und der sog. **Indictionszirkel** von 15 Jahren, eine römische Steuerperiode, die so (z. B. mit 1858) beginnt, dass die sog. **Indiction** oder **Römerzinszahl**

$$z = [(n + 3) : 15] \qquad 2$$

ist. — Zur Vermittlung dieser drei Zirkel führte dann endlich in neuerer Zeit Scaliger noch die sog. **Julianische Periode** von

$19 . 28 . 15 = 7980$ Jahren ein, die mit dem Jahre 3960 vor Erbauung der Stadt Rom (4714 v. Chr. Geburt, oder — 4713, da das Jahr 0 fehlt), auf welches in allen drei Zirkeln das Jahr Null fällt, beginnt, und in der das Jahr

$$x = 7980 . v - 3135 . s - 3780 . g - 1064 . z \qquad 3$$

wo v eine willkürliche ganze Zahl ist, in den drei Zirkeln den Zahlen g, s und z entspricht.

Der Sonnenzirkel hängt damit zusammen, dass, wegen $365 = 52 . 7 + 1$ und $366 = 52 . 7 + 2$, in jedem gemeinen Jahre die Wochentage um 1, in jedem Schaltjahre aber um 2 Tage, also in x Julianischen Schaltperioden um

$$(3 . 1 + 1 . 2)\, x = 7 . y \qquad 4$$

vorrücken, wo y die Anzahl der Wochen bezeichnet, welche aus den überschüssigen Tagen gebildet werden können, — eine Gleichung, welcher als kleinste Lösung in ganzen Zahlen $x = 7$ und $y = 5$ genügen, so dass sich das Vorrücken erst in 7 Schaltperioden oder 28 Jahren zu einer ganzen Anzahl von Wochen häuft. — Der Indictionszirkel wurde durch die Untersuchungen von Friedrich Karl von **Savigny** (Frankfurt 1779 — Berlin 1861; Professor der Rechte und Mitglied der Academie in Berlin) „Ueber die Steuerverfassungen unter den Kaisern (Berl. Mem. 1822—1823)" als eine etwa im 4. Jahrhundert durch Kaiser **Constantin** eingeführte römische Steuerperiode nachgewiesen. — Um die Fundamentalgleichung 3 für die von **Scaliger** nach seinem Vater Julius benannte Periode zu finden, schlug Joh. Heinrich **Stähelin** (Basel 1668 — Basel 1721; Professor der Anatomie und Botanik in Basel) in seinen „Theses de variis epochis et annorum periodis. Basil. 1706 in 4." folgenden, muthmasslich demjenigen ähnlichen Weg ein, welchen schon sein Lehrer Jakob **Bernoulli**, der bekanntlich mit Auflösung dieser Aufgabe debütirte, benutzt hatte: Bezeichnen a, b, c ganze Zahlen, so muss

$$x = 19 . a + g = 28 . b + s = 15 . c + z \qquad 5$$

sein. Setzt man die beiden ersten Werthe von x einander gleich, und löst die entstehende unbestimmte Gleichung nach a und b auf, so erhält man, wenn u eine beliebige ganze Zahl bezeichnet,

$$a = 28 . u + 3 . s - 3 . g \qquad b = 19 . u + 2 . s - 2 . g$$

also

$$x = 532 . u + 57 . s - 56 . g \qquad 6$$

Setzt man diesen Werth von x dem dritten Werthe in 5 gleich, und löst die entstehende Gleichung nach c und u auf, so erhält man, wenn v eine beliebige ganze Zahl ist,

$$c = 532 . v - 209 . s - 252 . g - 71 . z \qquad u = 15 . v - 6 . s - 7 . g - 2 . z$$

und für letztern Werth geht 6 sofort in 3 über, wo v natürlich so zu wählen ist, dass x positiv und kleiner als 7980 wird. Für $n = 0$ erhält man $g = 1$, $s = 9$, $z = 3$, also nach 3, wenn $v = 5$ angenommen wird, $x = 4713$, — es waren also beim Beginne unserer Zeitrechnung bereits 4713 Jahre der Julianischen Periode abgelaufen. Sind aber z. B. in einem Jahre $g = 3$, $s = 25$, $z = 7$, so findet sich nach 3 für $v = 13$ sofort $x = 6577$, also war jenes Jahr das 6577. der Julianischen Periode oder das Jahr $6577 - 4713 = 1864$ unserer Zeitrechnung. Die Julianische Periode dient auch, um bequem von einer Aera auf eine andere überzugehen: So z. B. kam **Constantin** der Grosse im 1059.

Jahr nach Erbauung Rom's zur Regierung, also im Jahre 3960 + 1059 — 4713 = 306 unserer Zeitrechnung, — der Tod von **Julius Cäsar** fiel in das 710. Jahr der Stadt, also starb er 3960 + 710 — 4713 = — 43 oder im Jahre 44 vor Christi Geburt, — etc.

362. Die Festrechnung, der Sonntagsbuchstabe und die Epakte. Eine Hauptaufgabe der Kalendariographie ist die Vorausbestimmung der **Ostern,** welche nach alter Kirchensatzung je auf den Sonntag fallen soll, welcher dem ersten Vollmonde nach der Frühlingsnachtgleiche folgt. Setzt man die Divisionsreste

$$[n:19] = a \qquad [n:4] = b \qquad [n:7] = c$$
$$[(19 . a + x):30] = d \qquad [(2b + 4c + 6d + y):7] = e \qquad \mathbf{1}$$

so ist sie nach Gauss im Jahre n unserer Zeitrechnung am (22 + d + e)ten März oder am (d + e — 9)ten April zu feiern, — und je 7 Wochen vorher der sog. Fastensonntag, 40 und 50d nachher aber (Ostern als erster Tag gezählt) Auffahrt und Pfingsten. Dabei ist für den Julianischen Kalender beständig

$$x = 15 \qquad y = 6$$

zu setzen, für den Gregorianischen aber

von	1583—1699	1700—1799	1800—1899	1900—2099
x =	22	23	23	24
y =	2	3	4	5

und zugleich ist für letztern Kalender, wenn die Rechnung Ostern auf IV 26 bringt, immer IV 19, — und dann zumal, wenn sie Ostern auf IV 25 bringt, und zugleich d = 28 und a > 10 wird, IV 18 zu nehmen. Es kann also Ostern von III 22 bis IV 25 oder um volle 34 Tage variiren. — Bezeichnet man die Tage des Jahres fortlaufend mit den Buchstaben abcdefg, abcdefg, ..., so werden diese offenbar während jedem Jahre (in Schaltjahren theils vor, theils nach dem Schalttage, der nach dem 23. Februar oder vor St. Matthias eingefügt wird) immer denselben Wochentagen entsprechen, und derjenige beständig (in Schaltjahren nach dem Schalttage) auf Sonntag fallen oder **Sonntagsbuchstabe** sein, der dem Osterdatum zukömmt. — Die Anzahl der dem letzten Neumonde eines Jahres noch folgenden Jahrestage, das sog. **Alter** des Mondes am Schlusse des Jahres, heisst **Epakte** des neuen Jahres, und ist nach Delambre für das Jahr n = 100 . s + m

$$e = [11 (g - 1) : 30] + 8 + \tfrac{1}{4}s + \tfrac{1}{3}s - s \qquad \mathbf{2}$$

wo g die dem Jahre n entsprechende goldene Zahl ist, und wo bei $\frac{1}{4}s$ und $\frac{1}{3}s$ je nur die Ganzen in Rechnung zu bringen sind. Setzt man den Buchstaben a b c ... die Zahlen 29, 28, 27, ... 0 (bei jeder zweiten Folge die Zahl 25 ausschaltend) in absteigender

Ordnung bei, so fallen die der Epakte entsprechenden Zahlen jeweilen annähernd auf Neumond.

Die Oster-Formeln 1 wurden von **Gauss** 1800 in der „Monatlichen Correspondenz (Berichtigender Nachtrag von 1816 in Zeitschr. f. Astr. I)" ohne Ableitung veröffentlicht, — Letztere sodann zuerst durch „Lodovigo **Ciccolini** (Macerata 1767 — Bologna? 1854; Professor der Astronomie und Director der Sternwarte zu Bologna), Formole analitiche pel calcolo della pasqua. Roma 1817 (Vergl. auch Corresp. astron. 1818)", später durch „Tommaso Asinari **Cisa di Gresy** (Asti 17.. — Turin 1846; Professor der Mechanik zu Turin), Démonstration des formules de Mr. Gauss pour déterminer le jour de Pâques (Mem. Tur. XXIV 1820; auch Zach Correspondance 1818), und: Laurentius **Feldt** (Dambitsch in Posen 1796; Professor der Mathematik, Physik und Astronomie zu Braunsberg), De Gaussii formula paschali analytica commentatio. Brunsb. 1852 in 4.", und noch neuerlich durch „Hermann **Kinkelin** (Bern 1832; Professor der Mathematik in Basel), Die Berechnung des christlichen Osterfestes (Zeitschrift für Mathematik und Physik von Schlömilch, Bd. 15)" nachgetragen. Einige Beispiele ihrer Anwendung sind folgende:

Jahr	Kal.	a	b	c	d	e	Ostern
1609	Jul.	13	1	6	22	3	IV 16
—	Greg.	13	1	6	29	6	(IV 26) IV 19
1680	Jul.	8	0	0	17	3	IV 11
1818	Greg.	13	2	5	0	0	III 22
1886	Greg.	5	2	3	28	6	(IV 25, a < 10) IV 25
1954	Greg.	16	2	1	28	6	(IV 25, a > 10) IV 18

Die Formel 2 wurde 1817 von **Delambre** in der „Connaissance des temps" entwickelt, und gibt z. B. für 1867, wo $s = 18$ und $m = 67$, da nach 359 überdiess $g = 6$ ist,

$$e = \left[\frac{11 . 5}{30}\right] + 8 + \frac{18}{4} + \frac{18}{3} - 18 = 25 + 8 + 4 + 6 - 18 = 25$$

also ist 1867 jeweilen annähernd Neumond, wenn im sofort näher zu besprechenden immerwährenden Kalender 25 oder an Stelle des ausfallenden 25 das Zeichen ✱ steht. — Eine Tafel, welche (wie unsere XXII. und XXIII.) für eine grössere Reihe von Jahren, z. B. für ein Jahrhundert, durch die den Jahrestagen entsprechend dem Texte beigesetzten Buchstaben- und Zahlen-Reihen, sowie Angabe von Ostern, Epakte, Sonntagsbuchstaben, etc., zur Noth die einzelnen Kalender ersetzen kann, heisst **immerwährender** Kalender, und es ist ein solcher bereits durch „Johan von kœngsperg" oder **Regiomontan** im Jahre 1473 zu Nürnberg herausgegeben worden. — Von neuern immerwährenden Kalendern verdient der von Carl August **Kesselmeyer** kürzlich herausgegebene „Stellbare Monatskalender" hervorgehoben zu werden.

Die Erde und ihr Mond.

Wenn ich's recht betrachten will
Und es ernst gewahre,
Steht vielleicht das alles still
Und ich selber fahre. (Gothe.)

XXXIX. Die mathematische Geographie.

363. Die Gestalt der Erde. Die ältesten Griechen beschrieben die Erde als eine flache, vom Strome Okeanos umflossene Scheibe, ohne sich um die nöthige Unterlage zn bekümmern oder daran zu denken, dass die Tageslänge im Sommer nach Norden, im Winter nach Süden wächst, — dass ein an einem gewissen Orte noch in merklicher Höhe culminirendes südliches Gestirn etwas nördlicher gar nicht mehr zum Anfgange kömmt, — dass die Erde bei Mondfinsternissen immer einen runden Schatten auf den Mond wirft, und dass solche im Osten bisweilen sichtbar sind, während im Westen der Mond noch gar nicht aufgegangen ist, — dass man am Meere den Mast eines heransegelnden Schiffes früher als den Rumpf, von jedem freien Aussichtspuncte den sichtbaren Theil der Erde rund begrenzt sieht, und entsprechend, wie man weiter geht, auch der Horizont weiter rückt, nie eine Grenze erreicht werden kann, — etc., was sich mit einer solchen Gestalt schlecht genng reimen würde. Als dann aber durch Thales und seine Zeitgenossen die jene Erscheinnngen bedingende Lehre von der **freischwebenden Erdkugel** entstand, gewann diese bald so festen Boden, dass sie sogar während dem Verfalle der Wissenschaften nie ernstlich beanstandet wurde, und kanm noch der faktischen Bestätigung dnrch die im 16. Jahrhnndert beginnenden Erdumsegelungen, oder die im folgenden Abschnitte zu behandelnden Erdmessungen bedurfte.

Die bizarren Ideen vom Wurzeln der Erde im Unendlichen, von Zylinder-Gestalt derselben, etc., welche häufig den ältern Griechen zugeschrieben werden, fallen muthmasslich weniger ihnen, als unwissenden Commentatoren zur Last. Gewiss ist, dass die meisten der im Texte angeführten populären Gründe für die Kugelgestalt schon von **Aristoteles** in seiner Schrift „De coelo (Lugd. 1659 in 8., Lips. 1831 in 12., etc.; vergl. 2)" gegeben wurden.

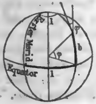
— Der Erste, welcher eine Weltumsegelung in Gang setzte, war der Portugiese Fernao de Magelhaës oder **Magelhaens** (14.. — Mactan in der Gruppe der Philippinen 1521); sein Schiff fuhr 1519 VIII 10 von Sevilla aus beständig nach Westen, und langte daselbst 1522 IX 7 (nach der Schiffsrechnung IX 6) wieder an. — Für mathematische Geographie vergleiche z. B., ausser der allgemeinen astronomischen Literatur in 324 und den schon beiläufig erwähnten Werken von **Münster** (224), **Studer** (344), etc., „Peter Bennewitz, genannt **Apianus** (Leissnig in Sachsen 1495 — Ingolstadt 1552; Professor der Mathematik zu Ingolstadt), Cosmographicus liber. Landishutæ 1524 in 4. (Viele spätere Ausgaben, namentlich die von Gemma Phrysius, Antw. 1529 und später Besorgten), — Bernhard **Varenius** (16.. — 1660; Arzt in Amsterdam), Geographia generalis. Amstelodami 1650 in 8. (Auch später, und emendirt von Js. Newton, Cantabrigiæ 1672 und später), — Johann **Lulofs** (Zütphen 1711 — Leyden 1768; Professor der Mathematik, Astronomie und Philosophie zu Leyden), Inleidinge tot eene natuur- en wiskundige beschouwing des aardkloots. Leyden 1750 in 4. (Deutsch von Kästner, Göttingen 1755), — Ed. **Schmidt**, Lehrbuch der mathematischen und physischen Geographie. Göttingen 1829—1830, 2 Bde. in 8., — **Wiegand**, Grundriss der mathematischen Geographie. Halle 1846 in 8. (8. A. 1854), — Jakob **Meyer** (Horgen 1799 — Zurzach 1865; Lehrer in Chur und Zurzach), Die Erde in ihrem Verhältnisse zum Sonnensystem. Zürich 1847 in 8. (2. A. 1852)", — etc.

364. Uebertragung der Kreise von der scheinbaren Himmelskugel auf die Erde. Stellt man sich nach dem Vorhergehenden die Erde als eine zum Himmelsgewölbe concentrische Kugel vor, so liegt es nahe, auch die Weltaxe, den Equator, die Parallelkreise und Meridiane von der Himmelskugel auf die Erdkugel überzutragen. Die den Wendekreisen der Himmelskugel entsprechenden Parallelkreise der Erde, und die sog. **Polarkreise**, d. h. diejenigen Parallelkreise, welche eben so weit vom Pole abstehen als die erstern vom Equator, theilen die Erde in fünf Zonen: Die sog. **heisse Zone** zwischen den beiden Wendekreisen, — die zwei **gemässigten Zonen** zwischen je einem Wendekreise und dem entsprechenden Polarkreise, und die zwei **kalten Zonen**, welche die Polarkreise als Grenze und die Pole als Mittelpuncte haben.

a. Von dem in 321 definirten Horizonte, dem durch die Tangenten vom Auge an die Erdkugel bestimmten sog. **Meereshorizonte**, hat man den **wahren** und den **scheinbaren** Horizont zu unterscheiden, deren zur Richtung Zenith-Nadir senkrechte Ebenen durch den Mittelpunct der Erde und durch das Auge des Beobachters gehen. — Die Eintheilung der Erde in fünf Zonen soll schon der um 450 v. Chr. blühende griechische Philosoph **Parmenides** aus Elea gelehrt haben, — jedoch in der Meinung, dass nur die beiden Gemässigten bewohnbar seien; dagegen scheinen früher die Polarkreise oft mit den arktischen Kreisen (vergl. 338) zusammengeworfen worden zu sein, und man nimmt gewöhnlich an (vergl. z. B. Bode's Jahrbuch auf 1816), es habe erst Johannes de **Sacro Bosco** (Holywood oder Halifax in Yorkshire 12.. — Paris 1256?; Professor der Mathematik in Paris) in seinem berühmten, Jahrhunderte lang auf allen Schulen gebrauchten „Tractatus de sphæra mundi (Ferrariæ 1472

in 4. und sehr oft später; den einlässlichsten Commentar gab Clavius, Romæ 1570)" die Begrenzungskreise der kalten Zonen als Parallelkreise der Ekliptikpole scharf definirt. — Bringt man mit den fünf Zonen die Gesetze der täglichen Bewegung (338) zusammen, so erkennt man leicht, dass die heisse Zone diejenigen Puncte der Erde enthält, deren Zenith die Sonne jedes Jahr zweimal erreicht, so dass deren Bewohner **Unschattige** (Ascii) werden können, während sie sonst **Zweischattige** (Amphiscii) heissen, da sie die Mittagssonne bald nördlich, bald südlich vom Zenithe sehen, — dass dagegen die beiden kalten Zonen diejenigen Erdregionen enthalten, in welchen die Sonne zeitweise nicht mehr untergeht oder circumpolar wird, in welchem Falle die Bewohner **Umschattige** (Periscii) sind, — dass endlich die Bewohner der gemässigten Zonen immer **Einschattige** (Heteroscii) bleiben.

365. Die geographischen Coordinaten. Um die Lage eines Ortes auf der Erde zu bestimmen, gibt man seit den Zeiten Hipparch's seine Entfernung vom Equator, die (vergl. Fig. in Note) mit der Polhöhe übereinstimmende sog. **Breite** ($b = \varphi$), und die Distanz seines Meridianes von einem beliebig gewählten ersten (eigentlich nullten) Meridiane an, die sog. **Länge** oder besser **Längendifferenz** (1), welche sich, wegen der gleichförmigen Bewegung des Himmelsgewölbes um die Weltaxe, zu dem Mittagsunterschiede, oder dem Unterschiede der Ortszeiten in demselben Momente, gerade so verhält, wie der volle Umkreis zu einem Tage. — In den ältesten Zeiten legte man den ersten Meridian schlechtweg durch die canarischen Inseln, als die äussersten bekannten Puncte nach Westen, — später bestimmter durch den Pic von Teneriffa, — endlich in Folge Vorschlag's eines 1630 durch Richelieu versammelten Congresses durch die Westspitze von Ferro, der westlichsten jener Inseln. Letzterer Ausgangsmeridian, der in Frankreich durch eine k. Ordonnanz von 1634 IV 25 officiell eingeführt wurde, erhielt bald ziemlich allgemeine Geltung, musste dann aber im vorigen Jahrhundert dennoch dem Meridiane von Paris (in England dem von Greenwich) weichen, wobei zugleich nach dem Vorschlage von G. Delisle ein fingirter Meridian von Ferro in genau 20° westlicher Distanz von Paris zum Troste für die Anhänger des alten (nach Borda in 20° 30′ liegenden) Meridianes als ebenfalls zulässig erklärt wurde.



In Beziehung auf einen unter der Breite φ und Länge l Wohnenden, nennt man einen unter $-\varphi$ und l, oder unter φ und $180^0 + l$, oder endlich unter $-\varphi$ und $180^0 + l$ Wohnenden je **Gegenwohner** (Antoeci, mit entgegengesetzten Jahreszeiten), **Nebenwohner** (Perioeci, mit entgegengesetzten Tageszeiten), oder **Gegenfüssler** (Antipodes, mit entgegengesetzten Jahres- und Tageszeiten). Die Existenz der Letztern wurde sonderbarer Weise von der Kirche lange lebhaft bestritten, so z. B. von den im 4. und 5. Jahrhundert lebenden Kirchenvätern **Lactantius**

und **Augustinus**, — ja noch im 8. Jahrhundert soll sich der h. **Bonifacius** bekreuzigt haben, als er hörte, der Bischof **Vergelius** von Salzburg vertheidige die Existenz der Antipoden, und andere Zeitgenossen betrachteten Letztern sogar aus diesem Grunde als einen für den Scheiterhaufen reifen Ketzer. — Ist von Europa aus ein Ort in der östlichen Länge l zuerst besucht worden, indem man nach Osten (z. B. mit den Portugiesen um das Cap herum) reiste, so wird er, wenn es in Paris a^h ist, die Zeit $(a+l)^h$, — dagegen, wenn er zuerst auf einer Reise nach Westen (z. B. mit den Spaniern durch die Magelhaens-Strasse) erreicht wurde, $a-(24-l)=(a+l)^h-24^h$, d. h. einen Tag weniger notiren; es haben auf diese Art auch wirklich, z. B. im stillen Ocean (Polynesien) manche Orte, welche nahe unter demselben Meridiane liegen, zwar dieselbe Tagesstunde, dagegen Datum und Wochentag verschieden. Nach **Heis** (Wochenschrift 1868 XII 2) sieht sich diese Datums-Scheidelinie durch die Behringsstrasse längs der asiatischen Küste, ausserhalb Japan aber innerhalb der Philippinen, nach Indien hin, und läuft dann an Borneo, Guinea, den Hebriden und Neu-Seeland vorbei, um sich von dort direct dem Südpol zuzuwenden; so z. B. haben die Bewohner der Hebriden Montag, während diejenigen der Carolinen erst Sonntag zählen. — Der fast allmächtige Minister von Louis XIII., der Cardinal Armand du Plessis, Duc de **Richelieu** (1585—1642) machte sich auch durch Anlage des Jardin des plantes, durch Gründung der Académie française (1635), etc., um die Wissenschaften verdient. Guillaume **Delisle** (Paris 1675 — Paris 1726; königl. Geograph und Mitglied der Academie; vergl. sein Eloge durch Fontenelle in Mém. de Par. 1726) war ein älterer Bruder von Joseph-Nicolas Delisle (Paris 1688 — Paris 1768; Mitglied der Academieen von Paris und Petersburg; vergl. sein Eloge durch Fouchy in Mém. de Par. 1768) und Louis Delisle de la Croyère (Paris 16.. — Awatscha, wo er 1741 bei Erforschung der Polarregionen Russlands starb). — Neben vielen in 324 und später erwähnten Schriften sind für geographische Ortsbestimmungen z. B. noch zu vergleichen: „**Bohnenberger**, Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung vermittelst des Spiegelsextanten. Göttingen 1795 in 8. (2. A. von Jahn 1852), — F. T. **Schubert**, Anleitung zur astronomischen Bestimmung der Länge und Breite. St. Petersburg 1803 in 4. (3. A. 1818), — C. v. **Littrow**, Verzeichniss geographischer Ortsbestimmungen. Leipzig 1844 in 8. (Sep. aus Gehler X; Nachträge 1845), — W. **Valentiner**, Beiträge zur kürzesten und zweckmässigsten Behandlung geographischer Ortsbestimmungen. Leipzig 1869 in 4., — Georg Daniel Eduard **Weyer** (Hamburg 1818; Professor der Mathematik und Astronomie zu Kiel), Vorlesungen über nautische Astronomie. Kiel 1871 in 8., — etc.“

366. Bestimmung des Mittagsunterschiedes durch gleichzeitige Erscheinungen. Die Polhöhe zu bestimmen, wurde (331, 332, 345) bereits gelehrt, — ebenso (342, 343, 354) die Bestimmung der Uhrcorrection auf Ortszeit; es frägt sich also bloss noch, um eine vollständige geographische Ortsbestimmung machen zu können, wie die demselben Momente entsprechenden Ortszeiten behufs einer Längenbestimmung zu vergleichen sind, und hiefür ist wohl die älteste und dem Begriffe nach einfachste Methode die, eine für beide Orte wirklich gleichzeitige Erscheinung, wie das Eintreten eines Welt-

körpers in den Schatten eines andern, das Aufblitzen einer Sternschnuppe oder eines Pulversignales, etc., an beiden Uhren zu notiren, da dann unmittelbar die Differenz der notirten und nöthigenfalls für die Instrumentalfehler corrigirten Uhrzeiten als Längendifferenz zu betrachten ist.

Für die Längenbestimmungen ist Folgendes sehr wichtig: Zeigen in einem gegebenen Momente, für welchen A die Rectascension der Sonne und Z die Zeitgleichung (vergl. 351 und 416) bezeichnen mögen, nach Sternzeit, wahrer Zeit und mittlerer Zeit gehende Uhren an einem Orte T_1 W_1 M_1, und an einem zweiten Orte T_2 W_2 M_2, so hat man offenbar

$$T_1 - T_2 = (A + W_1) - (A + W_2) = W_1 - W_2$$
$$= (M_1 - Z) - (M_2 - Z) = M_1 - M_2$$

und es ist daher für Uhrvergleichungen gleichgültig, welche der drei Zeiten man wählt, wenn es nur an beiden Orten dieselbe ist. — In frühern Zeiten wurden zur Bestimmung von Längendifferenzen fast ausschliesslich, nach dem Vorschlage von **Hipparch**, die Mondfinsternisse verwendet, und auch noch später, nachdem man bereits andere Methoden, wie die zunächst (367 und 368) Folgenden oder die Bestimmungen mit Hülfe der Jupiterstrabanten (427), etc. kannte, blieb diese älteste Methode vielfach in Gebrauch. So z. B. erhielten Pierre-François-André **Méchain** (Laon 1744 — Castellon de la Plana 1804; Mitglied der Academie und des Bureau des longitudes in Paris; vergl. die „Notice historique" von Delambre in Mém. de l'Inst. VI) und **Zach** bei der totalen Mondfinsterniss von 1790 X 22 folgende correspondirende Daten:

Phase	Paris	Gotha	Differenz
Anfang	12h 14m 25s	12h 48m 4s	0h 33m 39s
Ende	13 55 23	14 28 36	13
	Längendifferenz Gotha-Paris		0 33 26

Auf die Möglichkeit, das Aufblitzen einer Sternschnuppe zu Längenbestimmungen zu benutzen, machte schon die Abhandlung „G. **Lynn**, A Method for determining the Longitude by the falling Stars (Phil. Trans. 1727)" aufmerksam; vergleiche darüber auch „**Benzenberg**, Ueber die Bestimmung der geographischen Länge durch Sternschnuppen. Hamburg 1802 in 8." — Künstliche Feuersignale wurden im Laufe der Zeiten vielfach vorgeschlagen und verwendet: So bestimmte **Picard** 1671, vergleiche seine „Voyage d'Uraniborg. Paris 1680 in fol." mit Hülfe von **Römer** die Längendifferenz zwischen Hven und Copenhagen mit Hülfe von grossen Feuern, die plötzlich bedeckt wurden, — so schlugen William **Whiston** (Norton 1667 — London 1752; Geistlicher und einige Jahre Professor der Mathematik zu Cambridge) und Humphry **Ditton** (Salisbury 1675 — London 1715; erst Prediger, dann Vorsteher einer mathematischen Schule in London) in ihrer Schrift „A new Method for discovering the Longitude both at Sea and Land. London 1714 in 8." vor, an bestimmten Stunden an den Küsten, auf Inseln, etc. Mörser loszuschiessen und den Schall zu Zeitvergleichungen zu benutzen, während **La Condamine** in seiner Abhandlung „Manière de déterminer astronomiquement la différence en longitude de deux lieux peu éloignés (Mém. de Par. 1735)" mit Recht eher die damit verbundene plötzliche Lichterscheinung anzuwenden empfahl, — so

8*

bestimmten endlich, in Ausführung einer von Jos. **Delisle** (s. 365) geäusserten Idee, **Cassini** de Thury und **Lacaille** im Jahre 1740 die Längendifferenz zwischen zwei Puncten in Languedoc und in der Provence mittelst Blickfeuern auf einem Zwischenpuncte, wobei 10 Pfund Pulver eine auf mehr als 12 geographische Meilen (nach Zach in Mon. Corr. X schon $\frac{1}{2}$ Pfund eine bei Nacht auf mehr als 30 Meilen von freiem Auge) gut sichtbare Flamme gaben. Letztere Methode erfordert natürlich bei grössern Distanzen mehrere Blickfeuer und Hülfsstationen, jedoch sind an Letztern je nur die Zeitdifferenzen zwischen den östlichen und westlichen Signalen zu bestimmen nothwendig; denn gibt man z. B. zwischen A und B an drei von zwei Hülfsstationen C und D getrennten Puncten Signale ab, und bezeichnen $l_1\ l_2\ l_3$ die Längendifferenzen C — A, D — C, B — D, ferner $t\ t_1\ t_2$ die in A, C, D beobachteten Momente der östlich, $T_1\ T_2\ T$ aber die in C, D, B beobachteten Momente der westlich gesehenen Signale, so hat man

$$T_1 = t + l_1 \qquad T_2 = t_1 + l_2 \qquad T = t_2 + l_3$$

und somit die Längendifferenz B — A

$$l = l_1 + l_2 + l_3 = (T_1 - t) + (T_2 - t_1) + (T - t_2)$$
$$= T + (T_1 - t_1) + (T_2 - t_2) - t$$

Vergleiche über neuere Bestimmungen mit Pulversignalen neben dem oben erwähnten Artikel von **Zach**, und einem ebensolchen von **Littrow** in Corr. astr. VII, namentlich auch die „Opérations géodésiques et astronomiques pour la mesure d'un arc du parallèle moyen. Exécutées en Piémont et en Savoie 1821—1823. Milan 1825—1827, 2 Vol. in 4., Atl. in fol.“ — Anhangsweise mag noch für die früher gebräuchliche Bestimmung der Meereslänge mit Hülfe der Isogonen auf 392 verwiesen werden.

367. Bestimmung des Mittagsunterschiedes durch den Mond. Andere Methoden für Uhrvergleichung liefert der rasch rückläufige Mond: Entweder misst man an beiden Orten zu bestimmten Zeiten die Distanzen des Mondes von einem Sterne, und leitet daraus (mit Hülfe von 387) die Ortszeiten ab, zu welchen die geocentrische Distanz an beiden Orten dieselbe war. Oder man bestimmt durch Vergleichung mit einem Sterne die Verspätung des Mondes von dem einen Meridiane zum andern, und vergleicht sie (388) mit seiner stündlichen Bewegung in Rectascension. Oder man beobachtet an beiden Orten die Bedeckung der Sonne oder eines Sternes durch den Mond, und leitet (400) aus den für eine gewisse Phase der Erscheinung erhaltenen Ortszeiten die augenblickliche Zeitdifferenz durch Rechnung ab.

Die erste der im Texte erwähnten Methoden, für deren nähere Ausführung auf 387 und 388 verwiesen werden muss, wurde ihrer Grundidee nach schon von Amerigo **Vespucci** (Florenz 1451 — Sevilla 1512; Steuermann in spanischen und portugiesischen Diensten, nach dem unverdienter Weise der neue Welttheil Amerika, statt Columbia, benannt ist) benutzt: Er beobachtete nämlich 1499 VIII 23 zu Venezuela auf der Nordküste von Süd-Amerika, dass der Mond um $7\frac{1}{2}^h$ Abends um 1^0, um Mitternacht aber um $5\frac{1}{2}^0$ östlich von Mars stand, — er hatte sich also per Stunde um 1^0 entfernt, musste also um $6\frac{1}{2}^h$ in Conjunction gestanden haben; in Nürnberg hatte dagegen nach

den von **Regiomontan** herausgegebenen „Ephemerides astronomicæ A. 1475—1506. Norimbergæ 1474 in 4." diese Conjunction um Mitternacht statt, — also muss Venezuela 12 — 6½ = 5½ ʰ westlich von Nürnberg liegen. Schon ein grosser Fortschritt war es, als 1540 VI 12 **Gemma** Frisius zu Löwen, in Anwendung der von Johann **Werner** (Nürnberg 1468 — Nürnberg 1528; Pfarrer zu Nürnberg) in seinen Anmerkungen zu der Ausgabe „Claudii Ptolemæi geographia liber primus. Norimb. 1514 in fol." und dann wieder von **Apian** in seiner 363 erwähnten Schrift ausgesprochenen Ideen, den Abstand des Mondes von einem Fixsterne (β Scorpii) maass und die Parallaxe des Mondes mit in Berechnung zog, — vergleiche sein „De radio astronomico et geometrico Liber. Antv. 1545 in 4."; aber erst als in dem Spiegelsextant (s. 222) ein hiefür geeignetes Instrument erfunden war, und die Mond-Tafeln (s. 418) hinlängliche Genauigkeit erhalten hatten, konnte **Lacaille** mit Hoffnung auf Erfolg in seiner Abhandlung „Sur l'observation des longitudes en mer, par la lune (Mém. de Par. 1759)" die Vorausberechnung der Mondabstände empfehlen, und gelang es **Maskelyne** durch die in seinem „British mariner's guide. London 1763 in 4." gegebene Anleitung, diese Methode in die Praxis einzuführen, ja dadurch wenigstens mittelbar die englische Regierung zu bewegen, zu Gunsten derselben von 1767 hinweg den Nautical Almanac, sowie etwas später die „Tables for correcting the apparent distance of the moon and a star from the effects of refraction and parallax. Cambridge 1772 in fol." drucken zu lassen. Für das Weitere vergleiche, wie schon erwähnt, 388. — Die zweite der im Texte erwähnten Methoden soll schon von Orontius **Finæus** (Briançon 1494 — Paris 1555; Professor der Mathematik in Paris) in seinem Tractate „De invenienda longitudinis locorum differentia, aliter quam per Lunares eclipses, liber admodum singularis (mit 4 andern Tractaten Parisiis 1544 in fol. erschienen), und dann wieder in dem Werke „Charles **Leadbetter**, A compleat System of Astronomy. London 1728, 2 Vol. in 8." empfohlen sein; später wurde sie in den Abhandlungen „Giuseppe **Toaldo** (Pianezzo bei Vicenza 1719 — Padua 1797; Professor der Astronomie und Meteorologie in Padua), De methodo longitudinum ex observato lunæ transitu per meridianum. Patavii 1784 in 4., — Edward **Pigott**, A recommandation of the method of determining the longitude by observations of moon's transit over the meridian (Phil. Trans. 1786), — **Lindenau**, Ueber die Zuverlässigkeit der Längenbestimmungen durch Mondsculminationen (Zach's monatl. Corr. 12, 1805), — etc." neuerdings besprochen, in die Praxis aber allerdings eigentlich erst eingeführt, als Friedrich Bernhard Gottfried **Nicolai** (Braunschweig 1793 — Mannheim 1846; Director der Sternwarte zu Mannheim) durch seine Abhandlung „Ueber die Methode Längen durch Rectascensions-Differenzen gewählter Vergleichsterne vom Monde zu bestimmen (Astr. Nachr. I, 1823)" zur Verständigung über Sterne im Parallel des Mondes aufrief. Für das Genauere auf 388 verweisend, mag sie vorläufig an folgendem Beispiele veranschaulicht werden: Ich erhielt 1864 XII 9 am Ertel'schen Meridiankreise der Zürcher-Sternwarte die Rectascensionsdifferenz 31 Arietis — ☾ I = 23ᵐ 3ˢ,75, während sie nach dem Nautical Almanac für Greenwich 21ᵐ 41ˢ,49 und die in einer Mondstunde zwischen 108 und 180ˢ schwankende Bewegung des Mondes in Rectascension 144ˢ,77 betrug. Nun findet man

$$\frac{23^m\,3^s,75 - 21^m\,41^s,49}{144,77} = 0^h,5683 = 0^h\,34^m\,5^s,88$$

also ist die Greenwicher-Länge von Zürich 0ʰ 34ᵐ 5ˢ,88, oder, da Greenwich

9^m 20^s,68 westlich von Paris liegt, die Pariser-Länge von **Zürich** 0^h 24^m 45^s,25. — Für die dritte Methode, welche nach „**Lemonnier**, Histoire céleste. Paris 1741 in 4." schon um 1680 prakticirt wurde, muss theils auf „Jacq. **Cassini**, Méthode de déterminer les longitudes par les éclipses des étoiles fixes et des planètes (Mém. de Par. 1705), — **Euler**, Méthode de déterminer la longitude par l'observation d'occultations des étoiles fixes (Mém. de Berl. 1747), — etc.", theils auf 400 verwiesen werden, — für die noch von **Bouguer** empfohlene, seither aber verlassene Methode der Längenbestimmung aus Mondhöhen, auf dessen „Nouveau traité de navigation. Paris 1753 in 4. (Nouv. éd. par La Caille 1769)", — für eine von **Radau** proponirte Methode aus Azimuthaldifferenzen und Zenithdistanzen von Mond und einem Sterne, auf Astr. Nachr. 1294 (Auch Cosmos 1861 II 22), — etc.

368. Bestimmung des Mittagsunterschiedes durch directe Zeitübertragung. Sehr einfach, wenigstens dem Begriffe nach, macht sich die Uhrvergleichung, indem man die Ortszeit des einen Beobachters mit einem Chronometer an den andern Ort überträgt, — oder indem man, wo es in Folge telegraphischer Verbindung angeht, eine Erscheinung sowohl an seinem eigenen, als an dem Chronographen des andern Beobachters notirt. Von letzterm Verfahren gibt Folgendes einen nähern Begriff: Wenn der Beobachter an der östlichern Station O durch Niederdrücken des Tasters in einem beliebigen Momente oder beim Durchgange eines Sternes durch den Mittelfaden seines Meridianinstrumentes den Strom schliesst, so wird bei gehöriger Verbindung auf beiden Chronographen ein Zeichen entstehen, und es werden die demselben Momente entsprechenden Sternzeiten der beiden Beobachter

$$t_0 = u_0 + (\Delta t_0 + 0) - 0 + i_0$$
$$t_w = u_w + (\Delta t_w + w) - 0 + i_0 - x$$

sein, wo u die abgelesene Uhrzeit, Δt die Uhrcorrection, o und w die Personalfehler der beiden Beobachter, i die Instrnmentalcorrection, nnd x die Verspätung des Zeichens anf der Linie bezeichnen. Entsprechend ist, wenn der Beobachter an der westlichern Station ein Zeichen gibt oder denselben Stern beobachtet,

$$t'_0 = u'_0 + (\Delta t_0 + 0) - w + i_w - x$$
$$t'_w = u'_w + (\Delta t_w + w) - w + i_w$$

und hieraus folgt, wenn l die Längendifferenz der beiden Stationen bezeichnet, aus dem von O gegebenen Zeichen

$$l = t_0 - t_w = u_0 - u_w + 0 - w + \Delta t_0 - \Delta t_w + x \qquad 1$$

aus dem von W gegebenen Zeichen

$$l = t'_0 - t'_w = u'_0 - u'_w + 0 - w + \Delta t_0 - \Delta t_w - x \qquad 2$$

aus den Sternaufzeichnungen in O

$$l = t'_0 - t_0 = u'_0 - u_0 + 0 - w + i_w - i_0 - x \qquad 3$$

und endlich aus denjenigen in W

$$l = t'_w - t_w = u'_w - u_w + 0 - w + i_w - i_0 + x \qquad 4$$

also im Mittel aus 1 und 2

$$l = \frac{u_0 + u'_0 - u_w - u'_w}{2} + \Delta t_0 - \Delta t_w + 0 - w \qquad 5$$

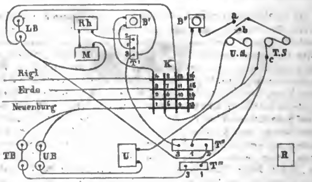
und im Mittel aus 3 und 4

$$l = \frac{u'_0 + u'_w - u_0 - u_w}{2} + i_w - i_0 + 0 - w \qquad 6$$

von welchen Werthen der Letztere somit von der Uhrcorrection, der Erstere aber von der Instrumentalcorrection (soweit sie nicht zur Bestimmung der Uhrcorrection beigetragen hat) frei ist.

Die Zeitübertragung mit Uhren empfahl schon **Gemma** Frisius in seinem Werke „De principiis astronomiæ et cosmographiæ. Antverp. 1530 in 4. (Auch 1548 und später)", obschon diese Methode bei dem damaligen Zustande der Uhren noch kaum irgendwelche Bedeutung haben konnte, sondern eigentlich erst solche gewann, nachdem **Harrison**, in Folge der 1714 durch eine Parlamentsacte ausgesetzten Belohnung von 10000 oder gar 20000 Pfund für sichere Bestimmung der Meereslänge innerhalb eines oder gar eines halben Grades, die ersten wirklichen **Chronometer** zu Stande brachte. Seither geht wohl kaum mehr ein Schiff auf das Meer, ohne Chronometer von bekanntem Gange mitzunehmen, und ihre Correction auf Greenwich oder Paris zu kennen, — ja auch zur Verbindung von Sternwarten oder Beobachtungsstationen sind sie häufig benutzt worden. So z. B. wurde zur Bestimmung der Länge einer von der „United States Coast Survey" (s. Report for 1860) für Beobachtung der Sonnenfinsterniss von 1860 VII 18 in Labrador gewählten Station der Chronometer Bond & Sons 177 verwendet, welcher vor der Abreise von New-York (1860 VI 28) gegen m. Z. Greenwich die Uhrcorrection — $34^m\ 58^s,5$, nach der Rückkehr dahin aber (1860 VIII 10) — $36^m\ 17^s,0$ hatte, also in einem Tage durchschnittlich um $1^s,83$ avancirte. Es betrug also die Correction des Chronometers auf Greenwich zur Zeit der Finsterniss, welche etwa $19\frac{7}{8}^d$ nach der ersten Vergleichung statt hatte, — $35^m\ 34^s,87$, während seine Correction auf Ortszeit gleich — $4^h\ 51^m\ 58^s,75$ gefunden wurde; also ergab sich — $4^h\ 51^m\ 58^s,75 + 35^m\ 34^s,87 = - 4^h\ 16^m\ 23^s,88$ als Mittagsunterschied des Beobachters gegen Greenwich. Analog ergaben bei gleicher Stunde und Minute die Chronometer Dent 2602 : $31^s,59$, — Fletcher 1739 : $24^s,13$, — Dent 2126 : $36^s,58$, — Arnold & Dent 802 : $30^s,60$ und Kessels 1285 : $29^s,30$, so dass im Mittel aus allen 6 Bestimmungen die Greenwicher-Länge der Station zu — $4^h\ 16^m\ 29^s,35$ angenommen werden konnte. Vergleiche auch „**Struve**, Expédition chronométrique entre Poulkowa, Altona et Greenwich. St.-Pétersb. 1844—1846, 2 Hefte in 4." — Telegraphische Verbindungen für Längenbestimmungen zu benutzen, liegt so nahe, dass hierin kaum eine Erfindung, sondern eher eine nothwendige Folge zu ersehen ist; immerhin mag erwähnt werden, dass schon 1839 **Morse** diese Methode empfahl, — dass sie sodann 1844 Capitän Karl **Wilkes** zur Bestimmung der Längendifferenz von Washington und Baltimore benutzte, indem er die, erst je auf Ortszeit geprüften und dann auf die Telegraphen-Bureau's gebrachten Chronometer während drei Tagen durch

abwechselnd am einen Orte gegebene und am andern Orte mit dem Ohr beobachtete Zeichen vergleichen liess, — dass hierauf 1845 Alexander Dallas **Bache** (Philadelphia 1806 — Newport 1867; Urenkel von Franklin; früher Professor der Physik in Philadelphia, dann Hassler's Nachfolger als Superintendent der Coast Survey) beschloss, die Längendifferenzen der Hauptpuncte der Küstenvermessung auf diese Weise bestimmen zu lassen, und schon 1846 unter Direction von **Walker** (vergl. 341) die Sternwarten und Stationen von Washington, Philadelphia und New-York mit den Linien verbunden, und zwischen ihnen neben Zeitzeichen auch bereits Fadendurchgänge ausgetauscht wurden, — etc. Für den Detail einer solchen Operation wähle ich als Beispiel die 1867 VI 29 — VIII 13 zwischen Neuenburg (Hirsch), Rigi-Kulm (Plantamour) und Zürich (Wolf) vorgenommene Längenvergleichung. In Zürich, das bald als Zwischen-, bald als Endstation zu functioniren hatte, war von mir die in beistehendem Schema dargestellte Einrichtung getroffen worden,



und zwar bezeichnen T B und U B die je aus 10 Minotto-Elementen (vergl. 317) bestehenden Localbatterieen für Uhr und Taster, — L B die, erst aus 120 kleinen Daniell'schen Elementen (vergl. 317), später aus 80 Daniell'schen und 40 Minotto-Elementen bestehende Linienbatterie, — U die alle Secunden den Uhrstrom herstellende Repsold-Uhr, — R den zur Controle benutzten Regulator auf mittlere Zeit, — U S und T S Uhrschreiber und Tasterschreiber des Chronographen, — T', T'' und T''' Sprech-, Linien- und Local-Taster, — B' und B'' Boussolen, — M den Morse oder Schwarzschreiber, — Rh den Rheostaten, — und endlich K den Kettenwechsel. — Sollte Zürich Zwischenstation sein, d. h. sollten Zeichen von einer der beiden übrigen Stationen nach der andern gehen und zugleich in Zürich verstanden oder notirt werden, so wurde der Gleitwechsel nach a gebracht, und im Kettenwechsel entweder bei 4 und 10, oder bei 16 und 10 ein Stift gesteckt, je nachdem das Zeichen auf Morse oder Chronograph erscheinen sollte, — und bei denselben Stellungen konnte auch Zürich an T' nach Rigi und Neuenburg sprechen, oder an T'' Zeichen auf alle drei Chronographen geben. Sollte Zürich dagegen Endstation sein, d. h. nur mit Rigi oder nur mit Neuenburg verkehren, so wurde die Verbindung 4 . 10 durch 4 . 11 oder 2 . 11 und die Verbindung 16 . 10 durch 16 . 11 oder 14 . 11 ersetzt. Sollte endlich Zürich ganz ausgeschlossen werden, so wurden die Linien nach Rigi und Neuenburg direct an der Blitzplatte mit einander verbunden. Für den Uhrdienst war bei 5 beständig ein Stift, — bei

Gebrauch des Localtasters T''' für Uhrvergleichungen oder für Beobachtungen überhaupt, welche nur auf dem Zürcher-Chronographen notirt werden sollten, wurde der Gleitwechsel nach h gebracht, und, wenn je nach Einsetzen einer neuen Walze in den Chronographen die Federnparallaxe bestimmt werden sollte, für diesen Moment auch noch der zweite Gleitwechsel auf e verschoben. In den nur als Endstationen functionirenden Beobachtungslocalien auf Rigi und in Neuenburg waren ähnliche, aber natürlich etwas einfachere Verbindungen erstellt worden. — Während der Operation wurde unter Anderm in Zürich 1867 VII 3 folgende Beobachtung von μ' Sagittarii ($D = -21^{0}\ 5'$) erhalten:

Fadendistanzen.		Faden.	Chronograph Zürich.			Chron. Neuch.		Vergleich.	
			Durchgang			Durchgang			
f	f. Sec D		beob. $17^h\ 55^m$	reduc. $17^h\ 55^m$	v^2	beob. $17^h\ 58^m$	reduc. $17^h\ 59^m$	Diff. -3^m	v^2
s 35,842	s 38,42	1	6,08	44,50	9	45,30	23,72	39,22	9
33,028	35,40	2	9,07	47	0	48,32	72	25	0
30,032	32,19	3	12,23	42	25	51,44	63	21	16
26,944	28,88	4	15,58	46	1	54,90	78	32	49
23,960	25,68	5	18,71	39	64	58,95	63	24	1
17,993	19,29	6	25,17	46	1	4,43	72	26	1
15,026	16,10	7	28,24	34	169	7,50	60	26	1
12,014	12,88	8	31,56	44	9	10,88	71	27	4
8,992	9,64	9	34,84	48	1	14,10	74	26	1
6,045	6,48	10	37,39	37	100	17,12	60	23	4
		11	44,53	53	36	23,76	76	23	4
5,938	6,36	12	50,84	48	1	30,06	70	22	9
9,023	9,68	13	54,27	59	144	33,50	82	23	4
12,054	12,92	14	57,45	53	36	36,73	81	28	9
15,017	16,09	15	0,55	46	1	39,78	69	28	4
18,005	19,30	16	3,76	48	1	43,05	75	27	4
24,002	25,72	17	10,23	51	16	49,46	74	23	4
27,019	28,96	18	13,42	46	1	52,66	70	24	1
30,033	32,19	19	16,75	56	81	56,04	85	29	16
32,900	35,36	20	19,33	47	0	59,11	75	28	9
36,080	38,67	21	23,12	45	4	2,34	67	22	9
Summe				985	700		1509	514	159
Mittel			$17^h\ 55^m\ 44^s,469$			$17^h\ 59^m\ 23^s,719$		$-3^m\ 39^s,250$	
Mittl. Fehler	einer. Best.		$\pm$ 0,059					$\pm$ 0,028	
	des Mittels		$\pm$ 0,013					$\pm$ 0,006	

Entsprechend ergaben die Beobachtungen desselben Sternes in Neuenburg am Chronographen in Zürich $18^h\ 2^m\ 10^s,300$ und an dem in Neuenburg $18^h\ 5^m\ 49^s,577$ ($\pm$ 0,145) $\pm$ 0,031, sowie die Differenz der Registrirungen $-3^m\ 39^s,277$ ($\pm$ 0,031) $\pm$ 0,007. — Fassen wir zunächst nur die Zürcher-Beobachtung am Zürcher-Chronographen in's Auge, so ergab sich also 1867 VII 3 für μ' Sagittarii

$17^h\ 55^m\ 44^s,469$	Chronographenzeit
$-\ 0,037$	Reduction für den Gang der Chronographenuhr auf 18^h Chronographenzeit,
$+\ 2,892$	Instrumentalcorrection nach 342 : 6, da für $D = -21^0\ 5'$ und $\varphi = 47^0\ 23'$ die drei Coefficienten 0,997 0,898 1,072, und für diesen Tag nach 342 : 11, 10, 12 die Constanten $b = 0^s,792$, $c = -0^s,339$ ($-0,353 +$ der für Zürich nach 342 sich auf $0^s,014$ belaufenden täglichen Aberration), $a = 2^s,225$ erhalten worden waren,
$17^h\ 55^m\ 47^s,824$	Uhrzeit der Culmination.

Nun hatte μ' Sagittarii nach Mittheilung von Wilhelm **Förster** (Grünberg in Schlesien 1832; Director der Sternwarte in Berlin)

$18^h\ 5^m\ 48^s,543$	als mittlere Rectascension 1867 I 0. Hiezu kommen
$+\ 3,005$	als VII 3 nach 456 entsprechende Correction für Präcession, Nutation, Aberration und eigene Bewegung.
$18^h\ 5^m\ 51^s,548$	Scheinbare Rectascension 1867 VII 3,
17 55 47,324	Uhrzeit der Culmination nach oben,
+ 10 4,224	Uhrcorrection aus μ' Sagittarii,
+ 10 4,221	Uhrcorrection im Mittel aus 16 an VII 3 beobachteten Sternen.
$-\ 0,003$	Correction für μ' Sagittarii,
$18^h\ 5^m\ 48,540$	Zürcher-Rectascension von μ' Sagittarii für 1867 I 0.

Im Ganzen wurden für diesen Stern in Zürich die 6 Bestimmungen erhalten:

1867 VII 1:	$18^h\ 5^m\ 48^s,449$
- 8	540
- 9	501
- 25	531
- 31	509
VIII 7	711

oder als Gesammtmittel

$18^h\ 5^m\ 48^s,540\ (\pm 0,090) \pm 0,037$

und als Mittel mit Ausschluss von VII 1 und VIII 7

$18^h\ 5^m\ 48^s,520\ (\pm 0,018) \pm 0,009$

Vergleicht man die so eben für den mittlern Fehler f einer Bestimmung erhaltenen Werthe $\pm 0,090$ und $\pm 0,018$, so ersieht man, wie diese Grösse für denselben Beobachter und dasselbe Instrument bei Bestimmung aus wenigen Beobachtungen ganz verschiedene und also sicher irrige Werthe erhalten kann. Es schien daher zweckmässiger, austatt für die Gewichtsbestimmungen bei jedem Sterne den aus ihm selbst abgeleiteten Werth von f zu benutzen, einen aus vielen Sternen berechneten mittleren Werth anzuwenden, d. h. den m einzelnen Gleichungen

$$(n_1 - 1)\, f_1{}^2 = (\Sigma v^2)_1 \qquad (n_2 - 1)\, f_2{}^2 = (\Sigma v^2)_2 \quad \ldots\ldots$$

die unter Voraussetzung gleicher f aus ihrer Summation hervorgehende Gleichung

$$(\Sigma n - m)\, f^2 = \Sigma\, (\Sigma v^2)$$

zu substituiren, oder

$$f = \sqrt{\frac{\Sigma\,(\Sigma v^2)}{\Sigma n - m}} = \sqrt{\frac{\Sigma\,(n-1)\, f^2}{\Sigma n - m}} \qquad 7$$

zu setzen. So ergaben sich für Zürich ($\Sigma n = 494$, $m = 65$), Rigi ($\Sigma n = 282$, $m = 55$) und Neuenburg ($\Sigma n = 199$, $m = 36$) die mittlern Werthe

$$f_z = \pm 0^s,0887 \qquad f_r = \pm 0^s,0863 \qquad f_n = \pm 0^s,0640$$

und somit, das Gewicht einer Neuenburger-Beobachtung als Einheit angenommen, die Gewichte der einzelnen Beobachtungen

$$p_z = f_n{}^2 : f_z{}^2 = 0,47 = \text{nahe } ^1/_2 \qquad p_r = 0,49 = \text{nahe } ^1/_2 \qquad p_n = 1$$

und für eine mehrfache Beobachtung war das Gewicht ebenso vielfach zu nehmen. So wurde für μ' Sagittarii die Rectascension $18^h\ 5^m\ 48^s + b$ erhalten, und zwar

Station.	Anzahl d. Best.	b	p	b × p	v	v^2	$p \cdot v^2$
Z	6	0,540	3	1620	9	81	243
R	2	597	1	597	−48	2304	2304
N	4	544	4	2176	5	25	100
		n = 3	$\Sigma p = 8$	$\Sigma bp = 4393$			$\Sigma pv^2 = 2647$

$$\frac{\Sigma p b}{\Sigma p} = 0{,}549 \qquad \sqrt{\frac{\Sigma p v^2}{(n-1)\Sigma p}} = 0{,}013$$

so dass sich als definitive Rectascension

$$18^h\ 5^m\ 48^s{,}549 \pm 0^s{,}013$$

ergibt, wovon die Zürcher-Bestimmung von VII 3 um $0^s{,}009$ abweicht, so dass sie die Unsicherheit $\sqrt{0{,}009^2 + 0{,}016^2} = \pm\ 0{,}016$ hat. Bringt man nun für diesen Stern $0{,}016^2$, und entsprechend für jede der 502 Zürcher-Beobachtungen das Quadrat der Unsicherheit in Rechnung, so erhält man als Summe aller dieser Quadrate 4,172367, und somit den wahrscheinlichen Fehler einer Zürcher-Bestimmung

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{4{,}172367}{502}} \times 0{,}674486 = \pm\ 0^s{,}061$$

Einer mit dieser Unsicherheit 0,061 behafteten Bestimmung das Gewicht 1 gebend, hat man somit die correspondirenden Werthe

Gewicht	p =	2	1	0,9	0,8 ...	0,1
Unsicherheit	$\sqrt{\varepsilon^2 : p} =$	± 0,043	0,061	0,064	0,068 ...	0,193

und entsprechend wurde, wenn die Unsicherheit einer Bestimmung 0,043 oder weniger betrug, derselben das Gewicht 2, — wenn sie 0,061 oder weniger (aber doch mehr als 0,046) betrug, das Gewicht 1, — etc., beigelegt, so dass also unsere Bestimmung von VII 3 für μ' Sagittarii mit ihrer Unsicherheit 0,016, und somit auch die aus ihr abgeleitete, und schliesslich für die Differenz der angenommenen und definitiven Rectascension corrigirte Uhrcorrection $+ 10^m\ 4^s{,}224 + 0{,}006 = 10^m\ 4{,}230$ das Gewicht 2 erhielt. Ermittelt man so die Gewichte für sämmtliche an VII 3 erhaltene 16 Bestimmungen der Uhrcorrection, so erhält man schliesslich unter Abzug der Federnparallaxe $+ 10^m\ 4^s{,}214 - 0{,}052 \pm 0^s{,}016 = + 10^m\ 4^s{,}162 \pm 0^s{,}013$ als besten Werth für dieselbe. — Bezeichnet nun L die Längendifferenz zwischen Zürich und Neuenburg, T die Zeit, welche der Strom braucht, um Linie und Apparate zu durchlaufen, so erhält man für VII 3 und μ' Sagittarii

I. aus den Ablesungen am Zürcher-Chronographen

Durchgangszeit N:	18^h	2^m	$10^s{,}300$	Z:	$17^h\ 55^m\ 44^s{,}469$
Instrument. Corr.			− 0,484		+ 2,892
Culminationszeit N:	16	2	9,616	Z:	17 55 47,361
Z:	17	55	47,361		
Differenz		6	22,455		
			0,055	Corr. für Verspätung des Zürch. Chronogr. in $6^m{,}4$	
L + T =		6^m	$22^s{,}510$		

II. aus den Ablesungen am Neuenburger-Chronographen

Durchgangszeit	N:	$18^h\ 5^m\ 49^s,577$		Z:	$17^h\ 59^m\ 23^s,719$
Instrument. Corr.		$-\ 0,484$			$+\ 2,892$
Culminationszeit	N:	18 5 49,093		Z:	17 59 26,611
	Z:	17 59 26,611			
Differenz		6 22,482			
		0,002	Corr. für Verspätung des Neuenb. Chronogr. in $6^m,4$		
L — T =		$6^m\ 22^s,484$			

und somit $2\,T = 0^s,026$ $\qquad L = 6^m\ 22^s,497$

während aus allen 10 gemeinschaftlichen Beobachtungen jenes Abends der Mittelwerth $L = 6^m\ 22^s,495$ hervorging, — ein Werth, für dessen Berechnung die obige Bestimmung, da der Neuenburgische Antheil die Unsicherheit 0,066 hatte, mit der Unsicherheit $\sqrt{0{,}016^2 + 0{,}066^2} = \pm 0{,}068$, — oder, da der wahrscheinliche Durchschnittsfehler einer Neuenburger-Beobachtung $\varepsilon_1 = \pm 0{,}049$ war, also man nun $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon^2 + \varepsilon_1^2} = \pm 0{,}078$ das Gewicht 1 beizulegen hatte, mit dem Gewichte 1,0 eingeführt wurde. — Neben Sterndurchgängen wurden auch Zeichen gewechselt, so dass jede Station successive 61 je circa 1^s von einander abstehende Zeichen gab, — und entsprechend lassen sich natürlich auch die 21 Fadendurchgänge eines Sternes berechnen, wie es oben für μ^4 Sagittarii bereits vorbereitet wurde, um nicht noch eine neue Zahlenreihe geben zu müssen. Es ergibt sich so

I. aus den Zeichen von Zürich

Z — N	$-\ 3^m\ 39^s,250$	Federnparallaxe	
Corr. für Federnpar.	$+\ 0,086$	Z . . .	$+\ 0,052$
Corr. auf 18^h . . .	$-\ 0,037$	N	$-\ 0,034$
Z — N — T =	$-\ 3^m\ 39^s,201$	Differenz	$+\ 0,086$

II. aus den Zeichen von Neuenburg

Z — N	$-\ 3^m\ 39^s,277$	Uhrcorrection	
Corr. für Federnpar.	$+\ 0,086$	Z . . .	$+\ 10^m\ 4^s,162$
Corr. auf 18^h . . .	$+\ 0,018$	N	$+\ 2,520$
Z — N + T =	$-\ 3^m\ 39^s,173$	Differenz	$+\ 10^m\ 1^s,642$

also $2\,T = 0^s,028$ $\qquad$ Z — N . . . . $-\ 3^m\ 39^s,187$

Differenz der Uhrcorrection $+\ 10\ \ 1,642$

$L = 6^m\ 22^s,455$

Zum Schlusse mag noch angeführt werden, dass aus allen zwischen den drei Stationen gewechselten Sternen und Zeichen, und den von den Beobachtern vor und nach der Operation vorgenommenen Vergleichungen nach der von **Hirsch** (s Bull. de Neuch. VIII 459) veröffentlichten Zusammenstellung das Endergebniss

Vorläufige Längen-differenz.	Personalgleichung.	Wirkliche Längen-differenz.
Z — N = $6^m\ 22^s,336 \pm 0,026$	W — H = $-0,071 \pm 0,007$	Z — N = $6^m\ 22^s,265 \pm 0,027$
R — N = 6 6,620 ± 0,023	P — H = $-0,107 \pm 0,006$	R — N = 6 6,513 ± 0,024
Diff. = 15,716 ± 0,035	Diff. = $+0,036 \pm 0,010$	Diff. = 15,752 ± 0,036
Z — R = 15,713 ± 0,031	W — P = $+0,037$	Z — R = 15,750 + 0,033
Diff. 0,003	Diff. 0,001	Diff. 0,002

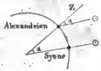
folgt. — Vergleiche für diese Methode im Fernern „**Hansen**, Bestimmung des Längenunterschiedes zwischen den Sternwarten zu Gotha und Leipzig, unter seiner Mitwirkung ausgeführt von Dr. Auwers und Prof. Bruhns im April 1865. Leipzig 1866 in 8., — C. v. **Littrow**, Bestimmung der Meridiandifferenz Leipzig-Dablitz für die von Herrn Generallieutenant J. J. Baeyer vorgeschlagene mitteleuropäische Gradmessung. Wien 1868 in 4., — Theodor **Albrecht**, Assistent am Centralbureau der Europäischen Gradmessung zu Berlin: Ueber die Bestimmung von Längendifferenzen mit Hülfe des elektrischen Telegraphen. Leipzig 1869 in 4., — etc."

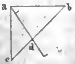
XI. Die Geodäsie.

369. Die ältesten Erdmessungen. Unter Voraussetzung der Kugelgestalt der Erde genügt es offenbar, um ihre Grösse zu ermitteln, einen bestimmten, durch die Differenzen der Polhöhen oder Längen der Endpuncte gegebenen Theil eines Meridianes oder bestimmten Parallels zu messen, — und wenn aus verschiedenen Messungen für den Erdradius dieselbe Grösse hervorgeht, so ist damit zugleich die Richtigkeit der Voraussetzung zum allerwenigsten sehr wahrscheinlich gemacht. — Eine erste Erdmessung dieser Art machte um 220 v. Chr. Eratosthenes, indem er zur Zeit des Sommersolstitiums, wo die Sonne sich zu Syene in einem tiefen Brunnen spiegelte, also in seinem Zenithe stand, ihre Zenithdistanz in dem nach den Angaben der königl. Wegmesser circa 5000 Stadien (à $184^m,97$) nördlicher gelegenen Alexandrien zu $^1/_{50}$ des Kreises bestimmte, somit für den Erdumfang 250000 Stadien (46 242500^m) erhielt. Dann folgten die Araber, welche um 827 auf Befehl des Kalifen Al-Mamoun in der Ebene Sinjar bei Bagdad mit Stäben zwei Meridiangrade massen, und im Mittel für einen Grad $56^2/_3$ arabische Meilen (58700^t) fanden, — und 1525 unternahm der französische Arzt Jean Fernel eine neue Bestimmung, indem er von Paris aus einen Grad nach Norden absteckte, und für die Länge desselben durch Abfahren 57070^t fand.

Nach **Aristoteles** (vergl. 363) sollen die Mathematiker in ältester Zeit für den Umfang der Erde 400000 Stadien (aber schwerlich griechische Stadien von $184^m,97$) gefunden haben. Besser ist die den Chaldäern zugeschriebene Angabe, man könnte die Erde gerade in einem Jahre umwandern; denn der Equator misst $360 . 15 . 1^1/_2 = 8100$ Wegstunden, das Jahr aber hält $365^1/_4 . 24 = 8766$ Zeitstunden. — Als Resultat der Messung des **Eratosthenes**, welcher wohl eigentlich, wenn er wirklich mass und sich nicht etwa nur nach der von Professor A. **Sprenger** in Bern (vergl. Ausland 1867) mit ziemlich gewichtigen Gründen gestützten Ansicht, ältere Angaben zurechtlegte, für die mittägige Zenithdistanz der Sonne $\alpha = 7^0\ 10' = 360 . 430 : 21600 =$

$360 : 50^{10}/_{43}$ erhalten hatte, gibt der Text als Erdumfang 46 242500^m anstatt der 40 000000^m, welche (vergl. 378) bei Definition des Meters als Erdumfang angenommen wurden. Setzt man dagegen die Anzahl Stadien, um welche Syene von dem Parallel von Alexandrien absteht, gleich x und bestimmt diese Grösse aus 184,97 . 50 . x = 40 000000, so ergibt sich x = 4325. Man kann daher entweder annehmen, die Distanz von 5000 Stadien sei, wie es schon die runde Zahl anzudeuten scheint, eine rein approximative, und nicht der Distanz des Parallels, sondern der Wegdistanz zukommende Bestimmung, — oder man kann mit Alexandre-Joseph-Hidulphe **Vincent** (Hesdin im Pas-de-Calais 1797; Professor der Mathematik in Paris) annehmen, das Stadium des Eratosthenes habe nicht 184^m,97, sondern (s. Compt. rend. 1853) nur 158^m,25 betragen, was dem Erdumfange 39 562500^m entsprechen würde, — oder man kann sich, wie es der kluge J. W. **Schmitz** in seinem Schriftchen „Das Weltall. Köln 1852 in 8." machte, einbilden, die 5000 Stadien seien genau gewesen, und es habe der Erdumfang seit Eratosthenes jährlich um etwa 3121^m abgenommen. Welche dieser Annahmen am meisten für sich hat, wird nicht schwer zu entscheiden sein, besonders wenn zur Prüfung der Genauigkeit damaliger Bestimmungen mit der von Eratosthenes diejenige verglichen wird, welche der zu Rom zur Zeit Cicero's verstorbene Stoiker **Posidonius** um 80 v. Chr. machte: Er hatte bemerkt, dass auf Rhodus der Stern Canopus kaum noch sichtbar wurde, während er in dem etwa 5000 Stadien südlicher gelegenen Alexandrien die Höhe von $^1/_{48}$ des Kreises erreichte, — schloss also, dass der Umfang der Erde 48 . 5000 = 24000 Stadien betrage, d. h. um 1000 Stadien kleiner sei, als nach Angabe seines Vorgängers. — Für die arabische Messung bleibt einzig nachzutragen, dass man die Grösse der angewandten Meile nicht mit Sicherheit kennt. — Jean **Fernel** (Clermont 1497 — Paris 1558) beschrieb seine Messung in dem Werke „Cosmotheoria. Par. 1528 in fol." Er bestimmte in Paris mit Hülfe eines gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecks a b c, dessen 8' lange Kathete a c mit einem Lotha vertical gestellt wurde, und dessen Hypotenuse b c, über welcher sich ein Stab a d mit Absehen drehte, in Beziehung auf a als Centrum eine Minutentheilung trug, die Polhöhe. Dann ging er mit seinem Instrumente nach Norden, bis die Polhöhe um 1° zugenommen hatte, und fuhr dann schliesslich in einem Wagen nach Paris zurück, dabei die Umdrehungen eines der 20' im Umfange haltenden Räder zählend. Er fand, einigermassen den Umwegen und Unebenheiten Rechnung tragend, 17024 Umdrehungen, und bestimmte daraus die Länge eines Grades zu $17024 \times 20 \times {}^1/_6{}' = 56746^2/_3{}'$, oder nach einer von **Lalande** (s. Mém. de Par. 1787) vorgenommenen Rechnung, bei der namentlich berücksichtigt wurde, dass 1668 die Toise um 5''' verkürzt worden, also Fernel's Angabe mit 864 : 859 zu multipliciren war, 57070 dieser neuern Toisen.

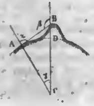




370. Die Messungen von Snellius und Picard. Eine bessere Methode der Gradmessung führte etwas später Willebrord Snellius ein: Er bestimmte die Polhöhendifferenz zweier ungefähr unter demselben Meridiane liegender Puncte, — verband dieselben (vergl. 224) durch ein Dreiecksnetz, in dem er sämmtliche Winkel und mittelst

einer sorgfältig gemessenen Basis auch die Seiten ermittelte, — suchte das Azimuth einer ersten Seite, — und berechnete sodann die Coordinaten sämmtlicher Eckpuncte auf den Meridian des Anfangspunctes. Die letzte Abscisse gab ihm offenbar die Distanz von diesem Anfangspuncte zum Parallel des Endpunctes, und in Vergleichung mit der Polhöhendifferenz die Länge eines Grades. Der praktische Erfolg dieser Methode liess zwar allerdings bei einer von Snellius selbst im Jahre 1615 ausgeführten Messung noch zu wünschen übrig; dagegen erhielt Picard 1671 nach derselben zwischen Sourdon und Malvoisine mit bessern Hülfsmitteln ein ganz vorzügliches, durch die spätern Arbeiten auf's Schönste bestätigtes Resultat, nämlich einen Grad von 57060 Toisen.

Willebrord **Snellius** wandte sein im Texte beschriebenes Verfahren auf die Messung eines Grades in der Nähe von Alcmaer an, und erhielt für ihn 55100^t; nachdem er dann aber Verfahren und Ergebniss in seinem „Eratosthenes batavus. Lugduni 1617 in 4.“ veröffentlicht hatte, entschloss er sich zu einer Revision seiner Messungen und Rechnungen, — fand wirklich mehrere Fehler, — wurde jedoch vor Vollendung der neuen Rechnungen vom Tode ereilt, — sonst hätte er, wie später **Musschenbroeck** nachwies, die ganz schöne Bestimmung von 57033^t erhalten. — Die neue Methode verbreitete sich nicht sehr rasch, da noch nach ihrer Publication zwei Gradmessungen theils auf mühsamere, theils auf weniger zuverlässige Weise ausgeführt wurden: Die erste derselben machte der englische Mathematiker und Seefahrer Richard **Norwood**, und beschrieb sie in dem Werkchen „The Seaman's Practice, containing a fundamental Problem in Navigation, experimentally verified, namely touching the Compass of the Earth and Sea, and the Quantity of a Degree in our English Measures. London 1636 in 8. (8. ed. 1668).“ Er mass 1633 VI 11 zu London mit einem Sextanten von 5′ Radius die Höhe der Sonne, und fand 62° 1′, während er 1635 VI 11 zu York nur 59° 33′ erhielt; er konnte so, ohne auf Declination, Refraction, Parallaxe, etc. ernstlich Rücksicht nehmen zu müssen, schliessen, dass York um 2° 28′ nördlich von London liege. Sodann mass er mit einer Kette die ganze Distanz von London bis York, wobei er den Wegen folgte, aber jeweilen mit einer Boussole die Abweichung seiner Kettenrichtung vom Meridiane bestimmte, und auch die Neigungen gegen den Horizont ermittelte. Nach entsprechender Reduction fand er so für die Distanz 9149 Ketten à 99 Engl. Fuss, und sodann die Länge eines Grades gleich $9149 . 99 : 2^7/_{15} = 367196'$ Engl. $= 57300^t$. — Die zweite Messung machten **Grimaldi** und (siehe dessen Almag. nov. I 59—60) Giovanni Battista **Riccioli** (Ferrara 1598 — Bologna 1671; Lehrer der Astronomie am



Ordenscollegium zu Bologna) 1645 nach einem schon von **Keppler** angedeuteten, zwar sehr sinnreichen, leider aber wegen dem starken Einflusse der terrestrischen Refraction wenig Genauigkeit versprechenden Verfahren: Sie massen nämlich in zwei Puncten A und B von bedeutender Niveaudifferenz sog. gegenseitige Zenithdistanzen α und β, berechneten daraus $\gamma = \alpha + \beta - 180°$, bestimmten durch eine Triangulation die Horizontaldistanz A D, und fanden

schliesslich aus der Proportion x : A D = 1° : γ die Länge eines Grades gleich 64368 Schritten, welche etwa mit 62650' übereinkommen. — Die erste ganz gelungene Messung nach der neuen Methode verdankt man dem überhaupt um die praktische Astronomie hochverdienten **Picard**, der dieselbe in seiner „Mesure de la terre. Paris 1671 in fol." selbst beschrieb: Den einen Endpunct wählte er nördlich von Paris zu Sourdon bei Amiens, den andern zu Malvoisine etwas südlich von Paris, und verband sie durch 35 Dreiecke theils mit einander, theils mit der zwischen Villejuive und Juvisy gewählten Basis. Letztere, die auf einer geraden und beinahe ebenen gepflasterten Strasse lag, mass er mit zwei hölzernen Stäben von 2' Länge, welche er nach einer ausgespannten Schnur legte, und fand für sie im Mittel aus zwei Messungen 5663'. Die Winkel mass er mit einem eisernen Quadranten von 38" Radius, dessen kupferner Limbus durch Transversalen in Minuten getheilt war. Die Berechnung gab für die Distanz der Parallele von Sourdon und Malvoisine 78850'. Die mit einem zehnfüssigen, ein Fernrohr mit Fadenkreuz tragenden Quadranten an beiden Endpuncten gemessenen Zenithdistanzen eines nahe am Scheitel culminirenden Sternes ergaben als Differenz der Breiten 1° 22' 55"; und so endlich in Verbindung mit obiger Zahl die im Texte gegebene Gradlänge.

371. Der Streit über die Gestalt der Erde. Als Newton die von Copernicus (403) aufgestellte Lehre von der Rotation der Erde mit den Gesetzen der Mechanik und der von ihm (406) entdeckten allgemeinen Gravitation zusammenhielt, wurde ihm klar, dass die Resultirende der Anziehung eines Punctes der Oberfläche nach dem Mittelpuncte, und der auf ihn wirkenden Centrifugalkraft, bei einer Kugel nicht mit der Normale zusammenfallen könne, wohl aber bei einem an den Polen abgeplatteten Rotationsellipsoide, — dass aber bei einem solchen die Meridiangrade vom Equator nach den Polen hin an Länge zunehmen müssten, — und als Richer bei seiner Reise nach Cayenne (385) fand, dass die Länge des Secundenpendels gegen den Equator hin abnehme, sah Newton darin eine nothwendige Consequenz der Rotation und Gestalt der Erde. Auf der andern Seite erhielten aber die Cassini, Maraldi und de la Hire, als sie gegen das Ende des 17. Jahrhunderts die Picard'sche Gradmessung von Paris nach Süden fortsetzten, statt einem etwas kleinern einen etwas grössern Grad, und daraus entstand ein sich durch mehrere Jahrzehnte fortspinnender Streit über die Gestalt der Erde, der mitunter etwas bitter wurde.

Schon **Picard** hatte die Vermuthung ausgesprochen, dass die Erde keine vollkommene Kugel sei, — **Hugens** sogar die bestimmte Ansicht, sie habe die Gestalt eines an den Polen abgeplatteten Sphäroides von etwa $^1/_{587}$ Abplattung, — eine Zahl, welche **Newton** auf $^1/_{229}$ erhöhte. Als sodann **Richer** sich in Cayenne (vergl. 385) unerwartet genöthigt fand, sein von Paris mitgebrachtes Secundenpendel um $^5/_4$''' zu verkürzen, so sah **Newton** darin eine nothwendige Folge der Rotation und Gestalt der Erde (vergl. 375), während die französischen Astronomen die Differenz Beobachtungsfehlern

zuschreiben wollten, bis durch ganz entsprechende Erfahrungen, welche 1682 **Varin**, **Deshayes** und de **Glos** (vergl. das „Recueil d'observations. Paris 1693 in fol.") am Cap vert machten, unumstösslich bewiesen war, dass das Secundenpendel wirklich gegen den Equator hin kürzer wird. Dieser Bestätigung der Abplattung schienen aber allerdings andere Messungsresultate Gleichgewicht halten zu wollen: Als zwar Joh. Caspar **Eisenschmidt** (Strassburg 1656 — Strassburg 1712; Arzt in Strassburg) in seiner „Diatribe de figura telluris elliptico-sphæroide. Argent. 1691 in 4." zeigte, dass die bisher erhaltenen Grade von

100	römischen Meilen	unter 27°	Polhöhe	nach	Eratosthenes
80	-	-	44½	-	Riccioli
74	-	-	49	-	Picard
78½	-	-	49½	-	Fernel
71½	-	-	52	-	Snellius

sich nur durch ein verlängertes Rotationsellipsoid der Axe 10890 und des Equatoreal-Durchmessers 8288 römische Meilen darstellen lassen, konnte man ihm entgegnen, dass die von ihm zu Grunde gelegten Messungen mit Ausnahme derjenigen Picard's zu wenig Garantie bieten; als aber die 1683 von Paris durch Dom. **Cassini** südlich gegen Collioure, durch de **La Hire** nördlich gegen Dünkirchen begonnenen neuen Gradmessungen nach verschiedenen Unterbrechungen 1716 durch Jacq. **Cassini** und Jacques-Philippe **Maraldi** (Perinalde 1665 — Paris 1729; Sohn von Dom. Cassini's Schwester Angela; Mitglied der Pariser-Academie; vergleiche sein Eloge durch Fontenelle in Mem. Par. 1729) vollendet wurden, ergaben sich für den südlichen Grad 57097ᵗ, für den nördlichen 56960ᵗ, was allerdings zuerst für eine Bestätigung der Abplattung am Pole angesehen, aber bald (s. Mém. Par. 1713) und jedenfalls ehe Jacques de **Roubaix** in seiner „Dissertation physique sur la variation du baromètre, la forme du globe de la terre, etc. Leyde 1719 in 8." auf den Irrschluss aufmerksam machte, von **Cassini** als im Widerspruche mit jener Abplattung erkannt wurde, von der er daher auch in seinem „Traité de la grandeur et de la figure de la Terre. Paris 1720 in 4." nichts wissen wollte. Während aber Joh. **Bernoulli** in seinem von der Pariser-Academie gekrönten „Essai d'une nouvelle physique céleste. Paris 1735 in 4. (Auch Opera III 261—364)", Jean-Baptiste Bourguignon d'**Anville** (Paris 1697 — Paris 1782; königl. Geograph) in seiner „Proposition d'une mesure de la terre, Paris 1735 in 12." und Andere Partei für Cassini nahmen, ja Ersterer die Abplattung am Equator aus der Wirbeltheorie zu begründen suchte, — erklärten **Newton** und seine Anhänger wiederholt, dass der Fehler nicht in ihrer Theorie, sondern in jenen Messungen liege, was hinwieder die Herren Franzosen gar übel vermerkten.

372. Die Messungen in Peru und Lappland. War Newton's Lehre von der Gestalt der Erde richtig, so musste sich zwischen einem Meridiangrade in der Nähe des Equators und einem solchen im hohen Norden ein so erheblicher Unterschied ergeben, dass er bei irgend sorgfältiger Messung durch die unvermeidlichen Fehler derselben nicht verwischt werden konnte, und es war daher von hoher Bedeutung, dass einerseits La Condamine und Bouguer durch Vermittlung des Cardinal Fleury den der Astronomie günstigen Louis XV.

zu bestimmen wussten, unter ihrer Leitung eine Gradmessung in Peru anzuordnen, und anderseits Maupertuis die Bewilligung zu einer gleichzeitigen Expedition nach Lappland erhielt. Die Resultate der beiden Messungen, nämlich Grade von

57438ᵗ unter 66⁰ 20′ nördlicher Breite
56734 „ 1 31 südlicher Breite

bestätigten nun Newton's Lehre auf das Schönste, und eine darauf hin vorgenommene Revision der französischen Messung, die einen Grad von

57012ᵗ unter 45⁰ 0′ nördlicher Breite

ergab, hob auch den frühern Widerspruch auf.

Die durch **Louis** XV. (1710—1774) oder wohl fast mehr durch seinen frühern Lehrer und damaligen Premier, den Cardinal André-Hercule de **Fleury** (Lodève in Languedoc 1653 — Issy bei Paris 1743; siehe sein Eloge durch Mairan in Mém. Par. 1743) bewilligte Expedition nach Peru ging 1735 ab, und bestand neben **Bouguer** und **La Condamine** aus dem äusserst fleissigen Louis **Godin** (Paris 1704 — Cadix 1760; Mitglied der Pariser-Academie und später Director der Seecadettenschule in Cadix; s. sein Eloge durch Fouchy in Mém. Par. 1760) und den spanischen Officieren Don Jorge **Juan** y Santacilia (Novelda in Valencia 1713 — Madrid 1773; später Commandant der Marine-Arsenale) und Don Antonio de **Ulloa** (Sevilla 1716 — Isla de Leon bei Cadix 1795; später Gouverneur von Louisiana und Generallieutenant). Die Vermessungsarbeiten, welche sehr sorgfältig, ja aus gegenseitigem Misstrauen der beiden Hauptchefs meist doppelt ausgeführt wurden, und bei grossen Localschwierigkeiten einen Bogen von etwas mehr als drei Graden beschlugen, dauerten bis 1741. — An der zweiten Expedition nahmen ausser dem mehr in den Pariser-Salon's einheimischen als feldtüchtigen Pierre-Moreau de **Maupertuis** (St. Malo 1698 — Basel 1759; Mitglied der Pariser- und später Präsident der Berliner-Academie; vergl. „Angliviel de la Beaumelle, Vie de Maupertuis. Paris 1856 in 8. und Bd. 2 meiner Biographieen) einige theils ganz junge, theils wenigstens in solchen Arbeiten unerfahrne, wenn auch sonst sehr tüchtige Männer Theil, nämlich **Clairault**, Charles-Etienne-Louis **Camus** (Cressy 1699 — Paris 1768; Mitglied der Pariser-Academie), **Lemonnier** und Reginaud **Outhier** (Lamare 1694 — Bayeux 1774; Abbé und später Canonicus in Bayeux), an welche sich dann allerdings noch **Celsius** anschloss; sie ging 1736 nach Lappland ab, maass dort ziemlich rasch einige Dreieckswinkel und Polhöhen, sowie bei grimmiger Kälte und tiefem Schnee auf dem Eise des Flusses Tornea eine Basis, und hatte schon im Frühjahr 1737 ihren im Texte mitgetheilten Grad fertig, über dessen, nachmals durch „Jöns **Svanberg** (Neder-Kalix bei Tornea 1771 — Upsala 1851; Professor der Mathematik und Astronomie in Upsala), Opérations faites en Lapponie pour la détermination d'un arc du méridien. Stockholm 1805 in 8.“ auf 57196ᵗ,15 reducirte Grösse **Maupertuis** selbst stutzig wurde, jedoch vorzog, diese unwirthlichen Gegenden zu verlassen, um mit seiner Messung, und fast noch mehr mit seinen lappländischen Kleidern und Schönen in Paris gehörigen Puff zu machen, sowie die im Texte erwähnte Revision der französischen Gradmessung durch **Cassini** de Thury zu veranlassen. Der Streit wurde hiedurch entschieden, ehe das Resultat der Hauptexpedition, von der **Bouguer**

1744, **La Condamine** 1746 und **Godin** erst 1751 zurückkehrte, definitiv festgestellt und bekannt geworden war; dagegen ermöglichte erst Letzteres durch Anwendung von 376 : 2, 3, Erddimensionen und Grösse der Abplattung zuverlässig zu bestimmen. — Für weitern Detail vergleiche „**Maupertuis**, La figure de la terre. Paris 1738 in 8. (Auch Amsterdam 1738; deutsch durch S. König, Zürich 1741; lat. durch A. Zeller, Lipsiæ 1742), — **Cassini** de Thury, La méridienne de l'observatoire de Paris vérifiée dans toute l'étendue du royaume. Paris 1744 in 4., — **Outhier**, Journal d'un voyage au Nord fait en 1736. Paris 1744 in 8. (Auch Amsterdam 1746), — **Juan** y **Ulloa**, Relacion historica del viage a la America meridional. Madrid 1748, 4 Vol. in 4. (Auch 1773; franz. Paris 1752 und Amsterdam 1752), — **Bouguer**, La figure de la terre. Paris 1749 in 4., ferner: Justification des Mémoires de l'Académie 1744 (Cassini) et du livre de la figure de la terre (Bouguer). Paris 1752 in 4., und: Lettre dans laquelle on discute divers points d'astronomie pratique, et remarques sur le supplément au journal du voyage de M. de la Condamine, Paris 1754 in 4., — und **La Condamine**, Journal du voyage fait par ordre du roi à l'équateur. Paris 1751 in 4., ferner: Mesure des trois premiers degrés du méridien dans l'hémisphère austral. Paris 1751 in 4., ferner: Supplément au journal historique, etc., pour servir de réponse aux objections de M. B. Paris 1752 in 4., und: Réponse à la lettre de M. Bouguer. Paris 1754 in 4."

378. Die neuern Breitengradmessungen. Seit den Expeditionen nach Peru und Lappland haben sich die Gradmessungen ungemein vervielfältigt. Nicht nur unternahmen Maire und Boscovich solche im Kirchenstaate, Liesganig in Ungarn und Oesterreich, Beccaria und Canonica in Piemont, Mason und Dixon in Pennsylvanien, Lacaille und später Maclear am Cap der guten Hoffnung, Burrow in Bengalen, Gauss in Hannover, Schumacher in Dänemark, Bessel und Baeyer in Preussen, Roy, Mudge und James in England, etc., sondern es wurden auch drei ganz grosse Operationen dieser Art unternommen, — die französische, die ostindische und die russische Gradmessung: Die Ersterwähnte, welche in den Jahren 1791 bis 1808 durch Méchain, Delambre, Biot und Arago zur Bestimmung der Länge des dem metrischen Systeme zu Grunde gelegten Meridianquadranten unternommen wurde, umfasst nämlich nicht weniger als $12^1/_2$ Grade, — die von Lambton und Everest von 1802 bis 1843 in Ostindien Ausgeführte über 21 Grade, und die von Tenner, Hansteen, Selander und Struve 1816 bis 1855 vom Eismeer bis an die Donau durchgeführte Messung sogar über 25 Grade. Alle diese Messungen vereinigen sich auf das Schönste mit den Ergebnissen der beiden erst erwähnten Expeditionen, und es darf wohl als dadurch erwiesen angesehen werden, dass die Erde wenigstens sehr nahe die Gestalt eines Rotationsellipsoides besitzt.

Für den Detail der im Texte erwähnten Messungen vergleiche „Christoph **Maire** (1697 — Gent 1767; Jesuit, Lehrer und Rector in Lüttich und Rom)

und R. G. **Boscovich,** De litteraria expeditione per pontificium ditionem ad dimitiendos duos meridiani Gradus. Romæ 1755 in 4. (Franz. Paris 1770), — Joseph **Liesganig** (Gratz 1719 — Lemberg 1799; Jesuit, Professor der Mathematik zu Kaschau und Wien), Dimensio graduum meridiani viennensis et hungarici. Viennæ 1770 in 4., — Giacomo Battista **Beccaria** (Mondovi 1716 — Turin 1781; Professor der Physik in Turin) und Domenico **Canonica** (Cortemiglia 1739 — Borgomale 1790; Professor der Physik in Turin), Gradus Taurinensis. Aug. Taur. 1774 in 4., — **Maskelyne,** Introduction to the observations made by Charles Mason (17.. — 1787) and Jeremiah Dixon (17.. — 1777), for determining the lenght of a degree of latitude in the Provinces of Maryland and Pennsylvania (Phil. Trans. 1768), — **Lacaille,** Observations sur la mesure du 34^{me} degré de la latitude australe au Cap de Bonne-Espérance (Mém. Par. 1751), und Thomas **Maclear,** Director der Sternwarte am Cap: Verification and extension of La Caille's Arc of Meridian at the Cape of Good Hope. London 1866, 2 Vol. in 4., — Isaac **Dalby** (Gloucestershire 1744 — Farnham 1824; Professor der Mathematik zu Marlow), Account of the late Mr. Reuben Burrow (1747—1792) Measurement of a Degree of Longitude and another of Latitude near the Tropic in Bengal. London 1796 in 4, — **Gauss,** Nachricht von der Hannöver'schen Gradmessung (Astr. Nachr. 7, 24 und Bode's Jahrb. auf 1826), und: Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen Göttingen und Altona. Göttingen 1828 in 4., — **Schumacher,** Mesure de degrés en Danemark (Zach Corr. astr. 1, 3), und Schreiben an Olbers in 213, — **Bessel** und **Baeyer,** Gradmessung in Ostpreussen. Berlin 1838 in 4, — William **Roy** (17.. — London 1790; Generalmajor), An account of the measurement of a base on Hounslow-Heath (Phil. Trans. 1785; franz. durch Prony, Paris 1787 in 4.), und: Account of the trigon. operations between Greenwich and Paris (Phil. Trans. 1787 und 1790), ferner: William **Mudge** (Plymouth 1762 — London 1820; Generalmajor), An account of the operation for accomplishing the trigonometrical survey of England. London 1799—1811, 4 Vol. in 4., und: Account of the measurements of an arc of the meridian from Dunnose to Clifton (Phil. Trans. 1803 und 1812), sowie endlich: H. **James** und A. R. **Clarke,** Account of the observations and calculations of the principal triangulation, and of the figure, dimension and mean specific gravity of the earth as derived therefrom. London 1858 in 4., — **Méchain** und **Delambre.** Base du système métrique décimal, ou mesure de l'arc du méridien compris entre les parallèles de Dunkerque et Barcelone. Paris 1806—1810, 3 Vol. in 4., sowie: **Biot** und **Arago,** Recueil d'observations géodésiques, astronomiques et physiques. Paris 1821 in 4., — William **Lambton** (1748? — 1823; Oberstlieutenant), An abstract of the results deduced from the measurement of an arc of the meridian extending from latitude 8° 9′ 38″,4 to 18° 3′ 23″,6 (Phil. Trans. 1818 und 1823), ferner: George **Everest,** An account of the measurement of an arc of the meridian between 18° 3′ and 24° 7′. London 1830 in 4., und: An account of the measurement of two sections of the meridional arc of India. London 1847, 2 Vol. in 4., — W. **Struve,** Beschreibung der Breitengradmessung in den Ostseeprovinzen Russlands. Dorpat 1831, 2 Bde. in 4., und: Arc du méridien de 25° 20′ entre le Danube et la mer glaciale, mesuré depuis 1816 jusqu'en 1855 sous la direction de C. de Tenner (später russischer Infanteriegeneral), Christoffer Hansteen (Christiania 1784; Professor der Astronomie und Director der Sternwarte zu Christiania), Nils Haquin Selander (Angermanland 1804 —

Stockholm 1870; Professor der Astronomie zu Upsala, dann Director der Sternwarte zu Stockholm) und F. G. W. Struve. St. Pétersbourg 1860, 2 Vol. in 4., — L. **Posch,** Geschichte und System der Breitengradmessungen. Freysing 1860 in 8., — etc.“ — Die aus den besten dieser Messungen hervorgehenden Resultate sind in 376 behandelt, und es mag hier nur noch über die Veranlassung zu der neuen französischen Gradmessung, und das sich darauf gründende Maass-System Folgendes beigefügt werden: Die französische Nationalversammlung beauftragte 1790 nach Antrag von **Talleyrand** die Pariser-Academie, eine unveränderliche Grundlage für Maass und Gewicht aufzusuchen. Letztere bildete zu diesem Zwecke aus **Borda, Lagrange, Laplace, Monge** und **Condorcet** eine Commission, und beschloss 1791 III 19 nach deren Rapport ein Decimalsystem vorzuschlagen, — für die Längen den Zehnmillionsten Theil des Meridianquadranten als Einheit anzuempfehlen, und die Gewichte auf das Gewicht einer Volumeneinheit destillirten Wassers zu basiren. Die Nationalversammlung sanctionirte diesen Vorschlag, und befahl die nöthigen Vorarbeiten, d. h. die bereits besprochene Gradmessung sofort in Angriff zu nehmen. Die ungeduldigen Revolutionsmänner warteten jedoch nicht einmal den 1800 erhaltenen ersten Abschluss der Messung ab, sondern beschlossen schon 1795 IV 7 nach dem Antrage von C. A. **Prieur** (Auxonne 1763 — Dijon 1832; Genieofficier und Mitglied des Nationalconventes) sofort den Zehnmillionsten Theil des Erdquadranten unter dem Namen **Mètre** als Längeneinheit zu proclamiren, die **Are** = 100 Quadratmeter als Flächeneinheit zu wählen, den **Stère** = 1 Kubikmeter als Volumeneinheit, den **Litre** = 1 Kubikdecimeter als Flüssigkeitsmaass, das **Gramme** im Gewichte von 1 Kubikcentimeter reinen Wassers bei seiner grössten Dichte als Gewichtseinheit, und den **Franc** = $4{,}5^{gr.}$ Silber + $0{,}5^{gr.}$ Kupfer als Münzeinheit. Provisorisch wurde der Meter zu 443,443''' der Toise du Pérou bei 13° R. angenommen, und dann, nachdem eine internationale Commission, in der z. B. **Tralles** Helvetien, **Mascheroni** Cisalpinien und **Van Swinden** Batavien vertrat, die Grundlagen des Systems nochmals durchberathen hatte, durch Verordnung von 1799 IV 24 definitiv zu 443''',296 festgesetzt, — statt zu 443''',334, welche er der Definition entsprechend nach den Untersuchungen von **Bessel** (s. 376) eigentlich haben sollte. Immerhin verbreitete sich das metrische System nach und nach auch über andere Länder, und wurde namentlich fast allgemein als wissenschaftliches Maass gewählt, — aber nur um seiner schönen Gliederung willen, nicht weil es, wie Manche vorgeben wollten, ein **Naturmaass** war; denn ein solches gibt es nicht (vergl. 74), — ja der Meter ist es noch weniger, als es das ihm (s. 375) in der Länge sehr nahe kommende **Secundenpendel** gewesen wäre, welches schon **Hugens** als Längeneinheit vorschlug, — das nachmals wieder unter Annahme einer bestimmten Breite **La Condamine** (0°) und **Bouguer** (45°) empfahlen, — und das angeblich von der französischen Commission nur verworfen wurde, weil die Zeitsecunde ein willkürlicher Theil des Tages sei, — ja das jedenfalls den Vorzug vor allen seit dieser Zeit Vorgeschlagenen verdient hätte, — von der durch **Babinet** befürworteten **Lichtwelle** von circa $0{,}00055^{mm}$ Länge hinweg bis zu dem von dem Chorherrn Joseph-Antoine **Berchtold** in Sitten (1780—1859) seiner Schrift „Maassenlehre der Natur. Sitten 1846 in 8. (Franz. Paris 1847)“ zu Grunde gelegten **Tagespendel** (31°) von mehr als einer Million deutscher Meilen.

374. Die Längengradmessungen. Alle bis jetzt besprochenen Gradmessungen waren Messungen von Breiten- oder Meridian-Graden; aber neben ihnen wurde wenigstens auch Eine grössere Messung von Längen- oder Parallel-Graden unternommen, nämlich die von 1811 bis 1823 durch Brousseau, Henri, Carlini, Plana, etc. quer durch Frankreich und Italien bis nach Istrien Geführte. Auch diese Operation bestätigte im Allgemeinen die aus den Breitengradmessungen gezogenen Resultate; aber daneben ergab sie dann auch das Vorkommen kleiner Anomalien, sei es in Folge von wirklichen Unregelmässigkeiten in der Gestalt, sei es als Wirkung besonderer Localanziehungen. Letztere zeigten sich namentlich in auffallender Weise bei dem in Verbindung mit dieser Messung durch Carlini und Plana auf der Südseite der Alpen bestimmten Meridiangrade, indem man dadurch gezwungen wurde, an den beiden Enden desselben eine Differenz der Lothablenkung von vollen 42",5 anzunehmen. Seither hat Schweizer bei Moskau eine gewissermassen entgegengesetzte Erscheinung wahrgenommen, die auf eine grosse Höhlung in der Erde schliessen lässt.

Wäre die Erde ein regelmässig geschichtetes Rotationsellipsoid, so müssten die einzelnen Grade eines Parallelkreises gleich lang, und die Intensität der Schwere in jedem Puncte desselben gleich gross sein. Um hierüber Aufklärung zu erhalten, schickte das Bureau des longitudes 1808 nach dem Wunsche von **Laplace** den eben mit seinen Pendelapparaten von Formentera zurückgekehrten **Biot** an verschiedene Stellen des 45. Parallels, der schon durch die Arbeiten von **Delambre** verdächtig geworden war, um (375) die Intensität der Schwere zu bestimmen. Die Differenzen der hiebei gefundenen Werthe waren zu gross, um sie Beobachtungsfehlern zuschreiben zu können, — man musste also Abweichungen von dem bis dahin vorausgesetzten Rotationsellipsoide vermuthen, und zu ihrer Verification wirkte **Laplace** 1811 aus, dass zur Grundlage der damals beschlossenen neuen Karte von Frankreich in erster Linie längs dem 45. Parallel triangulirt wurde: Die Section von Bordeaux bis Genf führte mit verschiedenen, durch die Kriege veranlassten Unterbrechungen Oberst **Brousseau** bis 1820 aus, — diejenige von Genf bis Fiume, welche Oberst **Henry** begonnen hatte, wurde nach dem Frieden durch österreichische und sardinische Generalstabsofficiere unter Zuzug der Astronomen **Carlini** und **Plana** bis 1823 zu Ende geführt, — und schliesslich maass **Biot** 1824/25 auch noch in Mailand, Padua und Fiume die Intensität der Schwere. Alle diese Bestimmungen bestätigten (vergl. das „Recueil" in 373 und die „Opérations" in 366) die oben angedeuteten Vermuthungen, und ergaben unter Anderm Folgendes: Für einen auf der Südseite der Alpen bestimmten Meridiangrad erhielten **Carlini** und **Plana** 57687^t, während sie in jener Breite nach den übrigen Gradmessungen nur 57013^t hätten finden sollen. Es war diess offenbar eine Folge der gegen das Gebirge hin merklich zunehmenden Ablenkung $\beta > \alpha$ des Lothes, welche statt φ nur $\varphi' = \varphi - (\beta - \alpha)$ ergab,



folglich beim Theilen der Distanz durch das zu kleine φ' einen zu grossen Grad. Da der Unterschied 57687 — 57013 = 674^t einem Winkelunterschiede 42″,5 entspricht, so erklärt somit $\beta - \alpha = 42'',5$ die ganze Anomalie. — Verwandte merkwürdige Thatsachen veröffentlichte Gottfried **Schweizer** (Wyla bei Zürich 1816; Professor der Astronomie und Director der Sternwarte zu Moskau) in seinen „Untersuchungen über die in der Nähe von Moskau stattfindende Local-Attraction. Nro. 1—3 (Bulletin de Moscou 1863—1864)“: Er fand, dass die astronomisch bestimmte Equatorhöhe in Moskau um 10″ grösser sei als die (378) geodätisch auf verschiedenen Wegen übereinstimmend erhaltene, — dass die Abweichung nach N abnehme, bis sie in etwa 20$^{kil.}$ verschwinde, — dass sie auch nach S abnehme, in 12$^{kil.}$ ebenfalls verschwinde, dann aber in entgegengesetztem Sinne wieder zunehme, bis sie nach weiteren 12$^{kil.}$ auf 8″ gestiegen, und endlich nach circa neuen 20$^{kil.}$ ganz erlösche. Eine ähnliche, nur etwas schwächere Erscheinung zeigte sich unter



östlichen und westlichen Meridianen, und das Ganze schien darauf hinzudeuten, dass sich bei a eine von W nach O streichende Höhlung von etwa 1½ Kubikmeilen in der Erde befinde. — Anhangsweise mag, unter Hinweisung auf 389, bemerkt werden, dass schon **Bouguer** und **La Condamine** in Peru, dann wieder **Zach** bei Marseille Versuche über die Ablenkung des Lothes machten, und Letzterer unter dem Titel „L'attraction des montagnes et ses effets sur les fils à plomb. Avignon 1814, 2 Vol. in 8.“ ein grösseres Werk darüber publicirte, auch noch in neuerer Zeit z. B. **Denzler** in seiner Abhandlung „Ueber die geographische Lage von Zürich und einige physikalisch-geographische Untersuchungen (Zürch. Mitth. 1847)“ betreffende Studien veröffentlichte.

375. Die Bestimmungen mit dem Secundenpendel. Wie es schon bei Anlass der Beobachtungen von Richer angedeutet wurde, hängt für jeden Ort die Länge des Secundenpendels theils von seiner geographischen Lage, theils von der Gestalt und den Schichtungsverhältnissen der Erde ab, — und umgekehrt muss es daher auch möglich sein, aus den an zwei und mehr Orten gemessenen Pendellängen auf Dimension, Gestalt, ja sogar auf die innere Struktur der Erde zu schliessen. Die Länge l des Secundenpendels ist nämlich (255:4) gleich der Schwere $g:\pi^2$, und g ist (371) die nach der Normale wirkende Resultirende aus der Anziehung nach dem Mittelpuncte und der Centrifugalkraft. Nun schneidet aber die Normale von der grossen Axe ein Stück ab, das (143:10; 263:1) der Centrifugalkraft proportional ist, also kann auch die Schwere dem von der grossen Axe abgeschnittenen Stücke der Normale proportional gesetzt werden. Bezeichnet daher g_φ die Schwere unter der Breite φ, so verhält sich (143:12) sehr nahe

$$g_\varphi : g_0 = (1 + \frac{e^2}{2} \operatorname{Sin}^2 \varphi) : 1$$

oder es ist

$$g_\varphi = A + B \,.\, \mathrm{Sin}^2\,\varphi = C\,(1 - D \,.\, \mathrm{Cos}\; 2\varphi) \qquad 1$$

wo

$$A = g_0 \qquad B = g_0 \,.\, \frac{e^2}{2} \qquad C = \frac{2A + B}{2} \qquad D = \frac{B}{2A + B} \qquad 2$$

und daher die Länge des Secundenpendels

$$l_\varphi = \frac{1}{\pi^2}(A + B\;\mathrm{Sin}^2\,\varphi) \qquad l_\psi = \frac{1}{\pi^2}(A + B\;\mathrm{Sin}^2\,\psi) \qquad 3$$

woraus bei bekannten Werthen von l_φ und l_ψ

$$B = \frac{\pi^2\,(l_\varphi - l_\psi)}{\mathrm{Sin}\,(\varphi + \psi)\;\mathrm{Sin}\,(\varphi - \psi)} \qquad A = \pi^2 \,.\, l_\varphi - B\;\mathrm{Sin}^2\,\varphi \qquad 4$$

folgen, also nach 2 auch g_0 und e, sowie (143:5) die Abplattung α bestimmt werden kann, — Letztere jedoch nach Clairaut's Untersuchung, da die Voraussetzung eines homogenen Ellipsoides bei der Erde nicht statthaft ist, besser nach der Formel

$$\alpha = \frac{10 \,.\, a \,.\, \pi^2}{A \,.\, T^2} - \frac{B}{A} \qquad 5$$

wo a die halbe grosse Axe des Equators in der A und B zu Grunde liegenden Längeneinheit, und T die auf einen Sterntag fallende Anzahl mittlerer Zeitsecunden bezeichnet. Mit Hülfe dieser Formeln leitete Pouillet 1854 aus zahlreichen Pendelmessungen, für deren Princip auf 256 zu verweisen ist,

$$\begin{aligned} g_\varphi &= 9^m{,}781027 + 0{,}0500574 \,.\, \mathrm{Sin}^2\,\varphi \\ &= 9{,}806056\,(1 - 0{,}0025524\;\mathrm{Cos}\;2\varphi) \qquad \alpha = \frac{1}{283{,}3} \qquad 6 \\ l_\varphi &= 0{,}991026 + 0{,}0050719 \,.\, \mathrm{Sin}^2\,\varphi \end{aligned}$$

ab. Für Borda's, speciell für das mittlere Europa geltende Formel vergleiche 251.

Nach 2 und 143:5 würde

$$\alpha = 1 - \sqrt{1 - e^2} = \text{nahe } {}^1\!/_2\, e^2 = \frac{B}{A} \qquad 7$$

folgen, während **Clairaut** in seiner Schrift „Théorie de la figure de la terre. Paris 1743 in 8. (2. éd. 1808)" gezeigt hat, dass, wenn

$$f_0 = 4\,\pi^2 \,.\, \frac{a}{T^2} \qquad \text{und} \qquad \alpha' = {}^5\!/_4 \,.\, \frac{f_0}{g_0} \qquad 8$$

die Schwungkraft am Equator und die Abplattung bei homogener Erde bezeichnen, die wirkliche Abplattung der aus Schichten verschiedener Dichte bestehenden Erde

$$\alpha = 2\,\alpha' - \frac{B}{A} \qquad 9$$

beträgt, oder die durch 5 angegebene Grösse hat. — Wenden wir die obigen Formeln auf die durch **Schmidt** in seiner „Mathematischen Geographie (vergl. 863)" aus „Edward **Sabine** (Dublin 1788; Generalmajor und Präsident der Royal Society), An account of experiments to determine the figure of the earth. London 1825 in 4." mitgetheilten Beobachtungen

$$l_\varphi = 39'',21460 \text{ Engl. bei } \varphi = 79^0\ 49'\ 58''$$
$$l_\psi = 39{,}02074 \quad - \quad - \quad \psi = 0\ 24\ 41$$

an, dabei mit unserm Gewährsmann $\mathfrak{a} = 3271837{,}5^t . 6 . 12 . 1'',06575$ Engl. und $T = 86400^s . 0{,}99727$ setzend, so erhalten wir

$$g_\varphi = 385'',1459 + 1'',9750 . \mathrm{Sin}^2\,\varphi \qquad \alpha = 1/_{281}$$
$$l_\varphi = 39{,}0234 + 0{,}2001 . \mathrm{Sin}^2\,\varphi$$

Mit Zuzug der weitern Beobachtungen von **Sabine**, sowie der ebenfalls zahlreichen Bestimmungen von **Biot**, **Kater**, etc., erhielt **Schmidt** 1829 unter Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate

$$g_\varphi = 9^m,780622 + 0{,}0508639 . \mathrm{Sin}^2\,\varphi \qquad \alpha = \frac{1}{289{,}9}$$
$$= 9{,}806054\,(1 - 0{,}0025935 . \mathrm{Cos}\,2\,\varphi) \qquad \mathbf{10}$$
$$l_\varphi = 0{,}9909827 + 0{,}00515358 . \mathrm{Sin}^2\,\varphi$$

welche eine schöne Uebereinstimmung mit den zum Theil auf Grundlage anderer Beobachtungen beruhenden Formeln von **Pouillet**, welche unter 6 im Texte mitgetheilt wurden, erzeigen.

376. Die Berechnung der Grösse und Gestalt der Erde aus zwei und mehr Gradmessungen. — Jede einzelne Messung eines Meridiangrades G liefert die Grösse des Krümmungshalbmessers

$$R = \frac{180 . G}{\pi} \qquad \mathbf{1}$$

unter der mittlern Breite φ desselben, und da man (143 : 15) für jede zwei solche Krümmungshalbmesser einer Ellipse

$$R_1 = \frac{\mathfrak{a}\,(1 - e^2)}{(1 - e^2\,\mathrm{Sin}^2\,\varphi_1)^{3/2}} \qquad R_2 = \frac{\mathfrak{a}\,(1 - e^2)}{(1 - e^2\,\mathrm{Sin}^2\,\varphi_2)^{3/2}} \qquad \mathbf{2}$$

hat, so kann man somit aus ihnen nach

$$e^2 = \frac{1 - A}{\mathrm{Sin}^2\,\varphi_2 - A . \mathrm{Sin}^2\,\varphi_1} \quad \text{wo} \quad A = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{2/3} = \left(\frac{G_1}{G_2}\right)^{2/3} \qquad \mathbf{3}$$

die Excentricität e, nach 2 sodann $\mathfrak{a}$, und nach 143 auch $\mathfrak{b}$ und die Abplattung $\alpha = (\mathfrak{a} - \mathfrak{b}) : \mathfrak{a}$ berechnen. In solcher Weise fand Manpertuis aus seiner Messung und derjenigen von Cassini

$$e^2 = 0{,}0145031 \qquad \mathfrak{a} = 3278631^t \qquad \mathfrak{b} = 3254768^t \qquad \alpha = 1/_{137}$$

während sich ans der Peruanischen und der von Svanberg revidirten Lappländischen Messung ($57196^t,15$ unter $66^0\ 20'\ 10''$)

$$e^2 = 0{,}0064376 \qquad \mathfrak{a} = 3271651^t \qquad \mathfrak{b} = 3261103^t \qquad \alpha = 1/_{310}$$

ergeben. — Hat man mehr als zwei Messungen, so kann man dieselben **entweder** paarweise verbinden und sehen, ob man aus verschiedenen Paaren dieselben Werthe für $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, e, α erhält, also sich die Voraussetzung der ellipsoidischen Gestalt bewährt, — **oder** diese Werthe mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate so bestimmen, dass sie der Gesammtheit der Messungen möglichst gut entsprechen. So hat Bessel 1837 alle damals vorhandenen guten

Gradmessungen zur Bestimmung der Grösse und Gestalt der Erde benutzt, und daraus ein Rotationsellipsoid mit

$$\mathfrak{a} = 6{,}5148235337 = 3272077^t{,}14$$

$$\mathfrak{b} = 6{,}5133693593 = 3261139{,}33$$

$$\log e = \overline{8}{,}9122052075 \qquad \log \sqrt{1 - e^2} = \overline{9}{,}9985458202$$

$$n = \frac{\mathfrak{a} - \mathfrak{b}}{\mathfrak{a} + \mathfrak{b}} = 0{,}001674184767 \qquad \log(1 + n^2) = 0{,}0000012173$$

$$\alpha = {}^1/_{299 \cdot 153} \qquad {}^1/_{15}{}^0 = 3807^t{,}23463 \qquad q = 10000856^m$$

wo q die Länge eines Meridianquadranten bezeichnet, gefunden, das ihnen sämmtlich so ziemlich innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler genügt, — nahe so gut, als ein nachher von Schubert ermitteltes dreiaxiges Ellipsoid, und ein von Ritter aufgesuchter Rotationskörper, dessen Erzeugende etwas von der Ellipse abweicht. Man darf daher wenigstens vorläufig daran festhalten, dass die Erde sehr nahe ein Rotationsellipsoid sei, und bei der nicht sehr bedeutenden Abplattung ihr zu praktischen Zwecken sehr häufig sogar eine Kugel substituiren, deren Radius

$$r = 3266330^t = 6366197^m = \overline{6{,}8038801}^m = 859{,}4268 \text{ g. M.}$$

oder deren Quadrant 10 Millionen Meter beträgt.

Nach 143 : 8, 9 hat man

$$x = \frac{\mathfrak{a} \operatorname{Cos} \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi}} \qquad y = \frac{\mathfrak{a}(1 - e^2) \operatorname{Sin} \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi}} \qquad \mathbf{4}$$

und somit

$$dx = \frac{\mathfrak{a}(1 - e^2) \operatorname{Sin} \varphi}{(1 - e^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi)^{3/2}} \cdot d\varphi \qquad dy = \frac{\mathfrak{a}(1 - e^2) \operatorname{Cos} \varphi}{(1 - e^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi)^{3/2}} \cdot d\varphi \qquad \mathbf{5}$$

folglich nach 141 : 1 mit Hülfe von 44 : 2 und 50 : 17

$$s = \int_0^\varphi \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot dx = \mathfrak{a}(1 - e^2) \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{(1 - e^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi)^{3/2}} =$$

$$= \mathfrak{a}(1 - e^2) \int_0^\varphi \left[1 + \frac{3}{1} \cdot \frac{e^2}{2} \operatorname{Sin}^2 \varphi + \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{e^4}{2^2} \operatorname{Sin}^4 \varphi + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{e^6}{2^3} \operatorname{Sin}^6 \varphi + \ldots\right] d\varphi$$

$$= \mathfrak{a}(1 - e^2) \int_0^\varphi \left[\begin{array}{l} 1 + \frac{3}{4} e^2 + \frac{45}{64} e^4 + \frac{175}{256} e^6 + \ldots - \left(\frac{3}{4} e^2 + \frac{15}{16} e^4 + \frac{525}{512} e^6 + \ldots\right) \operatorname{Cos} 2\varphi \\ + \left(\frac{15}{64} e^4 + \frac{105}{256} e^6 + \ldots\right) \operatorname{Cos} 4\varphi - \left(\frac{35}{512} e^6 + \ldots\right) \operatorname{Cos} 6\varphi + \ldots \end{array}\right] d\varphi$$

$$= \mathfrak{a}(1 - e^2)\, E\, [\varphi - \alpha \operatorname{Sin} 2\varphi + \beta \operatorname{Sin} 4\varphi - \gamma \operatorname{Sin} 6\varphi + \ldots] \qquad \mathbf{6}$$

wo

$$E = 1 + \frac{3}{4} e^2 + \frac{45}{64} e^4 + \frac{175}{256} e^6 + \ldots \qquad E\alpha = \frac{3}{8} e^2 + \frac{15}{32} e^4 + \frac{525}{1024} e^6 + \ldots$$

$$E\beta = \frac{15}{256} e^4 + \frac{105}{1024} e^6 + \ldots \qquad E\gamma = \frac{35}{3072} e^6 + \ldots \quad \text{etc.} \qquad \mathbf{7}$$

Setzt man $\varphi = {}^1/_2 \pi$, und bezeichnet den mittlern Werth eines Meridiangrades

mit g, so erhält man nach 6 (vergl. auch 143 : 30)

$$90 \cdot g = a(1-e^2)E \cdot {}^1\!/_2 \pi \qquad \text{also} \qquad a(1-e^2)E = \frac{180 \cdot g}{\pi} \qquad 8$$

folglich statt 6

$$s = \frac{180 \cdot g}{\pi} [\varphi - \alpha \operatorname{Sin} 2\varphi + \beta \operatorname{Sin} 4\varphi - \gamma \operatorname{Sin} 6\varphi + \ldots] \qquad 9$$

und ebenso

$$s' = \frac{180 \cdot g}{\pi} [\varphi' - \alpha \operatorname{Sin} 2\varphi' + \beta \operatorname{Sin} 4\varphi' - \gamma \operatorname{Sin} 6\varphi' + \ldots]$$

Setzt man daher $\varphi' - \varphi = l$ und $\varphi' + \varphi = 2L$, so hat man den Abstand der den Polhöhen φ und φ' entsprechenden Parallelkreise

$$s' - s = \frac{180 \cdot g}{\pi} [l - 2\alpha \operatorname{Sin} l \cdot \operatorname{Cos} 2L + 2\beta \operatorname{Sin} 2l \cdot \operatorname{Cos} 4L - \ldots]$$

oder, wenn man beidseitig mit 60 . 60 multiplicirt, l in Secunden ausdrückt, und $180 \cdot 60 \cdot 60 : \pi = 1 : \operatorname{Sin} 1'' = w$ setzt, sowie die höhern Glieder vernachlässigt,

$$\frac{3600}{g}(s' - s) = l - 2w\alpha \operatorname{Sin} l \cdot \operatorname{Cos} 2L + 2w\beta \operatorname{Sin} 2l \operatorname{Cos} 4L \qquad 10$$

wo nach 7

$$\alpha = \frac{3}{8}e^2 + \frac{3}{16}e^4 + \frac{111}{1024}e^6 + \ldots \qquad 11$$

Substituirt man in letzterer Gleichung rechts

$$e^2 = A \cdot \alpha + B\alpha^2 + C\alpha^3 + \ldots$$

so erhält man

$$\alpha = \frac{3}{8}A\alpha + \left(\frac{3}{8}B + \frac{3}{16}A^2\right)\alpha^2 + \left(\frac{3}{8}C + \frac{3}{8}AB + \frac{111}{1024}A^3\right)\alpha^3 + \ldots$$

so dass die Gleichheiten

$$1 = \frac{3}{8}A \qquad 0 = \frac{3}{8}B + \frac{3}{16}A^2 \qquad 0 = \frac{3}{8}C + \frac{3}{8}AB + \frac{111}{1024}A^3 \quad \text{etc.}$$

bestehen müssen, aus denen

$$A = \frac{8}{3} \quad B = -\frac{32}{9} \quad C = 4 \quad \text{etc., d. h.} \quad e^2 = \frac{8}{3}\alpha - \frac{32}{9}\alpha^2 + 4\alpha^3 - \ldots \qquad 12$$

folgen, und somit mit Hülfe von 7

$$\beta = \frac{15}{256}e^4 + \frac{15}{256}e^6 + \ldots = \frac{5}{12}\alpha^2 + \ldots \qquad 13$$

Hat man nun eine Reihe von Gradmessungen, und schreibt 10 für jede derselben auf, dabei

$$g = \frac{g_0}{1+i} \qquad \alpha = \alpha_0(1+k) \qquad \beta = \frac{5}{12}\alpha^2 = \frac{5}{12}\alpha_0^2(1+k)^2 \qquad 14$$

setzend, wo g_0 und α_0 provisorische Werthe für g und α bezeichnen, so werden sich wegen der Unvollkommenheiten der Messungen, wenn auch die Erde ein ganz regelmässiges Rotationsellipsoid sein sollte, aus jeden zwei Gleichungen etwas verschiedene Werthe für l und k ergeben, und man wird, da eine Bogensecunde des Meridianes über 30 Meter misst, also ein Messungsfehler eher in der, überdiess noch von Localanziehungen influirten Polhöhendifferenz als in der gemessenen Distanz zu suchen ist, die besten Werthe für i und k finden, wenn man l in $l + x$ übergehen lässt, und dann i und k so bestimmt, dass Σx^2 ein Minimum wird. — Für diese Annahmen geht aber, wenn man die Producte und zweiten Potenzen der kleinen Grössen x, i, k und den Einfluss von x auf L vernachlässigt, 10 in

$$\frac{3600}{g_0}(1+i)(s'-s) = 1 + x - 2w\alpha_0(1+k)(\sin 1 + x\cos 1 . \sin 1'')\cos 2L + \\ + \frac{5}{6}w\alpha_0^2(1+2k)(\sin 21 + 2x\cos 21 . \sin 1'')\cos 4L$$

oder in

$$x = a . i + b . k + n \qquad \mathbf{15}$$

über, wo

$$a = \frac{3600}{\varrho\, g_0}(s'-s) \qquad h = \frac{2w}{\varrho}\left(\alpha_0 \sin 1 \cos 2L - \frac{5}{6}\alpha_0^2 \sin 21 \cos 4L\right)$$

$$n = \frac{1}{\varrho}\left[\frac{3600}{g_0}(s'-s) - 1\right] + \frac{2w}{\varrho}\left(\alpha_0 \sin 1 \cos 2L - \frac{5}{12}\alpha_0^2 \sin 21 \cos 4L\right) \qquad \mathbf{16}$$

$$\varrho = 1 - 2\alpha_0 \cos i \cos 2L + \frac{5}{3}\alpha_0^2 \cos 21 \cos 4L$$

und man hat daher zur Bestimmung der besten Werthe von i und k nach 210

$$i\,\Sigma a^2 + k\,\Sigma ab + \Sigma an = 0 \qquad i\,\Sigma ab + k\,\Sigma b^2 + \Sigma bn = 0 \qquad \mathbf{17}$$

So z. B. ergaben die Gradmessungen in Peru, Ostindien, Preussen und Schweden:

Endpuncte	φ			i; 2L			s'—s; (s'—s):1
	°	'	"	°	'	"	t
Tarqui	— 3	4	32,07	3	7	3,46	176875,50
Cotchesqui	+ 0	2	31,39	— 3	2	0,68	56734,05
Trivandeporum	11	44	52,59	1	34	56,43	89813,01
Paudree	13	19	49,02	25	4	41,61	56759,55
Trunz	54	13	11,47	1	30	23,98	86176,97
Memel	55	43	40,45	109	56	51,92	57144,64
Malörn	65	31	30,26	1	37	19,57	92777,93
Pahtawara	67	3	49,83	132	40	20,09	57196,11

und hieraus folgen unter Annahme von $g_0 = 57000^t$ und $\alpha_0 = {}^1/_{400}$ nach 15 die vier Gleichungen

$$\begin{aligned} x_1 &= 1{,}1227\,J + 5{,}6059\,K + 3'',7 \\ x_2 &= 0{,}5698\,J + 2{,}5835\,K + 1{,}8 \\ x_3 &= 0{,}5433\,J - 0{,}9157\,K + 4{,}5 \\ x_4 &= 0{,}5840\,J - 1{,}9711\,K + 0{,}3 \end{aligned} \qquad \mathbf{18}$$

wo 10000 i = J und 10 k = K gesetzt worden. Man hat somit entsprechend 17 die beiden Bedingungsgleichungen

$$2{,}2214 . J + 6{,}1171\,K + 7{,}7996 = 0 \qquad 6{,}1171\,J + 42{,}8244\,K + 20{,}6802 = 0$$

und hieraus folgen

$$J = -3{,}5957 \text{ oder } i = -0{,}00035957 \qquad K = +0{,}030237 \text{ oder } k = +0{,}0030237$$

so dass nach 18

$$x_1 = -0'',2 \qquad x_2 = -0'',1 \qquad x_3 = +2'',5 \qquad x_4 = -1'',8$$

und nach 14, 12, 7, 3 und 143

$$g = 57020^t{,}51 \qquad \alpha = 0{,}002507559 \qquad e^2 = 0{,}006664527$$

$$\sqrt{1-e^2} = 0{,}9966622 \qquad E = 1{,}00502966$$

$$a = 3272493^t \qquad b = 3261571^t \qquad (a-b):a = {}^1/_{299 . 80}$$

Ganz in ähnlicher Weise hat **Bessel** (vergl. A. N. 333 und 438) die im Texte

angeführten Bestimmungen erhalten, indem er zu den 4 oben benutzten noch die 6 Gradmessungen:

Gradmessung.	Polhöhe.						Bogenlänge.
	Anfang.			Ende.			
	°	'	"	°	'	"	t
Ostindische II	8	9	31,13	24	7	11,86	906171,67
Französische	38	39	56,11	51	2	8,85	705257,21
Englische	50	37	7,63	53	27	31,13	162075,93
Hannoversche	51	31	47,85	53	32	45,27	115163,72
Dänische	53	22	17,05	54	54	10,35	87436,54
Russische	52	2	40,86	60	5	9,77	459863,01

hinzunahm, und dabei durch Unterabtheilung der grössern im Ganzen 28 Sectionen bildete. Er fand dabei, dass sein Ellipsoid die Bogenlängen durchschnittlich bis auf $0^t,02$ (Max. $0^t,14$ bei einer 91696^t betragenden Section der Engl. Messung) darstelle, ohne dass er eine Polhöhe durchschnittlich um mehr als 2" (Max. $6^1/_2$" bei der franz. Station Evaux) zu verändern habe, und dass gerade bei den Stationen, welche (wie Evaux) eine grössere Veränderung erfordern, die geographische Lage locale Abweichungen sehr wahrscheinlich mache. Ja als **Encke** (s. Berl. Jahrb. 1852) die Bessel'schen Bestimmungen auch noch an der von **Maclear** (s. 373) unternommenen Revision der Lacaille'schen Gradmessung am Cap prüfte, welche für den Bogen von 33° 56' 3",00 bis 30° 21' 28",26 südlicher Breite $203608^t,439$ ergab, fand er, dass auch diese Messung bei Anbringung von etwa 5" Correction an den Polhöhen, deren Nothwendigkeit sich durch die Nähe des Tafelberges leicht erkläre, sich durch die Bessel'schen Erddimensionen ganz schön darstellen lasse, und die von Manchen supponirte Ungleichheit der beiden Hemisphären unbegründet zu sein scheine. Der seither von General **Schubert** publicirte „Essai d'une détermination de la véritable figure de la terre (Mém. Pét. 7 Série I; Nachtrag in A. N. 1231)" stellt die Gradmessungen mit ungefähr gleicher Annäherung durch ein dreiaxiges Ellipsoid dar, dessen kleinste Axe von $3261467^t,9$ mit der Umdrehungsaxe der Erde zusammenfällt, dessen Equator die grosse Axe $3272671^t,5$ in der Länge 58° 44' von Ferro und die kleine Axe $3272303^t,2$ in der Länge 148° 44' hat, und bei dem die grösste Abplattung der Meridiane $^1/_{292,109}$, die kleinste $^1/_{302,004}$ beträgt, — und dasselbe ist von den durch **Ritter** gegebenen „Recherches sur la figure de la terre (Mém. Genève 1860—1861)" zu sagen, welche die Erde als Rotationskörper belassen, aber ihrem Meridiane die Gleichung

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1+\left[\frac{1}{15297}\pm\frac{1}{17269}\right]\frac{x^2y^2}{a^2b^2} \qquad 19$$

wo $a = 3272659^t,120$ und $b = 3261459^t,206$, zuweisen. — Seither hat **James** (vergl. Cosmos 1864 IV 28) aus der englischen Gradmessung

$$a = 20927005'\ E. \qquad b = 20852372'\ E. \qquad \alpha = {}^1/_{280,4\pm 8,3}$$

und aus ihrer Verbindung mit den übrigen Gradmessungen unter Voraussetzung, es sei $1'\ E = 0^m,30479449$

$$\begin{aligned} a &= 20\,926330'\ E. = 6\,878230^m \qquad \alpha = {}^1/_{294,26} \\ b &= 20\,855240 \qquad\ \ = 6\,356562 \end{aligned} \qquad 20$$

gefunden. — Betrachtet man die Erde als eine dem Rotationsellipsoide an

Volumen gleiche Kugel, d. h. setzt man nach 205 und 143

$$\frac{4}{3} r^3 \pi = \frac{4}{3} a^2 b \pi \qquad \text{oder} \qquad r = \sqrt[3]{a^2 b} = \text{nahe } a\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) \qquad \mathbf{21}$$

so folgt nach den Werthen 20 der mit dem im Texte gegebenen Werthe von $\sqrt{a\,b}$ nicht sehr verschiedene Werth $r = 6371007^m$, und zwar entspricht dieser mittlere Radius dem elliptischen Radius unter einer bestimmten Breite φ, für welche man nach 21 und 143 : 11

$$a\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) = a\,(1 - \alpha \operatorname{Sin}^2 \varphi) \qquad \text{oder} \qquad \varphi = \operatorname{Arc Sin} \frac{1}{\sqrt{3}} = 35^0\, 15'\, 52'' \qquad \mathbf{22}$$

hat.

377. Die geocentrischen Coordinaten. Ist die Erde ein Rotationsellipsoid, so entsprechen verschiedenen Breiten anch verschiedene Entfernnngen vom Erdmittelpnncte, nnd diese, immer in Beziehnng auf a als Einheit gegebenen sog. Radien Vectoren ϱ bilden mit dem Eqnator auch etwas andere Winkel v als die Normalen. Letztere Winkel kommen offenbar noch mit der Polhöhe oder geographischen Breite φ überein, während erstere merklich kleiner sind, zur Unterscheidung **geocentrische** oder **verbesserte** Breiten heissen, nnd mit den Radien Vectoren zusammen die sog. **geocentrischen Coordinaten** bilden, welche (143), nebst den mit ϱ in der gleichen Einheit ansgedrückten Radins R der Krümmung und Normale N bis zur Umdrehnngsaxe, nach den Reihen

$$\begin{aligned} v &= \varphi - m \operatorname{Sin} 2\varphi + \frac{1}{2} m^2 \operatorname{Sin} 4\varphi - \ldots \qquad \text{wo} \qquad m = \frac{2n}{1+n^2} \\ &= \varphi - \overline{2{,}8392597}'' . \operatorname{Sin} 2\varphi + \overline{0{,}0630643}'' \operatorname{Sin} 4\varphi - \ldots \\ &= \varphi - 11'\, 30'',65 . \operatorname{Sin} 2\varphi + 1'',16 . \operatorname{Sin} 4\varphi - \ldots \end{aligned} \qquad \mathbf{1}$$

$$\begin{aligned} \log \varrho &= \log \frac{1+n^2}{1+n} + M\left[(m-n) \operatorname{Cos} 2\varphi - \tfrac{1}{2}(m^2 - n^2) \operatorname{Cos} 4\varphi + \ldots\right] \\ &= \not{9}{,}9992747 + 0{,}0007215 \operatorname{Cos} 2\varphi - 0{,}0000018 \operatorname{Cos} 4\varphi + \ldots \end{aligned} \qquad \mathbf{2}$$

$$\begin{aligned} \log R &= \log\left[(1-n)^2 (1+n)\right] - 3M\left[n \operatorname{Cos} 2\varphi - \tfrac{1}{2} n^2 \operatorname{Cos} 4\varphi + \ldots\right] \\ &= \not{9}{,}9992711 - 0{,}0021813 \operatorname{Cos} 2\varphi + 0{,}0000018 \operatorname{Cos} 4\varphi - \ldots \end{aligned} \qquad \mathbf{3}$$

$$\begin{aligned} \log N &= \log\left[1+n\right] - M\left[n \operatorname{Cos} 2\varphi - \tfrac{1}{2} n^2 \operatorname{Cos} 4\varphi + \ldots\right] \\ &= 0{,}0007265 - 0{,}0007271 \operatorname{Cos} 2\varphi + 0{,}0000006 . \operatorname{Cos} 4\varphi - \ldots \end{aligned} \qquad \mathbf{4}$$

wo $M = 0{,}4342945 = \not{9}{,}6377843$ den Modul der gemeinen Logarithmen bezeichnet und $\log m = \not{7}{,}5248346$ ist, berechnet werden können. Die Länge eines Meridiangrades ist sodann offenbar $R a \pi : 180$ und die eines Grades vom Parallel $N a \pi \operatorname{Cos} \varphi : 180$. [XV.]

Unter Voraussetzung von $a = 1$ hat man nach 143 : 7, 11, 15 und 13, wenn entsprechend 376

$$\begin{aligned} n &= \frac{a-b}{a+b} \qquad \text{also} \qquad b = a\,\frac{1-n}{1+n} \qquad a^2 - b^2 = \frac{4 a^2 n}{(1+n)^2} \\ e^2 &= \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{4n}{(1+n)^2} \qquad 1 - e^2 = \frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 \end{aligned} \qquad \mathbf{5}$$

gesetzt wird, die Formeln

$$\mathrm{Tg}\, v = \frac{b^2}{a^2} \cdot \mathrm{Tg}\, \varphi = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 \cdot \mathrm{Tg}\, \varphi \qquad 6$$

$$\varrho = \sqrt{\frac{\mathrm{Cos}\,\varphi}{\mathrm{Cos}\, v \cdot \mathrm{Cos}\,(\varphi - v)}} = \sqrt{\frac{\mathrm{Cos}\,\varphi\,(1+\mathrm{Tg}^2 v)}{\mathrm{Cos}\,\varphi + \mathrm{Sin}\,\varphi\, \mathrm{Tg}\, v}} =$$

$$= \frac{1}{1+n}\sqrt{\frac{(1+n)^4\, \mathrm{Cos}^2\varphi + (1-n)^4\, \mathrm{Sin}^2\varphi}{(1+n)^2\, \mathrm{Cos}^2\varphi + (1-n)^2\, \mathrm{Sin}^2\varphi}} =$$

$$= \frac{1+n^2}{1+n}\sqrt{\frac{1+2\,m\, \mathrm{Cos}\, 2\varphi + m^2}{1+2\,n\, \mathrm{Cos}\, 2\varphi + n^2}} \qquad 7$$

$$R = \frac{1-e^2}{(1-e^2\, \mathrm{Sin}^2\varphi)^{3/2}} = \frac{(1-n)^2 \cdot (1+n)}{(1+2\,n\, \mathrm{Cos}\, 2\varphi + n^2)^{3/2}} \qquad 8$$

$$N = \frac{1}{\sqrt{1-e^2\, \mathrm{Sin}^2\varphi}} = \frac{1+n}{\sqrt{1+2\,n\, \mathrm{Cos}\, 2\varphi + n^2}} \qquad 9$$

aus welchen mit Hülfe von 52:1, 2, 6 sofort die Reihen 1—4 hervorgehen, die z. B. für $\varphi = 47^0\, 22'\, 40''$ oder Zürich

$\varphi - v = 11'\, 28'',49$	$\log \varrho = 9{,}9992157$
$\log R = 9{,}9904499$	$\log N = 0{,}0007861$
$\frac{R\, a\, \pi}{180} = 57076^t,22$	$R\, a\, \mathrm{Sin}\, 1'' = 15^t,843 = 30^m,879$
$\frac{N\, a\, \pi\, \mathrm{Cos}\,\varphi}{180} = 38741^t,75$	$N\, a\, \mathrm{Cos}\,\varphi\, \mathrm{Sin}\, 1'' = 10^t,762 = 20^m,975$

ergeben, — dieselben Werthe, welche aus Tafel XV durch Interpolation folgen.

378. Weitere geodätische Entwicklungen. Sind einmal die Dimensionen der Erde festgestellt, so lassen sich unter Voraussetzung der Kugel oder des Rotationsellipsoides durch geometrische Betrachtungen verschiedene Aufgaben auf derselben lösen, deren Gesammtheit die sog. höhere Geodäsie bildet. Kennt man z. B. die Länge l und Breite φ eines Punctes M, so kann man auch die geographische Lage eines andern Punctes M′ bestimmen, wenn man seine, z. B. in Bogensecunden ausgedrückte Distanz a von M kennt, so wie das Azimuth w, unter welchem M′ von M aus erscheint. Bezeichnet nämlich $l - \Delta l$ die Länge von M′, $\varphi - \Delta\varphi$ seine Breite, und $w' = 180^0 + w - \Delta w$ das Azimuth von M in Beziehung auf M′, so findet man (s. Fig. 1) unter Voraussetzung einer sphärischen Erde, dass

$$\Delta\varphi = a \cdot \mathrm{Cos}\, w + \frac{a^2}{2} \cdot \mathrm{Tg}\,\varphi \cdot \mathrm{Sin}^2 w \cdot \mathrm{Sin}\, 1'' -$$

$$- \frac{a^3}{6}\, \mathrm{Cos}\, w \cdot \mathrm{Sin}^2 w \cdot \mathrm{Sin}^2 1''\, (1 + 3\, \mathrm{Tg}^2\varphi) - \ldots \qquad 1$$

$$\Delta l = \frac{a \cdot \mathrm{Sin}\, w}{\mathrm{Cos}\,\varphi} - \frac{a^2\, \mathrm{Sin}\, w \cdot \mathrm{Cos}\, w \cdot \mathrm{Tg}\,\varphi}{\mathrm{Cos}\,\varphi} -$$

$$- \frac{a^3\, \mathrm{Sin}\, w}{3\, \mathrm{Cos}\,\varphi}\, (\mathrm{Tg}^2\varphi - \mathrm{Cos}^2 w - 4\, \mathrm{Cos}^2 w\, \mathrm{Tg}^2\varphi) + \ldots \qquad 2$$

$$\Delta w = a \cdot \operatorname{Sin} w \cdot \operatorname{Tg} \varphi - \frac{a^2 \operatorname{Sin} w \operatorname{Cos} w}{2} (1 + 2 \operatorname{Tg}^2 \varphi) -$$

$$- \frac{a^3 \operatorname{Sin} w \operatorname{Tg} \varphi}{6} (1 - 6 \operatorname{Cos}^2 w + 2 \operatorname{Tg}^2 \varphi - 8 \operatorname{Cos}^2 w \operatorname{Tg}^2 \varphi) + \ldots \quad 3$$

gesetzt werden können. — Unter derselben Voraussetzung findet man ferner (s. Fig. 2) die Beziehungen

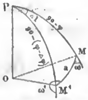
$$h = \frac{b^2}{2r} = 2r \operatorname{Sin}^2 \frac{\varphi}{2} \cdot \operatorname{Sec} \varphi \qquad k = \frac{b \operatorname{Sin} \alpha}{\operatorname{Cos}(\varphi + \alpha)} \quad 4$$

$$y = \frac{r \operatorname{Sin} \varphi}{\operatorname{Cos}(\varphi + \alpha)} \qquad x = \frac{k\, r \operatorname{Sin} \varphi}{b} \quad 5$$

$$b = d + \frac{d^3}{3r^2} + \ldots \qquad \varphi = 63'',3 \cdot \sqrt{h} \quad 6$$

(wo h für 6 in Schweizerfussen auszudrücken ist), um die wirkliche Höhe $h + k$ oder die scheinbare Höhe x von M über A, die **Depression** des Horizontes oder die **Kimmtiefe** φ für einen Beobachter in B, etc., zu berechnen.

Zur Ableitung der Formeln 1—3 erhält man aus beistehender Figur unmittelbar



$$\operatorname{Sin}(\varphi - \Delta\varphi) = \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} a - \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} w$$

und somit

$$\operatorname{Sin} \varphi - \operatorname{Sin}(\varphi - \Delta\varphi) = \operatorname{Sin} \varphi (1 - \operatorname{Cos} a) + \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} w$$

oder, wenn

$$K = \frac{\operatorname{Sin} a \cdot \operatorname{Cos} w}{2} + \operatorname{Tg} \varphi \cdot \operatorname{Sin}^2 \frac{a}{2} \quad 7$$

gesetzt wird,

$$\operatorname{Tg}^2 \frac{\Delta\varphi}{2} (\operatorname{Tg} \varphi - K) + \operatorname{Tg} \frac{\Delta\varphi}{2} = K$$

Die Auflösung dieser Gleichung ergibt mit Hülfe des binomischen Lehrsatzes

$$\operatorname{Tg} \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\sqrt{1 + 4K(\operatorname{Tg}\varphi - K)} - 1}{2(\operatorname{Tg}\varphi - K)} = K - \operatorname{Tg}\varphi \cdot K^2 + (1 + 2\operatorname{Tg}^2\varphi) K^3 - \ldots \quad 8$$

Unter Anwendung von 50:6 und 51:1 erhält man aber aus 7 und 8 successive

$$K = \frac{\operatorname{Cos} w}{2} \cdot a + \frac{\operatorname{Tg}\varphi}{4} \cdot a^2 - \frac{\operatorname{Cos} w}{12} \cdot a^3 - \ldots \quad 9$$

$$\Delta\varphi = 2\left[\operatorname{Tg}\frac{\Delta\varphi}{2} - \tfrac{1}{3} \cdot \operatorname{Tg}^3 \frac{\Delta\varphi}{2} + \ldots\right] = 2K - 2\operatorname{Tg}\varphi \cdot K^2 + \tfrac{4}{3}(1 + 3\operatorname{Tg}^2\varphi) K^3 - \ldots$$

$$= a \operatorname{Cos} w + \frac{a^2}{2} \operatorname{Tg}\varphi \cdot \operatorname{Sin}^2 w - \frac{a^3}{6} \operatorname{Cos} w \operatorname{Sin}^2 w (1 + 3\operatorname{Tg}^2\varphi) - \ldots \quad 10$$

und aus letzterer Reihe geht, wenn $\Delta\varphi$ und a, um sie in Secunden statt in Bogen auszudrücken, durch $\Delta\varphi \cdot \operatorname{Sin} 1''$ und $a \cdot \operatorname{Sin} 1''$ ersetzt werden, unmittelbar 1 hervor. — Mit Hülfe der Figur, und unter Anwendung von 50:6, 10 erhält man ferner

$$\operatorname{Sin} \Delta l = \frac{\operatorname{Sin} a \cdot \operatorname{Sin} w}{\operatorname{Cos}(\varphi - \Delta\varphi)} = \frac{\left(a - \frac{1}{6}a^3 + \ldots\right) \operatorname{Sin} w}{\operatorname{Cos}\varphi \left(1 - \frac{\Delta\varphi^2}{2} + \ldots\right)\left[1 + \operatorname{Tg}\varphi\left(\Delta\varphi + \frac{\Delta\varphi^3}{3} + \ldots\right)\right]} \quad 11$$

$$= \frac{\left(a - \frac{1}{6}a^3 + \ldots\right) \operatorname{Sin} w}{\operatorname{Cos}\varphi} \left[\begin{array}{l} 1 - \operatorname{Tg}\varphi \cdot \Delta\varphi + \frac{1}{2}(1 + 2\operatorname{Tg}^2\varphi)\Delta\varphi^2 - \\ - \frac{\operatorname{Tg}\varphi}{6}(5 + 6\operatorname{Tg}^2\varphi)\Delta\varphi^3 + \ldots \end{array}\right]$$

und hieraus geht unter Anwendnng von 51 : 2 sofort bei Substitution aus 1 die Reihe 2 hervor. — Endlich erhält man, wenn man die erste Neper'sche Analogie (161) auf Dreieck P M M' anwendet, die 50 : 10 benutzt, und aus 1 und 2 substituirt, successive

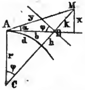
$$\operatorname{Tg}\frac{180-(w'-w)}{2}=\frac{\operatorname{Sin}\left(\varphi-\frac{\Delta\varphi}{2}\right)}{\operatorname{Cos}\frac{\Delta\varphi}{2}}\operatorname{Tg}\frac{\Delta l}{2}=\left[\operatorname{Sin}\varphi-\operatorname{Cos}\varphi\operatorname{Tg}\frac{\Delta\varphi}{2}\right]\operatorname{Tg}\frac{\Delta l}{2} \quad \mathbf{12}$$

$$=\left[\operatorname{Sin}\varphi-\operatorname{Cos}\varphi\left(\frac{\Delta\varphi}{2}+\frac{\Delta\varphi^3}{24}+\ldots\right)\right]\left(\frac{\Delta l}{2}+\frac{\Delta l^3}{24}+\ldots\right)=$$

$$=\frac{a\operatorname{Sin}w\operatorname{Tg}\varphi}{2}-\frac{a^2\operatorname{Sin}w\operatorname{Cos}w}{4}(1+2\operatorname{Tg}^2\varphi)-$$

$$-\frac{a^3\operatorname{Sin}w\operatorname{Tg}\varphi}{24}(2-12\operatorname{Cos}^2w+3\operatorname{Tg}^2\varphi-15\operatorname{Cos}^2w\operatorname{Tg}^2\varphi)+\ldots$$

und hieraus geht nach 51 : 1 die Reihe 3 für $\Delta w = 180 - (w' - w)$ sofort hervor. — Die erste Formel 4 folgt als Näherung aus



$$(h+r)^2 = b^2 + r^2$$

die zweite dagegen strenge aus

$$(r+h)\operatorname{Cos}\varphi = r$$

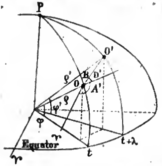
Die Formeln 5 ergeben sich unmittelbar aus der Figur. Die erste 6 folgt aus

$$h = r\operatorname{Tg}\varphi = r\left(\varphi + \tfrac{1}{3}\varphi^3 + \ldots\right) = r\varphi + \tfrac{1}{3}\frac{(r\varphi)^3}{r^2} + \ldots$$

und endlich die zweite als Nähernng aus

$$\operatorname{Cos}\varphi = \frac{r}{r+h} = 1 - \frac{h}{r} + \frac{h^2}{r^2} - \ldots \quad \text{oder nahe} \quad 1 - \frac{\varphi^2\operatorname{Sin}^2 1''}{1 \cdot 2} = 1 - \frac{h}{r}$$

Bezeichnen $\varrho\ \varphi\ t$ und $\varrho'\ \varphi'\ (t+\lambda)$ die geocentrischen Coordinaten zweier Puncte O und O' der Längendifferenz λ zur Sternzeit t des ersten Punctes, und legt man durch O ein paralleles Coordinatensystem, so sind die Coordinaten B D' A' von O' in Beziehung auf dieses letztere System nach 192 : 2 durch die Gleichungen



$$B\operatorname{Cos}D'\operatorname{Cos}A' = \varrho'\operatorname{Cos}\varphi'\operatorname{Cos}(t+\lambda) -$$
$$- \varrho\operatorname{Cos}\varphi\operatorname{Cos}t$$
$$B\operatorname{Cos}D'\operatorname{Sin}A' = \varrho'\operatorname{Cos}\varphi'\operatorname{Sin}(t+\lambda) - \quad \mathbf{13}$$
$$- \varrho\operatorname{Cos}\varphi\operatorname{Sin}t$$
$$B\operatorname{Sin}D' = \varrho'\operatorname{Sin}\varphi' - \varrho\operatorname{Sin}\varphi$$

bestimmt, — oder bequemer, wenn man statt A' die von der Zeit unabhängige, ein Analogon des Stundenwinkels darstellende Grösse

$$S = t - A' \qquad \text{so dass} \qquad A' = t - S \qquad \mathbf{14}$$

einführt, ferner statt ϱ und ϱ' den der Breite $\tfrac{1}{2}(\varphi + \varphi')$ entsprechenden mittlern Radius Vector ϱ setzt, und endlich 13' und 13'' durch 13' . Sin $(t + \tfrac{1}{2}\lambda)$ — 13'' Cos $(t + \tfrac{1}{2}\lambda)$ und 13' Cos $(t + \tfrac{1}{2}\lambda)$ + 13'' Sin $(t + \tfrac{1}{2}\lambda)$ ersetzt, durch

$$B\operatorname{Cos}D'\operatorname{Sin}(S + \tfrac{1}{2}\lambda) = -2\varrho\operatorname{Sin}\frac{\lambda}{2}\operatorname{Cos}\frac{\varphi'+\varphi}{2}\operatorname{Cos}\frac{\varphi'-\varphi}{2}$$

$$B\operatorname{Cos}D'\operatorname{Cos}(S + \tfrac{1}{2}\lambda) = -2\varrho\operatorname{Cos}\frac{\lambda}{2}\operatorname{Sin}\frac{\varphi'+\varphi}{2}\operatorname{Sin}\frac{\varphi'-\varphi}{2} \qquad \mathbf{15}$$

$$B\operatorname{Sin}D' = +2\varrho\operatorname{Cos}\frac{\varphi'+\varphi}{2}\operatorname{Sin}\frac{\varphi'-\varphi}{2}$$

für deren Anwendung 433 zu vergleichen. — Für weitere geodätische Untersuchungen vergleiche ausser den 103, 169, 199, 207, 211 und später, bereits angeführten Schriften z. B. „**Legendre**, Sur les opérations trigonométriques dont les résultats dépendent de la figure de la terre (Mém. Par. 1787), — **Kästner**, Weitere Ausführung der mathematischen Geographie, besonders in Absicht auf die sphäroidische Gestalt der Erde. Göttingen 1795 in 8., — **Delambre**, Méthodes analytiques pour la détermination d'un arc du méridien, précédées d'un mémoire sur le même sujet par Legendre. Paris, An VII in 4., — **Puissant**, Traité de géodésie. Paris 1805 in 4. (3 éd. in 2 Vol. 1842), — **Späth**, Die höhere Geodäsie I. München 1816 in 8., — Joh. Peter Wilhelm **Stein** (Trier 1795 — Trier 1831; Ingénieur-Géographe in franz. Diensten, dann Oberlehrer zu Trier), Geographische Trigonometrie, oder Auflösung der geradlinigen, sphärischen und sphäroidischen Dreiecke, mit ihrer Anwendung bei grössern geodätischen Vermessungen. Mainz 1825 in 4., — **Francoeur**, Géodésie ou traité de la figure de la terre. Paris 1835 in 8. (3 ed. 1855), — Alexei Pawlowitsch **Bolotof** (1803—1853; Generalmajor und Professor der Geodäsie in St. Petersburg), Cursus der Geodäsie. Petersburg 1836—1837, 2 Bde. in 8. (Russisch; 2. A. 1845—1849), — **Gauss**, Untersuchungen über Gegenstände der höhern Geodäsie. Göttingen 1844—1847, 2 Abh. in 4., — Philipp **Fischer**, Professor der Mathematik zu Darmstadt: Lehrbuch der höhern Geodäsie. Darmstadt 1845—1846, 2 Theile in 8., und: Untersuchungen über die Gestalt der Erde. Darmstadt 1868 in 8., — **Grunert**, Völlig strenge und allgemeine Auflösung der Hauptaufgabe der höhern Geodäsie (Archiv VII, 1846), — **Hansen**, Geodätische Untersuchungen. Leipzig 1865 in 8., — **Bremiker**, Studien über höhere Geodäsie. Berlin 1869 in 8., — etc."

XLI. Die Chorographie.

379. Begriff der Chorographie. Weder die Kugel noch das Rotationsellipsoid lassen sich auf einer Ebene ausbreiten, und wenn daher, wie es Aufgabe der sog. Chorographie ist, Theile der Erde oder der scheinbaren Himmelskugel auf einer Ebene dargestellt, sog. **Karten** entworfen werden sollen, so muss es entweder durch Projection oder dadurch geschehen, dass man der darzustellenden Fläche, sei es eine abwickelbare Fläche substituirt, sei es sie sonst annähernd abzubilden sucht. Auf welchem Wege diess jedoch zu erreichen angestrebt wird, so schlägt man immer den Weg ein, vorerst ein sog. **Kartennetz** zu entwerfen, d. h. den Ort der Bilder je aller Puncte von gleicher Länge oder die Abbildungen einer Reihe von Meridianen, und hinwieder den Ort der Bilder je aller Puncte von gleicher Breite oder die Abbildungen einer Reihe von Parallelkreisen aufzusuchen, — und dann erst die Bilder der einzelnen Puncte durch eine Art graphischer Interpolation in dieses Netz einzutragen.

Ausser den in 4 citirten „Beiträgen" von **Lambert**, der in 211 angeführten „Praktischen Geometrie" von J. T. **Mayer**, und einer Reihe kleiner, aber

sehr wichtiger betreffender Abhandlungen, welche **Mollweide** in Zach's monatlicher Correspondenz (Bd. 11—16; 1805—1807) publicirte, sind für Geschichte und Detail der Chorographie z. B. folgende Werke und Abhandlungen zu vergleichen: „Patrick **Murdoch** (17.. — 1774; Geistlicher in London), Mercator's sailing applied to the true figure of the earth. London 1741 in 4., und: The best form of geographical maps (Phil. Trans. 1758), — **Kästner,** Ad theoriam projectionis stereographicæ horizontalis (Comm. Gott. 1769—1770), — **Euler,** De repræsentatione superficiei sphæricæ super plano (Comm. Petrop. 1777), — **Lagrange,** Sur la construction des cartes géographiques (Mém. Berl. 1779 und Oeuvres IV), — **Klügel,** Geometrische Entwicklung der Eigenschaften der stereographischen Projection. Berlin 1788 in 8., — **Cagnoli,** Della più esatta costruzione delle carti geografiche (Mem. Soc. Ital. VIII, 1799), — **Henry,** Mémoire sur la projection des cartes géographiques adoptée au dépôt de la guerre. Paris 1810 in 4., — **Puissant,** Théorie des projections des cartes. Paris 1810 in 4., und: Sur la projection do Cassini. Paris 1812 in 4., — **Gauss,** Allgemeine Auflösung der Aufgabe, die Theile einer gegebenen Fläche auf einer andern so abzubilden, dass die Abbildung dem Abgebildeten in den kleinsten Theilen ähnlich wird (Schumacher's astr. Abh. III, 1825), — **Littrow,** Chorographie. Wien 1833 in 8., — **Schering,** Ueber die conforme Abbildung des Ellipsoide auf der Ebene. Göttingen 1858 in 4., — A. **Germain,** Ingénieur hydrographe: Traité des projections des cartes géographiques. Paris (1867) in 8., — **Wittstein,** Ueber conforme Karten-Projectionen (A. N. 1704 von 1868), — etc.

380. Die perspectivischen Projectionen. Unter Voraussetzung der Kugelgestalt ist die sog. perspectivische Projection, bei der jeder Punct da verzeichnet wird, wo ein von einem bestimmten Puncte, dem Pole, oder sog. **Auge,** nach ihm gezogener Strahl die gewählte Bildebene schneidet, von vielfacher Anwendung. Wird dabei derjenige Meridian, dessen Ebene durch das Auge geht, als 0^{ter} angenommen, so hat man (336 und Fig. 1) für die Projection m eines Punctes M der Länge λ und Breite φ in Beziehung auf den sog. **Augpunct** O als Anfangspunct und die Projection des 0^{ten} Meridianes als Axe, die Coordinaten

$$x = -b \operatorname{Tg}\beta \operatorname{Cos}\psi = -b\,\frac{\operatorname{Sin}\theta \operatorname{Cos}\psi}{a+\operatorname{Cos}\theta}$$

$$= \quad b\,\frac{\operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Cos}\lambda - \operatorname{Sin}\varphi \operatorname{Sin}\alpha}{a+\operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\varphi + \operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Cos}\lambda} \qquad \mathbf{1}$$

$$y = \quad b\,\frac{\operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Sin}\lambda}{a+\operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\varphi + \operatorname{Cos}\varphi \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Cos}\lambda} \qquad \mathbf{2}$$

zwei Formeln, nach denen die Coordinaten der Projection irgend eines Punctes berechnet werden können. Eliminirt man aus ihnen, um die Regeln zur Verzeichnung der Meridiane zu finden, die Breite φ, so erhält man

$$A y^2 + B x y + C x^2 + D y + E x + F = 0 \qquad \mathbf{3}$$

wo

$A = a^2 \operatorname{Sin}^2 \alpha + a^2 \operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Cos}^2 \lambda - \operatorname{Cos}^2 \lambda$, $B = (1 - a^2) \operatorname{Sin} 2\lambda \operatorname{Cos} \alpha$
$C = (a^2 - \operatorname{Cos}^2 \alpha) \operatorname{Sin}^2 \lambda$ $D = b \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} 2\lambda$
$E = - b \operatorname{Sin} 2\alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda$ $F = - b^2 \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda$

so dass die Projection eines Meridianes immer eine Linie zweiten Grades ist, und zwar (137) eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel, je nachdem

$$a^2 \gtreqless 1 - \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda \qquad 4$$

Dabei sind die Coordinaten des Mittelpunctes

$$\mathfrak{A} = \frac{b \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda}{a^2 - (1 - \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda)} \qquad \mathfrak{B} = - \frac{b \operatorname{Sin} \lambda \operatorname{Cos} \lambda \operatorname{Sin} \alpha}{a^2 - (1 - \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda)} \qquad 5$$

die Halbaxen

$$\mathfrak{a} = \frac{b}{\sqrt{a^2 - (1 - \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda)}} \qquad \mathfrak{b} = \frac{a\, b \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} \lambda}{a^2 - (1 - \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda)} \qquad 6$$

und endlich der Winkel von $\mathfrak{a}$ mit der Abscissenaxe

$$w = \operatorname{Arc} \operatorname{Tg} (\operatorname{Cos} \alpha \,.\, \operatorname{Tg} \lambda) \qquad 7$$

Eliminirt man dagegen aus 1 und 2, um die Regeln zur Verzeichnung der Parallelkreise zu finden, die Länge λ, so erhält man

$$A' y^2 + B' x y + C' x^2 + D' y + E' x + F' = 0 \qquad 8$$

wo

$A' = (a \operatorname{Cos} \alpha + \operatorname{Sin} \varphi)^2$ $B' = 0$ $D' = 0$
$C' = a^2 + 2 a \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} \alpha - \operatorname{Sin}^2 \alpha + \operatorname{Sin}^2 \varphi = n^2$
$E' = 2 b (a \operatorname{Sin} \varphi + \operatorname{Cos} \alpha) \operatorname{Sin} \alpha$ $F' = - b^2 (\operatorname{Cos}^2 \alpha - \operatorname{Sin}^2 \varphi)$

ferner

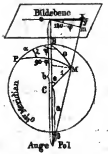
$$n^2 = [a + \operatorname{Sin} (\varphi + \alpha)] \,.\, [a + \operatorname{Sin} (\varphi - \alpha)] \qquad 9$$

und es ist somit (137) die Projection eines Parallelkreises, wenn nicht $\alpha > \varphi$ und zugleich $a < \operatorname{Sin} (\alpha - \varphi)$, d. h. fast immer, eine Ellipse, und zwar hat man für diese

$$\mathfrak{A}' = - \frac{b \operatorname{Sin} \alpha (a \operatorname{Sin} \varphi + \operatorname{Cos} \alpha)}{n^2} \qquad \mathfrak{B}' = 0 \qquad w' = 90^0$$
$$\mathfrak{a}' = \frac{b \operatorname{Cos} \varphi (a \operatorname{Cos} \alpha + \operatorname{Sin} \varphi)}{n^2} \qquad \mathfrak{b}' = \frac{b \operatorname{Cos} \varphi}{n} \qquad 10$$

In dem besondern Falle, wo die Bildebene die Kugel halbirt, und das Auge ebenfalls an die Kugel herangerückt wird, projiciren sich die Meridiane und die Parallele immer als Kreise, wodurch natürlich die Entwerfung des Kartennetzes ungemein erleichtert wird. Zugleich ergibt sich für diesen Specialfall, welcher den Namen der **stereographischen Projection** erhalten hat, auch die merkwürdige Eigenschaft, dass die Winkel der Meridiane unter sich und mit den Parallelkreisen durch das Projiciren keine Veränderung erleiden.

Die Formeln 1 und 2 ergeben sich mit Hülfe der beistehenden Figur auf



die im Texte angedeutete Weise ohne Schwierigkeit. Aus 2 und 1 : 2 erhält man sodann

$$a^2 y^2 (1 + Tg^2 \varphi) = (b \operatorname{Sin} \lambda - y \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Cos} \lambda - y \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Tg} \varphi)^2$$

$$\operatorname{Tg} \varphi = \frac{y \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \lambda - x \operatorname{Sin} \lambda}{y \operatorname{Sin} \alpha}$$

und hieraus folgt durch Elimination von φ als Gleichung der Meridiane

$$a^2 y^2 \operatorname{Sin}^2 \alpha + a^2 (y \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \lambda - x \operatorname{Sin} \lambda)^2 = (b \operatorname{Sin} \lambda \operatorname{Sin} \alpha - y \operatorname{Cos} \lambda + x \operatorname{Sin} \lambda \operatorname{Cos} \alpha)^2$$

oder 3, und nach 136 und 137, da hier die dort eingeführten Hülfsgrössen die Werthe

$$\begin{aligned}
g &= B^2 - 4AC = 4a^2 \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda (1 - \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda - a^2) \\
h &= BDE - AE^2 - CD^2 = -4a^2 h^2 \operatorname{Sin}^4 \alpha \operatorname{Sin}^4 \lambda (1 - \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda) \\
k &= \sqrt{(A-C)^2 + B^2} = (a^2 - 1)(\operatorname{Cos}^2 \lambda + \operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda) \\
h - Fg &= -4a^4 b^2 \operatorname{Sin}^4 \alpha \operatorname{Sin}^4 \lambda \\
A + C + k &= 2a^2 - 2(\operatorname{Cos}^2 \lambda + \operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda) \qquad \mathbf{11} \\
A + C - k &= 2a^2 \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^2 \lambda \\
2AE - DB &= -4a^2 b \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^4 \lambda \operatorname{Cos} \alpha \\
2CD - BE &= 4a^2 b \operatorname{Sin}^2 \alpha \operatorname{Sin}^3 \lambda \operatorname{Cos} \lambda
\end{aligned}$$

erhalten, auch 4 bis 7. — Ferner erhält man, indem man 2 : 1 quadrirt

$$0 = (y^2 \operatorname{Cos}^2 \varphi \operatorname{Cos}^2 \alpha + x^2 \operatorname{Cos}^2 \varphi) \operatorname{Cos}^2 \lambda - 2 y^2 \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \lambda + (y^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi \operatorname{Sin}^2 \alpha - x^2 \operatorname{Cos}^2 \varphi)$$

oder, wenn man den aus 1 folgenden Werth von $\operatorname{Cos} \lambda$ substituirt, nach y und x ordnet, und den gemeinschaftlich werdenden Factor $x^2 \operatorname{Cos}^2 \varphi$ absondert, 8, und nach 136 und 137, da jetzt die Hülfsgrössen die Werthe

$$\begin{aligned}
g' &= -4(a \operatorname{Cos} \alpha + \operatorname{Sin} \varphi)^2 [a + \operatorname{Sin}(\varphi + \alpha)][a + \operatorname{Sin}(\varphi - \alpha)] \\
h' &= -4h^2 \operatorname{Sin}^2 \alpha (a \operatorname{Cos} \alpha + \operatorname{Sin} \varphi)^2 . (a \operatorname{Sin} \varphi + \operatorname{Cos} \alpha)^2 \\
k' &= (1 - a^2) \operatorname{Sin}^2 \alpha \qquad 2C'D' - B'E' = 0 \\
2A'E' - D'B' &= 4b \operatorname{Sin} \alpha (a \operatorname{Sin} \varphi + \operatorname{Cos} \alpha)(a \operatorname{Cos} \alpha + \operatorname{Sin} \varphi) \qquad \mathbf{12} \\
h' - F'g' &= -4h^2 \operatorname{Cos}^2 \varphi (a \operatorname{Cos} \alpha + \operatorname{Sin} \varphi)^4 \\
A' + C' - k' &= 2[a + \operatorname{Sin}(\varphi + \alpha)][a + \operatorname{Sin}(\varphi - \alpha)] \\
A' + C' + k' &= 2(a \operatorname{Cos} \alpha + \operatorname{Sin} \varphi)^2
\end{aligned}$$

erhalten, auch 9 und 10. — Für die **stereographische Projection** ist $a = 1 = b$, und man hat daher nach 5 bis 7 für die Meridiane

$$a = \frac{1}{\operatorname{Sin} \alpha . \operatorname{Sin} \lambda} = b \qquad \mathfrak{A} = \operatorname{Ctg} \alpha \qquad \mathfrak{B} = -\frac{\operatorname{Ctg} \lambda}{\operatorname{Sin} \alpha} \qquad \operatorname{Tg} w = \operatorname{Cos} \alpha . \operatorname{Tg} \lambda \qquad \mathbf{13}$$

für die Parallelkreise aber, da nach 9 in diesem Falle $n = \operatorname{Cos} \alpha + \operatorname{Sin} \varphi$ wird, nach 10

$$a' = \frac{\operatorname{Cos} \varphi}{\operatorname{Cos} \alpha + \operatorname{Sin} \varphi} = b' \qquad \mathfrak{A}' = -\frac{\operatorname{Sin} \alpha}{\operatorname{Cos} \alpha + \operatorname{Sin} \varphi} \qquad \mathfrak{B}' = 0 \qquad w' = 90^0 \qquad \mathbf{14}$$

Es verzeichnen sich also einerseits Meridiane und Parallelkreise wirklich als Kreise, und anderseits hat man nach 134 : 4 für den Winkel φ_1 der Projectionen zweier Meridiane der Längen λ_1 und λ_2

$$\operatorname{Cos} \varphi_1 = \frac{\left(\frac{1}{\operatorname{Sin} \alpha . \operatorname{Sin} \lambda_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} \lambda_2}\right)^2 - (\operatorname{Ctg} \alpha - \operatorname{Ctg} \alpha)^2 - \left(\frac{\operatorname{Ctg} \lambda_1}{\operatorname{Sin} \alpha} - \frac{\operatorname{Ctg} \lambda_2}{\operatorname{Sin} \alpha}\right)^2}{2 . \frac{1}{\operatorname{Sin} \alpha . \operatorname{Sin} \lambda_1} . \frac{1}{\operatorname{Sin} \alpha . \operatorname{Sin} \lambda_2}}$$

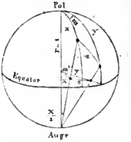
$$= \operatorname{Cos} (\lambda_1 - \lambda_2) \qquad \text{oder} \qquad \varphi_1 = \lambda_1 - \lambda_2 \qquad \mathbf{15}$$

und für den Winkel φ_2 der Projection eines Meridianes mit der Projection eines Parallelkreises

$$\operatorname{Cos}\varphi_2 = \frac{\left(\frac{1}{\operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Sin}\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\operatorname{Cos}\varphi}{\operatorname{Cos}\alpha + \operatorname{Sin}\varphi}\right)^2 - \left(\operatorname{Ctg}\alpha + \frac{\operatorname{Sin}\alpha}{\operatorname{Cos}\alpha + \operatorname{Sin}\varphi}\right)^2 - \left(\frac{\operatorname{Ctg}\lambda}{\operatorname{Sin}\alpha}\right)^2}{2 \cdot \frac{1}{\operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Sin}\lambda} \cdot \frac{\operatorname{Cos}\varphi}{\operatorname{Cos}\alpha + \operatorname{Sin}\varphi}}$$

$$= 0 \qquad \text{oder} \qquad \varphi_2 = 90^0 \qquad \mathbf{16}$$

wie oben ausgesprochen wurde. Da überdiess diese Projection erlaubt, mehr als die Hälfte einer Kugel auf derselben Karte darzustellen, so ist sie sehr beliebt, namentlich die **Polarprojection** ($\alpha = 0^0$), wo die Meridiane Gerade und die Parallelkreise concentrisch werden. Bezeichnen bei Letzterer x und y die Complemente der Polhöhen zweier Puncte, z deren Distanz auf der Kugel, z', x', y' aber die Distanzen ihrer Projectionen von einander und vom Centrum, so hat man



$$\operatorname{Tg}\frac{x}{2} = \frac{x'}{r} \qquad \operatorname{Tg}\frac{y}{2} = \frac{y'}{r} \qquad \mathbf{17}$$

also

$$\operatorname{Cos}\frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{Tg}^2\frac{x}{2}}} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x'^2}} \qquad \operatorname{Cos}\frac{y}{2} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + y'^2}}$$

$$\operatorname{Sin} x = 2\frac{\operatorname{Tg}\frac{x}{2}}{1 + \operatorname{Tg}^2\frac{x}{2}} = \frac{2\,r\,x'}{r^2 + x'^2} \qquad \operatorname{Sin} y = \frac{2\,r\,y'}{r^2 + y'^2}$$

$$\operatorname{Cos} x = \frac{1 - \operatorname{Tg}^2\frac{x}{2}}{1 + \operatorname{Tg}^2\frac{x}{2}} = \frac{r^2 - x'^2}{r^2 + x'^2} \qquad \operatorname{Cos} y = \frac{r^2 - y'^2}{r^2 + y'^2}$$

ferner

$$z'^2 = x'^2 + y'^2 - 2\,x'y' \operatorname{Cos} m \qquad \text{oder} \qquad \operatorname{Cos} m = \frac{x'^2 + y'^2 - z'^2}{2\,x'y'}$$

und daher endlich

$$\operatorname{Cos} z = \operatorname{Cos} x \operatorname{Cos} y + \operatorname{Sin} x \operatorname{Sin} y \operatorname{Cos} m$$

$$= 1 - \frac{2\,r^2 z'^2}{(r^2 + x'^2)(r^2 + y'^2)}$$

oder

$$\operatorname{Sin}\frac{z}{2} = \frac{r\,z'}{\sqrt{(r^2 + x'^2)(r^2 + y'^2)}} = \frac{z'}{r}\operatorname{Cos}\frac{x}{2}\operatorname{Cos}\frac{y}{2} \qquad \mathbf{18}$$

Man kann daher mit Leichtigkeit aus den auf der Projection genommenen Maassen x' y' z' die wirkliche Distanz z finden. — Die Erfindung der stereographischen Projection ist sowohl nach dem Zeugnisse, das ein Schüler der unglücklichen **Hypatia** (Alexandrien 375? — Alexandrien 415, wo sie vom christlichen, durch den Patriarchen Cyrillus aufgereizten Pöbel misshandelt und ermordet wurde; Tochter des jüngern Theon in 268), der von Cyrene gebürtige und als Bischof von Ptolemais verstorbene **Synesios** (378—430?) in seinem „Sermo de dono Astrolabii ad Pæonium (Opera interpr. D. Petavio, Paris 1631 in fol., pag. 306—312)", als nach demjenigen, welches der

athenienslsche Philosoph **Proklus** Diadochus (412—485) im 5. Capitel seiner „Hypotyposis astronomicarum positionum (Griech. Basil. 1540 in 4.; als Anhang mit den lat. Ausg. des Ptolemäus durch Gemusæns und Schreckenfuchs, Bas. 1541 und 1551 in fol.) ablegt, eine Erfindung von **Hipparch**, und auch an der unter dem Namen von **Ptolemäus** erschienenen Schrift „Planisphærium (Comment. Fed. Commandini, Venetiis 1558 in 4.)" scheint Letzterer so ziemlich nur das Verdienst des Herausgebers eines Werkes des Erstern zu besitzen. — Der nach obigen Zeugnissen zuerst **Hipparch** vorschwebende Gedanke, auf der einen, nachmals **Dorsum** Astrolabii genannten Seite einer Scheibe eine Kreistheilung mit Alhydade zu Höhenmessungen anzubringen, — auf der andern, **Mater** Astrolabii genannten und mit einer Stundentheilung versehenen Seite aber, für eine bestimmte Polhöhe eine stereographische Polarprojection der Himmelskugel mit ihren Parallelkreisen, Almucantaraten, Verticalkreisen, etc., das sog. **Planisphærium,** zu entwerfen, über welchem eine ausgeschnittene, den Thierkreis und eine Reihe der hellern Sterne in gleicher Projection, das sog. **Rete** oder die **Aranea** Astrolabii, drehbar war, — und dadurch eine Reihe astronomischer Aufgaben, wie z. B. die der Zeitbestimmung aus einer gemessenen Sonnenhöhe, ohne Rechnung zu lösen, — d. h. das sog. **Astrolabium planisphærium,** fand nicht nur bei seinen Zeitgenossen und den Arabern, sondern auch bei den Abendländern bis in das 17. Jahrhundert hinauf grossen Anklang. Von den vielen, sich mit Construction und Gebrauchsanweisung dieses Instrumentes befassenden Werken mögen beispielsweise etwa die Folgenden genannt werden: „**Hermannus Contractus** (1013—1054; ein im Kloster Reichenau studirender Sohn eines Grafen von Vehringen), De mensura astrolabii liber, und: De utilitatibus astrolabii liber (Beide in dem 1721 u. f. von Pezius herausgegebenen Thesaurus), — Pietro di Abano oder **Apono** (Abano bei Padua 1250? — Padua 1316; Arzt, Astrolog und Professor der Medicin zu Padua), Astrolabium planum (Muthmasslich identisch mit dem von Joh. Angelus, Professor der Astronomie in Wien, unter diesem Titel Ang. Vind. 1488 und Venet. 1502 in 4. herausgegebenen Werke), — **Stöffler,** Elucidatio fabricæ ususque Astrolabii. Oppenheym 1513 in fol. (Auch 1534; ferner Lutetiæ 1553 und 1585 in 8.; auch Coloniæ 1594 in 8. und franz. durch Jean-Pierre de Mesmes. Paris 1560 in 12.), — Jakob **Köbel** oder Cobillinius (Heidelberg 14.. — Oppenheim 1533; wahrscheinlich Mitschüler von Copernicus in Krakau, später Stadtschreiber in Oppenheim), Astrolabii declaratio. Moguntiæ 1535 in 4. (Auch Paris 1552 in 8.), und: Vonn gerechter zubereytung, verstand, gebrauch und nutz des Astrolabiums und Quadrantenn, des Himmels lauff, wirckung des gestirns, Sonn und Mons, mit anderenn vil verborgenen künsten der Astronomei, Geometrei und Mathematic zu erlernen. Francfurt am Meyn 1536 in 4., — Franz **Ritter** von Nürnberg (15.. — 1641?; Pfarrer in Stöckelsberg bei Altorf), Astrolabium, d. i. Gründliche Beschreibung und Unterricht, wie solches herrliche und hochnützliche Astronomische Instrument aufgerissen werden soll. Nürnberg s. a. in 4. (Neue Aufl. 1613), — **Clavius,** Astrolabium tribus libris explicatum. Moguntiæ 1611 in fol. (Auch in Vol. III seiner Opera vergl. 360), — etc." — Weniger gebräuchlich als die stereographische ist die sog. **orthographische,** $a = \infty = b$ entsprechende Projection, bei der man für die Meridiane nach 5—7

$$a = 1 \qquad b = \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} \lambda \qquad \mathfrak{A} = 0 = \mathfrak{B} \qquad \operatorname{Tg} w = \operatorname{Cos} \alpha \,.\, \operatorname{Tg} \lambda \qquad \mathbf{19}$$

für die Parallelkreise aber nach 9—10

$$a' = \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} \alpha \quad b' = \operatorname{Cos} \varphi \quad \mathfrak{A}' = -\operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} \varphi \quad \mathfrak{B}' = 0 \quad w' = 90^0 \qquad \mathbf{20}$$

somit im Allgemeinen immer Ellipsen erhält. Für die entsprechende **Polarprojection** ($\alpha = 0$) werden die Meridiane zu Geraden, die Parallele zu Kreisen aus dem Augpuncte, — für die in 387 benutzte und dargestellte **Equatorealprojection** ($\alpha = 90^0$) bleiben dagegen die Meridiane Ellipsen, bis auf den 0ten, der zu einer Geraden wird, und die Parallelen sind Senkrechte zu Letzterer. — Noch weniger bequem ist die sog. **centrale**, $a = 0$ und $b = 1$ entsprechende Projection, bei der man für die Meridiane nach 5—7

$$\mathfrak{a} = \frac{1}{m} \qquad \mathfrak{b} = 0 \qquad \text{Tg}\, w = \text{Cos}\, \alpha \,.\, \text{Tg}\, \lambda \qquad \mathfrak{A} = \frac{\text{Sin}\, \alpha\, \text{Cos}\, \alpha\, \text{Sin}^2 \lambda}{m^2}$$

$$\mathfrak{B} = -\frac{\text{Sin}\, \lambda \,.\, \text{Cos}\, \lambda \,.\, \text{Sin}\, \alpha}{m^2} \quad \text{wo} \quad m^2 = \text{Sin}^2 \alpha\, \text{Sin}^2 \lambda - 1 \qquad \mathbf{21}$$

und für die Parallelkreise nach 9—10

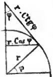
$$\mathfrak{a}' = \frac{\text{Sin}\, \varphi\, \text{Cos}\, \varphi}{n^2} \qquad \mathfrak{b}' = \frac{\text{Cos}\, \varphi}{n} \qquad w' = 90^0 \qquad \mathfrak{A}' = -\frac{\text{Sin}\, \alpha\, \text{Cos}\, \alpha}{n^2}$$

$$\mathfrak{B}' = 0 \quad \text{wo} \quad n^2 = \text{Sin}\,(\varphi + \alpha) \,.\, \text{Sin}\,(\varphi - \alpha) \qquad \mathbf{22}$$

erhält, so dass sich die Meridiane als Hyperbeln darstellen, deren eine Axe Null ist, d. h. als Gerade, — die Parallelkreise aber als Ellipsen, Parabeln oder Hyperbeln, je nachdem $\alpha \lesseqgtr \varphi$ ist. Für die entsprechende **Polarprojection** ($\alpha = 0$) schneiden sich die Meridiane im Augpuncte und bilden mit dem 0ten Meridian den Winkel λ, und die Parallele werden durch aus dem Augpuncte mit dem Radius Ctg φ gezogene Kreise dargestellt, — für die **Equatorealprojection** ($\alpha = 90^0$) werden die Meridiane parallel, und stehen vom 0ten Meridian um Tg λ ab, die Parallelkreise aber projiciren sich als Hyperbeln, deren halbe grosse Axe Tg φ zu den Meridianen senkrecht steht, während der Mittelpunct in den Augpunct fällt, und die halbe kleine Axe gleich der Einheit ist.

381. Die zylindrischen und conischen Projectionen. Zu den abwickelbaren Flächen, welche man einzelnen Zonen der Kugel substituiren, und dann direct auf eine Ebene ausbreiten kann, gehören vor Allem Zylinder und Conus. — Wird der Zylinder gewählt, was übrigens eigentlich nur bei schmalen und equatorealen Zonen angeht, so erhält man die sog. **Plattkarten,** deren Netz aus zwei zu einander senkrechten Systemen von Parallelen besteht: Die Entfernung der Meridiane entspricht dabei dem Grade des mittlern Parallels der Zone, — derjenige der Parallelkreise aber dem Grade des Equators. Die in 382 besprochene Mercator'sche Projection ist eine Abart der Zylindrischen. — Wird dagegen derjenige Conus gewählt, welcher die abzubildende Zone in ihrem mittlern Parallel tangirt, so hat man, um das Netz zu erhalten, den Mantel des der Zone entsprechenden abgekürzten Kegels in der gewöhnlichen geometrischen Weise auszubreiten, — und es werden daher die Parallelkreise durch concentrische, je um einen Equatorgrad von einander abstehende Kreise, die Meridiane aber durch in ihrem Mittelpuncte zusammenlaufende Gerade dargestellt. Die nach Delisle und Bonne benannten Projectionen sind Abarten der Conischen.

Bezeichnet g einen Equatorgrad, so stehen bei den Plattkarten die Parallelkreise um g, die Meridiane um g . Cos φ, wo φ die mittlere Breite der Karte ist, von einander ab. — Bei den conischen Projectionen wird der mittlere Parallel, wenn der Radius der Kugel r = 57,3 . g als Einheit genommen wird, mit dem Radius Ctg φ, der um α Grade von ihm abstehende Parallel mit dem Radius Ctg φ ± α . g beschrieben. Der mittlere Meridian ist eine Gerade aus dem Centrum, und die übrigen Gradmeridiane werden erhalten, **eigentlich** indem man auf dem mittlern Parallel nach links und rechts g . Cos φ wiederholt aufträgt, und durch die so erhaltenen Puncte ebenfalls Gerade nach dem Centrum zieht, — **gewöhnlich** aber, indem man vom mittlern Meridiane aus auf die einzelnen Parallelkreise g . Cos (φ ± α) aufträgt, und die so erhaltenen Puncte verbindet. Die erstere dieser Constructionen, welche schon **Ptolemäus** kannte, ist höchstens noch in einer von Jos. **Delisle** beliebten Abart, bei welcher der im mittlern Parallel tangirende Conus durch einen in zwei mittlern Parallelen einschneidenden Conus ersetzt ist, in Gebrauch, — in letzterer, nach Rigobert **Bonne** (Raucourt bei Sedan 1727 — Paris 1795; erst Privatlehrer der Mathematik in Paris, dann erster Ingénieur-géographe der Marine) benannten Weise, sind dagegen noch in neuerer Zeit viele Karten ganzer Länder entworfen worden. — Für die nach Gerhard Kremer oder **Mercator** (Rupelmonde in Flandern 1512 — Duisburg 1594; Verfertiger von Karten und Instrumenten in Löwen und Duisburg; vergleiche den ihn betreffenden „Vortrag“ von Brensing, Duisburg 1869 in 8.), dem man auch die erste Idee der Delisle'schen Projection zu verdanken hat, benannte Projection vergl. 382.



382. Einige andere Projectionsarten. Ausser den bis jetzt behandelten Projectionsarten sind im Laufe der Zeiten noch eine ganze Menge andere, zum Theil bestimmten Forderungen entsprechende Verfahren aufgestellt, namentlich sog. **conforme** Projectionen aufgesucht worden, bei welchen die Abbildung dem Abgebildeten in den kleinsten Theilen ähnlich wird. Zu Letztern gehört neben der stereographischen (380) vor Allem die besonders zu Seekarten und Planigloben verwendete Mercator'sche Projection, bei welcher die Gradmeridiane je um einen Equatorgrad g, die Parallele um die mit der Breite φ wachsende Grösse g . Sec φ von einander abstehen; sie hat zugleich die Eigenschaft, dass sich bei ihr die für die Nautik wichtige **loxodromische**, d. h. alle Meridiane unter demselben Winkel schneidende Linie als Gerade verzeichnet. — Auch die conische Projection wird conform, wenn man nach dem Vorgange von Lambert die Radien der Parallelkreise nach der Formel

$$\log r = \operatorname{Sin} \varphi_0 . \log [\operatorname{Tg} (45^0 - {}^1/_2\, \varphi) : \operatorname{Tg} (45^0 - {}^1/_2\, \varphi_0)] \qquad 1$$

berechnet, wo φ_0 die Breite des mittlern Parallels, dessen Radius als Längeneinheit gewählt ist, bezeichnet. — Für andere conforme Projectionen vergleiche die von Gauss aufgestellte allgemeine Theorie.

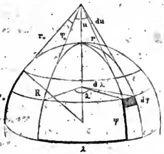
Bei der Mercator'schen Projection hat man eigentlich strenge genommen nicht nur, wie es im Texte geschehen ist, von Grad zu Grad das Verhältniss zu corrigiren, sondern wenn x die in Equatorgraden ausgedrückte Distanz des Parallels der Breite φ vom Equator bezeichnet, so hat sie für eine Zunahme $d\,\varphi$ der Breite um

$$dx = \frac{d\,\varphi}{\text{Cos}\,\varphi} = \frac{d\,(90^0 + \varphi)}{\text{Sin}\,(90^0 + \varphi)}$$

zuzunehmen, und hieraus folgt durch Integration nach 68 : 2[1]

$$x = \overset{e}{\log}\,\text{Tg}\,(45^0 + {}^1/_2\,\varphi) = 2{,}3025851\,.\,\overset{10}{\log}\,\text{Tg}\,(45^0 + {}^1/_2\,\varphi) \qquad 2$$

eine Formel, nach welcher sich x leicht berechnen lässt. — Für die conische Projection erhält man das Vergrösserungsverhältniss im Sinne des Meridianes



$$m = -\frac{d\,r}{R\,d\,\varphi} \qquad 3$$

und dasjenige im Sinne des Parallels

$$m' = \frac{r\,d\,u}{R\,\text{Cos}\,\varphi\,.\,d\lambda} \qquad 4$$

Für den mittlern Parallel ist $m' = 1$, also nach 4

$$r_0\,.\,d\,u = R\,\text{Cos}\,\varphi_0\,.\,d\lambda \qquad 5$$

oder da

$$r_0 = R\,.\,\text{Ctg}\,\varphi_0 \text{ ist, } d\,u = \text{Sin}\,\varphi_0\,.\,d\lambda \qquad 6$$

Die conische Projection ist aber conform, wenn $m = m'$ wird, also nach 3 — 6, wenn

$$-\frac{d\,r}{R\,d\,\varphi} = \frac{r\,.\,d\,u}{R\,\text{Cos}\,\varphi\,.\,d\lambda} = \frac{r\,\text{Sin}\,\varphi_0}{R\,\text{Cos}\,\varphi}$$

und hieraus folgt durch Integration nach 64 : 4[2] und 68 : 2[1]

$$\log r = \text{Sin}\,\varphi_0\,.\,\log\,\text{Tg}\,(45^0 - {}^1/_2\,\varphi) + \text{Const.} \qquad 7$$

wo Const. aus

$$\log r_0 = \text{Sin}\,\varphi_0\,.\,\log\,\text{Tg}\,(45^0 - {}^1/_2\,\varphi_0) + \text{Const.} \qquad 8$$

berechnet werden kann, — zwei Gleichungen, aus denen durch Elimination von Const. unter Voraussetzung von $r_0 = 1$ sofort 1 hervorgeht, — während aus 4 und 5 die Vergrösserung

$$m = \frac{r\,.\,d\,u}{R\,.\,\text{Cos}\,\varphi\,.\,d\lambda} = \frac{r\,.\,\text{Cos}\,\varphi_0}{r_0\,.\,\text{Cos}\,\varphi} \qquad 9$$

folgt. — Die betreffende Abhandlung von **Lambert** findet sich im dritten Bande seiner in 4 citirten „Beiträge", — die allgemeine Theorie der conformen Projectionen durch **Gauss** aber in der 379 erwähnten Schrift desselben.

XLII. Die Parallaxe.

383. Begriff der Parallaxe. Der Winkel, um welchen ein Object, wenn es von verschiedenen Standpuncten aus angesehen wird, seine Stelle zu verändern scheint, nennt man seine **Parallaxe**, und speciell seine **tägliche**, wenn man den Unterschied der auf Beobachtungsort und Erdcentrum bezogenen sog. **scheinbaren** und

geocentrischen Positionen eines Gestirnes in's Auge fasst. Da die Ebene der Gesichtslinien eines Gestirnes vom Centrum der Erde und vom Beobachtungsorte aus, unter Voraussetzung einer sphärischen Erde durch den Zenith des Beobachters geht, also einen Verticalkreis bestimmt, so hat unter dieser Voraussetzung die tägliche Parallaxe, von der in diesem Abschnitte ausschliesslich die Rede sein soll, auf das Azimuth keinen Einfluss, sondern nur auf die Zenithdistanz. Bezeichnen aber z' die scheinbare, z die geocentrische Zenithdistanz, π' die Parallaxe und ϱ die Entfernung des Gestirnes vom Erdcentrum, so ist (s. Fig.)

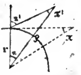
$$z' - z = \pi' = \text{Arc Sin}\left(\frac{r}{\varrho}\ \text{Sin}\ z'\right) = \text{nahe}\ \frac{r}{\varrho\ \text{Sin}\ 1''} \cdot \text{Sin}\ z' \qquad 1$$

Die Parallaxe ist also im Zenithe Null, und für $z' = 90^0$, wo sie **Horizontalparallaxe** des Gestirnes heisst, und mit π bezeichnet werden soll, wird sie im Maximum

$$\pi = \text{Arc Sin}\left(\frac{r}{\varrho}\right) = \text{nahe}\ \frac{r}{\varrho\ \text{Sin}\ 1''} \qquad 2$$

Es stehen somit Horizontalparallaxe, Erdradius und Distanz des Gestirnes in so engem und einfachem Rapporte, dass Bestimmungen der Parallaxe und der relativen Distanz Hand in Hand gehen. Etwas mehr complicirt sich die Sache (s. 387), wenn die Erde als Sphäroid betrachtet wird; es mag aber hier mit Beziehung darauf bloss vorläufig bemerkt werden, dass in diesem Falle die Parallaxe mit r ein Maximum, die sog. **Equatoreal-Horizontalparallaxe**, und ein Minimum, die sog. **Polar-Horizontalparallaxe**, annimmt.

Für die Literatur dieses Abschnittes ist theils auf die allgemeine in 324, theils auf die specielle in den folgenden Nummern zu verweisen. — Das Wort **Parallaxe** stimmt mit dem griechischen *Παράλλαξις* überein, und bedeutet Unterschied, Veränderung. Die **Horizontalparallaxe** eines Gestirnes kann man auch als die Hälfte des Winkels definiren, unter welchem von ihm aus der Durchmesser der Erde gesehen wird. Dabei entsprechen sich



Parallaxe	1^0	$1'$	$10''$	$1''$
Entfernung	57	3438	20626	206265

sofern der Erdradius als Einheit der Distanzen gewählt wird.

384. Die Bestimmungen von Aristarch und Hipparch. Die ersten auf Messung beruhenden Angaben über Entfernung und Grösse von Gestirnen verdankt man Aristarch und Hipparch. Ersterer, der (356, 357) schon die Winkel, unter denen wir die Radien von Mond und Sonne sehen, annähernd richtig zu 15' bestimmt hatte, leitete

aus der zur Zeit der Quadratur oder sog. **Dichotomie,** wo Sonne, Erde und Mond ein am Monde rechtwinkliges Dreieck bilden, gemessenen Winkeldistanz Sonne-Mond (nach ihm 87^0) das Verhältniss (18 : 1 bis 20 : 1) ihrer Distanzen von der Erde ab. Letzterer aber machte die schöne Entdeckung, dass (s. Fig.) die Summe der Parallaxen von Mond (☾) und Sonne (☉) gleich der Summe der scheinbaren Halbmesser (r, φ) der Sonne und des Schattenkegels der Erde in der Distanz des Mondes sein müsse, und da er theils ihr Verhältniss gleich dem reciproken Verhältnisse (1 : 19 nach Aristarch) ihrer Distanzen setzen, theils aus der Dauer der Mondfinsternisse den Halbmesser des Erdschattens annähernd (zu 39′) bestimmen konnte, so gelang es ihm, jene Parallaxen (zu 57′ und 3′), und damit auch die in Erdhalbmessern (r′) ausgedrückten Distanzen ($d = 59 . r'$, $D = 1200 . r'$) und Grössen ($R = 5^1/_2 . r'$, $\varrho = {}^1/_3 . r'$) jener beiden Hauptgestirne, wenn auch (wenigstens für die Sonne) noch nicht dem Zahlwerthe nach befriedigend, doch nach einer mathematischen Methode, zu ermitteln.

Die ältern Griechen beobachteten wenig, waren aber grosse Philosophen, und so soll **Pythagoras** oder einer seiner Schüler auf Grundlage der beliebten harmonischen Verhältnisse herausgebracht haben, dass die Sonne 3 mal so weit von der Erde abstehen müsse als der etwa 126000 Stadien entfernte Mond. Schon etwas rationeller war es, als man später, wie **Plinius** berichtet, diese Verhältnisszahl auf 12 hinaufsetzte, da auch die Umlaufszeit der Sonne 12 mal so gross als die des Mondes sei; aber doch war es ein grosses Verdienst, als **Aristarch** in seiner Schrift „*Περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων ἡλίου καὶ σελήνης* (De magnitudinibus et distantiis Solis et Lunæ; lat. durch Georg Valla, Venet. 1498 in fol., und durch F. Commandino, Pisauri 1571 in 4.; griech. durch J. Wallis, Oxoniæ 1688 in 8.)“ solcher Willkür eine geometrische Methode substituirte, und dieses Verdienst wird dadurch nicht vermindert, dass er den ihm nöthigen Winkel auf 87^0, anstatt auf $89^0\ 50'$ festsetzte, und, während wir das Verhältniss der Distanzen einfach gleich $\text{Cos}\ 87^0 = 1 : 19^3/_{13}$ setzen würden, nur auf sehr mühsame Weise dafür die Grenzwerthe 1 : 18 und 1 : 20 abzuleiten wusste. Bemerkenswerth ist ferner, dass Aristarch aus der kurzen Dauer der totalen Sonnenfinsternisse ganz richtig schloss, dass dannzumal die Erde nahe an der Spitze des Kegels stehe, der Mond und Sonne einhülle, — dass also das Verhältniss der wahren Durchmesser letzterer Gestirne ebenfalls zwischen die Grenzen 1 : 18 und 1 : 20 falle, — folglich das Verhältniss der Volumina zwischen 1 : 5832 und 1 : 8000. — Die von **Hipparch** gemachte Bestimmung von φ beruhte auf der Ueberlegung,



dass sich der Mond in einem Tage um etwa $50^m = 750'$, also in den $2^1/_2{}^h$, welche eine totale Mondsfinsterniss daure, um $2 \times 39'$ verspäte; aus $\odot + 19 . \odot = 15' + 39'$ folgte aber $\odot = 2',7$, so dass er abgerundet $\odot = 3'$ annehmen konnte, woraus sich sodann die übrigen der im Texte mitgetheilten Bestimmungen von selbst ergeben. Dass diese Bestimmungen mit den Neuern ($\odot = 8^1/_2{}''$, ☾ $= 57'$, $D = 24000 . r'$, $d = 60\, r'$,

$R = 112 \cdot r'$, $\varrho = {}^3/_{11} \cdot r'$) für den Mond zwar ziemlich gut, für die Sonne dagegen allerdings herzlich schlecht übereinstimmen, beruht fast einzig auf dem von Aristarch überkommenen unrichtigen Verhältnisse 1 : 19 und berührt namentlich Hipparch's höchst sinnreiche Methode nicht im Mindesten; und in der That, als Gottfried Wendelin oder **Vendelinus** (Herken bei Lüttich 1580 — Rothenac 1660?; Advocat am Parlament zu Paris, dann Pfarrer und Canonicus), muthmasslich in Folge der von **Keppler** in seinen Ephemeriden für 1619 erlasseenen Aufforderung, 1650 auf Majorka unter Anwendung des Fernrohrs mehrere solche Bestimmungen im ersten und letzten Viertel machte, erhielt er als Abstand von Sonne und Mond wenigstens 89° 45′, also statt 19 volle 229, woraus sich unter Beibehaltung der übrigen Zahlen die viel bessern Werthe $\odot = 64' : 230 = 14''$, $D = 14733 \cdot r'$ und $R = 64^1/_4\ r'$ ergeben.

385. Die Bestimmungen von Richer und Lacaille. Bei der weitern Entwicklung der Astronomie kam man zu der Ueberzeugung, dass eine genaue Bestimmung der Parallaxe aus Einem Stande kaum möglich sei, dass dagegen solche erhalten werden dürfte, wenn man von zwei möglichst entfernten Puncten der Erde unter den Polhöhen φ_1 und φ_2 gleichzeitige Positionsbestimmungen des betreffenden Gestirnes machen, — am Besten, wenn man an zwei passenden Puncten desselben Meridianes seine gleichzeitigen Culminations-Zenithdistanzen z_1 und z_2 beobachten könnte. In der That erlauben sodann unter Voraussetzung der Kugelgestalt der Erde die Formeln

$$\pi_1 + \pi_2 = z_1 + z_2 - (\varphi_1 - \varphi_2) \qquad 1$$

$$\text{Tg}\,\frac{\pi_1 - \pi_2}{2} = \text{Tg}\,(\alpha - 45^0) \cdot \text{Tg}\,\frac{\pi_1 + \pi_2}{2} \quad \text{wo} \quad \text{Tg}\,\alpha = \frac{\text{Sin}\,z_1}{\text{Sin}\,z_2} \qquad 2$$

$$\varrho = \frac{r\,\text{Sin}\,z_1}{\text{Sin}\,\pi_1} \qquad \text{Sin}\,\pi = \frac{r}{\varrho} \qquad 3$$

den Abstand ϱ des Gestirnes vom Erdcentrum und seine Horizontalparallaxe π zu berechnen, — ja man kann sogar ohne grosse Schwierigkeit auch den Einfluss der Abplattung und einer allfälligen Meridiandifferenz der beiden Beobachter in Rechnung bringen. Auf diese Weise erhielten z. B. Lacaille und Lalande aus correspondirenden Beobachtungen des Mondes, welche sie 1751 am Cap und in Berlin machten, für die mittlere Entfernung des Mondes 51760 Meilen, für den wahren Durchmesser 466 Meilen oder nahe $^3/_{11}$ Erddurchmesser, für die mittlere Polarhorizontalparallaxe 56′ 53″,2, für die mittlere Equatorealhorizontalparallaxe 57′ 5″,0, — für das Verhältniss zwischen Parallaxe π und scheinbarem Radius μ des Mondes endlich $\pi = 3{,}646 \cdot \mu$ oder $\mu = 0{,}2743 \cdot \pi$, — und die neuere Zeit hat (vergl. Taf. XVI) an dieser Mondparallaxe, die wegen der verschiedenen Distanz des Mondes von der Erde zwischen 58′ und 62′ schwanken kann, und überhaupt an diesen Zahlen

nur wenig verändern müssen. — Durch das sofort zu behandelnde dritte Gesetz Keppler's (406) über das Verhältniss der Distanzen der Planeten belehrt, genügt es ferner, um auch diese zu erhalten, Eine solche Distanz oder Parallaxe direkt zu messen, und zu einer solchen directen Messung nach obiger Methode eignet sich voraus der zur Zeit seiner Opposition der Erde relativ nahe tretende Mars. Um dieses 1672 eintretende günstige Verhältniss zu benutzen, wurde damals Richer von der Pariser-Academie nach Cayenne gesandt, während Cassini in Paris correspondirende Beobachtungen machen sollte, und das Ergebniss war eine der Distanz 0,372 entsprechende Marsparallaxe von $25^1/_3''$, aus der sich sodann für die Distanz 1 oder die Sonne die durch die neuern Beobachtungen nur wenig abgeänderte Parallaxe $9^1/_2''$ ergab.

Aus der beistehenden Figur folgen unmittelbar



$$\varrho = r\,\frac{\operatorname{Sin} z_1}{\operatorname{Sin} \pi_1} = r\,\frac{\operatorname{Sin} z_2}{\operatorname{Sin} \pi_2} = \frac{r}{\operatorname{Sin} \pi} \qquad 4$$

und somit theils 3, theils

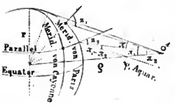
$$\frac{\operatorname{Sin} \pi_1}{\operatorname{Sin} \pi_2} = \frac{\operatorname{Sin} z_1}{\operatorname{Sin} z_2} = \operatorname{Tg} \alpha$$

folglich mit Hülfe von 98 : 4

$$\operatorname{Tg}\frac{\pi_1 - \pi_2}{2} = \frac{\operatorname{Sin} \pi_1 - \operatorname{Sin} \pi_2}{\operatorname{Sin} \pi_1 + \operatorname{Sin} \pi_2} \cdot \operatorname{Tg}\frac{\pi_1 + \pi_2}{2} = \frac{\operatorname{Tg} \alpha - 1}{\operatorname{Tg} \alpha + 1} \cdot \operatorname{Tg}\frac{\pi_1 + \pi_2}{2}$$

oder 2. — Für den Detail der nach ihren Hauptergebnissen im Texte angeführten Expedition von **Lacaille** an das Cap der guten Hoffnung, und der damit in Verbindung stehenden Abordnung von **Lemonnier**, der sich dann aber durch seinen Schüler **Lalande** remplaciren liess, nach Berlin, vergleiche „**Lacaille**, Observations faites au Cap pour déterminer la parallaxe de la Lune, de Mars et de Vénus (Mém. de Par. 1748 und 1751), ferner: Sur la parallaxe de la lune (Mém. de Par. 1761), und: Journal historique du voyage fait au Cap de Bonne-Espérance. Paris 1763 in 12., — **Lalande**, Sur la détermination de la parallaxe de la Lune et de la courbure de la Terre entreprise au Cap de bonne espérance et à Berlin (Berl. Mem. 1750), ferner: Observations faites à Berlin sur la distance de la lune (Mém. de Par. 1751), und: Sur la parallaxe de la Lune (Mém. de Par. 1752, 53, 56, 88), — und **Dionis du Séjour**, Détermination de la constante de la parallaxe de la Lune (Mém. de Par. 1782)", — für eine frühere ähnliche Operation, welche um 1705 Baron Bernhard Friedrich von **Krosigk** (Magdeburg 16.. — Herxen in Holland 1714; Geheimer Rath in Wolfenbüttel und Berlin) unter fürstlichem Aufwande zwei Schülern von Georg Christoph **Eimmart** (Regensburg 1638 — Nürnberg 1705; Vater der Astronomin Maria Clara; Kupferstecher und Besitzer einer Privatsternwarte in Nürnberg) anvertraute, nämlich Joh. Wilhelm **Wagner** (Heldburg in Franken 1681 — Berlin 1745; später Professor der Mathematik und Banknust in Hildburghausen und Berlin, zuletzt Christfr. Kirch's Nachfolger auf der Berliner-Sternwarte), der in Berlin gut beobachtete, und Peter **Kolb** (Dorflas bei Wunsiedel 1675 — Neustadt an der Aisch 1726; Hauslehrer bei Krosigk, später Rector zu Neustadt), der am Cap beobachten

sollte, aber leider so nachlässig war, dass aus seiner Schuld das unbefriedigende Resultat von 67′ 33″ (statt 61′) für die Perigeumsparallaxe des Mondes hervorging, vergleiche „**Kolb**, Caput bonæ spei hodiernum, d. i. Vollständige Beschreibung des Afrikanischen Vorgebürges der Guten Hofnung. Nürnberg 1719 in fol. (Holl. Amsterdam 1727), — und **Wagner**, Brevis narratio de ratione ac methodo observationum astronomicarum auspiciis DB. Fr. de Krosigk, Berolini et simul in Capite Bonæ Spei, per aliquot annos olim institutarum (Misc. Berol. VI, 1740)“. — Jean **Richer** reiste 1672 II 8 von Paris ab, langte IV 22 in Cayenne an, und hatte sich V 28 soweit eingerichtet, dass er seine Beobachtungen beginnen konnte. Namentlich machte er bei der Opposition des Mars im September jenes Jahres Beobachtungen desselben, zu denen Dom. **Cassini** in Paris nach Verabredung die correspondirenden besorgte. So erhielten sie z. B.



1672	Gegenstand	Höhe in Cayenne	Parallel von Cayenne Meridian von Paris		Höbe in Paris		Differ. d. Diff.
		° ′ ″	° ′ ″	′ ″	° ′ ″	′ ″	″
IX 8	♂, ober. Rand	74 31 45					
- 9	dito	74 28 10	74 28 43	− 16 3	30 35 35	− 15 50	+ 13
- —	ψ′ Aquarii	74 12 40	74 12 40		30 19 45		15
- 23	♂, ober. Rand	73 57 25					
- 24	dito	73 57 10	73 57 12	+ 15 28	30 4 0	+ 15 45	+ 17
- —	ψ′ Aquarii	74 12 40	74 12 40		30 19 46		

wo für die Reduction der Beobachtungen in Cayenne auf den Meridian von Paris die Längendifferenz $3^h\ 40^m = {}^{11}/_{72}{}^d$ angewandt, und die Veränderung der Marshöhe der Zeit proportional gesetzt wurde. Nach den Pariser-Beobachtungen stand somit Mars zwischen dem 9. und 24. September in der Höhe von ψ′ Aquarii, in Cayenne dagegen um 15″ höher; also war $\pi_1 - \pi_2 = 15''$, $z_1 = 90^0 - 30^0\ 19'\ 45'' = 59^0\ 40'\ 15''$, $z_2 = 90^0 - (74^0\ 12'\ 40'' + 15'') = 15^0\ 47'\ 5''$, und mit Hülfe von 4

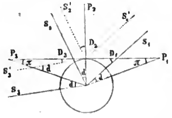
$$\pi_1 - \pi_2 = r\,\frac{\mathrm{Sin}\, z_1 - \mathrm{Sin}\, z_2}{\rho\,\mathrm{Sin}\, 1''} \qquad \pi = \frac{r}{\rho\,\mathrm{Sin}\,1''} = \frac{\pi_1 - \pi_2}{\mathrm{Sin}\, z_1 - \mathrm{Sin}\, z_2} = 25^1/_3{}'' \qquad 5$$

woraus endlich, da nach den Theorieen von Erde und Mars (vergl. 406) diese beiden Gestirne damals nahe ihren kleinsten Abstand 0,372 hatten, für die Parallaxe in der Distanz 1 oder die Sonnenparallaxe der nicht üble Werth

$$\Pi = 25^1/_3{}'' \cdot 0{,}372 = 9^1/_2{}''$$

hervorging, — vergleiche „**Richer**, Observations astronomiques et physiques faites en l'isle de Cayenne. Paris 1679 in fol., — **Cassini**, Les Elémens de l'Astronomie verifiez. Paris 1684 in fol. (Beide in dem 371 erwähnten Recueil von 1693)“. — Gesetzt, es würde ein Beobachter in einem Punkte des Erd-

equators die Distanzen D eines eqnatorealen Sternes S von einem in endlicher Entfernnng ebenfalls in der Ebene des Erdequators stehenden, und jeder Eigenbewegung baaren Gestirnes P bei Aufgang, Cnlmination und Niedergang messen, so wäre



$D_1 = d + \pi \qquad D_2 = d \qquad D_3 = d - \pi$

wo d die geocentrische Distanz von P und S, π aber die Horizontalparallaxe von P bezeichnen würde, nnd man hätte somit

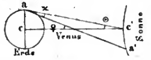
$$\pi = \frac{D_1 - D_3}{2} \qquad 6$$

Sind Beobachter und P nicht im Eqnator, hat P Eigenbewegung, und beobachtet man nicht unmittelbar bei Auf- und Untergang, so ergeben sich kleine, aber offenbar dnrch Rechnung zu bewältigendo Differenzen, — und es liegt also jedenfalls eine weitere Methode zur Parallaxenbestimmung vor, welche den grossen Vortheil hat, dass sie durch Einen Beobachter, an demselben Orte und mit dem gleichen Instrumente ausgeführt werden kann, — dagegen allerdings den Nachtheil, dass die Eigenbewegung wegen der grössern Zeitdifferenz der beiden Beobachtnngen anoh einen grössern Einflnss gewinnt. Sie wnrde zuerst von **Cassini** angewandt, um den über Cayenne erhaltenen Werth noch anderweitig zu prüfen, sodann von **Flamsteed** (vergl. Phil. Trans. 1673), **Maraldi** (vergl. Mém. Par. 1706 und 1722), etc., und gab ebenfalls swischen 9 und 10" schwankende Werthe, während nachmals **Lacaille** aus Vergleichnng von Beobachtungen, welche er am Cap bei einer Opposition des Mars und einer untern Conjunction der Venns erhalten hatte, mit correspondirenden Beobachtungen in Greenwich, Paris, Stockholm, etc. die etwas grössere Sonnenparallaxe $10^1/_4" \pm {}^1/_4"$ erhielt.

886. Die neuern Bestimmungen. Beim Durchgange eines untern Planeten (vergl. 425) erhält jeder Beobachter sowohl für irgend eine Phase des Durchgangs als für die Dauer desselben eine bestimmte, theils von seinem Standpuncte, theils von der Differenz der Parallaxen (☿ oder ♀) des Planeten und (⊙) der Sonne abhängige Zeit, und es lässt sich daher diese Differenz (jedoch besser ♀ — ⊙ = 3 ⊙, als ☿ — ⊙ = $^1/_2$ ⊙) **entweder**, wie Halley schon 1716 vorschlug, aus der Vergleichung der von verschiedenen Beobachtern erhaltenen Dauer, **oder**, wie später Delisle zeigte, aus der Vergleichung des von ihnen ermittelten Eintritts derselben Phase bestimmen, — folglich, da überdiess nach dem dritten Keppler'schen Gesetze (vergl. 406) das Verhältniss der Parallaxen bekannt ist, auch jede dieser Parallaxen. In der That ergaben die während den Venusdurchgängen von 1761 und 1769 an den verschiedensten Orten gemachten, und nach diesen Grundsätzen verwertheten Beobachtungen eine Reihe von nahe unter sich und auch mit dem Richer'schen Resultate gar nicht übel übereinstimmenden Werthen

für die Sonnenparallaxe, — nach Encke im Mittel 8″,5776, was mit einer Sonnendistanz von 20667000 und einem Sonnendurchmesser von 192600 geogr. Meilen übereinkömmt. Seither ist namentlich die 1862 eingetroffene Erdnähe des Mars in ähnlicher Weise wie von Richer-Cassini zur Bestimmung der Sonnenparallaxe verwendet, und wieder ein nahe gleicher, wenn immerhin, entsprechend Leverrier's theoretischer Bestimmung etwa um 0″,4 grösserer Werth als der Encke'sche erhalten worden. Die nächsten Venusdurchgänge von 1874 und voraus von 1882 werden sonder Zweifel ein entscheidendes Resultat liefern.

Während vom Mittelpuncte c der Erde aus gesehen die Venus sich in c′ auf die Sonne projicirt, erscheint sie von dem Puncte a an der Oberfläche



in a′, und zwar ist der den scheinbaren Abstand von a′ und c′ messende Winkel offenbar

$$x = ♀ - ⊙$$

und dabei verhält sich nahe

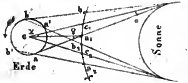
$$x : ⊙ = Vc' : Va = 723 : 277 = 2\tfrac{1}{2} : 1$$

$$♀ : ⊙ = ac' : Va = 1000 : 277 = 4 : 1$$

während für Merkur in der That die entsprechenden Proportionen

$$x : ⊙ = Mc' : Ma = 387 : 613 = 1 : 1\tfrac{1}{2} \text{ und } ☿ : ⊙ = ac' : Ma = 1000 : 613 = 1\tfrac{1}{2} : 1$$

viel ungünstigere Bedingungen aufweisen. Anstatt x zu messen, kann man, wie schon **Halley** bemerkte, die Ein- und Austrittszeiten der Venus beobachten, hieraus in Vergleich mit den bekannten scheinbaren Bewegungen von Sonne und Venus die Längen der von Letzterer beschriebenen Sehnen, und aus diesen endlich analog wie beim Kreismikrometer (vergl. 347) ihren Abstand berechnen. — Von c aus sieht man die Venus in die Sonne eintreten,



wenn sie in den Punct c_1 ihrer Bahn gekommen ist, von a aus dagegen erst, wenn sie sich nach a_1 bewegt hat, — und aus dieser Verspätung kann man, wie **Delisle** bemerkte, ebenfalls, aber allerdings unter Voraussetzung guter Längenbestimmung

$$x = ♀ - ⊙$$

berechnen. — Würde die Erde nicht rotiren, so könnten die dem vollständigen Durchgange für c und a entsprechenden Bogen $c_1 c_2$ und $a_1 a_2$ einander nahe gleich gesetzt werden; kömmt aber in Folge der Rotation a nach a′, so hat der Austritt für a schon in b_2 statt, so dass $a_1 b_2 < c_1 c_2$, oder der Durchgang beschleunigt wird, — während einem Puncte b auf der Rückseite, der durch die Rotation nach b′ geführt wird, offenbar die Dauer $b_1 a_2 > c_1 c_2$ entspricht, also der Durchgang eine Verzögerung erleidet. Es sind also die Verumständungen eines Durchganges für verschiedene Stationen wesentlich, ja die im Maximum etwa 6 Stunden betragende Durchgangsdauer bis auf 25^m, oder mehr als das Hundertfache der Unsicherheit der Zeitangabe, verschieden, und da überdiess die hier für die eine oder andere Methode angenommenen Bedingungen kaum erfüllbar sind, jedenfalls **nicht** am Erdcentrum, und auf der Mitternachtsseite der Erde **nur** in der Nähe des beleuchteten Poles beobachtet werden kann, so entsteht die Aufgabe, mindestens zwei,

von der Parallaxe möglichst verschieden influirte Beobachtungsstellen zu ermitteln, und die Regeln zur Berechnung der Parallaxe aus den an ihnen erhaltenen Beobachtungen aufzustellen, — eine Aufgabe, für deren detaillirte Lösung jedoch theils auf 400, theils auf die unten folgende Literatur verwiesen werden muss. — Leider sind die Venusdurchgänge sehr selten, da sie nur statt haben, wenn die Venus zur Zeit ihrer untern Conjunction nahe am aufsteigenden oder absteigenden Knoten steht, in dessen Länge die Erde Anfang December oder Anfang Juni tritt. Zwei untere Conjunctionen der Venus stehen aber (s. Taf. XVIII^a) um $1^a\,218^d\,16^h = 583^{11}/_{12}{}^d$ von einander ab, und da

$$5 \times 583^{11}/_{12} = 8 \times 365^{1}/_{4} - 2^{5}/_{12}$$

während sich in $2^{5}/_{12}{}^d$ die Breitendifferenz von Sonne und Venus um etwa $1^{1}/_{2}$ Sonnenradien verändert, so hat somit in der Regel nach jedem, einem Durchgange durch den Knoten folgenden Venusdurchgange in etwas weniger als 8 Jahren noch ein zweiter vor dem Durchgange statt; dann aber pausiren sie wieder über ein Jahrhundert, wie folgende, einer von **Delambre** aufgestellten Tafel enthobene Daten der 4 letzten und der 4 nächstfolgenden Durchgänge:

1631 XII 6		1639 XII 4	1761 VI 5		1769 VI 3
N	Aufst. Knoten	S	S	Abst. Knoten	N
243 =	8	$+ 121^{1}/_{2}$		+ 8	$+ 105^{1}/_{2}$
1874 XII 8		1882 XII 6	2004 VI 7		2012 VI 5

zeigen, welche eine Periode von 243 Jahren verrathen, während die beigesetzten N und S angeben, ob die von der Venus beschriebene Sehne vom Centrum der Erde aus nördlich oder südlich vom Sonnenmittelpuncte gesehen wird. — Vor Erfindung des Fernrohrs konnten weder Merkur- noch Venusdurchgänge gesehen werden; als dann aber **Keppler** gestützt auf seine Tafeln (vergl. 420) in seiner „Admonitio ad astronomos rerumque cœlestium studiosos de miris rarisque anni 1631 phænomenis, Veneris puta et Mercurii in Solem incursu. Lipsiæ 1629 in 4.“ auf 1631 XI 7 einen Merkurdurchgang und auf 1631 XII 6 einen Venusdurchgang voraussagte, durfte man hoffen, diese merkwürdigen Erscheinungen verfolgen zu können. In der That wurde auch der Merkurdurchgang von **Cysat** in Insbruck, von einem seiner Schüler in Ingolstadt, von dem mit Keppler befreundeten Arzte Johannes **Remus** Quietanus zu Rufach im Elsass, und ganz besonders von Pierre **Gassendi** (Champtercier 1592 — Paris 1655; Minorit, Professor der Philosophie zu Aix und dann der Mathematik zu Paris) zu Paris beobachtet. Aus des Letztern betreffender Schrift „Mercurius in Sole visus et Venus invisa anno 1631. Parisiis 1632 in 4.“ geht zugleich hervor, dass es ihm dagegen nicht gelang, Venus vor der Sonne zu sehen, — wie **Lalande** seither nachgewiesen hat, weil Venus schon vor Sonnenaufgang ausgetreten war. — **Keppler** hatte in der erwähnten „Admonitio“ auch den Venusdurchgang von 1761 angekündigt, dagegen denjenigen von 1639 übersehen, — nicht so der talentvolle junge Jeremiah **Horrox** (Toxteth in Lancashire 1619 — Hool bei Liverpool? 1641), der ihn gestützt auf eigene Berechnung theils seinem Freunde William **Crabtree** zu Broughton bei Manchester rechtzeitig ankündigte, theils ihn selbst zu Hool beobachtete, und darüber eine Schrift „Venus in Sole visa“ hinterliess, welche nachmals **Hevel** als Anhang zu seinem „Mercurius in Sole visus anno 1661. Gedani 1662 in fol.“ herausgab. — Merkurdurchgänge, von

denen sich in einem Jahrhundert circa 13 ereignen, so z. B. in diesem Jahrhundert nach **Delambre** noch

1878 V 6 1881 XI 7 1891 V 9 1894 XI 10

wurden in der Folge viele beobachtet, so z. B. derjenige von 1677 XI 7 durch **Halley** auf St. Helena, wobei ihm der Gedanke auftauchte, dass man solche Merkur- und noch besser Venus-Durchgänge in der im Texte angegebenen Weise zur genauern Bestimmung der Sonnenparallaxe verwenden könnte, — ein Gedanke, den er sodann in den Abhandlungen „De visibili conjunctione inferiorum planetarum cum Sole, dissertatio astronomica (Phil. Trans. 1693), — Methodus singularis qua Solis parallaxis, ope Veneris intra Solem conspiciendæ, tuto determinari poterit (Phil. Trans. 1716)" näher ausführte. Diese neue Methode fand vielen Beifall, und wurde, je näher 1761 heranrückte, desto eifriger besprochen und vorbereitet, vergl. „Jos. **Delisle**, Sur les passages de Mercure (Mém. de Par. 1723, 1743), und: Mémoire pour servir d'explication à la Mappemonde au sujet du passage de Vénus. Paris 1760 in 4., — **Boscovich**, De proximo Veneris sub Sole transitu (Phil. Trans. 1760), — **Legentil** et Claude-Etienne **Trébuchet** (Auxerre 1722 — Auxerre 1784; Officier de la Reine, später Privatastronom in Auxerre), Mémoires sur le passage de Vénus (Journ. d. Sav. 1760), — etc.", — ja es rüsteten sich nicht nur sämmtliche Observatorien Europa's, sondern es gingen sogar nach verschiedenen, für die Beobachtungen besonders günstigen Puncten auf öffentliche Kosten eigentliche Expeditionen ab, so namentlich Alexandre Guy **Pingré** (Paris 1711 — Paris 1796; Priester, Astronom und Bibliothecar der Abtei Sainte Geneviève in Paris, und Mitglied der Academie) nach der östlich von Madagaskar gelegenen Insel Rodrigues, vergl. seine „Observations (Mém. de Par. 1761 und 1763)", — Jean **Chappe d'Auteroche** (Manriac in der Auvergne 1722 — St. Lucar in Californien 1769; Abbé und Mitglied der Pariser-Academie) auf den Wunsch der Petersburger-Academie nach Tobolsk, vergl. seine „Voyage en Sibérie. Paris 1763, 3 Vol. in 4.", — **Maskelyne** nach St. Helena, vergl. seinen „Account (Phil. Trans. 1761)", — **Mason** und **Dixon** an das Cap der guten Hoffnung (vergl. Phil. Trans. 1761), — etc. So wurden, trotz zum Theil ungünstiger Witterung, ziemlich viele Beobachtungen erhalten; aber als man sie der Rechnung unterzog, ergab sich lange nicht die Uebereinstimmung, welche man erwartete, — ja auch mit Ausschluss einzelner Daten, welche die Sonnenparallaxe verschwinden liessen oder dann wieder bis auf 30" brachten, erhielt **Pingré** (s. Mém. de Paris 1761) aus seiner Zusammenstellung dafür 10½", während **Short** (s. Phil. Trans. 1762) 8½" fand, Thomas **Hornsby** (Oxford 1733 — Oxford 1810; Professor der Astronomie und Physik zu Oxford) aber (s. Phil. Trans. 1763) 9¾" festhalten wollte, — und man war schliesslich nach 1761 unsicherer über den Betrag der Sonnenparallaxe, als man es vorher zu sein glaubte. — Zu gutem Glücke liess man sich jedoch nicht entmuthigen, sondern bot für den zweiten Durchgang von 1769 theils durch Herausgabe aufklärender Schriften, wie z. B. „**Lagrange**, Sur le passage de Vénus du 3 Juin 1769 (Mém. de Berl. 1766 oder Oeuvres II), — **Maskelyne**, Instructions relative to the observation of the ensuing transit of Venus. London 1768 in 8., — Lampert Heinrich **Röhl** (Ribbnitz bei Rostock 1724 — Greifswald 1790; Professor der Mathematik und Astronomie in Greifswald), Merkwürdigkeiten von den Durchgängen der Venus. Greifswald 1768 in 8., — etc.", theils durch Vorbereitung grossartiger Expeditionen erst recht alles auf, um zum gewünschten Ziele zu gelangen,

und wenn nun auch **Legentil**, der schon 1759 nach Indien verreist war, um den ersten Durchgang zu beobachten, jedoch sich verspätate, dann bis 1769 in Pondichory blieb, leider bedeckten Himmel hatte, vergl. seine „Voyage dans les mers de l'Inde à l'occasion du passage de Vénus 1761 et 1769. Paris 1778—1781, 2 Vol. in 4.“, — **Pictet**, der von der Petersburger-Academie für Umba engagirt worden war, und ebenso Christian Gottlieb **Kratzenstein** (Wernigerode 1723 — Kopenhagen 1795; früher Mitglied der Petersburger-Academie, und damals Professor der Physik in Kopenhagen), der in Trondhiem beobachten wollte, sogar Regen hatten, vergl. ihre Briefe in Bd. 2 meiner Biographieen und in „Lesage par Prevost“, — etc., so fielen dagegen andere Stationen günstiger aus: **Pingré**, der ein „Mémoire sur le choix des lieux où le passage de 1769 pourra être observé. Paris 1767 in 4.“ geschrieben hatte, beobachtete (s. Mém. de Par. 1770) in St. Domingo, — **Chappe d'Auteroche** in Kalifornien, wo er bald nachher sein Grab fand, vergl. seine „Voyage en Californie. Paris 1772 in 4.“, — Charles **Green** (s. Phil. Trans. 1771), Karl Daniell **Solander** (Norrland in Schweden 1736 — London 1782; Bibliothecär am British Museum) und James **Cook** (Marton in Yorkshire 1728 — Owaihi 1779; Capitän in der brittischen Marine), der damals die erste seiner drei Reisen machte, auf Otaheiti, — **Rittenhouse** (s. Americ. Trans. I) in Norriton, — William **Wales** (1734? — London 1798; später Begleiter von Cook und zuletzt Secretär des Board of Longitude) an der Hudsonsbay, vergl. seine „General observations made at Hudson's Bay. London 1772 in 4.“, — Anders **Planmann** (Hattula Socken 1724 — Pemar Prestgård 1803; Professor der Physik zu Åbo) zu Cajaneborg (s. Vetensk. Acad. Handl. 1769), — Maximilian Höll oder **Hell** (Schemnitz 1720 — Wien 1792; Jesuit, Director der Sternwarte zu Wien) auf Einladung des Königs von Dänemark zu Wardoehuus in Norwegen, vergl. seine „Observatio transitus Veneris. Hafniæ 1770 in 4.“, und „C. L. **Littrow**, Hell's Reise nach Wardoe, nach dessen Tagebüchern. Wien 1835 in 8.“; — Christian **Mayer** (Mesritz in Mähren 1719 — Mannheim 1783; Jesuit, Professor der Mathematik zu Heidelberg und kurpfälzischer Hofastronom in Mannheim) mit Albrecht **Euler** und **Lexell** in Petersburg, vergl. des Erstern „Expositio de transitu Veneris. Petropoli 1769 in 4.“, — Jacques-André **Mallet** (Genf 1740 — Genf 1790; Professor der Astronomie in Genf; vergl. Bd. 2 meiner Biographieen) nach dem Wunsche der Petersburger-Academie in Ponoi, Stephan **Rumovski** (Gouv. Wladimir 1734 — Petersburg 1815; Schüler von Euler; Professor der Mathematik zu Petersburg und Astronom der Academie) in Kola, Johannes **Islenieff** in Jakoutsk, Georg Moritz **Lowitz** (Fürth bei Nürnberg 1722—1774, wo er auf einer Reise an der Wolga ermordet wurde; Professor der Mathematik in Nürnberg, Göttingen und Petersburg) in Gurieff, Wolfgang Ludwig **Krafft** (Petersburg 1743 — Petersburg 1814; Professor der Astronomie zu Petersburg) in Orenburg, und Christoph **Euler** in Orsk, vergl. die „Collectio omnium observationum, quæ occasione transitus Veneris per Solem A. 1769 per Imperium Russicum institutæ fuerunt. Petropoli 1770 in 4.“, — etc., einer grossen Anzahl von Beobachtungen auf den Sternwarten Mittel-Europa's gar nicht zu gedenken. Auch klappten jetzt die Resultate für die Sonnenparallaxe wesentlich besser, indem „**Planmann**, Om Solens parallaxis (Vet. Acad. Handl. 1772)“ dafür 8″,43, — „**Lalande**, Sur la parallaxe du soleil (Mém. de Par. 1770, 1771)“ 8″,50, — „**Lexell**, De investiganda parallaxi solis (Comm. Petr. 1772, auch 1771 und Vet. Akad. Handl. 1771)“, mit geschickter

Anwendung einer von **Euler** angegebenen Methode auf die Längenbestimmung der Stationen aus der wenige Stunden nach dem Venusdurchgange erfolgten Sonnenfinsterniss, 8",68, — „**Hell**, De parallaxi Solis (Eph. Vind. 1773, 1774)", nachdem er die Zahlen seines Tagebuches auf nicht ganz ehrliche Weise verändert hatte, 8",70, — „**Hornsby**, The Suns parallax (Phil. Trans. 1771)" 8",78, — und „**Pingré**, Sur la parallaxe du soleil (Mém. de Par. 1772)" 8",80 erhielt, — Werthe, deren Mittel 8",65 ± 0",06 auch **Encke** in seinen classischen Abhandlungen „Die Entfernung der Sonne von der Erde aus dem Venusdurchgange von 1761 hergeleitet. Gotha 1822 in 8., und: Der Venusdurchgang von 1769. Gotha 1824 in 8." nahezu erreichte, indem er aus dem Durchgange von 1761 allein 8",5309 ± 0,0623, aus dem von 1769 allein 8",6030 ± 0,0460 ableitete, und als Schlussresultat aus beiden Durchgängen entsprechend wie im Texte 8",5776 ± 0,0770 festsetzte. Die daraus hervorgehende Distanz nach der Sonne würde ein Dampfwagen etwa in drei Jahrhunderten, eine Kanonenkugel in etwa 10 Jahren, und eine telegraphische Depesche etwa in $^1/_8$ Stunde zurücklegen; der Durchmesser der Sonne aber beträgt hiernach etwa 112 Erddurchmesser, und wenn man sich ein mässig erleuchtetes Scheibchen denkt, das $112^2 = 12544$ mal kleiner als die Sonne erscheint, so kann man eine Vorstellung gewinnen, welch' grossartigen Eindruck es auf allfällige Sonnenbewohner machen muss, wenn es ihnen einmal vergönnt ist, die berühmte Erde zu sehen. — Nachdem **Encke** (s. Berl. Abh. 1835), in Folge einer durch die eben erwähnte Publication des Hell'schen Tagebuches veranlassten neuen Discussion, die Sonnenparallaxe auf 8",571 herabgesetzt hatte, schlug **Gerling** (vergl. Astr. Nachr. 599 von 1847) vor, auch die Venusstillstände zur Bestimmung zu benutzen, und die Folge hievon war, dass James M. **Gilliss** (Georgetown in Columbia 1811 — Washington 1865; Marine-Capitän und Superintendent des durch seine Bemühung entstandenen Naval Observatory in Washington; vergl. „Biographical Notice" von Gould) eine betreffende Expedition nach Chili ausführte, welche jedoch wegen ungenügenden correspondirenden Beobachtungen an nördlichen Stationen wenigstens in dieser Richtung ohne Erfolg blieb, vergl. „The U. S. Naval astronomical expedition in the Southern Hemisphere during the years 1849—1852. Washington 1855—1859, 6 Vol. in 4." Sehr merkwürdige Resultate ergaben dagegen die während der Mars-Opposition von 1862 in Pulkowa (P), Greenwich (G), Williamstown in Australien (W) und am Cap (C) gemachten Beobachtungen, indem Friedrich August Theodor **Winnecke** (Gross-Heere in Hannover 1835; Astronom in Pulkowa) und E. J. **Stone** daraus (vergl. A. N. 1409 und Mem. Astr. Soc. Vol. 33) die Parallaxe aus

P, C = 8",964 ± 0,038 G, C = 8",918 ± 0,044 G, W = 8",930 ± 0,041

erhielten, d. h. fast genau die 8",95, welche die theoretischen Untersuchungen der **Hansen**, **Leverrier**, **Peters**, etc. forderten, — auch nahe die 8",86, welche **Foucault** voraussetzen musste, um die auf physikalischem Wege erhaltene Geschwindigkeit des Lichtes von 298 ± $^1/_2$ Millionen Meter mit der Aberrations-Constante 20",45 (vergl. 405) in Einklang zu bringen, — und da sogar nach „Carl Rudolf **Powalky** (Neu-Dietendorf bei Gotha 1817; astronomischer Rechner in Berlin), Neue Untersuchung des Venusdurchganges von 1769. Kiel 1864 in 4. (vergl. A. N. 1687 und 1811, auch Monthly Not. Vol. 28)" auch Encke's Bestimmung bei Anwendung der neuern Ortsbestimmungen und Tafeln auf 8",832 erhöht wird, so dürfte die Sonnenparallaxe jedenfalls nicht weit von den

8",848 ± 0,013 (Dist. 20035000 g. M.)

abweichen, welche „Simon **Newcomb**, Professor der Mathematik in Washington: Investigation of the Distance of the Sun. Washington 1867 in 4." dafür als wahrscheinlichsten Werth im Mittel aus allen bisherigen Bestimmungen erhalten hat. Immerhin ist man mit Recht auf die Ergebnisse der zwei jetzt so nahe bevorstehenden Venusdurchgänge gespannt, für welche bereits in den Schriften „**Airy**, On the preparatory Arrangements which will be necessary for efficient Observation of the Transits of Venus in the years 1874 and 1882 (Monthly Notices Vol. 29), — Theodor v. **Oppolzer**, Professor der Astronomie in Wien: Ueber den Venusdurchgang des Jahres 1874 (Sitzungsber. der Wiener-Academie 1870 IV), — **Hansen**, Bestimmung der Sonnenparallaxe durch Venusvorübergänge vor der Sonnenscheibe mit besonderer Berücksichtigung des 1874 eintreffenden Vorüberganges. Leipzig 1870 in 8., — etc." so werthvolle Vorarbeiten vorliegen.

387. Der Einfluss der Parallaxe auf die Coordinaten. Um den Einfluss der Parallaxe π eines Gestirnes, mit Berücksichtigung der wahren Gestalt der Erde, auf seine Coordinaten zu bestimmen, erhalten wir für n = 0 aus 192 : 2, wenn wir R durch die in der Einheit des Equatorradius gegebene Distanz ϱ des Beobachters vom Erdcentrum und r (nach 383) durch 1 : Sin π, r' aber durch $\triangle$: Sin π ersetzen, wo $\triangle$ das Verhältniss der Distanzen von Oberfläche und Centrum bezeichnet,

$$\triangle \operatorname{Cos} v' . \operatorname{Cos} w' = \operatorname{Cos} v . \operatorname{Cos} w - \varrho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} V . \operatorname{Cos} W \qquad 1$$

$$\triangle \operatorname{Cos} v' . \operatorname{Sin} w' = \operatorname{Cos} v . \operatorname{Sin} w - \varrho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} V . \operatorname{Sin} W \qquad 2$$

$$\triangle . \operatorname{Sin} v' = \operatorname{Sin} v - \varrho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sin} V \qquad 3$$

Aus 1 und 2 erhält man aber entsprechend 102 : 4—8

$$\triangle \operatorname{Cos} v' . \operatorname{Sin} (w' - w) = \varrho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} V . \operatorname{Sin} (w - W) \qquad 4$$

$$\triangle \operatorname{Cos} v' . \operatorname{Cos} (w' - w) = \operatorname{Cos} v - \varrho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} V \operatorname{Cos} (w - W) \qquad 5$$

$$\operatorname{Tg} (w' - w) = \frac{\varrho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} V . \operatorname{Sin} (w - W)}{\operatorname{Cos} v - \varrho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} V . \operatorname{Cos} (w - W)} \qquad 6$$

$$w' = w + \frac{\varrho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} V}{\operatorname{Cos} v . \operatorname{Sin} 1''} \operatorname{Sin} (w - W) + \frac{\varrho^2 \operatorname{Sin}^2 \pi \operatorname{Cos}^2 V}{2 \operatorname{Cos}^2 v . \operatorname{Sin} 1''} \operatorname{Sin} 2 (w - W) + \ldots \qquad 7$$

Da ferner $\operatorname{Cos} (w' - w) = 1 - 2 \operatorname{Sin}^2 {}^1/_2 (w' - w)$, so erhält man aus 5 und 3 mit Hülfe von 4, und unter der Annahme, dass

$$m . \operatorname{Sin} n = \operatorname{Sin} V \qquad m . \operatorname{Cos} n = \frac{\operatorname{Cos} V . \operatorname{Cos} [{}^1/_2 (w' + w) - W]}{\operatorname{Cos} {}^1/_2 (w' - w)} \qquad 8$$

sein sollen, die neuen Beziehungen

$$\triangle \operatorname{Cos} v' = \operatorname{Cos} v - \varrho \, m \operatorname{Cos} n \operatorname{Sin} \pi \qquad 9$$

$$\triangle \operatorname{Sin} v' = \operatorname{Sin} v - \varrho \, m \operatorname{Sin} n \operatorname{Sin} \pi \qquad 10$$

und hieraus wieder entsprechend 102 : 4—8

$$\operatorname{Tg} (v' - v) = \frac{\varrho \, m \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sin} (v - n)}{1 - \varrho \, m \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} (v - n)} \qquad 11$$

$$v' = v + \frac{\varrho \, m \operatorname{Sin} \pi}{\operatorname{Sin} 1''} \operatorname{Sin} (v - n) + \frac{\varrho^2 m^2 \operatorname{Sin}^2 \pi}{2 \operatorname{Sin} 1''} \operatorname{Sin} 2 (v - n) + \ldots \qquad 12$$

Endlich hat man, wenn r und r' die Centrum und Oberfläche entsprechenden scheinbaren Radien sind, und 10 . Cos n — 9 . Sin n gebildet wird,

$$r' : r = 1 : \Delta = \text{Sin}\,(v' - n) : \text{Sin}\,(v - n) \qquad \mathbf{13}$$

Um diese Formeln auf die gewöhnlichen drei Coordinatensysteme anzuwenden, hat man einfach, wenn w und z, a und d, l und b die geocentrischen, w' und z', a' und d', l' und b' aber die scheinbaren Horizont-, Equator- und Ekliptikcoordinaten sind, φ' und t endlich geocentrische Breite und Sternzeit bezeichnen,

die Grössen	w	v	w'	v'	W	V
für den Horizont durch	w	$90^0 - z$	w'	$90 - z'$	0	$90^0 - (\varphi - \varphi')$
- den Equator durch	$-a$	d	$-a'$	d'	$-t$	φ'
- die Ekliptik durch	$-l$	b	$-l'$	b'	$-L$	B

zu ersetzen, wo B und L die Werthe sind, welche φ' und t annehmen, wenn man sie auf gewohnte Weise vom Equator auf die Ekliptik transformirt.

Um 9 zu erhalten, ergibt sich zunächst aus 5 nach der im Texte angegebenen Weise

$$\Delta\,\text{Cos}\,v' = \text{Cos}\,v - \varrho\,\text{Sin}\,\pi\,\text{Cos}\,V\,\text{Cos}\,(w - W) + 2\,\Delta\,\text{Cos}\,v'\,\text{Sin}^2\frac{w' - w}{2} =$$

$$= \text{Cos}\,v - \varrho\,\text{Sin}\,\pi\,\text{Cos}\,V\,\text{Cos}\,(w - W) +$$

$$+ 2\,\frac{\varrho\,\text{Sin}\,\pi\,\text{Cos}\,V\,\text{Sin}\,(w - W)}{2\,\text{Sin}\,\frac{w' - w}{2}\,\text{Cos}\,\frac{w' - w}{2}}\,.\,\text{Sin}^2\frac{w' - w}{2}$$

Für den Horizont erhält man aus 7, 8 und 12 mit Hülfe des im Texte aufgestellten Schema's sehr nahe

$$w' = w + \frac{\varrho\,\pi\,\text{Sin}\,(\varphi - \varphi')\,\text{Sin}\,w}{\text{Sin}\,z} \qquad z' = z - \varrho\,m\,\pi\,\text{Cos}\,(z + n) \qquad \mathbf{14}$$

wo

$$m\,\text{Sin}\,n = \text{Cos}\,(\varphi - \varphi') \qquad m\,\text{Cos}\,n = \text{Sin}\,(\varphi - \varphi')\,\text{Cos}\,\frac{w' + w}{2}\,\text{Sec}\,\frac{w' - w}{2} \qquad \mathbf{15}$$

oder (vergl. 383) unter Annahme sphärischer Erde mit Zuzug von 13

$$w' = w \qquad z' = z + \pi\,\text{Sin}\,z \qquad r' : r = \text{Sin}\,z' : \text{Sin}\,z \qquad \mathbf{16}$$

und für den Equator

$$a' = a + \frac{\varrho\,\pi\,\text{Cos}\,\varphi'\,\text{Sin}\,(a - t)}{\text{Cos}\,d} \qquad d' = d + \varrho\,m\,\pi\,\text{Sin}\,(d - n) \qquad \mathbf{17}$$

wo

$$m\,\text{Sin}\,n = \text{Sin}\,\varphi' \qquad m\,\text{Cos}\,n = \text{Cos}\,\varphi'\,\text{Cos}\left(\frac{a' + a}{2} - t\right)\text{Sec}\,\frac{a' - a}{2} \qquad \mathbf{18}$$

während speciell für die Culmination ($w = 0$, $t = a$)

$$w' = 0 \qquad a' = a \qquad z' - z = \varrho\,\pi\,\text{Sin}\,(\varphi' - d) = d - d' \qquad \mathbf{19}$$

Die für die Ekliptikcoordinaten auftretende Hülfsgrösse L stellt bei sphärischer Erde die 353 besprochene Länge des Zenithes oder den Nonagesimus vor. — Für die Parallaxen-Rechnung vergleiche „**Euler.** De la parallaxe de la

lune dans l'hypothèse de la terre sphéroïdique (Mém. de Berl. 1749), und: Theoria parallaxeos ad figuram terræ sphæroïdicam accommodata (Comm. Petr. 1779; deutsch in Berl. Jahrb. 1783), — Tob. **Mayer,** Inquisitio in parallaxin lunæ ejusdemque a terra distantiam (Comm. Gott. II, 1752), — **Lagrange,** Ueber die Berechnung derer Finsternisse, welche der Wirkung der Parallaxen unterworfen sind (Berl. Jahrb. 1782 in Uebers. von Schulze; vergl. Conn. d. temps 1817), — **Delambre,** Om parallax-vinklars uträknande (Vet. Acad. Handl. 1788; deutsch in Neue Schwed. Acad. Abhandl. 1788), — Joh. Friedrich **Wurm** (Nürtingen 1760 — Stuttgart 1833; erst Präceptor zu Nürtingen, dann Pfarrer zu Gruibingen, später Professor zu Blaubeuren und Stuttgart), Praktische Anleitung zur Parallaxenrechnung sammt neu berechneten Tafeln des Nonagesimus. Tübingen 1804 in 8., — **Olbers,** Parallaxenrechnung ohne vorhergehende Berechnung des Nonagesimus (Berl. Jahrb. 1808, 1811), — **Littrow,** Beiträge zur Parallaxenrechnung (Berl. Jahrb. 1812) und: On Parallaxes (Mem. Astr. Soc. II, 1825), — **Grunert,** Ueber die Berechnung der Parallaxen (Archiv III, 1843), — etc."

388. Einige Anwendungen. Wenn die sog. tägliche Parallaxe für die Fixsterne als verschwindend, für die obern Planeten wenigstens als sehr klein betrachtet werden darf, so erlangt sie dagegen bei der Sonne und den untern Planeten eine nicht zu vernachlässigende, und beim Monde eine ganz erhebliche Grösse. Es darf daher bei den letztern Gestirnen und voraus beim Monde nicht Umgang von ihrem Einflusse genommen werden, und es sind somit z. B. die früher besprochenen Methoden für Fadenreductionen, für Längenbestimmungen durch den Mond, etc., zu revidiren, wobei zugleich die eigene Bewegung in Rechnung zu ziehen ist. So findet man z. B. für einen Wandelstern des scheinbaren Radius r, wenn t das Mittel der beobachteten Uhrzeiten, f die Fadencorrection und Δ t die Uhrcorrection ist, die geocentrische Rectascension

$$\alpha = t + \Delta t - \frac{1}{1-\lambda}(I - II - III - IV) \qquad 1$$

wo

$$I = c \operatorname{Sec} \delta - n \operatorname{Tg} \delta - m \qquad II = f \operatorname{Sec} \delta \qquad III = \pm r \operatorname{Sec} \delta$$
$$IV = \varrho \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sec} \delta \,[(c - f) \operatorname{Cos}(\varphi' - \delta) - m \operatorname{Cos} \varphi' - n \operatorname{Sin} \varphi']$$

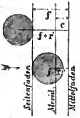
Das Glied I entspricht der Bessel'schen Reductionsformel 342 : 2, — II der gewöhnlichen Fadenreduction 340 : 2, 3, — III der für vorgehenden oder nachfolgenden Rand zu addirenden oder zu subtrahirenden Durchgangszeit des Radius, — IV, wo φ' die geocentrische Breite, ϱ die Distanz des Beobachters vom Erdcentrum und π die Parallaxe bezeichnet, dem Einflusse dieser Parallaxe, — und der gemeinschaftliche Divisor $(1 - \lambda)$ endlich, in welchem λ die in Zeitsecunden ausgedrückte Zunahme der Rectascension des Gestirnes in einer Secunde Sternzeit bezeichnet, trägt der eigenen Bewegung Rechnung. Hat man auf diese Weise z. B. für zwei

Orte aus den successiven Beobachtungen der Mondculmination die Rectascensionen τ und τ' dieses Gestirnes gefunden, so ist ihre Längendifferenz sehr nahe

$$\lambda - \lambda' = \frac{1}{\Delta \lambda} (\tau' - \tau)$$ 2

wo $\Delta \lambda$ die Zunahme der Rectascension des Mondes in einer Mondstunde bezeichnet.

Bei Beobachtung des Antrittes eines Gestirnes des scheinbaren Radius r' an einen Seitenfaden hat man offenbar, wenn aus der Sternzeit t der Beobachtung auf die Durchgangszeit des Mittelpunctes durch den Meridian geschlossen werden soll, in 342 : 1 die Grösse e durch $e - f \mp r'$ zu ersetzen, wo das obere oder untere Zeichen zu wählen ist, je nachdem man den vorhergehenden oder nachfolgenden Rand beobachtet hat, d. h. es ist, wenn α' die scheinbare Rectascension, also $\tau = t - \alpha'$ den Stundenwinkel bezeichnet,



$$\text{Sin}\,(c - f \mp r') = \text{Sin}\, n\, \text{Sin}\, \delta' + \text{Cos}\, n\, \text{Cos}\, \delta'\, \text{Sin}\,(t - \alpha' + m)$$ 3

Multiplicirt man diese Gleichheit beidseitig mit dem Verhältnisse Δ der Entfernungen des Gestirnes von Beobachter und Erdcentrum, und bedenkt, dass e, f, r', n, m und $(t - \alpha')$ immer kleine Grössen sind, so erhält man

$$\Delta \cdot (t - \alpha')\, \text{Cos}\, \delta' = \Delta \cdot c - \Delta \cdot f \mp \Delta \cdot r' - \Delta \cdot m\, \text{Cos}\, \delta' - \Delta \cdot n\, \text{Sin}\, \delta'$$ 4

Führt man aber in 387 : 1—3 die für den Equator und unsere gegenwärtigen Bezeichnungen passenden Werthe ein, so ergeben sie

$$\Delta \cdot \text{Sin}\, \delta' = \text{Sin}\, \delta - \varrho\, \text{Sin}\, \pi\, \text{Sin}\, \varphi'$$ 5

$$\Delta \cdot \text{Cos}\, \delta'\, \text{Sin}\, \alpha' = \text{Cos}\, \delta\, \text{Sin}\, \alpha - \varrho\, \text{Sin}\, \pi\, \text{Cos}\, \varphi'\, \text{Sin}\, t$$ 6

$$\Delta \cdot \text{Cos}\, \delta'\, \text{Cos}\, \alpha' = \text{Cos}\, \delta\, \text{Cos}\, \alpha - \varrho\, \text{Sin}\, \pi\, \text{Cos}\, \varphi'\, \text{Cos}\, t$$ 7

oder, wenn man 6 und 7 durch $7 . \text{Sin}\, t - 6 . \text{Cos}\, t$ und $7 . \text{Cos}\, t + 6\, \text{Sin}\, t$ ersetzt, und wieder $(t - \alpha')$ und $(t - \alpha)$ als kleine Grössen behandelt

$$\Delta\, \text{Cos}\, \delta' \cdot (t - \alpha') = \text{Cos}\, \delta \cdot (t - \alpha)$$ 8

$$\Delta\, \text{Cos}\, \delta' = \text{Cos}\, \delta - \varrho\, \text{Sin}\, \pi\, \text{Cos}\, \varphi'$$ 9

Aus 5 und 9 folgt aber durch Quadriren und Addiren

$$\Delta = \sqrt{1 - 2\varrho\, \text{Sin}\, \pi\, \text{Cos}\, (\varphi' - \delta) + \varrho^2\, \text{Sin}^2 \pi} = 1 - \varrho\, \text{Sin}\, \pi\, \text{Cos}\, (\varphi' - \delta)$$ 10

und endlich aus 387 : 13

$$\Delta \cdot r' = r$$ 11

Mit Benutzung von 5 und 8—11 gibt nun 4

$$\alpha = t - (e - f \mp r)\, \text{Sec}\, \delta + m + n\, \text{Tg}\, \delta + $$
$$+ \varrho\, \text{Sin}\, \pi\, \text{Sec}\, \delta\, [(e - f)\, \text{Cos}\, (\varphi' - \delta) - m\, \text{Cos}\, \varphi' - n\, \text{Sin}\, \varphi']$$ 12

Schreibt man aber diese Gleichung für jeden der n Faden auf, — nimmt aus sämmtlichen Gleichungen das Mittel, — ersetzt $^1/_n\, \Sigma\, t$ durch das um die Uhrcorrection Δt vermehrte Fadenmittel t, und $^1/_n\, \Sigma\, f$ durch die Fadencorrection f, — und dividirt endlich, um der Eigenbewegung Rechnung zu tragen, da sich die Zeiten, in welchen ein Interval durchlaufen wird, umgekehrt wie die Geschwindigkeiten verhalten, die ganze Correction von $t + \Delta t$ mit der Geschwindigkeit $(1 - \lambda)$ des Gestirnes, so erhält man die im Texte unter 1 gegebene Formel, für deren Anwendung unten ein Beispiel folgen wird. — Für Geschichte und Begriff der Längenbestimmung durch

Mondculminationen auf 367 verweisend, mag hier folgende Entwicklung beigefügt werden: Ist der Mond für irgend einen Meridian zur Zeit T die Rectascension α, und wird seine Culmination an einem um λ östlicher gelegenen Puncte zu einer Zeit beobachtet, welche der Zeit T + t jenes ersten Meridianes entspricht, so ist die dannzumalige Rectascension

$$T + t + \lambda = \tau = \alpha + \frac{d\alpha}{dt} \cdot t + \frac{d^2\alpha}{dt^2} \cdot \frac{t^2}{2} + \frac{d^3\alpha}{dt^3} \cdot \frac{t^3}{6} + \dots \qquad 13$$

und ebenso die für einen zweiten Beobachtungspunct

$$T + t' + \lambda' = \tau' = \alpha + \frac{d\alpha}{dt} \cdot t' + \frac{d^2\alpha}{dt^2} \cdot \frac{t'^2}{2} + \frac{d^3\alpha}{dt^3} \cdot \frac{t'^3}{6} + \dots \qquad 14$$

Setzt man aber

$$T + \frac{t + t'}{2} = T' \quad \text{also} \quad T + t = T' - \frac{t' - t}{2} \quad \text{und} \quad T + t' = T' + \frac{t' - t}{2} \qquad 15$$

und entsprechen α, $\frac{d\alpha}{dt}$, etc. dieser Zeit T', so sind in 13 und 14 offenbar t und t' durch $- \frac{1}{2}(t' - t)$ und $+ \frac{1}{2}(t' - t)$ zu ersetzen, und man erhält daher aus ihnen

$$t' - t - (\lambda - \lambda') = \tau' - \tau = \frac{d\alpha}{dt}(t' - t) + \frac{d^3\alpha}{dt^3} \cdot \frac{(t' - t)^3}{24} + \dots \qquad 16$$

Aus dem zweiten dieser Werthe erhält man angenähert $t' - t = (\tau' - \tau) : \frac{d\alpha}{dt}$, und somit nahe

$$\tau' - \tau = \frac{d\alpha}{dt}(t' - t) + \frac{1}{24} \cdot \frac{d^3\alpha}{dt^3}\left(\frac{\tau' - \tau}{d\alpha/dt}\right)^3$$

oder

$$t' - t = \frac{\tau' - \tau}{d\alpha/dt} - \frac{1}{24 \cdot d\alpha/dt}\left(\frac{\tau' - \tau}{d\alpha/dt}\right)^3 \cdot \frac{d^3\alpha}{dt^3}$$

also endlich mit Hülfe des ersten

$$\lambda - \lambda' = (\tau' - \tau)\left[\frac{1}{d\alpha/dt} - 1\right] - \frac{1}{24 \cdot d\alpha/dt}\left(\frac{\tau' - \tau}{d\alpha/dt}\right)^3 \cdot \frac{d^3\alpha}{dt^3} \qquad 17$$

woraus, da das zweite Glied nur bei Längendifferenzen von zwei und mehr Stunden berücksichtigt zu werden braucht, wenn man noch die in den Ephemeriden für jeden Tag gegebene Grösse

$$\Delta\lambda = \frac{d\alpha}{dt} : \left(1 - \frac{d\alpha}{dt}\right) \qquad 18$$

einführt, die Näherungsformel 2 hervorgeht. Für die praktische Anwendung bleibt zu bemerken, dass man $\tau' - \tau$ besser aus den von allen Instrumentalcorrectionen fast freien Differenzen zwischen den Durchgangszeiten des Mondes und eines nahe in seinem Parallel stehenden Sternes, als aus den absoluten Rectascensionen des Mondes berechnet, wie übrigens schon in 367 angedeutet wurde, und neben Anderm folgendes Beispiel zur Anschauung bringt: Ich erhielt 1854 X 1 am Berner-Meridiankreise unter Voraussetzung von $c = -1^s{,}21$, $n = -1^s{,}16$, $m = +1^s{,}32$ und $f = -0^s{,}161$ für π Capricorni die Culminationszeit

$$\alpha - \Delta t = 20^h\, 16^m\, 11^s{,}56$$

für das Mondcentrum aber, da die Durchgangszeit des vorhergehenden Randes $t' = 20^h\, 46^m\, 13^s{,}70$ war, — für die im Mittel aus mehreren Bestimmungen erhaltene Breite $\varphi = 46^0\, 57'\, 9''$ nach 377: $\varphi' = 46^0\, 45'\, 40''$, $\log \varrho = 9{,}9992270$ folgte, — und durch Interpolation aus den Berliner-Ephemeriden $\delta = -22^0\, 54'\, 7''$,

$r = 16' 11'',9$, $\pi = 59' 27''$ und die Bewegung in Rectascension in 1^h m. Z. gleich $150^s,608$, also (vergl. 351) $\lambda = 150^s,608 \times \overline{9,9988126} : (60 . 60) = 0^s,04172$ erhalten worden, — nach 1

$$\tau - \Delta t = 20^h\ 47^m\ 30^s,13$$

Entsprechend fand Augustin **Reslhuber** (Garsten bei Steyer 1808; damals Director der Sternwarte, jetzt Abt zu Kremsmünster) an demselben Tage

$$\alpha - \Delta t' = 20^h\ 18^m\ 59^s,90 \qquad \tau' - \Delta t' = 20^h\ 49^m\ 8^s,92$$

so dass

$$\tau' - \tau = \tau' - \Delta t' - (\alpha - \Delta t') - (\tau - \Delta t) + (\alpha - \Delta t) = -69^s,55 = -\overline{8,28600}^h$$

war. Da nun nach 54 : 3 und den Berliner-Ephemeriden sich für die Rectascension des Mondes 1854 X 1 die Interpolationsformel

$$f(\alpha + t) = 20^h\ 28^m\ 40^s,45 + 153^s,120 . t - 0^s,1375 . t^2 - 0^s,00082 . t^3$$

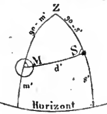
ergibt, wo t die Zeit vom Berliner-Mittag weg in mittlern Stunden zählt, so hat man, da in unserm Falle etwa $\frac{1}{2}(t + t') = 8\frac{1}{2}^h$ gesetzt werden kann, in Beziehung auf eine Sternstunde

$$\frac{d\alpha}{dt} = \left[153^s,120 - 2 . 0^s,1375 . 8\tfrac{1}{2} - 3 . 0^s,00082\,(8\tfrac{1}{2})^2\right] . \overline{9,99881} = \overline{8,62034}^h$$

während $d^2\alpha : dt^2$ verschwindet, und daher endlich nach 17 die Längendifferenz zwischen Kremsmünster und Bern

$$\lambda' - \lambda = \text{Num}\,[8,28600 - 8,62034]^h - 69^s,55 = 0^h,46308 - 69^s,55 = 26^m\ 37^s,5$$

Von den vielen Methoden, welche im Laufe der Zeiten für die ebenfalls in 367 angedeutete Längenbestimmung aus Monddistanzen aufgestellt worden sind, führe ich folgende Näherungsmethode auf, welche zuerst Israel **Lyons** (Cambridge 1739 — London 1775; Rechner beim Board of Longitude), einer der Berechner der in 367 citirten Cambridge'r Tafeln, gegeben haben soll, und neuerdings noch **Encke** (vergl. Berl. Jahrb. 1842) behandelte: Bezeichnet π die Horizontalparallaxe des Mondes, — α die Refractionsconstante, — d' die um den scheinbaren, nach 387 : 16 auf die Erdoberfläche reducirten Mondhalbmesser vermehrte Distanz eines Sternes vom Mondrande, — und endlich d die geocentrische Distanz, so hat man mit Hülfe von 387 : 16; 332 und 163 : 1 sehr nahe



$$d = d' - (\pi . \text{Cos}\, m' - \alpha\, \text{Ctg}\, m')\, \text{Cos}\, M + \alpha\, \text{Ctg}\, s'\, \text{Cos}\, S$$

wo nach 160 : 4

$$\text{Cos}\, M = \frac{\text{Sin}\, s' - \text{Sin}\, m'\, \text{Cos}\, d'}{\text{Cos}\, m'\, \text{Sin}\, d'} \qquad \text{Cos}\, S = \frac{\text{Sin}\, m' - \text{Sin}\, s'\, \text{Cos}\, d'}{\text{Cos}\, s'\, \text{Sin}\, d'}$$

Man kann somit nach der Formel

$$d = d' - \pi \frac{\text{Sin}\, s'}{\text{Sin}\, d'} + \pi \frac{\text{Sin}\, m'}{\text{Tg}\, d'} + \frac{\alpha}{\text{Sin}\, d'}\left(\frac{\text{Sin}\, s'}{\text{Sin}\, m'} + \frac{\text{Sin}\, m'}{\text{Sin}\, s'} - 2\, \text{Cos}\, d'\right) \quad \mathbf{19}$$

sehr leicht angenähert die gemessene Distanz für Parallaxe und Refraction corrigiren, — sodann, wenn man z. B. einen der Sterne gewählt hat, für welche der Nautical Almanac für jede dritte Stunde die vorausberechnete geocentrische Distanz vom Monde gibt, durch Interpolation die der corrigirten Distanz entsprechende Greenwicher-Zeit, — und endlich durch Vergleichung der Letzteren mit der Ortszeit der Beobachtung die Längendifferenz finden.

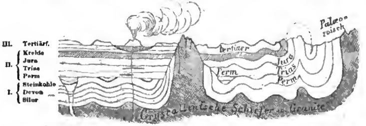
Für andere, diese zur See noch immer beliebte Längenbestimmung betreffende Methoden, sowie für Hülfstafeln und Beispiele vergleiche ausser den früher citirten Werken von **Schaub** (345), **Weyer** (365), etc., und der 367 gegebenen ältern Literatur z B. „**Lexell**, Observationes circa methodum inveniendi longitudinem loci ex observata distantia Lunæ a stella fixa (Comm. Petr. 1777), — L. **Euler**, De inventione longitudinis ex observata Lunæ distantia a quadam stella (Comm. Petr. 1780), — Th. **Elliot**, Improvement of the method of correcting the distance of the Moon (Trans. of Edinb. I, 1784), — Don José **Mendoza y Rios** (Sevilla 1763? — Brighton 1816; spanischer Marine-Capitän, später in England privatisirend), Mémoria sobre algunos metodos nuevos de calcular la longitud por las distancias lunares. Madrid 1795 in fol. (Engl. London 1801), und: Recherches sur les solutions des principaux problèmes d'astronomie nautique. London 1797 in 4., — Nathaniel **Bowditch** (Salem 1773 — Boston 1838; erst Seefahrer, dann Beamteter), The New American Practical Navigator. Boston 1800 in 8. (23. A. von seinem Sohne Ingersoll Bowditch, New-York 1853), und: Method of correcting the apparent distances of the Moon (Mem. of the Amer. Acad. 1818), — Dan. **Huber**, Ueber die Reduction der scheinbaren Monddistanzen (Zach Mon. Corr. XII, 1805; neue Ueberarbeitung einer 1791 verfassten, aber nicht eingegebenen Preisschrift), — Charles **Guépratte** (Nancy 1777 — ?; erst Marine-Lieutenant, später Director der Marine-Sternwarte zu Brest), Problèmes d'astronomie nautique et de navigation. Brest 1816 in 8. (3 éd. in 2 Vol., 1839), — Karl Ludwig Christian **Rümker** (Stargard 1788 — Lisabon 1862; Director der Navigationsschule in Hamburg, dann der Sternwarten zu Paramatta und Hamburg), Handbuch der Schiffahrtskunde. Hamburg 1820 (6. A. 1857), und: Längenbestimmung durch den Mond. Hamburg 1849 in 8., — **Horner**, Mémoire sur la réduction des distances lunaires, contenant une méthode courte et facile avec des tables nouvelles. Gênes 1822 in 8. (Auch Zach Corr. astr. VI), und: Méthode facile et exacte pour réduire les distances lunaires avec des tables nouvelles. Gênes 1822 in 8. (Auch Zach Corr. astr. VII; engl. Genoa 1822; ferner spanisch, russisch und aus dem englischen in's französische zurückübersetzt), — **Bessel**, Neue Berechnungsart für die nautische Methode der Monddistanzen (Astr. Nachr. 1832; auch in Bd. 2 der Astron. Unters. in 324), — **Grunert**, Ueber die Reduction der Monddistanzen (Archiv 24, 1855), — **Ligowski**, Herleitung einiger Formeln zur Berechnung der wahren Distanz zwischen Sonne und Mond (Grunert's Archiv 40, 1863), — etc."

XLIII. Die Erde und ihr Mond.

389. Bau und Dichte der Erde. Ueber den Bau der Erde weiss man leider so wenig, dass man bisdahin nur zu sehr berechtigt geblieben ist, von einer Terra incognita zu sprechen. Die verdienstlichen Untersuchungen der Geologen können sich natürlich nur auf die Schichtungsverhältnisse der äussersten Erdkruste beziehen, und die Astronomie kann wohl kaum je einen andern Beitrag geben als die allerdings nicht unwichtige Bestimmung über die mittlere Dichte der Erde. Letztere, für die schon Newton mit

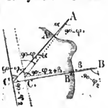
seinem merkwürdigen Scharfblicke etwa 5 vermuthete, ist theils durch die 1774 von Hutton und Maskelyne beobachtete Ablenkung des Lothes am Shehallien unter Benutzung der muthmasslichen Masse dieses Berges, — theils durch die 1798 von Cavendish mit einer Art Drehwage durchgeführte Vergleichung zwischen den Anziehungen einer bekannten Masse und der Erde, — theils in neuerer Zeit durch die Baily, Carlini, Reich, Airy, etc. auf verschiedene Weise zu circa $5^1/_2$ bestimmt worden. Da diese Zahl entschieden grösser ist als die im Mittel der Erdkruste zukommende Dichte (nach Studer 3, nach Humboldt bei Einrechnung des Meeres sogar nur $1^1/_2$), so darf wohl mit ziemlicher Sicherheit der Schluss gezogen werden, dass die Schichten der Erde im Allgemeinen nach Innen an Dichte zunehmen; ob aber diese Zunahme bis zum Centrum statt hat, oder später wieder in Abnahme übergeht, sogar zuletzt entsprechend naturphilosophischen Ideen ein hohler Raum folgt, lässt sich wohl kaum definitiv bestimmen.

Der den Geologen zugängliche, und seit Nicolaus **Steno** (Kopenhagen 1631 — Schwerin 1686; folgeweise Leibarzt des Grossherzogs von Toskana, Professor der Anatomie in Kopenhagen, Vicarius apostolicus; vergl. seine Schrift „De solido intra solidum contento. Florentiæ 1679 in 4.") so eifrig durchforschte Theil der Erdrinde misst zwar leider, auch wenn man ihn von der höchsten Bergspitze (Dhawalagiri mit + 8200^m) bis in den tiefsten Schacht (Neusalzwerk bei Minden mit — 600^m) ausdehnt, nur etwa $^1/_{800}$ des Erdradius; aber so weit man aus diesem kleinen Theile schliessen kann, besteht die Erdkruste, wie der beigegebene, von meinem l. Freunde Arnold **Escher** von der Linth (Zürich 1807; Sohn des in Bd 4 meiner Biographieen behandelten Hans Conrad; Professor der Geologie am Schweiz. Polytechnikum) für mich entworfene Durchschnitt zeigt, aus dem, auf einem **Urgebirge** ruhenden, bereits einzelne organische Reste enthaltenden sog. **Uebergangs-**



gebirge (I), das entsprechend den Ansichten der von Abraham Gottlob **Werner** (Wehrau in der Oberlausitz 1750 — Dresden 1817; Lehrer an der Bergacademie zu Freiberg; vergl. seine „Kurze Classification und Beschreibung der verschiedenen Gebirgsarten. Dresden 1782 in 4., und: Neue Theorie von der Entstehung der Gänge. Freiberg 1791 in 8.) angeführten Neptunisten durch Niederschlag entstanden sein mag, jedenfalls aber nachträglich durch Hebungen des Urgebirges, welche den von James **Hutton** (Edinburgh 1726 — Edinburgh

1797; wohlhabender Privatgelehrter; vergl. seine „Theory of the earth. Edinburgh 1796, 2 Vol. in 8.") in's Leben gerufenen Vulcanisten als Ausgangspunct dienen, wellenförmig und zum Theil zerrissen worden ist, — dem nach dieser Hebung ohne Zweifel ebenfalls durch Niederschlag entstandenen secundären, zahlreiche Reste vorweltlicher Organismen enthaltenden **Flötzgebirge** (II), — dem mit Letzterem verwandten, aber durch seine Einschlüsse bereits an unsere Pflanzen- und Thierwelt erinnernden und daher jedenfalls jüngeren **Tertiärgebirge** (III), — und endlich aus einer vierten, noch immer durch Auf- und Anschwemmung sich fortbildenden, noch nicht sehr mächtigen und darum auch in der Figur nicht dargestellten Formation, dem sog. **Diluvium.** Für allen weitern Detail, und ebenso für die in verschiedenen Zeiten gangbaren, natürlich rein hypothetischen Ansichten über den Erdkern muss hier auf Specialwerke, wie z. B. auf „J. F. d'**Aubuisson** de Voisins, Traité de géognosie. Paris 1819, 2 Vol. in 8. (2 éd. in 3 Vol. 1828—1835), — Sir Charles **Lyell** (Kinnordy in Schottland 1797; Privatgelehrter in London), Principles of Geology. London 1830—1833, 3 Vol. in 8. (10. ed. in 4 Vol. 1868), und: Elements of Geology. London 1838 in 8. (5. ed. 1855), — B. **Studer,** Lehrbuch der physikalischen Geographie und Geologie. Bern 1844—1847, 2 Bde. in 8., — Karl **Vogt** (Giessen 1817; Professor der Medicin in Giessen, dann der Geologie in Genf), Lehrbuch der Geologie und Petrefaktenkunde. Braunschweig 1846, 2 Bde. in 8. (2. A. 1854), — Karl Friedrich **Naumann** (Dresden 1797; Professor der Mineralogie und Geognosie zu Freiberg und Leipzig), Lehrbuch der Geognosie. Leipzig 1850—1853, 2 Bde. in 8. (2. A. in 3 Bdn. 1858—1868), — Gustav Adolf v. **Klöden** (Berlin 1814; Professor an der Gewerbeschule zu Berlin), Handbuch der physischen Geographie. Berlin 1859 in 8., — etc." verwiesen werden. — **Maskelyne** und Charles **Hutton** beobachteten, vergl. des Erstern „Account of Observations made on the Mountain Shehallien for finding its Attraction (Phil. Trans. 1775)" und des Letztern „Survey of the Shehallien to ascertain the Earth's mean Density (Phil. Trans. 1778)", zu beiden Seiten des genannten, von O nach W streichenden Berges in A und B die, durch die Ablenkung des Lothes nach dem Berge hin, verdorbenen Polhöhen $\varphi_1 + \alpha$ und $\varphi_2 - \beta$ und schlossen daraus auf



$$\angle A\,C'B = (90 - \varphi_2 + \beta) - (90 - \varphi_1 - \alpha) = \\ = \varphi_1 - \varphi_2 + \alpha + \beta = 54'',6$$

Dagegen gab ihnen die geodätische Verbindung $A'B' = 4364',4$ Engl, oder, da nach **Bouguer** in der Breite von 56° 40', die sie für den Berg erhielten, auf eine Secunde des Parallels 101',64 Engl. gingen, $\angle A\,C\,B = \varphi_1 - \varphi_2 = 42'',9$, so dass $\alpha + \beta = 11'',7$. Hierauf suchten sie so gut als möglich die anziehende Masse des Berges, seine mittlere Dichte und die Lage seines Schwerpunctes zu bestimmen, und nun lag ihnen das mechanische Problem vor, die Dichte der Erde so festzustellen, dass die Resultirenden der Anziehungen von Erde und Berg mit den beobachteten Richtungen zusammenfallen konnten, wobei sie 4,48 fanden. Als John **Playfair** (Benvie 1748 — Edinburgh 1819; Pfarrer, dann Professor der Mathematik und Physik zu Edinburgh) später, vergl. seinen „Account of a lithological survey of Shehallien (Phil. Trans. 1811)", die geologischen Daten revidirte, erhielt er 4,71, — und **James** (vergl. 376) durch eine ganz neue Bestimmung sogar 5,32. — Unterdessen hatte **Cavendish**,

vergl. seine „Experiments to determine the Density of the Earth (Phil. Trans. 1798; auch Journ. de l'école pol. 13)“ die Schwingungen eines sofort näher zu beschreibenden horizontalen Pendels mit denen eines gewöhnlichen Pendels verglichen, und daraus die Erddichte zu 5,48 bestimmt: Sein horizontales Pendel bestand aus einem Holzstabe der Länge 21, der an einem feinen Metalldrathe der Torsion h hing, und zwei Metallkugeln trug, denen die Schwungzeit

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{h}} \quad \text{anstatt den} \quad t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

bei einem gleich langen gewöhnlichen Pendel entsprach, so dass

$$h = g \cdot \frac{t^2}{T^2} \qquad 1$$

Den Kugeln dieses Pendels wurden sodann in der Distanz d Bleimassen des Gewichtes K gegenübergesetzt, welche das Pendel um α ablenkten, so dass die Attraction Letzterer gleich $h \cdot \text{Sin}\,\alpha = g\, \text{Sin}\,\alpha \cdot t^2 : T^2$ gesetzt werden konnte, also in der g zu Grunde liegenden Entfernung des Erdradius noch $g\, \text{Sin}\,\alpha \cdot t^2 d^2 : (T^2 . R^2)$ betragen haben würde. Bezeichnen wir somit die Masse der Erde mit M, so haben wir

$$M : K = g : \frac{g\, d^2 t^2 \, \text{Sin}\,\alpha}{R^2 T^2} \quad \text{oder} \quad M = \frac{R^2 T^2 K}{d^2 t^2 \, \text{Sin}\,\alpha} \qquad 2$$

Auf demselben Wege fand später Ferdinand **Reich** (Bernburg 1799; Professor der Physik in Freiberg und Oberhüttenamtsassessor), vergl. seine „Versuche über die mittlere Dichtigkeit der Erde mittelst der Drehwaage. Freiberg 1838 in 8., und: Neue Versuche mit der Drehwaage (Sächs. Abh. I, 1852)“, 5,44 bis 5,88, — Fr. **Baily**, vergl. seine „Experiments with the Torsion Rod for determining the Mean Density of the Earth. London 1843 in 4. (Auch Mem. Astr. Soc. 14)“, 5,67, — während **Airy**, vergl. seinen „Account of Pendulum Experiments undertaken in the Harton Colliery for the purpose of determining the mean Density of the Earth. London 1856 in 4. (Auch Phil. Trans. 1856)“, durch Versuche oben und unten in dem Schachte eines Kohlenbergwerkes nicht weniger als 6,57 erhielt. — Bezeichnet g die Beschleunigung der Schwere im Meeresniveau, g' diejenige in der Höhe h und r den Erdradius, so hat man

$$g : g' = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{(r+h)^2} \quad \text{oder nahe} \quad g - g' = \frac{2h}{r} g \qquad 3$$

Diese Formel geht nach **Poisson** (s. Méc. I 495), wenn sich zwischen Meer und Höhe h ein Berg der Dichte d befindet, und D die Dichte der Erde ist, in

$$g - g' = \left(\frac{2h}{r} - \frac{3dh}{2Dr}\right) g \qquad 4$$

über. Bestimmt man daher (vergl. 375) mit Hülfe des Pendels g und g', nach geologischen Daten aber d, so kann man D finden, und so erhielt **Carlini**, vergl. seine „Osservazioni della lunghezza del pendolo semplice fatte al monte Cenisio (Effem. di Mil. 1824)“ am Mont-Cénis 4,39 oder nach der Neuberechnung von **Schmidt** (s. Math. Geogr. II 481) 4,84. — Die nach diesen Zahlen unerwartete Lehre, dass die Erde eine Hohlkugel sei, findet sich z. B. in „Georg Heinrich Otto **Volger** (Lüneberg 1822; Professor der Mineralogie und Geologie in Zürich und Frankfurt), Erde und Ewigkeit. Frankfurt 1857 in 8.“ vertreten.

390. Die Atmosphäre. Die den Uebergang von Tag zu Nacht vermittelnde sog. **Dämmerung** liefert uns nicht nur schon durch

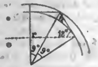
ihre blosse Existenz den Beweis von dem Vorhandensein einer die Erde umgebenden Lufthülle oder Atmosphäre, ohne die ja auch kein organisches Leben möglich wäre, sondern gibt uns sogar ein Mittel, wenigstens annähernd ihre Höhe zu bestimmen. Nachdem nämlich die sog. bürgerliche Dämmerung, die nach Brandes bei $6^1/_2{}^0$ Depression der Sonne aufhört, längst erloschen, d. h. uns bereits für unsere Arbeiten künstliche Beleuchtung nothwendig geworden ist, sehen wir am westlichen Himmel noch ein, oft ziemlich scharf begrenztes, merklich beleuchtetes Segment, dessen Höhe fortwährend abnimmt, und können durch eine Art Interpolation den Moment seines Verschwindens, daraus aber auch die entsprechende, nach Brandes 18^0 betragende Depression der Sonne, und die etwa 11 Meilen betragende Höhe der letzten Luftschichte berechnen, welche uns noch Licht zu reflectiren vermag. — Die Ablenkung des Lichtes durch die Atmosphäre, oder die sog. **Refraction** ist bereits früher (287, 332) behandelt worden, und es mag hier nur noch die von Simpson und Bradley für die mittlere Refraction aufgestellte bequeme Formel

$$r = \frac{b}{29,6} \cdot \frac{400}{350 + t} \cdot 57'' \cdot \mathrm{Tg}\,(z_1 - 3\,r) \qquad 1$$

wo b den Barometerstand in englischen Zollen und t die Lufttemperatur in Fahrenheit bezeichnen, angeführt, — der Bemühungen der Laplace, Bessel, Ivory, Bauernfeind, etc. zur theoretischen Ableitung solcher Formeln unter bestimmten Voraussetzungen über die Constitution der Atmosphäre gedacht, — auf die Bessel'sche Refractionstafel (XIII) hingewiesen, — endlich darauf aufmerksam gemacht werden, dass auch terrestrische Höhenwinkel durch die Refraction eine Vergrösserung erleiden, welche nach Eschmann gleich $18'',72 \,.\, d$ gesetzt werden kann, wo d die Distanz in geographischen Meilen bezeichnet. — Ueber die **Durchsichtigkeit** der Luft, und die so wünschbare Möglichkeit, dieselbe zu messen, ist leider nichts wesentliches beizubringen, — dagegen ist noch zu bemerken, dass das namentlich durch Ch. Dufour jahrelang consequent beobachtete sog. Funkeln oder **Scintilliren** der Sterne ziemlich sicher als eine Interferenzerscheinung nachgewiesen worden ist.

Für die mit der Dämmerung verbundenen, sich in dem sog. **Alpenglühen** gipfelnden farbigen Erscheinungen, vergl. meine „Beobachtungen über das Alpenglühen (Bern. Mitth. 1852 und Pogg. Annalen 1853)", wo z. B. nachgewiesen ist, dass (wenigstens für Bern) Beginn des Röthens, Glühen, Leichenfarbe beim Ablösen des Erdschattens von den Alpen, Nachglühen als Reflex eines bis gegen den Zenith hin gerötheten Abendhimmels, und Verschwinden der Alpen den Zenithdistanzen 85, 88—92, 93, 94, 95^0 der Sonne entsprechen. — Da die Zenithdistanz bei der untern Culmination $180^0 - (d + \varphi)$

ist, so erhält sie für $d = 23\frac{1}{2}^0$ und $\varphi = 48\frac{1}{2}^0$ den Werth $90 + 18^0$, d. h. es stösst schon unter der Breite von $48\frac{1}{2}^0$ die Abenddämmerung am längsten Tage mit der Morgendämmerung zusammen. — Wenn uns die Atmosphäre noch bei 18° Depression der Sonne Licht anwerfen soll, so muss ihre Höhe h mindestens so gross sein, dass



$$\frac{r}{r+h} = \text{Cos } 9^0$$

oder

$$h = r\,\frac{1 - \text{Cos } 9^0}{\text{Cos } 9^0} = 10{,}7 \text{ g. M.} = 73{,}4 \text{ Kil.}$$

ist. Setzt man aber diesen Werth von h unter Annahme von $B = 760^{mm}$ und Vernachlässigung der Lufttemperatur in 275 : 2 ein, so folgt $h = 0{,}037^{mm}$, so dass also in dieser Höhe der Luftdruck wirklich verschwindend klein, und es nicht zu tief gegriffen ist, die Höhe der Atmosphäre im Maximum gleich 12 Meilen oder 90 Kilometer anzunehmen. — Die zuerst von **Nonius** in seinem Werke „De crepusculis (vergl. 220)" besprochene, und lange für sehr schwierig betrachtete Aufgabe, Zeit und Dauer der kürzesten Dämmerung für einen gegebenen Ort auszumitteln, ist durch d'**Arrest** (A. N. 1085 von 1857) auf folgende einfache Weise gelöst worden: Aus dem Dreieck Pol-Zenith-Stern erhält man nach 336

$$\begin{aligned} \text{Sin } e \,.\, \text{Cos } \varphi &= \text{Sin } v \,.\, \text{Sin } s \\ \text{Sin } s \,.\, \text{Cos } v &= \text{Sin } \varphi \,.\, \text{Sin } p - \text{Cos } \varphi \,.\, \text{Cos } p \,.\, \text{Cos } e \\ \text{Cos } s &= \text{Sin } \varphi \,.\, \text{Cos } p + \text{Cos } \varphi \,.\, \text{Sin } p \,.\, \text{Cos } s \\ \text{Sin } \varphi &= \text{Cos } p \,.\, \text{Cos } z + \text{Sin } p \,.\, \text{Sin } s \,.\, \text{Cos } v \end{aligned} \qquad 2$$

und daher für den Anfang der Dämmerung ($s = 90^0$)

$$\begin{aligned} &\text{Sin } s_1 \,.\, \text{Cos } \varphi = \text{Sin } v_1 \qquad \text{Sin } \varphi = \text{Sin } p \,.\, \text{Cos } v_1 \\ &\text{Cos } v_1 = \text{Sin } \varphi \text{ Sin } p - \text{Cos } \varphi \text{ Cos } p \text{ Cos } s_1 \\ &0 = \text{Sin } \varphi \text{ Cos } p + \text{Cos } \varphi \text{ Sin } p \text{ Cos } s_1 \end{aligned} \qquad 3$$

für ihr Ende ($z = 90^0 + c$) dagegen

$$\begin{aligned} &\text{Sin } s_2 \text{ Cos } \varphi = \text{Sin } v_2 \text{ Cos } c \qquad \text{Sin } \varphi = -\text{Cos } p \text{ Sin } c + \text{Sin } p \text{ Cos } c \text{ Cos } v_2 \\ &\text{Cos } c \text{ Cos } v_2 = \text{Sin } \varphi \text{ Sin } p - \text{Cos } \varphi \text{ Cos } p \text{ Cos } s_2 \\ &-\text{Sin } c = \text{Sin } \varphi \text{ Cos } p + \text{Cos } \varphi \text{ Sin } p \text{ Cos } s_2 \end{aligned} \qquad 4$$

so dass nach 3^4 der Stundenwinkel der Sonne oder die wahre Zeit beim Anfange der Dämmerung berechnet, durch Zuschlag der beobachteten Dämmerungsdauer s_2 gefunden und sodann nach 4^4 die dem Ende entsprechende Depression c (durchschnittlich 18°) ermittelt werden kann. — Aus $3^{4,2}$ und $4^{4,2}$ folgen

$$\frac{d s_1}{d p} = -\frac{\text{Tg } \varphi}{\text{Sin}^2 p \text{ Sin } s_1} = -\frac{\text{Ctg } v_1}{\text{Sin } p} \qquad \frac{d s_2}{d p} = -\frac{\text{Sin } \varphi + \text{Sin } c \text{ Cos } p}{\text{Cos } \varphi \text{ Sin}^2 p \text{ Sin } s_2} = -\frac{\text{Ctg } v_2}{\text{Sin } p}$$

$$\frac{d v_1}{d p} = \text{Ctg } v_1 \text{ Ctg } p \qquad \frac{d v_2}{d p} = \text{Ctg } v_2 \text{ Ctg } p + \text{Tg } c \text{ Cosec } v_2 \qquad 5$$

und somit

$$\frac{d(s_2 - s_1)}{d p} = \frac{\text{Ctg } v_1 - \text{Ctg } v_2}{\text{Sin } p} \qquad 6$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2(s_2 - s_1)}{d p^2} &= -\frac{1}{\text{Sin}^2 p}\left[\frac{\text{Sin } p}{\text{Sin}^2 v_1}\cdot\frac{d v_1}{d p} - \frac{\text{Sin } p}{\text{Sin}^2 v_2}\cdot\frac{d v_2}{d p} + (\text{Ctg } v_1 - \text{Ctg } v_2)\text{ Cos } p\right] \\ &= \frac{\text{Tg } c}{\text{Sin } p \text{ Sin}^2 v_2} - \frac{\text{Cos } p}{\text{Sin}^2 p}\left[\left(1 + \frac{1}{\text{Sin}^2 v_1}\right)\text{Ctg } v_1 - \left(1 + \frac{1}{\text{Sin}^2 v_2}\right)\text{Ctg } v_2\right] \end{aligned} \qquad 7$$

Es wird also der erste Differentialquotient von $(s_2 - s_1)$ nach p für $v_1 = v_2$ Null, während der zweite für diesen Werth positiv wird, d. h. es tritt für

$v_1 = v_2$ ein Minimum der Dämmerungsdauer ein, und hiefür ergeben 3^2 und 4^2 durch Gleichsetzung der aus ihnen folgenden Werthe von Cos v_1 und Cos v_2

$$\frac{\text{Sin}\,\varphi}{\text{Sin}\,p} = \frac{\text{Sin}\,\varphi + \text{Cos}\,p\,\text{Sin}\,c}{\text{Sin}\,p\,\text{Cos}\,c} \qquad \text{oder} \qquad \text{Cos}\,p = -\text{Sin}\,\varphi\,\text{Tg}\,\frac{c}{2} \qquad 8$$

eine Formel zur Bestimmung der Sonnendeclination und dadurch des Datums des Tages der kürzesten Dämmerung, welche schon Joh. **Bernoulli**, aber (s. Opera I 64) erst nach jahrelangem Suchen fand, und welchen noch d'**Alembert** (vergl. Encyclopédie: Crépuscule) und **Fuss** (vergl. Berl. Jahrb. 1787) nur durch Vermittlung einer Gleichung vierten Grades zu erhalten wussten. — Um ferner die Dauer der Dämmerung zu bestimmen, hat man mit Hülfe von $3^{1,2}$ und $4^{1,2}$

$$\text{Sin}^2\,\frac{s_2 - s_1}{2} = \frac{1 - \text{Cos}\,(s_2 - s_1)}{2} = \frac{1 - \text{Cos}\,s_2\,\text{Cos}\,s_1 - \text{Sin}\,s_2\,\text{Sin}\,s_1}{2} =$$

$$= \frac{\text{Sec}^2\,\varphi}{2\,\text{Cos}^2\,p}\left[\begin{array}{l}\text{Cos}^2\,\varphi\,\text{Cos}^2\,p - \text{Sin}^2\,\varphi\,\text{Sin}^2\,p + \\ \text{Sin}\,\varphi\,\text{Sin}\,p\,(\text{Cos}\,v_1 + \text{Cos}\,c\,\text{Cos}\,v_2) - \\ \text{Cos}\,c\,(\text{Cos}\,v_1\,\text{Cos}\,v_2 + \text{Sin}\,v_1\,\text{Sin}\,v_2\,\text{Cos}^2\,p)\end{array}\right]$$

oder, wenn man für die kürzeste Dämmerung $v_2 = v_1$ setzt, und sodann v_1 mit Hülfe von 3^2 eliminirt,

$$\text{Sin}\,\frac{s_2 - s_1}{2} = \text{Sin}\,\frac{c}{2}\,\text{Sec}\,\varphi \qquad 9$$

Setzen wir beispielsweise in 3^4 und 4^4 nach oben $c = 18^0$ und für Zürich $\varphi = 47^0\,23'$, so erhalten wir für $d = 23^0\,27'$, 0, $- 23^0\,27'$ die Dauer der Dämmerung gleich $3^h\,11^m$, $1^h\,49^m$, $1^h\,58^m$, und nach 8 für die kürzeste Dämmerung $d = - 6^0\,41'$, so dass sie etwa III 4 und X 10 eintritt, nach 9 aber $1^h\,40^m$ dauert. Zum Schlusse mag noch die für die Geschichte dieses Problemes nicht uninteressante Notiz beigefügt werden, dass **Monge** die Géométrie descriptive darauf anwandte, vergleiche Hachette in Nr. V (1806) der „Correspondance sur l'école polytechnique". — Schon **Kleomedes** (vergl. 357) scheint gewusst zu haben, dass in Folge der Refraction zur Zeit einer am Horizonte sichtbaren Mondfinsterniss auch die Sonne sichtbar sein kann; aber genauer traten erst **Ptolemäus** und der arabische Astronom **Alhazen** (Bassora 9.. — Cairo 1038) in ihren optischen Schriften (vergl. für erstere, nur bruchstückweise in einer Rückübersetzung aus dem arabischen erhaltene, Delambre Astr. anc. II 411—432; für die von Ptolemäus unabhängige letztere die von Fr. Risner 1572 zu Basel besorgte Ausgabe) über die Ablenkung des Lichtes durch die Atmosphäre ein, und lehrten, wie man ihren Betrag durch Vergleichung der bei Aufgang und Culmination eines Gestirnes bestimmten Declinationen annähernd finden könne. Eine erste empirische Refractionstafel gab **Tycho** in seinen „Astronomiæ instauratæ Progymnasmata. Pragæ 1602—1603 in 4. (Auch Francof. 1610)", glaubte aber noch, dass die Refraction für Sonne, Mond und Fixsterne verschieden sei, und erst **Keppler** suchte in seiner Schrift „Ad Vitellionem Paralipomena. Francof. 1604 in 4." nachzuweisen, dass sie nur von der Höhe und nicht von der Distanz des Gestirnes abhängig sei, und eine allgemeine Tafel zu entwerfen, welche dann allerdings bald durch die von Dom. **Cassini** unter Benutzung des Brechungsgesetzes berechnete, zuerst von Cornelio **Malvasia** (Bologna 1603 — Pansano bei Bologna 1664; General in päpstlichen und modenesischen Diensten) in seinen „Ephemerides novissimæ. Mutinæ 1662 in fol.", und dann z. B. wieder von Jacq. **Cassini** in seinen „Tables astronomiques. Paris 1740 in 4."

publicirte Tafel weit übertroffen wurde. Nachdem sodann **Newton** (vergl. seine Principia) die Refraction als eine Attractionswirkung durch eine Differentialwirkung dargestellt und 1694 (vergl. pag. 141 des 328 erwähnten Account) **Flamsteed** eine auf seine Theorie gegründete Tafel mitgetheilt hatte, verfolgten auch andere Geometer, wie z. B. Daniel **Bernoulli** in seiner „Hydrodynamica (vergl. 267)“ mit Erfolg diesen Weg, bis es endlich **Simpson** gelang, in seinen „Mathematical dissertations. London 1743 in 4.“ die bequeme Formel

$$r = u \,.\, \mathrm{Tg}\,(z - \beta \,.\, r) \qquad \mathbf{10}$$

aufzustellen, aus der sodann **Bradley** durch Bestimmung der Constanten und Beifügung der den Luftdruck und die Lufttemperatur berücksichtigenden Factoren die im Texte gegebene, jetzt noch geschätzte Formel 1 erhielt, welche er seiner in die Einleitung zum ersten Bande der „Astronomical Observations made at the Roy. Observatory at Greenwich by the Rev. James Bradley. Oxford 1798—1805, 2 Vol. in fol.“ aufgenommenen Refractionstafel zu Grunde legte. Nachdem sodann noch **Lambert** in seiner Schrift „Les propriétés remarquables de la route de la lumière par les airs. A la Haye 1759 in 8. (Deutsch von Tempelhoff. Berlin 1772)“, **Kramp** in seiner „Analyse des réfractions astronomiques et terrestres. Strasbourg 1799 in 4.“, **Laplace** im 4. Bande seiner „Mécanique céleste (vergl. 407)“, etc., die theoretischen Grundlagen schärfer ausgebildet hatten, folgte die Musterarbeit, mit welcher **Bessel** in seinen „Fundamenta Astronomiæ pro anno MDCCLV deducta ex observationibus viri incomparabilis James Bradley in Specula astronomica Grenovicensi per annos 1750—1762 institutis. Regiomonti 1818 in fol.“ auch die Refraction bedachte; die von ihm berechnete Refractionstafel, welche im Auszuge unter XIII gegeben ist, mag für die Uebersichtstafel

Höhe	Zenithd.	Refraction nach												Refract. nach XIII.	
		Tycho für ⊙		Joh. Keppler		Dom. Cassini		Jsaak Newton		Dan. Bernoulli		James Bradley			
°	°	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
0	90	34	0	61	30	32	20	33	20	34	53	33	0,0	34	54,1
5	85	14	30	11	36	10	32	9	13	9	59	9	53,0	9	46,5
10	80	10	0	5	36	5	28	4	53	5	28	5	15,1	5	16,2
15	75	7	30	3	32	3	38	3	16	3	59	3	30,3	3	32,1
20	70	4	30	2	31	2	39	2	25	2	47	2	35,5	2	37,3
25	65	2	30	1	53	2	6	1	53	2	12	2	1,7	2	3,2
30	60	1	25	1	28	1	42	1	31	1	47	1	38,4	1	39,7
45	45	0	5	0	47	0	59	0	53	1	3	0	57,0	0	57,7
60	30	0	0	0	25	0	34	0	30	0	36	0	33,0	0	33,3
75	15	0	0	0	11	0	16	0	14	0	17	0	15,1	0	15,5
90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0	0	0,0

der ältern Refractionsbestimmungen die zur Vergleichung nöthigen Werthe liefern. Für andere ältere und neuere Untersuchungen kann zum Schlusse noch auf die Abhandlungen „**Hermann**, Disquisitio dioptrica de curvatura radiorum visiorum atmosphæram trajicientium (Act. Erud. 1706), — **Halley**, On refraction (Phil. Trans. 1721), — **Bouguer**, Sur les réfractions astronomiques dans la zone torride (Mém. de Par. 1739, 1749), — T. **Mayer** (Vater),

De refractionibus objectorum terrestrium. Gœt. 1751 in 4., und (Sohn): De refractionibus astronomicis. Altorfii 1781 in 4., — **Euler**, De la réfraction de la lumière en passant par l'atmosphère (Mém. de Berl. 1754), — **Lacaille**, Recherches sur les réfractions astronomiques (Mém. de Par. 1755), — **Lemonnier**, Sur les réfractions horizontales (Mém. de Par. 1786, 73, 80, 81), — **Lagrange**, Sur les réfractions astronomiques (Mém. de Berl. 1772; Oeuvres III), — **Biot**, Recherches sur les réfractions extraordinaires qui ont lieu près de l'horizon. Paris 1810 in 4. (Auch Mém. de Par. 1809), — **Young**, On the astronomical refraction (Phil. Trans. 1819, 1824), — James **Ivory** (Dundee 1765 — London 1842; erst Lehrer, dann Industrieller, Professor am Militärcollegium zu Marlow und Sandhurst, zuletzt Privatgelehrter in London), On the astronomical refraction (Phil. Trans. 1823, 1838), — **E. Schmidt**, Theorie der astronomischen Strahlenbrechung. Göttingen 1828 in 4., — Georg **Sabler** (Halljall in Esthland 1810 — Wilna 1865; erst Gehülfe in Pulkowa, dann Director der Sternwarte in Wilna), Beobachtungen über die irdische Strahlenbrechung und über die Gesetze der Veränderungen derselben. Dorpat 1839 in 4., — Sir John William **Lubbock** (London 1803 — London 1865; Vicecanzler der Universität London), On astronomical refractions (Mem. Astr. Soc. 1840, 1855), — **Bruhns**, Die astronomische Strahlenbrechung in ihrer historischen Entwicklung. Leipzig 1861 in 8., — **Bauernfeind**, Die atmosphärische Strahlenbrechung auf Grund einer neuen Aufstellung über die Constitution der Atmosphäre (A. N. 1478—80), — H. **Gylden**, Untersuchungen über die Constitution der Atmosphäre und die Strahlenbrechung in derselben (Mém. de Pet. 7ᵉ Sér. 10, 12), — **Wellemann**, Studien über die Refraction (Nr. 24 und 25 meiner Astr. Mitth.), — etc.", verwiesen werden. — Ueber die **Durchsichtigkeit** der Luft scheinen seit den sich mehr auf die untern Schichten beziehenden und noch ziemlich unvollkommenen Versuchen von **Saussure** (vergl. seine „Description d'un diaphanomètre" in Mém. de Tur. IV, 1790) keine umfassenden Studien angestellt worden zu sein; doch dürfte sie nach allen Erfahrungen bei feuchter Luft grösser als bei trockener sein, und in der erwähnten Schrift von **Sabler** soll sich eine Relation zwischen Zustand des Bildes und Quantität der Refraction nachgewiesen finden. — Für die **Scintillation**, welche von den namentlich von G. **Schweizer** in seinen zwei Abhandlungen „Ueber das Sternschwanken. Moskau 1858 in 8." studirten, zunächst physiologischen Erscheinungen wohl zu unterscheiden ist, können die Abhandlungen „**Arago**, De la Scintillation (Oeuvres VII; Annal. de chim. et de phys. XXVI, 1824), — Charles **Dufour** (Veytaux 1827; Professor der Mathematik zu Morges), Sur la Scintillation des étoiles (Bull. de la Soc. Vaud. 1856), — etc." verglichen werden. Dufour fand aus circa 15000 mit freiem Auge angestellten Beobachtungen, dass die Scintillation jedes Sternes dem Producte p aus der, seiner Höhe h entsprechenden Refraction in den Weg proportional sei, welchen das Licht des Sternes durch die Atmosphäre zurückzulegen habe, und sich die Werthe

h = 20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70°
p = 5,4	3,5	2,4	1,7	1,3	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3

entsprechen, — dass ferner die rothen Sterne (Arctur, Aldebaran, etc.), entsprechend den längern Wellen des rothen Lichtes, bei gleicher Höhe weniger als die weissen (Wega, Capella, etc.) scintilliren.

391. Die Witterungserscheinungen. Jede Stelle unserer Erde erhält beständig Wärme, sei es durch directe Einwirkung der Sonne oder sog. **Insolation**, sei es durch Mittheilung der umgebenden Luft, — gibt aber auch beständig Wärme ab, theils an die auf ihr liegende Luftschichte, theils durch Strahlung an den Weltraum. Je nach dem Wechsel der Tages- und Jahreszeit und der Beschaffenheit der Atmosphäre ist bald der Wärmegewinn, bald der Wärmeverlust grösser, und da dieses Verhältniss gleichzeitig für verschiedene Stellen der Erde theils wegen der Verschiedenheit jener bedingenden Ursachen, theils wegen localen Verhältnissen ein Anderes ist, so ändert sich auch die Vertheilung der Wärme auf der Erde immerfort. Mit diesen Veränderungen stehen aber nothwendig Luftströmungen und Variationen im Dampfgehalte der Luft im Zusammenhange, und damit wieder Aenderungen im Luftdrucke, wässerige Niederschläge (305), zum Theil auch optische und elektrische Phänomene (Regenbogen, Höfe, Gewitter, etc.), d. h. überhaupt die sog. **Witterung.** Letztere ist somit offenbar das Product sehr mannigfaltiger Wechselwirkungen, und der einzig sichere Weg zur Auffindung ihrer Gesetze oder zur Begründung der sog. **Meteorologie** ist, nach und nach für eine grosse Zahl von Stationen gewisse fundamentale, ihr sog. **Klima** bedingende Constante, wie z. B. mittlere Temperaturen, Barometerstände, Regenmengen, etc. zu ermitteln, und sodann die Differenzen zwischen den mittlern und wirklichen Werthen über grössere Theile der Erde zu verfolgen.

Jedem Orte der Erde kömmt, je nach seiner Lage, bei reinem Himmel von der Sonne in jedem Zeitelemente $^1/_{15} \cdot dt$ eine bestimmte Wärmemenge, eine **Insolation** dJ zu, welche dem Quadrate des scheinbaren Sonnenradius Δ und dem Cosinus des Einfallswinkels, also für horizontale Fläche dem Sinus des Höhenwinkels h der Sonno proportional ist, so dass nach 336 : 2

$$dJ = {}^1/_{15}\, \alpha\, \Delta^2 \operatorname{Sin} h \cdot dt = {}^1/_{15}\, \alpha\, \Delta^2 (\operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Sin} d + \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} d \operatorname{Cos} t)\, dt$$

ist, wo α eine Constante, φ die Polhöhe, d die Declination und t den Stundenwinkel der Sonne bezeichnet. Es beträgt also die in dem ganzen Zeitraume, wo die Sonne über dem Horizonte eines Ortes steht, von Letzterm erhaltene Wärme oder seine tägliche Insolation

$$J = \frac{\alpha \Delta^2}{15} \int_{-s}^{+s} (\operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Sin} d + \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} d \operatorname{Cos} t)\, dt =$$

$$= {}^2/_{15}\, \alpha\, \Delta^2 (\operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Sin} d \cdot s + \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Cos} d \operatorname{Sin} s) \qquad 1$$

wo s den halben Tagbogen der Sonne bezeichnet. Für die Equinoctien wird $d = 0$ und $s = {}^1/_2 \pi$, also

$$J' = {}^2/_{15}\, \alpha\, \Delta^2 \operatorname{Cos} \varphi \qquad 2$$

so dass dieser nahezu mit dem Jahresmittel übereinstimmende Betrag der Insolation dem Cosinus der Breite proportional ist. Für den Equator ist $\varphi = 0$ und beständig $s = {}^1/_2 \pi$, also

$$J'' = {}^2/_{15}\, \alpha\, \Delta^2 \operatorname{Cos} d \qquad 3$$

so dass die Insolation zweimal im Jahre für $d = 0$ oder die Equinoctien ein Maximum, und zweimal für $d = \pm 23^\circ 27'$ oder die Solstitien ein Minimum annimmt, also zwei heisse und zwei kalte Jahreszeiten eintreten. Für den Pol, oder $\varphi = 90^\circ$ und $s = \pi$, wird

$$J''' = {}^2/_{15}\, \alpha\, \Delta^2\, \pi \operatorname{Sin} d \qquad 4$$

und wenn man daher die Maximalinsolation ${}^2/_{15}\, \alpha\, \Delta^2$ am Equator als Einheit wählt, so beträgt die Maximalinsolation am Pole 1,25, wobei freilich von dem für verschiedene Jahreszeiten etwas verschiedenen Werthe von Δ Umgang genommen ist. — Die während einem Zeitraume dt für die ganze Erde statt habende Insolation ist offenbar dem Quadrate der Entfernung r der Sonne von der Erde umgekehrt proportional, und man kann daher, wenn α eine Constante ist, die während diesem Momente der Erde zukommende Wärme

$$dW = \frac{\alpha \cdot dt}{r^2}$$

setzen, oder, da nach dem zweiten Keppler'schen Gesetze, falls a die halbe grosse Axe und T die Umlaufszeit bezeichnet, vergl. 408:6, 17

$$dv = \frac{k \cdot dt}{r^2} \qquad \text{wo} \qquad k = \frac{2ab\pi}{T} = \frac{2a^2\sqrt{1-e^2}\,\pi}{T} \qquad 5$$

ist,

$$dW = \frac{\alpha}{k} \cdot dv \qquad \text{folglich} \qquad W = \frac{\alpha}{k} \cdot v + \text{Const.} \qquad 6$$

womit das von **Lambert**, der bereits in seiner „Pyrometrie (vergl. 299)“ die Insolation abhandelte, aufgestellte Gesetz erwiesen ist, dass die Menge der Wärme, welche die Erde in irgend einem Theile des Jahres erhält, dem Winkel proportional ist, welchen ihr Radius Vector während dieser Zeit beschreibt, — und dass daher z. B. auch, ganz abgesehen von der Lage der Apsidenlinie, die vom Frühlings- bis zum Herbst-Equinoctium erhaltene Wärme gleich der vom Herbst- bis zum Frühlings-Equinoctium empfangenen ist. Soll W die von der Erde während einem ganzen Jahre erhaltene Wärme bezeichnen, so ist das Integral 6 zwischen den Grenzen 0 und 2π zu nehmen, so dass

$$W = \frac{2\alpha\pi}{k} = \frac{\alpha T}{ab} = \frac{a}{b} \cdot w \qquad \text{wo} \qquad w = \frac{\alpha T}{a^2}$$
$$= \frac{w}{\sqrt{1-e^2}} = w\,(1 + {}^1/_2\, e^2 + {}^3/_8\, e^4 + \ldots) \qquad 7$$

Bei Bahnen von gleicher grosser Axe ist also der Jahresertrag der kleinen Axe umgekehrt proportional oder er nimmt mit der Excentricität der Bahn ab und zu. Es ist jedoch z. B. für die Erdbahn, deren Excentricität nach **Leverrier** (vergl. Annales de l'obs. de Paris: Mém. II [29]) etwa 100000 Jahre vor der Epoche 1800 einen Maximalwerth 0,0473 hatte, und etwa 20000 Jahre nach derselben einen Minimalwerth 0,0047 erhalten wird, die damit zusammenhängende Veränderung nicht sehr bedeutend, da für $w = 1$ nach 7 für diese äussersten Werthe $W = 1,00112$ und 1,00001 folgt, und 0,00001 des Jahres etwa 5^m, also 0,00112 nur etwa $9^1/_3{}^h$ gleichkömmt. Es reicht also diese periodische Veränderung, wenn auch w entsprechend einer Berechnung von **Pouillet** hinreichen sollte, um eine die Erde umgehende Wasserschichte von 23^m von 0—100° zu erwärmen oder 4000 Billionen Centner Steinkohle zu ersetzen, gewiss nicht von ferne aus, um die sog. geologischen Perioden, voraus die in das Diluvium (vergl. 389) fallende Eiszeit zu erklären; eben so wenig genügen dafür die für die beiden Halbkugeln periodisch etwas ver-

schiedenen Wirkungen, und wohl auch nicht die mit der Veränderung der Schiefe der Ekliptik (vergl. 350) zusammenhängenden Veränderungen der Zonen oder die gedenkbaren Variationen in Vertheilung von Land und Wasser, — noch eher dürfte in Folge von 457 eine ungleiche Vertheilung der Wärme im Weltraume dafür in Frage kommen. Vergleiche übrigens sowohl für Insolation als diese geologischen Fragen „J. **Adhémar,** Révolutions de la mer. Paris 1842 in 8. (2 éd. 1860; deutsch, Leipzig 1843), — Levi Wilter **Meech** (North Stonington in Connecticut 1821; Esquire zu Preston), On the relative Intensity of the Heat and Light of the Sun. Washington 1856 in 4., — Rudolf **Ludwig** (Hetzlos bei Hammelburg 1812; technischer Rath in Darmstadt), Die Meeresströmungen in ihrer geologischen Bedeutung. Darmstadt 1865 in 8., — **Haughton,** On the change of Eccentricity of the Earth's Orbit regarded as a cause of change of Climate (Phil. Mag. 1866 V), — **Hirsch,** Sur les causes cosmiques des changements de Climat (Bull. de Neuch. 1867), — etc.“ — Nach den Beobachtungen von **Saussure,** Charles-Frédéric **Martins** (Paris 1806; Professor der Naturgeschichte zu Montpellier), Auguste **Bravais** (Annonay 1811 — Versailles 1863; Professor der Physik in Paris), etc., ist die Angabe eines der Sonne ausgesetzten Thermometers mit geschwärzter Kugel, eines sog. **Actinometer**'s, und entsprechend die Bodentemperatur auf Bergen höher, die Lufttemperatur in Folge der dünnern Luft und der stärkern Strahlung niedriger als im Thale; Letztere nimmt nach den übereinstimmenden Berechnungen von J. **Hann** (vergl. Sitzungsb. der Wien. Acad. 1870 I) und **Hirsch** (vergl. Schweiz. met. Beob. VI) in Mittel-Europa im Jahresdurchschnitte für jede 100^m Erhebung um $0^0,58$ ab, — jedoch scheint diese Abnahme in der freien Luftsäule nach den von James **Glaisher,** Director der magnetisch-meteorologischen Abtheilung der Greenwicher-Sternwarte, bei seinen zahlreichen Ascensionen erhaltenen Bestimmungen (vergl. die „Reports of the british Association 1862—1866“ und „Voyages aériens par J. Glaisher, Camille Flammarion, W. de Fonvielle et Gaston Tissandier. Paris 1870 in 8.“) nicht gleichförmig zu sein, sondern bis auf 1500^m sich von $0^0,9$ bis $0^0,7$ per 100^m, und nachher noch rascher zu vermindern. — Die mittlere Tagestemperatur kann zur Noth aus $\frac{1}{2}$ (Max. + Min.), $\frac{1}{2}(16^h + 4^h)$, $\frac{1}{2}(21^h + 9^h)$, $\frac{1}{3}(18^h + 2^h + 10^h)$, $\frac{1}{4}(19^h + 1^h + 2 \times 9^h)$, etc., am besten aber mit Hülfe des Polarplanimeters (s. 140) aus den Aufzeichnungen eines selbstregistrirenden Instrumentes (s. 247) abgeleitet werden. — Den täglichen Gang der Temperatur stellt man nach „**Bessel,** Ueber die Bestimmung des Gesetzes einer periodischen Erscheinung (A. N. VI, 1828)“ am Besten durch die Sinusreihe

$$\begin{aligned} t_\mu &= T + a \operatorname{Sin}(\alpha + \mu) + b \operatorname{Sin}(\beta + 2\mu) + c \operatorname{Sin}(\gamma + 3\mu) + \ldots \\ &= T + a \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Cos}\mu + b \operatorname{Sin}\beta \operatorname{Cos} 2\mu + c \operatorname{Sin}\gamma \operatorname{Cos} 3\mu + \ldots \\ &\quad + a \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\mu + b \operatorname{Cos}\beta \operatorname{Sin} 2\mu + c \operatorname{Cos}\gamma \operatorname{Sin} 3\mu + \ldots \end{aligned} \qquad 8$$

dar, wo μ den Stundenwinkel der Sonne, t_μ die entsprechende Temperatur, T die mittlere Temperatur des Tages, und a, b, c, ... α, β, γ, ... Constante bezeichnen. Besitzt man n der Zeit nach gleich weit von einander abstehende, z. B. 24 stündliche Beobachtungen, so dass die μ, wenn $360 : n = v$ ist, die Reihe v, 2v, 3v ..... 360^0 bilden, so ist $\Sigma \operatorname{Cos}\mu = \Sigma \operatorname{Sin}\mu = \Sigma \operatorname{Cos} 2\mu = \ldots\ldots = \Sigma \operatorname{Cos}\mu \operatorname{Sin}\mu = \Sigma \operatorname{Cos}\mu \operatorname{Cos} 2\mu = \ldots\ldots = 0$, dagegen $\Sigma \operatorname{Cos}^2\mu = \Sigma \operatorname{Sin}^2\mu = \Sigma \operatorname{Cos}^2 2\mu = \ldots\ldots = \frac{1}{2} n$, und man erhält daher nach 210 zur Bestimmung der wahrscheinlichsten Werthe der Constanten die Gleichungen

$$\Sigma t_\mu = n T \qquad \Sigma t_\mu \operatorname{Cos} \mu = \tfrac{1}{2} n a \operatorname{Sin} \alpha \qquad \Sigma t_\mu \operatorname{Sin} \mu = \tfrac{1}{2} n a \operatorname{Cos} \alpha$$
$$\Sigma t_\mu \operatorname{Cos} 2\mu = \tfrac{1}{2} n b \operatorname{Sin} \beta \qquad \Sigma t_\mu \operatorname{Sin} 2\mu = \tfrac{1}{2} n b \operatorname{Cos} \beta \qquad \mathbf{9}$$

. . . .

So z. B. hat **Plantamour**, vergl. seine Abhandlungen „Du climat de Genève. Genève 1863 in 4, — Des anomalies de la température observées à Genève. Genève 1867 in 4.“ für die Monate Januar und Juli aus den Genfer-Beobachtungen die Reihen

$$t_\mu = -0^0{,}10 + 1^0{,}43 . \operatorname{Sin}(39^0{,}3 + \mu) + 0^0{,}58 . \operatorname{Sin}(89^0{,}4 + 2\mu) + \\ + 0^0{,}18 . \operatorname{Sin}(49^0{,}4 + 3\mu)$$

$$t_\mu = +18^0{,}14 + 4^0{,}49 . \operatorname{Sin}(48^0{,}7 + \mu) + 0^0{,}40 . \operatorname{Sin}(140^0{,}3 + 2\mu) + \\ + 0^0{,}85 . \operatorname{Sin}(251{,}6 + 3\mu)$$

gefunden, und auf ähnliche Weise gelang es ihm, den jährlichen Gang der Temperatur in Genf durch

$$T = +9^0{,}16 + 9^0{,}46 . \operatorname{Sin}(253^0{,}01 + M) + 0^0{,}42 . \operatorname{Sin}(328^0{,}48 + 2M) + \\ 0^0{,}16 \operatorname{Sin}(269^0{,}64 + 3M)$$

darzustellen, wo für den Tag a des Jahres $M = a . 360 : 365 = 0^0{,}98630 . a$ zu setzen ist. — Als wärmsten Ort auf der Erde gilt Pondichery in Ostindien mit 29°,6 mittlerer Jahrestemperatur, — als kältester die über Amerika gelegene Insel Melville mit — 18°,2: Differenz 47°,8. Die höchsten und tiefsten wirklich beobachteten Lufttemperaturen sollen + 55° (Arabische Wüste) und — 60° (Jakutsk 1838 I 21) sein: Differenz 115°. — Die mittlern täglichen Oscillationen der Lufttemperatur nehmen mit der Tageslänge zu, — dagegen bei wachsender Breite oder Meereshöhe ab; die jährliche Oscillation nimmt mit der Breite zu, mit der Meereshöhe dagegen wieder ab, und ist an den Küsten im Allgemeinen geringer als bei gleicher Breite im Innern der Continente, wo die Sommer wegen der stärkern Wärmeabsorption heisser, die Winter wegen der stärkern Strahlung aber kälter sind. — Nach dem Vorgange von „**Humboldt**, Des lignes isothermes et de la distribution de la chaleur sur le globe (Mém. d'Arcueil 1817)“ verbindet man die Puncte gleicher Jahres-, Winter- und Sommer-Wärme je durch Curven, die sog. **Isothermen**, **Isochimenen** und **Isotheren**. — ja **Dove** hat sogar, vergl. seinen Atlas „Die Monats- und Jahresisothermen in der Polarprojection. Berlin 1864 in fol.“, die Isothermen für jeden Monat ermittelt, sodann mit ihrer Hülfe die jedem Parallel zukommende mittlere Temperatur, und die jedem Orte zukommende Abweichung von Letzterer, die **Anomalie**, bestimmt: Die Orte gleicher Anomalie verbindend, erhielt er sog. **Isanomalen**, und die Isanomale von 0° gab ihm eine **thermische Normale** oder die Grenzscheide zwischen Gebieten positiver und negativer Anomalie, wobei fast ganz Europa in allen Monaten in das Gebiet positiver Anomalie fiel, also sich als thermisch begünstigt erzeigte. — Sogenannte **Bodentemperaturen** in verschiedener Tiefe scheint nach dem Wunsche von **Lambert** (vergl. Briefwechsel II und Pyrometrie) zuerst Joh. Jakob **Ott** (Zürich 1715 — Zürich 1769; Kaufmann; vergl. Bd. 2 meiner Biographieen) gemessen zu haben, — während **Fourier** und **Poisson** in ihren Wärmetheorieen (vergl. 299) die Fortpflanzung der Wärme in der Erde theoretisch untersuchten, und z. B. die Formel

$$\log \Delta p = a - b . p \qquad \mathbf{10}$$

zur Berechnung der jährlichen Oscillation Δp der Wärme in der Tiefe p aufstellten, nach der ich s. Z. für Bern (s. Bern. Mitth. 1854) aus zweijährigen

Messungen, welche in 3 und 6' Tiefe die Oscillationen 16°,49 und 11°,61 ergeben hatten, $\log \Delta p = 1{,}36935 - 0{,}05075 \cdot p$, oder die correspondirenden Werthe $\Delta p = 0°{,}01$ und $p = 66'{,}39 = 20^m$, d. h. ziemlich übereinstimmend mit andern Beobachtern fand, dass die Jahresoscillation in 20^m Tiefe verschwinde, — und endlich namentlich **Quetelet** grossartige Versuche anstellte, so unter Anderm aus 6jährigen Beobachtungen (1833—1843) an 5 Thermometern folgende mittlere monatliche Centesimaltemperaturen erhielt:

Höhe d. Therm. über d. Boden	$+0{,}77^m$	$\pm 0{,}00^m$	$-0{,}75^m$	$-3{,}90^m$	$-7{,}80^m$
	°	°	°	°	
Jannar	**0,28**	**— 0,12**	3,98	11,65	12,23
Februar	2,90	1,50	**3,05**	10,62	11,95
März	6,10	3,72	3,91	9,80	11,58
April	8,64	6,12	5,49	**9,48**	11,21
Mai	14,80	11,36	8,92	9,83	10,93
Juni	17,08	14,60	11,87	10,64	**10,80**
Juli	17,24	15,00	13,07	11,85	10,91
August	**17,94**	**15,14**	**13,61**	12,93	11,21
September	15,48	13,44	13,06	13,70	11,55
October	10,42	8,90	10,81	**14,00**	11,88
November	6,60	5,34	7,80	13,63	12,16
December	3,38	2,66	5,62	12,77	**12,26**

also am Boden fortwährend niedrigere Temperaturen als etwas über demselben, — und bei grösserer Tiefe immer stärkere Verspätung der Extreme. Geht man tiefer als 20^m, so nimmt etwa für jede 30^m die Erdwärme um 1° zu, was wahrscheinlich mit dem feurig-flüssigen Zustande des Erdinnern zusammenhängt. — Den mittlern täglichen **Luftdruck** erhält man sehr angenähert im Mittel aus 21^h (Max.) und 3^h (Min.), oder sonst mehreren über den Tag vertheilten Beobachtungen, — am Besten natürlich durch Quadratur der von einem selbstregistrirenden Barometer (s. 273) gelieferten Curve. Den täglichen Gang hat **Plantamour** für Genf ebenfalls durch eine Sinus-Reihe darstellen können, so z. B. für Jannar und Juli die Formeln

$$b = 727^{mm}{,}44 + 0{,}14 \operatorname{Sin}(155°{,}2 + \mu) + 0{,}35 \operatorname{Sin}(168°{,}3 + 2\mu) + \\ + 0{,}08 \operatorname{Sin}(180°{,}0 + 3\mu)$$

$$b = 727^{mm}{,}54 + 0{,}47 \operatorname{Sin}(192°{,}3 + \mu) + 0{,}26 \operatorname{Sin}(144°{,}1 + 2\mu) + \\ + 0{,}07 \operatorname{Sin}(333°{,}4 + 3\mu)$$

erhalten, — für den jährlichen Gang (Min. in IV und XI, Max. in VII und XII) aber

$$B = 726^{mm}{,}46 + 1{,}03 \operatorname{Sin}(180°{,}00 + M) + 1{,}25 \operatorname{Sin}(53°{,}13 + 2M) + \\ + 0{,}07 \operatorname{Sin}(0°{,}00 + 3M)$$

Diejenigen Orte, für welche die mittlere Differenz zwischen den monatlichen Extremen gleich gross ist, bestimmen eine sog. **Isobare.** — Für den zur Temperatur nahezu im Gegensatz stehenden täglichen Gang der relativen Feuchtigkeit (vergl. 305) hat **Plantamour** für Jannar und Juli die Formeln

$$f = 0{,}857 + 0{,}057 \operatorname{Sin}(227°{,}1 + \mu) + 0{,}026 \operatorname{Sin}(223°{,}2 + 2\mu) + \\ + 0{,}003 \operatorname{Sin}(225°{,}0 + 3\mu)$$

$$f = 0{,}681 + 0{,}173 \operatorname{Sin}(226°{,}5 + \mu) + 0{,}018 \operatorname{Sin}(276°{,}3 + 2\mu) + \\ + 0{,}015 \operatorname{Sin}(42°{,}3 + 3\mu)$$

für den jährlichen Gang (Max. Anfang I, Min Ende VI) derselben aber die Formel

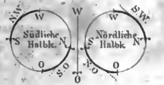
$$F = 0{,}776 + 0{,}091 \sin(108^{\circ}{,}33 + M) + 0{,}012 \sin(160^{\circ}{,}01 + 2M) + \\ + 0{,}021 \sin(5^{\circ}{,}44 + 3M)$$

erhalten. — Bei den **Wolken**, über deren Bildung 305 zu vergleichen, unterscheidet man gewöhnlich nach Höhe und Aussehen, entsprechend dem von Luke **Howard** (London 1772; Quäker und Pharmaceut) in seinem „Essay on the modification of clouds. London 1802 in 8." gemachten Vorschlage, die **Federwolke** (Cirrus), die **Haufenwolke** (Cumulus), die **Schichtwolke** (Stratus) und die **Regenwolke** (Nimbus). Um ihr Schweben zu erklären, nahm man früher meistens mit **Halley** an, sie bestehen aus Wasserbläschen; in der neuern Zeit hat aber **Jamin** nachgewiesen, dass auch kleine Wasserkügelchen schweben können: Bezeichnet nämlich r den Radius der kleinen Wasserkugel in Centimetern, $P = \frac{4}{3} r^3 \pi$ ihr Gewicht in Grammen, und q eine Constante, so kann man den Widerstand der unter der Kugel befindlichen Luft gegen ihr Fallen

$$S = q \cdot r^2 \pi = q \cdot \frac{P}{\frac{4}{3} r} = \frac{3 \cdot q}{4 \cdot r} \cdot P \qquad 11$$

setzen; sobald somit r so klein ist, dass $4r < 3q$, so ist $S > P$, und es kann daher die Kugel nicht fallen. — Ist der ursprüngliche Niederschlag in einzelnen seltenen Fällen aussergewöhnlich concentrirt, oder vergrössern (verdicken) sich die Wasserkügelchen (Bläschen) durch neue Niederschläge oder durch Zusammenfliessen, so müssen sie endlich fallen, d. h. es entsteht **Regen**, und in ähnlicher Weise bei Eiskristallen **Schnee**. — bei abnormen Verhältnissen von Wind und Luftelectricität zuweilen aus zusammengebackenem Schnee bestehender **Riesel** (Graupeln, grésil), der, wenn er von einer Eisschaale umgeben ist, **Hagel** (Schlossen, grêle) heisst, und die Grösse eines Hühnerei's erreichen kann. — Als Regenmesser oder **Ombrometer** dient am einfachsten (vergl. Wild in 247 für einen Registrirapparat für Wind und Regen) ein zylindrisches Gefäss von circa 1' Durchmesser, aus welchem das aufgefangene oder bei Schnee durch Schmelzen (10^{mm} Schnee = circa $\frac{1}{2}^{mm}$ Wasser) erhaltene Wasser in ein Maassgefäss geschüttet wird, dessen Volumentheilung z. B. so beschaffen ist, dass einer ihrer Einheiten eine Regenhöhe von 1^{mm} entspricht; ihm steht für die Verdunstung der aus einem der Luft ausgesetzten, mit Wasser gefüllten Gefässe bestehende **Atmometer**, — für den Thau der aus einem vor und nach abgewogenen Wollen-Büschel bestehende **Drosometer**, — etc. zur Seite. — Im Allgemeinen kommen gegen den Equator hin reichlichere, gegen den Pol hin häufigere Niederschläge vor. In Genf schwankte nach **Plantamour** von 1826—1861 die Anzahl der jährlichen Regentage zwischen 88 und 153 (Mittel 120,4), wobei durchschnittlich auf 25 Tage Gewitter fielen, — die jährliche Regenmenge aber zwischen $553^{mm},5$ und $1084^{mm},1$ (Mittel 825,5), so dass durchschnittlich einem Regentage $6^{mm},86$ zukamen, während im Maximum 1827 V 20 in circa 3^h volle $162^{mm},4$ fielen. — Von den sich in unserer Atmosphäre erzeigenden Strömungen oder **Winden**, zu deren Messung nach Richtung und Stärke sog. **Anemometer** (vergl. die oben citirte Schrift von Wild) dienen, sind die **Passate** am wichtigsten: Ihre erste Ursache ist die grössere Erwärmung der Erde unter dem Equator, durch die ein lebhafter, zuerst in dem sog. **Calmen-Gürtel** vertical aufsteigender, dann gegen beide Pole abfliessender Luftstrom (der obere Passat) entsteht, der nothwendig veranlasst, dass von den Polen nach dem Equator unten kalte Luft (der untere Passat) zurückfliesst. Ist

nun an einer gewissen Stelle der nördlichen Halbkugel Windstille, und es fängt der $\left\{\begin{matrix}\text{obere}\\ \text{untere}\end{matrix}\right\}$ Passat an, sich geltend zu machen, so ist der Rotationsunterschied des Ortes gegen die zunächst $\left\{\begin{matrix}\text{südlich}\\ \text{nördlich}\end{matrix}\right\}$ gelegene Luft zu gering, als dass hieraus eine Abweichung vom Meridiane hervorgehen könnte, — der Wind wird aus



$\left\{\begin{matrix}\text{S}\\ \text{N}\end{matrix}\right\}$ eintreten. Je länger die Strömung anhält, von desto weiter $\left\{\begin{matrix}\text{südlich}\\ \text{nördlich}\end{matrix}\right\}$ gelegenen Parallelen stammt die durchfliessende Luft her, desto mehr macht sich also die $\left\{\begin{matrix}\text{grössere}\\ \text{kleinere}\end{matrix}\right\}$ Rotationsgeschwindigkeit geltend, — der Wind geht aus $\left\{\begin{matrix}\text{S}\\ \text{N}\end{matrix}\right\}$ durch $\left\{\begin{matrix}\text{SW}\\ \text{NO}\end{matrix}\right\}$ in $\left\{\begin{matrix}\text{W}\\ \text{O}\end{matrix}\right\}$ über, d. h. es findet in beiden Fällen ein Drehen des Windes nach der Richtung des Uhrzeigers statt, — ein **Drehungsgesetz**, das sich nach den Untersuchungen von **Dove** (Poggend. Annalen XI 1827 u. sp.) im Mittel immer zeigt, wenn auch durch locale Winde zuweilen Störungen eintreten, und das auf der südlichen Halbkugel ebenfalls, aber natürlich in umgekehrter Richtung, statt hat. Der Polarstrom staut sich zuweilen an den Alpen, stellt sich dem Equatorealstrom entgegen, und zwingt ihn, den grössten Theil seiner Feuchtigkeit niederzuschlagen; wird Letzterer Meister, so stürzt er sich getrocknet und, theils durch die freigewordene Wärme, theils durch dieses Fallen erhitzt, von S bis SO her als **Föhn** in die Thäler nieder, wobei er zugleich dem nachfolgenden Equatorealstrom den Weg bahnt, so dass dieser mit gewohnter Richtung und Feuchtigkeit anlangt, und Niederschläge veranlasst. Vergl. übrigens die Streitschriften „**Dove**, Ueber Eiszeit, Föhn und Scirocco. Berlin 1867 in 8. (Nachtrag: Der Schweizer Fön, 1868), — H. **Wild**, Ueber Föhn und Eiszeit. Bern 1868 in 8., und: Der Schweizer-Föhn (Entgegnung auf Dove), Bern 1868 in 8.", — und als Monographie eines bestimmten Föhns „Louis **Dufour** (Veytaux 1832; Professor der Physik in Lausanne; Bruder von Charles in 390), Recherches sur le Fœhn du 23 Sept. 1866 en Suisse (Bull. de la Soc. Vaud. 1868)". — Für die übrigen Winde, von denen noch die beim Einbrechen des nach Admiral **Fitzroy** negativ-electrischen Equatorealstromes in den positiv-electrischen Polarstrom entstehenden Wirbelwinde oder **Cyclonen** namhaft gemacht werden mögen, vergleiche theils die unten angefügte allgemeine Literatur, theils die speciellen Schriften „Sir William **Reid** (Kinglassie in Schottland 1791 — London 1858; Generalmajor, Gouverneur von Malta, etc.), The law of Storms. London 1838 in 8. (3. ed. 1850), — **Dove**, Das Gesetz der Stürme (Pogg. Annal. 52, 1841; 2. A. Berlin 1861 in 8.), — etc." — In „**Lambert**, Sur les observations du vent (Mém. de Berl. 1777)" ist dargethan, dass anemometrische Mittel nicht in arithmetischem Sinne, sondern phoronomisch zu nehmen sind, und nach dieser Auffassung wird der Winkel φ, um welchen die mittlere Windrichtung von N in der Richtung über O abweicht, bei der achttheiligen Windrose durch

$$\text{Tg}\,\varphi = \frac{\text{O} - \text{W} + (\text{NO} + \text{SO} - \text{SW} - \text{NW})\,\text{Cos}\,45^0}{\text{N} - \text{S} + (\text{NO} + \text{NW} - \text{SO} - \text{SW})\,\text{Cos}\,45^0} \qquad 12$$

gegeben, wobei an die Stelle jedes Windes eigentlich die Summe der Producte

aus der Dauer desselben in die Geschwindigkeit, zur Noth die Anzahl der ihn aufweisenden Beobachtungstermine einzusetzen ist. Letztere Zahlen etwa für jeden Monat einzeln aufzuführen (z. B. bei 3 täglichen Beobachtungen: 25 NO, 24 SW, 1 SO und 40 windstill) hat jedoch entschieden mehr Werth als jene Resultirende (in unserm Beispiel O) zu berechnen. — Nach **Fitzroy** streicht der Wind in der Regel von dem Puncte mit hohem Barometerstande nach dem Puncte des tiefsten Barometerstandes, wobei seine Stärke der Differenz der beiden Stände proportional ist, — nach Christoph Heinrich Diedrich **Buys-Ballot** (Kœtingen in Seeland 1817; Professor der Mathematik und Director der meteorologischen Centralanstalt in Utrecht) dagegen meistens senkrecht zu der Linie, welche die Puncte höchsten und tiefsten Barometerstandes verbindet, und zwar so, dass die Windrichtung die kleinste Höhe zur Linken hat. — Von hohem Interesse ist die Berechnung der jeder Windrichtung zukommenden mittleren Temperaturen, Barometerstände, etc., oder der sog. **Windrosen**, von denen Folgende zum Muster dienen mögen:

Nr.	NW	N	NO	O	SO	S	SW	W	Ort und Berechner
1	9,81	9,92	**9,03**	10,06	11,55	**11,88**	11,87	10,87	Paris
2	7,90	**9,51**	9,25	6,81	8,74	**2 29**	8,19	5,47	Dove
3	3,06	2,98	**2,91**	3,06	3,24	**3,47**	3,31	3,22	Halle
4	765	**783**	775	**730**	748	736	748	744	Kämtz
5	49	62	48	**38**	108	68	**339**	233	Bern
6	**38**	81	64	47	142	83	**433**	243	Wolf
7	257	226	175	**158**	206	269	**273**	257	Karlsruh
8	28	66	98	**106**	82	**20**	31	27	Eisenlohr

wo Nr. 1 die jeder Windrichtung zukommende Temperatur in Centesimalgraden gibt oder die **thermische** Windrose, — die 2 den Ueberschuss des Barometerstandes über 750^{mm} oder die **barische** Windrose, — die 3 und 4 die absolute und relative Feuchtigkeit in Pariserlinien und Promillen, oder die **atmische** Windrose, — die 5 und 6 den mittlern jährlichen Niederschlag in Millimetern und die Anzahl der Regenstunden, — die 7 die Bewölkung, 400 als ganz bedeckt angenommen, oder die **nephische** Windrose, — und endlich die 8, unter wievieltägigem Wehen eines bestimmten Windes einmal ein Gewitter vorkömmt. Sofern irgend von **Witterungs-Prophezeiung** die Rede sein darf, so hat sie sich an diese Tafel anzuschliessen, welche z. B. zeigt, wie das Sinken des Barometerstandes in der Regel auf ein Einfallen des Equatorealstromes und damit auf Regen deutet, etc. Für den dem Monde zugeschriebenen Einfluss auf die Witterung vergleiche 396. — Zur Ergänzung füge ich noch die zwei Reihen

67	**56**	58	63	78	87	112	**126**	110	91	83	63
5	**2**	11	32	181	350	427	**483**	443	162	39	14

bei, von denen die erste angibt, wie viele Millimeter Regen durchschnittlich jedes Jahr, die zweite, wie viele Gewitter in 100 Jahren zu Zürich auf jeden der Monate December bis November fallen, — und deren Vergleich zeigt, wie reichlich bei uns die Gewitterregen sind. — Für die durch Brechung in Wasserbläschen und Eiskristallen hervorgerufenen kleinen und grossen **Höfe** (nach aussen rothe Lichtkränze oder Coronæ von 1—6^{0} Radius, und nach

innen rothe, zuweilen von Nebensonnen etc. begleitete, eigentliche Höfe oder Halo's von 22° Radius) um Sonne und Mond, deren Erklärung schon von **Descartes** in seinem „Discours (s. 3)" versucht wurde, und ebenso für die durch einfache oder doppelte Reflexion im Innern der Wasserkügelchen einer diesen Gestirnen gegenüberstehenden Regenwand entstehenden primären (roth oben, 41° Radius) und secundären (roth unten, 52° Radius) **Regenbogen**, deren Erklärung schon der sächsische Mönch **Theodorich** in einer zwischen 1304 und 1311 verfassten Schrift „De radialibus impressionibus (abgedruckt in Venturi's Commentari in 283)" und dann wieder Marco Antonio de **Dominis** (Insel Arbe an der Küste von Dalmatien 1566 — Rom 1824, wo er von der Inquisition vergiftet und verbrannt wurde; früher Erzbischof von Spalatro) in der Schrift „De radiis visus et lucis in vitris, perspectivis et in iride. Venet. 1611 in 4" gab, etc., vergl. „**Fraunhofer**, Theorie der Höfe, Nebensonnen und verwandter Phänomene (Schumacher, Astron. Abhandl. Heft 3, 1825), — **Clausius**, Die Lichterscheinungen der Atmosphäre. Leipzig 1850 in 8. (Grunert, Beiträge zur meteorol. Optik, Heft 4), — etc.", — für die allerdings schon durch **Aristoteles** (vergl. 2) begründete, aber eigentlich erst durch die Arbeiten von **Deluc** und die Gründung der unter Direction von Joh. Jakob **Hemmer** (Horbach 1733 — Mannheim 1790; Jesuit und Director der naturh. Kunstkammer zu Mannheim) ein grösseres Netz von correspondirenden Beobachtungen anstrebenden „Societas meteorologica palatina", deren „Ephemerides 1781—1792. Manh 1783—1795, 12 Vol. in 4." noch jetzt jedem Forscher unentbehrlich sind, in eine erspriessliche Richtung gebrachte **Meteorologie** im Allgemeinen endlich „**Deluc**, Recherches sur les modifications de l'atmosphère. Genève 1772, 2 Vol. in 4. (Deutsch, Leipzig 1776—1778), — Louis **Cotte** (Laon 1740 — Montmorency 1815; Professor der Philosophie und Theologie zu Montmorency), Traité de météorologie. Paris 1774 in 4., und: Mémoires sur la météorologie. Paris 1788, 2 Vol. in 4., — **Kämtz**, Lehrbuch der Meteorologie. Leipzig 1831, 3 Vol. in 8., — und: Vorlesungen über Meteorologie. Halle 1840 in 8. (Franz. durch Martins, Paris 1843), — **Dove**, Meteorologische Untersuchungen. Berlin 1837 in 8., — Matthew Fontaine **Maury** (County Spottsylvania in Virginien 1806, Director des Naval Observatory zu Washington), Sailing Directions. Washington 1840 in 4., Atlas in fol. (8. ed. 1858, 2 Vol.), und: The physical geography of the sea. New-York 1855 in 8. (Deutsch von Böttger, Leipzig 1855 und 1859), — Otto **Eisenlohr** (Carlsruhe 1806 — Bad Antogast 1853; Docent in Heidelberg), Untersuchungen über die Zuverlässigkeit der gebräuchlichen Wetterregeln. Carlsruhe 1847 in 8., — Ernst Erhard **Schmid** (Hildburghausen 1815; Professor der Naturgeschichte zu Jena), Lehrbuch der Meteorologie. Leipzig 1860 in 8., — A. **Mühry**, Allgemeine geographische Meteorologie. Heidelberg 1860 in 8., — H. **Marié Davy**, Météorologie: Les mouvements de l'atmosphère et des mers considérés au point de vue de la prévision du temps. Paris 1866 in 8., — **Quetelet**, Météorologie de la Belgique comparée à celle du globe. Bruxelles 1867 in 8., — Alexander **Buchan**, Handy Book of Meteorology. Edinburgh 1867 in 8. (2. ed. 1868), — **Jelinek**, Anleitung zur Anstellung meteorologischer Beobachtungen und Sammlung von Hülfstafeln. Wien 1869 in 8., — etc."

292. Der Erdmagnetismus und das Polarlicht. Für verschiedene Orte der Erde erhalten im Allgemeinen Declination, Inclination und

Intensität (313) gleichzeitig verschiedene Werthe, und wenn man diejenigen Puncte, für welche sie gleich werden, verbindet, oder sog. **Isogonen, Isoclinen** und **Isodynamen** zieht, so bilden die erstern gewissermassen magnetische Meridiane, die beiden letztern Parallelkreise, welche jedoch weder unter sich, noch mit den geographischen zusammenfallen, — so wenig wie die sog. magnetischen Pole (wo die Inclination 90° oder die Intensität ein Maximum) unter sich und mit den gewöhnlichen Polen, und die magnetischen Equatoren (wo die Inclination 0 oder die Intensität ein Minimum) unter sich oder mit dem gewöhnlichen Equator. — Auch an demselben Puncte der Erde sind alle drei Grössen bedeutenden Veränderungen unterworfen; so z. B. ging die Declinationsnadel bei uns etwa in den letzten 300 Jahren von NNO über N nach NNW, und scheint nun wieder zurückzukehren. Dieser Pendelschlag besteht jedoch nicht in einer continuirlichen, sondern in einer zitternden Bewegung, gewissermassen einer Summation der Ueberschüsse von kleinen täglichen Variationen in einem bestimmten Sinne, und zwar zeigt sich die tägliche, in ihrem Betrage ungefähr der Mittagshöhe der Sonne proportionale Bewegung gegenwärtig auf der $\left\{\begin{matrix}\text{nördlichen}\\\text{südlichen}\end{matrix}\right\}$ Halbkugel in der Weise, dass das $\left\{\begin{matrix}\text{Nordende}\\\text{Südende}\end{matrix}\right\}$ der Nadel etwa um 20^h den östlichsten Stand hat, dann bis gegen 2^h nach Westen geht, und über Nacht (etwa von 11—15 nochmals etwas nach Westen gehend) nach Osten zurückkehrt. Ferner zeigen an jedem Orte die Jahresmittel der täglichen Variation eine Periode von $11^1/_3$ Jahren (vergl. 422), und endlich erleidet der tägliche Gang der Nadel zuweilen starke Störungen, — namentlich wenn ein sog. **Nordlicht** (oder Südlicht, allgemeiner Polarlicht) statt hat. Dieses Letztere beginnt gewöhnlich mit der Bildung eines dunkeln Segmentes, über welchem ein bläulich weisser Lichtsaum wallt, dessen Scheitel immer nahe in den magnetischen Meridian fällt; dann beginnen Strahlen zu schiessen, die in allen Farben spielen, verschwinden und wieder erscheinen, sich nach O oder W bewegen, etc., und nur da, wo das Südende der Inclinationsnadel hinweist, bemerkt man eine in ruhigem, mattem Lichte fortglänzende Stelle, die sog. Krone, sonst überall Bewegung. Es tritt gegen die Equinoctien hin am häufigsten auf, — unterliegt nach Fritz in seiner jährlichen Anzahl einer etwa 5 Wellen umfassenden Periode von $55^1/_2$ Jahren, — und entsteht nach De la Rive, wenn sich die negative Electricität der Erde mit der positiven der Luft bei einer gewissen Spannung an den Polen ausgleicht.

Wie schon **Columbus** bei der Declination erkannte (vergl. 313), sind die magnetischen Elemente gleichzeitig an verschiedenen Puncten der Erde verschieden: so z. B. fand man 1850:

Ort	Westliche Declination		Depression		Horizontale Intensität
Greenwich	22°	29′	68°	48′	1,739
München	16	14	65	25	1,925
Paris	20	36	66	42	1,658
Prag	14	38	66	52	1,892

Puncte gleicher Declination verband schon, gestützt auf eigene Bestimmungen, der 1632 zu Rom verstorbene Jesuit Cristoforo **Borro** oder Burrus, und schlug vor, eine, solche **Isogonen** enthaltende Karte zu benutzen, um aus einer gemessenen Declination die Meereslänge abzuleiten (vergl. 366). Später folgte **Halley** mit seiner „General Chart shewing at one view the variation of the compass. London 1701 in fol.", und seither sind von Verschiedenen solche Karten theils direct aus den Beobachtungen, theils mit Beihülfe theoretischer Untersuchungen entworfen worden, vergl. z. B. „**Hansteen**, Untersuchungen über den Magnetismus der Erde. Christiania 1819 in 4., — **Gauss** und Wilhelm **Weber**, Atlas des Erdmagnetismus nach den Elementen der Theorie entworfen. Leipzig 1840 in 4., — Heinrich Karl Wilhelm **Berghaus** (Cleve 1797; Professor der angewandten Mathematik zu Berlin), Physicalischer Atlas. Gotha 1838—1848 in fol. (2. A. 1849—1851), — **Sabine**, Contributions to terrestrial magnetism, Nr. 1—9 (Phil. Trans. 1840—1849), — etc.", und zwar enthalten diese neben den Isogonen auch die von Joh. Karl **Wilcke** (Wismar in Mecklenburg 1732 — Stockholm 1796; Docent der Physik und später Secretär der Academie in Stockholm) in seinem „Försök till en magnetisk inclinationskarta (Vet. Acad. Handl. 1768) zuerst entworfenen **Isoclinen**, sowie die von **Humboldt** ihnen beigesellten und dann namentlich auch von Louis-Isidore **Duperrey** (Paris 1786; Fregatten-Capitän und Mitglied der Pariser-Academie) vielfach verzeichneten **Isodynamen**. — Die von **Gunter** schon 1622 aus den Beobachtungen geschlossene, und dann von seinem Nachfolger **Gellibrand** in der Schrift „A discourse mathematical on the variation of the magnetic needle. London 1634 in 4." einlässlicher behandelte seculäre Variation geht am deutlichsten aus folgender Tafel der in London erhaltenen Bestimmungen hervor:

Westliche Declination						Depression des Nordendes					
Jahr	Grösse		Jahr	Grösse		Jahr	Grösse		Jahr	Grösse	
1580	—11°	15′	1723	14°	17′	1576	71°	50′	1775	72°	31′
1622	— 6	0	1746	17	40	1600	73	0	1821	70	3
1634	— 4	6	1767	23	19	1613	72	30	1830	69	37
1657	0	0	1802	24	6	1676	73	30	1836	69	22
1665	1	22	1816	24	38	1720	74	27	1836	69	19
1692	6	0	1850	22	29	1723	74	42	1850	68	48

Da die Declination in dem etwa 20° östlich von London gelegenen Königsberg (s. Cosmos IV 141) schon 1600 Null gewesen sein soll, so hätte man

anzunehmen, dass die Greenwicher-Länge des magnetischen Nordpols von 1600 bis 1657 entweder von 20—0° abgenommen, oder von 160—180° zugenommen habe, und da **Hansteen**, nach dessen Untersuchungen die Erde freilich zwei Systeme solcher Convergenzpuncte der Declination oder Pole hat, für die stärkern dieser Pole, wenn α und λ Breiten und Greenwicher-Längen bezeichnen, die Positionen

Jahr	α	λ	Jahr	α	λ
1730	70° 47′	251° 54′	1642	— 71° 5′	146° 29′
1771	70 21	259 27	1773	— 69 46	136 53
1838	64 38	280 19	1841	— 68 26	134 32
1852	71 25	275 20	1845	— 68 51	131 28

für die schwächern dagegen

Jahr	α	λ	Jahr	α	λ
1608	79° 41′	19° 30′	1586	— ?	287° 0′
1770	85 24	101 29	1670	— 74° 7′	265 26
1805	85 22	116 9	1774	— 77 17	237 14
1829	82 3	114 33	1842	— 76 7	216 26

erhielt, so dürfte die Letztere jener beiden Annahmen die richtigere, und damit zu supponiren sein, dass die magnetischen Pole die Erdpole in circa 600 bis 700 Jahren im Sinne der jährlichen Bewegung der Erde umkreisen. — Die mittlere jährliche Declination zu Berlin konnte **Encke** durch die Formel

$$D = 16° 47' 36'',7 - 6' 13'',51 (t - 1839,5) - 4'',33 (t - 1839,5)^2$$

darstellen, welche für 1796,4 ein Maximum 19° 0′ 1″,5 ergibt, — **Hansteen** die Inclination für Brüssel durch die Formel

$$J = 69° 1',365 - 3',2492 (t - 1827) + 0',014305 (t - 1827)^2$$

welche für 1940 ein Minimum 65° 56′,86 in Aussicht stellt. — Die tägliche Variation bemerkte George **Graham** schon 1722; ein paar Decennien später wurde sie von **Celsius** und Olof Peter **Hjorter** (Jämtland 1696 — Upsala 1750; Observator in Upsala) weiter verfolgt, sowie der Einfluss des Nordlichtes auf den Stand der Nadel wahrgenommen, und auch John **Canton** (Strond in Gloucestershire 1718 — London 1772; Vorsteher einer Privatschule in London) überreichte der Royal Society „An attempt to account for the regular diurnal variation of the horizontal magnetic needle; and also for its irregular variation at the time of an Aurora borealis (Phil. Trans. 1759)". Einen neuen Aufschwung erhielten diese Untersuchungen, als **Humboldt** nicht nur selbst 1806 im Thiergarten bei Berlin stündliche Beobachtungen über die Schwankungen der Magnetnadel begann, sondern die ganze gelehrte Welt dafür zu interessiren wusste, — und **Gauss** neue, dafür passende Apparate (vergl. 318) construirte. Von hervorragendem Interesse sind die unter Leitung von **Sabine** angestellten und publicirten „Magnetical and meteorological Observations at Toronto 1840—1848, St. Helena 1840—1849, Cape of Good Hope 1841—1846, Hobarton 1841—1848, and Innsual magnetic Disturbances 1840—1844. London 1843—1857, 10 Vol. in 4." So z. B. ergaben Toronto (nahe 6^h westlich) und Hobarton (etwas mehr als 9^h östlich

von Göttingen) 1842 im Jahresmittel in 0',72 und 0',71 betragenden Scalatheilen:

Beobachtungsstunden.			Ablesungen in	
Toronto	Göttingen	Hobarton	Toronto	Hobarton
h	h	h		
18	0	9	134,94	70,87
20	2	11	136,82	69,68
22	4	13	132,68	70,54
0	6	15	125,87	71,41
2	8	17	124,92	71,03
4	10	19	127,87	69,21
6	12	21	130,83	67,39
8	14	23	132,77	71,02
10	16	1	133,35	76,74
12	18	3	133,90	77,49
14	20	5	131,91	74,34
16	22	7	133,06	72,16

woraus sich, da an beiden Orten **zunehmende** Ablesungszahlen eine **Abnahme** der westlichen Declination bezeichnen, der im Texte erwähnte tägliche Gang, und speciell für 1842 als mittlere tägliche Variation in Toronto 8',57, in Hobarton 7',17 ergibt. Während aber hienach die tägliche Variation im Allgemeinen nicht an einen bestimmten Moment, sondern an die Ortszeit oder den Stundenwinkel der Sonne gebunden ist, und im Jahresmittel für die verschiedensten Stationen nahe gleich gross wird, so entsprechen dagegen den mittlern monatlichen Variationen für 1842 folgende Reihen:

Monat	Toronto $20-2^h$	Hobarton $8-21^h$	Monat	Toronto $20-2^h$	Hobarton $8-21^h$
	'	'		'	'
I	6,92	9,41	VII	12,26	3,54
II	5,49	10,04	VIII	11,12	4,57
III	8,98	9,02	IX	9,61	7,23
IV	8,68	6,06	X	8,18	9,44
V	9,71	3,78	XI	5,51	10,48
VI	11,86	2,73	XII	4,55	9,68

so dass der Gang auf beiden Halbkugeln den Gegensatz der Jahreszeiten auf das Schönste zeigt. — Ferner sind die mittlern jährlichen Variationen an demselben Orte wesentlich verschieden, wie diess folgende von **Lamont** (Pogg. Annal. 84, 1851) für München (aus Göttingen 1835—1840 und München 1841—1850) gegebene Reihe I zeigt:

Jahr	I	II	III	IV	I — II	I — III	I — IV
	′	′	′	′	′	′	′
1835	8,61	7,97	9,11	8,57	+ 0,64	— 0,50	+ 0,04
36	11,11	9,21	10,15	11,24	+ 1,89	+ 0,96	— 0,13
37	11,04	10,29	10,74	11,98	+ 0,75	+ 0,30	— 0,89
38	**11,47**	10,79	10,69	10,49	+ 0,68	+ 0,78	+ 0,98
39	9,93	10,53	10,02	9,77	— 0,60	— 0,09	+ 0,16
40	8,92	9,62	8,94	8,91	— 0,70	— 0,02	+ 0,01
41	7,82	9,01	7,79	7,78	— 1,19	+ 0,03	+ 0,04
42	7,08	7,26	6,92	7,25	— 0,18	+ 0,16	— 0,17
43	7,15	6,64	6,60	6,70	+ 0,51	+ 0,55	+ 0,45
44	**6,61**	6,77	6,94	6,90	— 0,16	— 0,33	— 0,29
45	8,13	7,59	7,83	7,93	+ 0,54	+ 0,30	+ 0,20
46	8,81	8,80	8,98	8,67	+ 0,01	— 0,17	+ 0,14
47	9,55	9,98	10,05	10,32	— 0,43	— 0,50	— 0,77
48	**11,15**	10,70	10,70	11,39	+ 0,45	+ 0,45	— 0,24
49	10,64	10,70	10,73	11,15	— 0,06	— 0,09	— 0,51
50	10,44	9,98	10,12	9,49	+ 0,46	+ 0,32	+ 0,95
Quadratsummen					8,4851	2,9983	8,9865

die er durch die Formel

$$V_x = 8',70 + 2',1 \,.\, \text{Sin}\,[72^0,58 + (x - 1848) \,.\, 360 : 10^1/_3]$$

in der x die Jahreszahl bezeichnet, und welche somit eine Periode von $10^1/_3$ Jahren voraussetzt, ziemlich befriedigend darstellen konnte, indem aus ihr die Werthe II folgen; aber viel besser wird allerdings noch, wie ich schon in meiner Abhandlung „Neue Untersuchung über die Periode der Sonnenflecken und ihre Bedeutung (Bern. Mitth. 1852)“ zeigte, die Uebereinstimmung, wenn man (vergl. 422) die $10^1/_3$ durch $11^1/_9$ ersetzt, da sie alsdann die Werthe III gibt, — ja nahe eben so gut durch die aus 423 : 1 folgenden Werthe IV. — Von den Störungen im täglichen Gange der Magnetnadel sind nach den Untersuchungen von **Secchi** gar Viele mehr localer Natur, und mit electrischen Strömungen, Stürmen, etc. in Verbindung; dagegen gibt es auch solche, welche die ganze Erde betreffen: So z. B. zeigte 1842 II 24 zu Hobarton die Declinationsnadel um 6^h Gött. Zeit die Minimalablesung 47,5, — um 10^h die Maximalablesung 86,4, — also die nach Stunde und Grösse ganz abnorme Variation 38,9 . 0,71 = 27′,62; an demselben Tage wurde in Toronto um 14^h Gött. Zeit die Minimalablesung 115,8, um 0^h die Maximalablesung 145,5, also ebenfalls die abnorme Variation 29,7 . 0,72 = 21′,38 erhalten, — und am Abend desselben Tages wurde durch **Hansteen** in Christiania ein **Nordlicht** beobachtet. Diese letztere, entsprechend der Behauptung von **Arago** fast immer durch Unruhe der Magnetnadel indicirte Erscheinung, welche ihren Namen Aurora borealis bei Anlass ihres glanzvollen Auftretens 1621 IX 12 durch **Gassendi** erhielt, ist noch immer etwas räthselhaft, doch wird sie, seit **Angström**, Otto **Struve**, etc., in dem Spectrum des Nordlichtes eine einzelne helle, grünlich-gelbe Linie auf dunkelm Grunde gesehen haben, von manchen Physikern als ein von magnetischen Kräften hervorgebrachtes Glühphänomen eines verdünnten Gases von im Uebrigen allerdings noch unbekannter Beschaffenheit betrachtet. Merkwürdig ist, dass **Tietjen** diese Linie

im October 1870 in Berlin nicht nur im Nordlichte, sondern auch an Stellen des Himmels und an Abenden wahrnahm, wo er sonst keine Nordlichtspuren fand, — ob auch bei den sonst als mit dem Nordlichte verwandt betrachteten leichten Cirren, welche als sog. **Polarbanden** zuweilen von N. aus den Himmel überziehen, wird leider nicht gesagt. — Nach **Hansteen** bildet das Nordlicht einen Ring, dessen Centrum mit dem magnetischen Pole zusammenfällt, — und **Heis** fand bei dem Nordlichte 1870 X 25 zu Münster für den durch die Nordlichtstrahlen markirten Convergenzpunct in der Corona das Azimuth 15° 44' und die Höhe 65° 6', während er für Münster die Declination zu 16° 9' und die Inclination zu 67° 35' annimmt. — Der schon von Jean-Jacques Dortous de **Mairan** (Béziers 1678 — Paris 1771; Mitglied und Secretär der Pariser-Academie) in seinem höchst verdienstlichen „Traité physique et historique de l'Aurore boréale. Paris 1731 in 4. (2 éd. 1754)" betonte **jährliche Gang** in der Häufigkeit des Nordlichts hat sich seither vollkommen bestätigt: So zeigt das, in Erweiterung eines von mir 1857 in der Zürcher-Vierteljahrsschrift publicirten Cataloges, von Hermann **Fritz** (Bingen 1830; Lehrer des Maschinen-Zeichnens am Schweiz. Polytechnikum) angelegte, wohl jetzt vollständigste Verzeichniss für die Monate Januar bis December der Jahre 502 bis 1866 (vergl. seine Abhandlung „Die Perioden der Sonnenflecken, des Polarlichtes und des Erdmagnetismus" im Programme des Schweiz. Polytechnikums für 1866/67) je die Gesammtzahl von

1002	1071	**1258**	976	471	**257**
320	688	1143	**1205**	1029	1006

Nordlichterscheinungen, und auch die wenigen, von **Fritz** aufgefundenen Beobachtungen von Südlichterscheinungen haben ihm die ganz entsprechende Reihe

12	20	**30**	9	**4**	**4**	8	14	**16**	15	**5**	13

ergeben. — Für die Bedeutung der von **Fritz** aufgefundenen, schon im Texte erwähnten Periodicität in der jährlichen Anzahl der Nordlichter muss auf 423 verwiesen werden; dagegen ist hier anhangsweise noch anzuführen, dass die Sichtbarkeit des Nordlichtes nicht nur einfach mit der Breite des Beobachters zunimmt, sondern dass nach **Loomis** die Zone der häufigsten Nordlichter den Meridian von Washington in 56°, den von Petersburg in 70° schneidet.

393. Die äussere Erscheinung des Mondes. Vor Erfindung des Fernrohrs unterschied man auf dem Monde nur zur Zeit seiner Opposition einige dunklere Flecken, aus denen rege Phantasie eine Art Gesicht bildete; nach derselben erkannte dagegen Galilei eine Menge, bei Wiederkehr der gleichen Phase sich immer wieder in gleicher Weise zeigenden, also festen Detail, namentlich jeweilen an der Lichtgrenze ganz unverkennbare Berge und Thäler. Seine Nachfolger Hevel und Grimaldi entwarfen bereits Mondkarten, in die Riccioli die Namen berühmter Männer einschrieb, und welche sodann Tob. Mayer, Schröter, Lohrmann, etc., immer mehr vervollkommneten, bis endlich Mädler's mustergültige Karte entstand, die nun freilich nach und nach hinter Mond-Photographieen zurücktreten wird. Schon Hevel begann ferner aus den geworfenen Schatten die

Höhen der Berge (Leibnitz und Dörfel 25000′, Hugens 19800′, etc.) abzuleiten; später entdeckte man sog. **Rillen** (Rainures), d. h. über Berg und Thal fortlaufende, scharf eingeschnittene Vertiefungen, muthmasslich Risse, welche bei gewaltsamer Hebung der Mondberge entstanden, — sah bei Vollmond von einzelnen Gebirgen (Tycho, Keppler, Aristarch, etc.) auslaufende, sog. **Strahlensysteme,** die man früher einfach für Stellen von grösserem Reflexionsvermögen hielt, während sie seither Schwabe eher einem Dunklerwerden der Umgebung zuschrieb, wie wenn der dem Vollmonde entsprechende Mondsommer einzelne Stellen bekleiden würde, — etc. Der von Hevel „Lumen secundarium“ genannte Reflex der Erde bewirkt, wie schon Leonardo da Vinci erkannte, dass in den ersten Tagen vor und nach der Conjunction auch die Nachtseite des Mondes sichtbar wird.

Beiläufig bemerkend, dass die Arkadier behauptet haben sollen, die Erde sei schon von ihren Voreltern bewohnt gewesen, bevor sie einen Mond gehabt habe, was vortrefflich zu der Idee von **Cassini** passen würde, es sei Letzterer ursprünglich ein Comet gewesen und erst nachträglich von der Erde annexirt worden, — mag erwähnt werden, dass nach **Plutarch** schon die Alten auf dem Monde Berge und Thäler vermutheten, welche jedoch dann natürlich erst nach Erfindung des Fernrohrs durch **Galilei** und seine Zeitgenossen wirklich gesehen wurden. — Die in „**Galilei**, Sydereus nuncius. Venetiis 1610 in 4. (Auch Francof. 1610 in 8., Bonon. 1655 in 4., etc.)“ gegebenen Abbildungen des Mondes verdienen diesen Namen noch nicht; während dagegen die von **Hevel** für seine „Selenographia. Gedani 1647 in fol.“ selbst in Kupfer gestochenen, den Mond für jeden Tag seines Alters darstellenden Zeichnungen schon eine ganz hübsche Grundlage für die Mondtopographie geben, und auch die von **Grimaldi** entworfene, durch **Riccioli** in seinem „Almagestum novum. Bononiæ 1651, 2 Vol. in fol.“ publicirte Vollmondkarte, in welche bereits zur Bezeichnung der einzelnen Berge nach dem Vorschlage des Jesuiten Michael Florent van **Langren** die Namen berühmter Männer eingetragen sind, wenigstens ein angenähertes Bild des Mondes giebt. Ein wesentlicher Fortschritt zeigt sich in den Aufnahmen von Tob. **Mayer**, welche aber leider nur theilweise in seinem „Bericht von den Mondskugeln, welche bey der kosmographischen Gesellschaft in Nürnberg aus neuen Beobachtungen verfertiget werden. Nürnberg 1750 in 4“ und dem Anhange des von **Lichtenberg** herausgegebenen ersten Bandes der „Opera inedita. Gott. 1775 in 4.“ publicirt wurden; dagegen verlor sich **Schröter**, von dessen Entdeckung der Rille bei Hyginus im Jahre 1788 die Kenntniss dieser merkwürdigen Gebilde datirt, in den grossen Detail der mit dem Alter des Mondes so sehr wechselnden Mondlandschaften, und seine „Selenotopographischen Fragmente. Lilienthal 1791 — Göttingen 1802, 2 Bde. in 4.“ haben lange nicht einen der darauf verwendeten Arbeit proportionalen Nutzen gehabt. Die sehr tüchtige Arbeit von Wilhelm Gotthelf **Lohrmann** (Dresden 1796 — Dresden 1840; Inspector des mathematischen Salons zu Dresden), seine „Topographie der sichtbaren Mondoberfläche. I. Dresden 1824 in 4.“, harrt noch immer ihrer noch neuerlich durch Joh. Friedrich Julius **Schmidt** (Eutin 1825; langjähriger

Observator in Bilk, Bonn und Olmütz, jetzt Director der Sternwarte in Athen) in seiner Schrift „Der Mond. Leipzig 1856 in 8.“ versprochenen Vollendung, während es dagegen Wilhelm **Beer** (Berlin 1797 — Berlin 1850; Banquier und Besitzer einer Sternwarte in Berlin) und seinem damaligen Mitarbeiter **Mädler** etwas später auf Einen Wurf gelang, eine treffliche Mondkarte zu vollenden: In circa 600 Nachtwachen sammelten sie nämlich ein reiches Material zur Construction einer 1834 publicirten, drei Fuss im Durchmesser haltenden „Mappa selenographica“, welche den Mond bei 300-facher Vergrösserung zeigt, und nach **Bessel** ebensoviel Detail enthält, als eine Karte von Frankreich auf einem Quartblatte geben könnte; überdiess bestimmten sie noch viele Berghöhen, — stellten fest, dass bei Ringgebirgen der Centralberg nie die Höhe des Walles erreicht, — etc., kurz eine Menge Specialitäten, für welche auf ihre Schrift „Der Mond nach seinen cosmischen und individuellen Verhältnissen. Berlin 1837 in 4.“ verwiesen wird. Mit Hülfe dieser Karte gelang es Wilhelmina **Böttcher** (Hannover 1777 — Hannover 1854; spätere Hofräthin Witte und Schwiegermutter von Mädler), und später auch **Dickert** in Bonn, Mond-Reliefs zu erstellen, und in der neusten Zeit haben Warren **De la Rue**, Lewis M. **Rutherford**, etc., den Mond mit bestem Erfolge photographirt, — ja es ist Ersterem durch Aufnahme des Mondes bei gleichen Phasen, aber verschiedenen Librationen (s. 394), sogar gelungen, gute stereoskopische Bilder des Mondes zu erzeugen. — Der originelle **Gruithuisen** glaubte in den Rillen Kanäle zu sehen, sowie er einzelne Städte und ähnliche Spuren von Cultur erkennen wollte, ja zu dem Vorschlage kam, zur Einleitung einer Correspondenz mit den Mondbewohnern, auf der Erde den pythagoräischen Lehrsatz durch grosse Runkelrübenfelder darzustellen, — überhaupt unbewusst auf ein 1836 von Amerika aus (durch Nicollet?) in verschiedenen Sprachen verbreitetes Pamphlet über angeblich von dem jüngern Herschel am Cap gemachte Entdeckungen von Ochsenheerden, geflügelten Menschen, etc., auf dem Monde vorbereitete.

394. Die Bewegung des Mondes. Da uns der Mond bei seiner Bewegung um die Erde beständig dieselbe Seite zuwendet, so muss er genau in derselben Zeit, welcher er für eine Revolution bedarf, auch eine Rotation um seine Axe vollenden. Die Rotation ist aber ihrer Natur nach eine gleichförmige, die Revolution dagegen eine ungleichförmige Bewegung, da sie nicht nur (357) elliptisch ist, sondern noch einer ganzen Reihe kleiner Ungleichheiten unterliegt. Bezeichnen nämlich l, L, m, M die mittlern Längen und Anomalien von Mond und Sonne (s. 408), so ist angenähert die wahre Länge des Mondes

$$\lambda = l + I + II + III + IV \qquad 1$$

wo

$$I = 6^0\,16'.\,\text{Sin}\,m + 12'\,50''\,\text{Sin}\,2m \qquad III = 39'.\,\text{Sin}\,2\,(l - L)$$

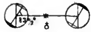
$$II = 1^0\,16'\,\text{Sin}\,[2\,(l - L) - m] \qquad IV = 11'.\,\text{Sin}\,M$$

und zwar bezeichnet I die muthmasslich schon Hipparch bekannte, der 356 für die Sonne gefundenen analoge **Mittelpunctsgleichung**, die sich bei jeder elliptischen Bahn zeigt; II die von Ptolemäus

entdeckte, an eine Periode von 32ᵈ gebundene **Evection,** die sich in den Syzygien (l — L = 0,180) und Quadraturen (l — L = 90,270) als ∓ 1⁰ 16′. Sin m mit I vermischt, so dass die Alten aus den Finsternissen eine zu kleine, Ptolemäus aus den Quadraturen aber eine zu grosse Gleichung fand, wie wenn sich die Mondbahn periodisch verändern würde; III ist die von Abul Wefa im 10. Jahrhundert entdeckte **Variation,** die in den Syzygien und Quadraturen verschwindet; IV endlich die von Tycho entdeckte, je im Perigeum und Apogeum der Sonne verschwindende **jährliche Gleichung.** — Die Winkeldrehung α' des Mondes um seine Axe wird somit bald etwas kleiner (namentlich im Perigeum), bald etwas grösser (namentlich im Apogeum) als die Winkelbewegung α in der Bahn sein, also (s. Fig. 1) der Punct a, welcher bei einer ersten Stellung des Mondes seine Mitte bildet, bei einer zweiten Stellung bald in a′, bald in a″ erscheinen, so dass am rechten oder linken Rande des Mondes noch Stellen sichtbar werden, die man früher nicht sah, — gerade wie wenn der Mond etwas schwanken würde. Ausser dieser sog. **Libration in Länge** hat der Mond auch eine **Libration in Breite,** die daher rührt, dass (s. Fig. 2) die Mondaxe nur einen Winkel von $83^1/_2{}^0$ mit der Mondbahn bildet, — endlich noch eine **parallaktische Libration,** da der vom Auge des Beobachters mit dem Monde bestimmte Kegel für entlegene Standpuncte verschieden ist. Diese Librationen, deren erste Entdeckung zu den schönsten Ehrentiteln Galilei's gehört, bewirken nach Mädler's Berechnung, dass man nur $^3/_7$ der Mondoberfläche beständig, und nur eben so viel nie sieht. — Die Ebene der Mondbahn ist gegen die Ebene der Ekliptik um 5⁰ 9′ geneigt, und es kann sich daher die Declination des Mondes um volle 2 × (23⁰ 27′ + 5⁰ 9′) = 57⁰ 12′ verändern, womit die grossen Schwankungen in seiner sog. täglichen Verspätung im Aufgange ($^1/_4$ — $1^1/_2{}^h$) zusammenhängen; bei Vollmond ist die Declination im Winter gross, im Sommer klein. Die Knotenlinie der beiden Ebenen vollendet in 6798ᵈ,33553 = circa 18ᵃ,6 eine Umdrehung, und zwar kömmt sie gewissermaassen dem Monde täglich um 19⁰,341499 : 365,25 entgegen, so dass derselbe schon nach 27ᵈ,21222, dem sog. **Drachenmonat,** zu demselben Knoten zurückkehrt. Die Apsidenlinie der Mondbahn geht dagegen täglich um 40⁰,690507 : 365,25 vorwärts, so dass sie in 3231ᵈ,46623 = circa 9ᵃ,0 eine Umdrehung vollendet, und der Mond selbst erst in 27ᵈ,55460, dem sog. **anomalistischen** Monat, zu demselben Apsidenpuncte, z. B. zum Perigeum, zurückkehrt.

Der Cyklus der Evection beträgt (da l, m, L täglich je um etwa $13^1/_6$, $13^1/_6$ und 1^0 zunehmen) nahe $360^0 : [2(13^1/_6 - 1) - 13^1/_6] = 32^d$. Im Uebrigen vergleiche für 1 die Entwicklungen in 418 und namentlich 418 : 28. — Dass nicht erst **Tycho** (wie man früher glaubte, obschon er es selbst nicht behauptete), sondern schon **Abulwefa** die Variation entdeckte, hat **Sédillot** aus des Letztern „Almagestum sive Systema astronomicum“ schlagend nachgewiesen. — Die Libration deutete schon **Galilei** in seinem „Sydereus nuncius (s. 393)“, sodann wieder **Hevel** in seiner „Selenographia (s. 393)“ an, — die richtige Begründung gab jedoch erst Letzterer nachträglich in seiner „Epistola de motu Lunæ libratorio. Gedani 1654 in fol.“ Sehr einlässlich wurde später die Libration von Tob. **Mayer** in der schon 210 erwähnten Abhandlung besprochen, und darin namentlich auch gezeigt, wie, durch wiederholte Bestimmung der Breite A eines Fleckens und der Längendifferenz B zwischen ihm und dem Knoten der Mondbahn, die Lage des Mondequators gefunden werden könne, indem zwischen diesen Grössen, der Neigung α des Mondequators, der Distanz β des Fleckens von diesem Equator, und der Distanz θ der von Mondequator und Mondbahn in der Ekliptik gebildeten Knoten die Gleichung





$$\beta - A = \alpha \cdot \text{Sin}\, B - \alpha \cdot \text{Sin}\, \theta \cdot \text{Cos}\, B \qquad 2$$

bestehe: Mayer bestimmte so z. B. von 1748 IV 11 bis 1749 III 4 den Flecken Manilius 27 mal, — bildete dann aus den so nach 2 erhaltenen 27 Gleichungen drei Normalgleichungen, indem er die 9 mit den stärksten positiven Werthen von Sin B, dann die 9 mit den stärksten negativen Werthen, und endlich die übrigen 9 je summirte, — und fand aus diesen Normalgleichungen $\alpha = 1^0\, 30'$, $\beta = 14^0\, 33'$ und $\theta = -3^0\, 45'$. — Vergleiche auch „Jacq. **Cassini**, De la libration apparente de la lune (Mém. de Par. 1721), — Gottfried **Heinsius** (Naumburg 1709 — Leipzig 1769; Professor der Astronomie und Mathematik zu Petersburg und Leipzig), De apparentia æquatoris lunaris in disco lunæ. Lipsiæ 1745 in 4., — **Lagrange**, Recherches sur la libration de la lune (Pièces de prix de Paris, 1764), und: Théorie de la libration de la lune et des autres phénomènes qui dépendent de la figure non sphérique de cette planète (Mém. de Berl. 1780), — **Poisson**, Sur la libration de la lune (Conn. d. temps 1821—1822), — **Bessel**, Bestimmung der Libration des Mondes durch Beobachtungen (Astr. Nachr. 1839), — Moritz Ludwig Georg **Wichmann** (Celle 1821 — Königsberg 1859; Observator in Königsberg), Heliometer-Beobachtungen zur Bestimmung der physischen Libration des Mondes (Astr. Nachr. 1847, 1848 und 1854), — etc.“

395. Die physische Beschaffenheit des Mondes. Da man beim Monde keine Spuren von Dämmerung, und bei seinem Vorübergange vor andern Gestirnen weder Refractionserscheinungen, noch allmäliges Bedecken bemerkt hat, so scheint man berechtigt zu sein, ihm eine merkliche Atmosphäre und lebende Organismen abzusprechen. Im Uebrigen dürfte sonst der Mond nach seinem Baue sich nicht gar sehr von der Erde unterscheiden, da theils seine in der Präcession, Nutation und den sog. Störungen zu Tage tretenden Wirkungen, theils seine sofort näher zu berührende Einwirkung auf

die Erde schliessen lassen, dass er bei $^1/_{80}$ der Erdmasse auf $^1/_{49}$ ihres Volumens etwa die Dichte 3 besitzt, und auch die Gestaltung seiner Oberfläche manche Analogien darbietet. Ob die vielen, mit Centralkegeln ausgestatteten Ringgebirge des Mondes auf eine vorherrschend vulkanische Natur schliessen lassen, und ob einzelne Vulkane noch in neuerer Zeit thätig gewesen sind, mag vorläufig in Frage gestellt bleiben.

Die schon von **Newton** (vergl. Principia Ed. 1686, pag. 467), dann wieder von **Lagrange** (vergl. die Abh. von 1780 in 394), etc., ausgesprochene Ansicht, dass der Mond nicht sphärisch und seine grösste Axe nach der Erde gerichtet sei, ist in neuerer Zeit durch **Hansen** (vergl. Mem. Astr. Soc. XXIV, 1856) noch dahin ergänzt worden, dass nach seinen Rechnungen der Schwerpunct des Mondes bei 59000^m oder circa 8 Meilen weiter von der Erde absteht als sein Mittelpunct der Gestalt, — ein Verhältniss, mit welchem nicht nur die Uebereinstimmung zwischen Rotation und Revolution klappt, sondern welches auch den Gedanken zulässig macht, es dürfte die niedrigere Hinterseite des Mondes eine merklichere Atmosphäre und überhaupt die Grundbedingungen für organisches Leben besitzen. — Von Beobachtungen, welche auf noch gegenwärtig vor sich gehende Veränderungen auf der Mondoberfläche hindeuten, mag angeführt werden, dass **Herschel** 1787 IV 20 (vergl. den Brief von Girtanner in Journ. phys. 1787 VI) auf der Nachtseite ein Aufleuchten bemerkte, — dass **Schmidt** 1866 den von **Lohrmann** und **Mädler** noch als Fixpunct gebrauchten, und früher auch von ihm selbst wiederholt gesehenen Crater Linné im sog. Mare serenitatis kaum mehr finden konnte, — etc.

396. Der Einfluss des Mondes auf die Erde. Die auffallendste Wirkung des Mondes auf die Erde zeigt sich in dem Phänomene der sog. **Ebbe und Fluth,** das zuerst durch Strabo richtig beschrieben, dann durch Keppler als eine Wirkung des Mondes bezeichnet, und endlich von Newton als eine Gravitationserscheinung erwiesen wurde. Denkt man sich nämlich die Erdkugel mit einer concentrischen Wasserschichte umgeben, so wird Letztere in Folge der Anziehung des Mondes, welche auf den Punct, in dessen Scheitel er steht, stärker wirkt als auf den Mittelpunct, und auf diesen stärker als auf den Gegenpunct, die Form eines Sphäroides anzunehmen suchen, dessen grosse Axe durch den Mond geht. Dieses Sphäroid wird aber wegen der Rotation der Erde nie zur Ruhe kommen, sondern in Gestalt einer breiten Welle dem Monde in seiner täglichen Bewegung von Ost nach West folgen, und dadurch an jedem Orte während einem Mondtage zweimal Fluth und zweimal Ebbe veranlassen. Diese Bewegungen erleiden jedoch nicht nur durch eine analoge, wenn auch etwas schwächere Differentialwirkung der Sonne, sondern namentlich auch durch die Veränderung der Declination und Entfernung beider Gestirne, durch die Zertheilung

des Oceanes, etc., nach Fortpflanzung und Höhe grosse Modificationen, und es gelang trotz den Anstrengungen der Dan. Bernoulli, Maclaurin, Euler, etc., erst Laplace unter Zugrundelegung langer Beobachtungsreihen im Hafen zu Brest, sie theoretisch bis in's Detail zu bewältigen, und so z. B. Linien gleicher Fluthzeit oder sog. **Isorachien** auszumitteln. — Eine entsprechende Ebbe und Fluth der Atmosphäre ist am Barometer kaum bemerklich, da ihr Betrag nach Toaldo höchstens 0,2^{mm} wäre; dagegen zeigt der Luftdruck nach Eisenlohr durchschnittlich zur Zeit der Syzygien Minima's, und überhaupt kann wohl ein gewisser Einfluss des Mondes auf die Witterung, die Organismen, die Erdbeben und Vulkanausbrüche, den Gang der Magnetnadel, etc., nicht geläugnet werden, nur darf man ihm auch nicht gar zu viel zumuthen, wie es vom grossen Publikum von Alters her, und noch neuerdings von Mathieu und andern Wetterpropheten geschehen ist.

Bezeichnet R die Entfernung eines Gestirnes der Masse m vom Centrum der Erde und r den Radius der Letztern, so ist der Unterschied seiner Wirkung auf Oberfläche und Centrum der Erde nahe

$$W = \frac{m}{(R-r)^2} - \frac{m}{R^2} = \frac{2mr}{R^3} = \frac{m}{R^2} - \frac{m}{(R+r)^2}$$

Da nun für den Mond m = $^1/_{80}$ und R = 51805 M., für die Sonne aber m = 355000 und R = 20667000 M., so wird W für die Sonne nur etwa halb so gross als für den Mond, aber immerhin noch gross genug, um zwischen Fluthsumme oder **Springfluth** bei Neu- und Vollmond, und Fluthdifferenz oder **Nippfluth** in den Quadraturen einen grossen Unterschied zu veranlassen. Noch bedeutender varirt aber der Höhenunterschied bei Ebbe und Fluth oder die **Fluthhöhe** für verschiedene Orte: Während sie im freien Oceane etwa 6' beträgt, ist sie im mittelländischen Meere fast unmerklich, und steigt dagegen bei St. Malo durch gleichzeitiges Anlangen verschiedener Fluthwellen bis auf 50'. Ebenso verschieden ist die **Hafenzeit**, d. h. die Zeit, welche von der Culmination des Mondes bis zum nächsten Hochwasser verfliesst; so ist sie in Brest 3^h 47^m, in St. Malo 6^h 5^m, in Havre 9^h 51^m, etc. — Die von **Posidonius** erhaltene Beschreibung der Ebbe und Fluth gab der etwa 50 v. Chr. zu Amasea in Kappadocien geborne **Strabo** in seinen „*Γεωγραφικῶν βιβλία ιζ*“, von denen **Xylander** unter dem Titel „Rerum geographicarum libri XVII. Basileæ 1571 in fol.“ eine erste Original-Ausgabe mit lateinischer Uebersetzung veranstaltete (Spät. Ausg. von Janson, Amsterdam 1707; deutsch von Groskurd, Berlin 1831—1833, 3 Bde. in 8.; etc.). Für die Ansichten von **Keppler** kann man dessen „Astronomia nova (s. 406)“, — für die von **Newton** aufgestellte Theorie dessen „Principia (s. 406), — für die von Daniel **Bernoulli**, Leonhard **Euler** und Colin **Maclaurin** der Pariser-Academie eingereichten betreffenden Preisschriften, von denen die erstere, auch in der Genfer-Ausgabe von Newton's Principien (III 133—246) in erster Linie abgedruckte, eine jetzt noch gebrauchte Hülfstafel zur Berechnung der Hafenzeit gab, die „Pièces qui ont remporté le prix de l'Académie des Sciences en 1740, sur le flux et le reflux de la mer. Paris 1741 in 4.“, — für die von

Laplace aufgestellte vollständige Theorie dessen „Mécanique céleste (s. 407)", — für die seitherigen Untersuchungen von **Lubbock** die „Philophical Transactions 1830—1836", — etc., vergleichen. — Für die atmosphärische Ebbe und Fluth vergleiche ausser den bereits angeführten Schriften von **Newton, Bernoulli** und **Laplace** z. B. „**d'Alembert,** Recherches sur la cause générale des vents. Paris 1747 in 4., — **Lambert,** Sur l'influence de la lune dans le poids de l'atmosphère (Mém. de Berl. 1771), — **Toaldo,** De l'impulsion de la lune sur le baromètre (Mém. de Berl. 1779), — **Bouvard,** Mémoire sur les observations météorologiques faites à l'observatoire de Paris (Mém. de Par. 1827), — Gustav **Schübler** (Heilbronn 1787 — Tübingen 1834; Lehrer der Naturgeschichte zu Hofwyl und Tübingen), Untersuchungen über den Einfluss des Mondes auf die Veränderungen unserer Atmosphäre. Leipzig 1830 in 8., — O. **Eisenlohr,** Einfluss des Mondes auf die Witterung (Pogg. Annalen 1833, 35, 37, 43), — **Delaunay,** Mémoire sur la théorie des marées (Liouville 1844), — etc.". Das Resultat aller dieser Untersuchungen ist, dass wenigstens in mittleren Breiten die übrigen Schwankungen des Barometers zu gross sind, als dass Ebbe und Fluth der Atmosphäre auch aus längeren Reihen mit vollständiger Sicherheit hervorgehen. Dagegen schien Alexis **Perrey** (Sexfontaines in Haute Marne 1807; Professor in Dijon) aus seinen Erdbeben-Registern mit Sicherheit ein Einfluss von Mond und Sonne auf das weiche Erdinnere in der Weise hervorzugehen, dass einerseits die Erdbeben zur Zeit der Syzygien und des Mondperigeums häufiger werden, und anderseits die Stösse mit der Nähe des Mondes am Meridiane sich mehren. — Die Wärmestrahlung des Mondes suchte **Tschirnhausen** vergeblich mit einer, die Mondstrahlen auf ein Thermometer concentrirenden Linse von 38 Zoll Oeffnung nachzuweisen, — dagegen gelang es **Melloni** bei Anwendung seines Thermo-Multiplicators (vergl. 317 und Compt. rend. 1846); aber immerhin ist diese, noch neuerlich durch Versuche von **Marié Davy** und J. B. **Baille** (vergl. Compt. rend. 1869) bestätigte Wirkung so gering, dass sie nur mit den feinsten Hülfsmitteln nachgewiesen, und somit für die Erde keine weitere Bedeutung haben kann. — Während Jean-Philippe de **Limbourg** (Theux bei Lüttich 1726 — Spa 1811; Arzt zu Theux und Spa) in seinem „Mémoire sur l'influence des astres et en particulier de la lune sur les végétaux (Mém. de Lausanne 1789)" dem von den Gärtnern behaupteten Einflusse entgegentrat, glaubt **Secchi,** dass, wenn die photogenische Kraft der Vollmondsstrahlen in 6' Spuren eines Bildes, in 2^m ein vollständiges Mondsbild liefern könne, auch ein Einfluss von ihnen auf die zur Zeit des Neumonds gesäeten, bei Vollmond also noch ganz zarten Pflänzchen gedenkbar sei. — Karl **Kreil** (Ried im Innviertel 1798 — Wien 1862; Professor der Astronomie zu Prag, dann Director der meteorolog. Centralanstalt zu Wien), **Sabine, Lamont,** etc. haben (s. Wien. Denkschr. 1852—1853, Philos. Trans. 1853 und 1857, Münchn. Sitzungsb. 1864, etc.) in den magnetischen Variationen eine dem Mondtage entsprechende Periode gefunden, nach welcher den Mondstunden 0 und 12 östlichste, den 6 und 18 aber westlichste Stände der Declinationsnadel entsprechen. — Nach **Arago** lässt sich die Wolken zerstreuende Kraft des Mondes nicht läugnen, und **Marcet** fand aus 60jährigen Genfer-Beobachtungen für die Wahrscheinlichkeit eines mindestens 48^h andauernden Witterungswechsels an irgend einem Tage nur 0,120, am Tage nach Neumond dagegen (bei gleichen Chancen für Regen und schönes Wetter) 0,143, am Tage nach Vollmond sogar (bei 7 Chancen für Regen und 3 für schönes Wetter) 0,148.

XLIV. Die Finsternisse und Bedeckungen.

397. Begriff der Finsternisse und Bedeckungen. Wenn von zwei durch dieselbe Lichtquelle beleuchteten Weltkörpern der Eine in den vom Andern geworfenen Schattenkegel tritt, so wird ihm das Licht entzogen, — er erleidet eine **partiale** oder gar **totale Verfinsterung**, — und es ist dieselbe von allen Puncten des Weltraumes, von denen man nach dem verfinsterten Körper sehen kann, im gleichen Momente und genau in gleicher Weise sichtbar, — so beim Eintreten eines Mondes in den Schatten seines Planeten. Wenn dagegen ein dunkler Körper zwischen einen Beobachter und eine Lichtquelle tritt, so wird dadurch die Lichtquelle nicht verfinstert, sondern nur für gewisse Puncte theilweise oder ganz bedeckt, — es ist somit die **partiale,** oder **annulare** oder **totale Bedeckung** der Lichtquelle oder die entsprechende Verfinsterung des Beobachters etwas wesentlich locales, und somit nach Zeit und Verlauf für verschiedene Standpuncte möglicher Weise ganz verschieden, — so die sog. Sonnenfinsternisse, Sternbedeckungen und Durchgänge der untern Planeten.

Die ältesten Völker fürchteten die Finsternisse: Die Einen glaubten, dass dadurch die Brunnen vergiftet werden, — die Andern, dass ein drachenartiges Ungeheuer den verfinsterten Körper verfolge, — etc.; ja noch 1504 III 1 erschreckte **Columbus** die Bewohner von Jamaika durch Ankündigung einer Mondfinsterniss so, dass sie den verweigerten Proviant brachten. Immerhin wurden die Finsternisse schon frühe, durch die Chinesen schon von 2697 v. Chr. an, notirt, und nicht nur konnte **Ptolemäus** zwei von den Chaldäern 720 und 719 v. Chr. beobachtete Mondfinsternisse, sondern schon **Thales** eine von ihnen aus langjährigen Aufzeichnungen abgeleitete Periode (vergl. 398—399) benutzen, um auf 585 v. Chr. eine Sonnenfinsterniss vorauszusagen. — Die spätern Griechen, wahrscheinlich schon **Hipparch** und jedenfalls, wie der Almagest zeigt, **Ptolemäus,** wandten bereits ihre Tafeln der Wandelsterne und geometrische Betrachtung zur Vorausbestimmung der Finsternisse und Bedeckungen an; immerhin datiren jedoch die jetzt gebräuchlichen und unter den folgenden Nummern kurz behandelten Methoden erst aus der neuern Zeit, wo sie von **Keppler** in seiner Schrift „Ad Vitellionem Paralipomena, quibus Astronomiæ pars optica traditur, potissimum de artificiosa observatione et æstimatione diametrorum deliquiorumque Solis et Lunæ. Francof. 1604 in 4." vorgezeichnet, und sodann nach und nach weiter entwickelt wurden, bis endlich **Bessel** durch seine „Analyse der Finsternisse (Astr. Unters. II)" die Lösung solcher Aufgaben zu einem gewissen Abschlusse brachte. — Anhangsweise mag noch auf die betreffenden Abhandlungen von **Lexell** (Berl. Jahrb. 1776), **Lambert** (Berl. Jahrb. 1778), **Lagrange** (Berl. Jahrb. 1781, 1782), **Littrow** (Berl. Jahrb. 1821), **Hansen** (Astr. Nachr. 1837, 1838), **Grunert** (Wien. Denkschr. 1854, 1855), etc., sowie auf die Preisschrift „Julius **Zech** (Stuttgart 1821 — Berg bei Stuttgart 1864; Professor der Mathematik

und Astronomie zu Tübingen; Bruder von Paul Heinrich in 131; vergl. Viert. der astr. Ges. I), Astronomische Untersuchung der wichtigern Finsternisse, welche von den Schriftstellern des classischen Alterthums erwähnt werden. Leipzig 1853 in 4." hingewiesen werden. Endlich ist noch beizufügen, dass **Pingré** (nach Lalande „Lacaille et Pingré", von denen aber, wie es scheint, der Erstere nicht genannt sein wollte) für die zweite „Paris 1770 in fol." erschienene, durch den Benedictiner Dom François **Clément** (Bèze 1714 — Paris 1793) besorgte Ausgabe des durch den Benedictiner Dom François d'**Antine** (Gonrieux 1688 — Paris 1746) zuerst angelegten und 1749 in 4. erschienenen Werkes „L'art de vérifier les dates des faits historiques" eine Tafel sämmtlicher Mond- und Sonnenfinsternisse von Christi Geburt bis zum Jahre 1900 berechnete, welche Charles **Duvaucel** (Paris 1734 — Evreux 1820; Maire von Evreux) für die dritte Ausgabe (3 éd. 1783—1787 in 3 Vol.; Suppl. die Zeit vor Chr. betreffend, Paris 1819, 5 Vol. in 8., — die Zeit seit 1770 betreffend, Paris 1821—1844, 18 Vol. in 8.) noch bis 2000 verlängerte, während **Pingré** noch eine „Chronologie des éclipses qui ont été visibles depuis le pôle boréal jusque vers l'équateur, pendant les dix siècles qui ont précédé l'ère chrétienne. Paris 1787 in 4. (Auch Vol. 42 der Mém. de l'Acad. des inscr.)" gab.

398. Die Mondfinsternisse. Steht der Mond zur Zeit seiner Opposition nahe am Knoten, so taucht er theilweise oder ganz in den Schatten der Erde. Wird er total verfinstert, so verschwindet er zuweilen (so 1620 XII 9, 1642 IV 25, 1816 VI 6, etc.) vollständig; in der Regel aber bleibt er in schmutzig rothem Lichte, das nach Erscheinung und Ursache dem Saume der sog. Gegendämmerung zu entsprechen scheint, sichtbar. — Um diese Finsternisse, welche nach $18^a\ 11^d$, der Chaldäischen Periode **Saros** von 223 synodischen = 242 draconitischen Monaten, je nahe in gleicher Weise wiederkehren, zu berechnen, hat man einerseits (384) für den zwischen 38′ 24″ und 46′ 38″ schwankenden Halbmesser des Erdschattens in der Distanz des Mondes die Formel

$$\varphi = \frac{61}{60}(☾ + \odot - r) \qquad \mathbf{1}$$

wo $^{61}/_{60}$ ein nach Tob. Mayer angenommener Erfahrungsfactor ist, — und anderseits kann man dem Monde die Differenz der Bewegungen von Mond und Sonne geben, den Erdschatten als ruhend, und die scheinbare Mondbahn als eine Gerade annehmen. Bezeichnen sodann $\Delta\beta$ und $\Delta\lambda$ die stündlichen Bewegungen des Mondes in Länge und Breite, Δl die der Sonne in Länge, also $\Delta\lambda - \Delta l$ die hier einzig in Betracht kommende stündliche Verschiebung in Länge, so hat man (s. Fig. 1)

$$\mathrm{Tg}\, n = \frac{\Delta\beta}{\Delta\lambda - \Delta l} \qquad h = \frac{\Delta\beta}{\mathrm{Sin}\, n} \qquad e = \beta\, \mathrm{Sin}\, n \qquad d = \beta\, \mathrm{Cos}\, n \qquad \mathbf{2}$$

wo d die kürzeste Distanz des Mondes vom Centrum des Schattens

bezeichnet, also der Mitte der Finsterniss entspricht, und h die scheinbare stündliche Bewegnng des Mondes in seiner Bahn ist. Ist daher T die Zeit der Opposition, so ist die Zeit der Mitte der Finsterniss

$$t = T - \frac{e}{h} = T - \frac{\beta \operatorname{Sin}^2 n}{\Delta \beta} \qquad 3$$

und da ferner

$$y = - \operatorname{Tg} n \,.\, x + \beta \qquad f^2 = x^2 + y^2 \qquad g = x \,.\, \operatorname{Sec} n$$

so kann man nach

$$\tau = \frac{g - e}{h} = \frac{1}{h} \sqrt{(f + d)\,(f - d)} \qquad 4$$

berechnen, um wie viele Stunden vor oder nach der Mitte der Finsterniss der Mond die Verfinsterung

$$m = \varphi - (f - \varrho) = \varphi + \varrho - f \qquad 5$$

erleidet. Für Anfang nnd Ende der totalen Finsterniss ist $f = \varphi - \varrho$, für Anfang und Ende der partialen aber $f = \varphi + \varrho$ zu setzen, und es geben daher

$$2\tau_1 = \frac{2}{h} \sqrt{(\varphi - \varrho + d)\,(\varphi - \varrho - d)}, \quad 2\tau_2 = \frac{2}{h} \sqrt{(\varphi + \varrho + d)\,(\varphi + \varrho - d)} \qquad 6$$

die Daner der totalen und partialen Finsterniss. Für die Mitte aber ist $f = d$, also gibt

$$M = \varphi + \varrho - d = 12 \frac{\varphi + \varrho - d}{2\varrho} \text{ sog. Mondzolle} \qquad 7$$

die grösste Phase oder die sog. **Grösse** der Finsterniss (Max. 22 Zolle). Die Grösse d lässt sich für jede Opposition (s. Fig. 2) nach

$$\operatorname{Tg} d = \operatorname{Tg} \beta \,.\, \operatorname{Cos} i \qquad 8$$

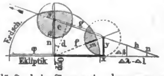
wo $i = 5^0\ 9'$ ist, vorausberechnen. Wird $d < \varphi + \varrho$, so hat nach 6 immer eine Finsterniss, für $d < \varphi - \varrho$ sogar eine totale Finsterniss statt. Von den 223 Oppositionen, welche auf eine Saros fallen, ergeben etwa 29 eine Finsterniss; die längste Dauer einer solchen aber ist etwas mehr als $4^1/_2{}^h$, wovon etwa die Hälfte auf die Totalität fällt. Um endlich zu bestimmen, ob der Mond an einem Orte znr Pariser-Zeit t über dem Horizonte stehe, also zu dieser Zeit von da die entsprechende Phase sichtbar sei, hat man nur daran zu denken, dass zu jener Zeit ein Punct O, dessen Breite gleich der Declination δ des Mondes, und dessen Länge $L = 12^h - t$ ist, Mitternacht und den in Opposition stehenden Mond im Zenithe hat; stellt man daher einen Globus so, dass O im Zenithe steht, so begrenzt sein Horizont die Zone der Sichtbarkeit.

Die im Texte erwähnte Finsterniss von 1620 beobachtete **Cysat** in Ingolstadt (vergl. Epistolæ ad Joh. Kepplerum scriptæ pag. 693—694), — diejenige

von 1642 **Hevel** in Danzig (vergl. Selenographia pag. 117), — diejenige endlich von 1816 wurde (s. Bode's Jahrbuch auf 1819 pag. 263) nach Mittheilung von Stephen **Lee**, Secretär der Roy. Society, in London verfolgt. — Die **Saros** beruht darauf, dass das Verhältniss von draconitischem und synodischem Monat

$$\frac{27{,}21222}{29{,}53059} = 1 : \left[1 + 1 : \left[11 + 1 : [1 + 1 : (2 + 1 : (1 + 1 : (4 + 1 : 3 \ldots))))\right]\right]$$
$$= \frac{1}{1},\ \frac{11}{12},\ \frac{12}{13},\ \frac{35}{38},\ \frac{47}{51},\ \frac{223}{242},\ \frac{716}{777},\ldots$$

wirklich nahe mit 223 : 242 zusammenkömmt. — Die zur Berechnung einer Mondfinsterniss aus den für die betreffende Opposition den Ephemeriden zu entnehmenden Daten dienenden Formeln 1—7 gehen ohne Schwierigkeit nach dem im Texte angedeuteten Gange aus 384 und der beistehenden Figur hervor; allerhöchstens



dürfte beizufügen sein, dass wenn man

$$f = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (\beta - x\,\mathrm{Tg}\,n)^2}$$

nach x auflöst, sofort

$$x = \left[e \pm \sqrt{f^2 - d^2}\right] \mathrm{Cos}\,n \qquad \text{oder} \qquad g = e \pm \sqrt{f^2 - d^2}$$



folgt, d. h. 4. Ebenso geht die zur Berechnung von d, d. h. zur Beurtheilung, ob bei einer gewissen Opposition eine partiale oder sogar totale Finsterniss eintreten kann, dienende Formel 8 unmittelbar aus der zweiten Figur hervor. — Für die Opposition von 1868 VI 1 gibt das Berliner-Jahrbuch:

1868	λ	β	☾	ϱ	l	⊙	r
h	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	′ ″	° ′ ″	″	′ ″
VI 1,0	243 15 33,5	— 0 20 29,2	60 27,0	16 30,0	70 25 9,3	8,5	15 47,5
12	250 40 1,4	+ 0 20 38,6	40,7	33,7			
2,0	258 7 22,3	+ 1 1 41,0	50,2	36,3	71 22 35,8	8,5	47,4
12	265 36 33,3	+ 1 41 49,5	55,4	37,7			
3,0	273 6 46,5	+ 2 20 16,3	56,2	37,9	72 20 0,9	8,5	47,3

Die Sonne erhält somit VI 1,12^h etwa die Länge 70° 54′, also wird die Opposition bald nach 12^h, etwa um $12^h + t$ statt haben, so dass nahe

$$250^\circ 40' + t\,\frac{7^\circ 27'}{12} = 180^\circ + 70^\circ 54' + t\,\frac{57'}{24} \qquad \text{oder} \qquad t = 0^h{,}40 = 0^h 24^m$$

Für $12^h\ 24^m$ ist aber etwa $\beta = +\,0^\circ 22'$, also nach 8 nahe $d = 22' < \varphi\ (45') - \varrho\ (16')$, so dass eine totale Finsterniss statt hat. Zunächst bestimmt man nun, z. B. indem man l und λ durch Interpolation für $12^h\ 20^m$ und $12^h\ 30^m$ sucht, die genaue Zeit

$$T = 1868\ \text{VI}\ 1,\ 12^h\ 23^m\ 49^s{,}9\ \text{m. Z. Berlin}$$

der Opposition, für welche sich sodann

$$l = 70^\circ 54' 49'',9 = \lambda - 180^\circ \qquad \Delta l = 2' 23'',6 \qquad \Delta \lambda = 37' 10'',8$$
$$\beta = +\,0^\circ 22' 0'',5 \qquad \Delta\beta = +\,3' 26'',1 \qquad ☾ = 1^\circ 0' 41'',1 \qquad \varrho = 16' 33'',8$$

also nach obigen Formeln

$$n = 5^\circ 38' 22'' \qquad d = 1314'',1 \qquad \log h = 8{,}3216658 \qquad \log e = 2{,}1161506$$
$$\varphi = 45' 47'',1,\ t = 12^h 20^m 7^s{,}2,\ \tau_1 = 0^h 38^m 12^s{,}8,\ \tau_2 = 1^h 40^m 11^s{,}9,\ M = 14{,}65\ \text{Zolle}$$

ergeben, und somit für Anfang, Mitte und Ende der partialen und totalen Finsterniss die Zeiten

$10^h\,39^m\,55^s{,}3 \quad 11^h\,46^m\,54^s{,}9 \quad 12^h\,20^m\,7^s{,}2 \quad 12^h\,53^m\,19^s{,}5 \quad 14^h\,0^m\,18^s{,}1$

welche sich durch Anbringen der Längendifferenz von Berlin ohne weiteres auf jeden andern Punct übertragen lassen. — Hat man für eine Opposition, wenn auch nur annähernd, $\Delta\lambda$, $\Delta\beta$, Δl, φ und die Zeit ihres Eintreffens bestimmt, so kann man den Verlauf der Finsterniss leicht graphisch darstellen, indem man die Breiten des Mondes für die Opposition, und z. B. noch für 2^h früher, sowie $2 . (\Delta\lambda - \Delta l)$ ermittelt, — dann (z. B. für die Minute 1^{mm} nehmend) hiemit die Mondbahn, den Erdschatten, etc., construirt, und auf der Ekliptik eine Zeitscale anlegt, — endlich durch Versuch die Lagen des Mondes zur Zeit der äussern und innern Berührungen aufsucht, von den erhaltenen Mittelpuncten Senkrechte auf die Ekliptik fällt, und nun an der Zeitscale die Momente der Erscheinungen abliest. — Sehr selten sind für einen Ort die sog. **horizontalen** Finsternisse, wo durch Wirkung der Refraction der Mond auf der einen, die Sonne auf der andern Seite über dem Horizonte gesehen wird; Paris hatte 1750 VII 19, Greifswalde 1862 XII 6 dieses Schauspiel.

399. Die sog. Sonnenfinsternisse. Steht der Mond zur Zeit der Conjunction nahe am Knoten, so tritt er zwischen Sonne und Erde, und bewirkt dadurch eine **partiale, totale** oder **annulare Sonnenfinsterniss.** Bei einer totalen Finsterniss (Max. 8^m) werden durchschnittlich die Sterne der zwei ersten Grössen sichtbar, — die dunkle Mondscheibe ist von einem weisslichen Schimmer, der sog. **Corona,** umgeben, von dem (namentlich bei Cirrus) zahlreiche, anscheinend zum Mondrande senkrechte Strahlen auslaufen, — und an einzelnen Stellen zeigen sich röthliche, bald scheinbar auf dem Mondrande aufsitzende, bald freischwebende, wolkenartige Gebilde, sog. **Protuberanzen,** über die sich der Mond wegbewegt, so dass sie translunarisch sind, und wahrscheinlich der Sonnenatmosphäre angehören. — Die Saros passt natürlich auch für die Sonnenfinsternisse, und ebenso sind für Letztere überhaupt entsprechende Rechnungen wie für die Mondfinsternisse zu führen, nur φ durch r zu ersetzen. Würde man jedoch z. B. in 398:4 für f die $m = 0$ und $m = 2r$ entsprechenden Werthe $\rho + r$ und $\rho - r$ einsetzen, so würde man nur die wenig interessanten Momente bestimmen, zu welchen am Mittelpuncte der Erde die partiale oder totale Finsterniss beginnen und aufhören würde, — und es ist daher zweckmässiger, für f Werthe einzusetzen, die einem bestimmten Abstande u der Mittelpuncte von Sonne und Mond in Beziehung auf einen Punct der Erdoberfläche entsprechen: So wird derjenige Punct der Erde, für den der Mond den Horizont nach O oder W von oben tangirt, zuerst oder zuletzt die partiale oder totale Finsterniss sehen, wenn die Sonne gleichzeitig den Horizont von oben oder unten

tangirt, — und in allen diesen Fällen wird (siehe Fig. 1)

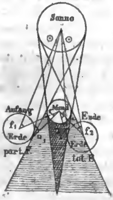
$$f = u + \text{☾} - \odot \qquad 1$$

sein, wo für die partiale, totale oder centrale Finsterniss $u = \varrho + r$, $\varrho - r$, 0 zu setzen ist. Für die Phase an der Oberfläche der Erde hat man

$$m = 6\,\frac{\varrho + r - u}{r} \text{ Sonnenzolle} \qquad M = 6\,\frac{\varrho + r}{r} \text{ Sonnenzolle} \qquad 2$$

so dass die Finsterniss, wenn das nach 398 : 8 berechnete $d < \varrho + r + \text{☾} - \odot$ ist, mindestens partial, — wenn $d < \varrho - r + \text{☾} - \odot$ und $\varrho > r$ ist, bestimmt total, — wenn endlich $d < \text{☾} - \odot$ ist, central, und zwar total oder annular wird, je nachdem $\varrho > r$ oder $\varrho < r$ ist. Nimmt für $d = 0$ zugleich $\frac{\varrho}{r}$ einen Maximalwerth an, so wird $M = 12\frac{1}{2}$ Zoll, und die Dauer der Totalität für die ganze Erde zusammengenommen $2\,\tau_1 = 4\frac{1}{2}^h$. Um endlich den Verlauf der Sonnenfinsterniss für einen bestimmten Ort der Erde zu erhalten, dienen ganz dieselben Rechnungs- oder Constructionsverfahren wie für die Mondfinsterniss, nur müssen erst für ihn aus den geocentrischen (mit Hülfe von 387) die scheinbaren Coordinaten des Mondes abgeleitet werden. — Während einer Saros haben etwa 40 Sonnenfinsternisse statt, — an einem bestimmten Orte aber nur etwa 9, und unter diese fällt circa alle 200 Jahre eine totale.

Schon eine partiale Sonnenfinsterniss hat ein gewisses Interesse, da die Phasen scharf beobachtet werden können, und da, wenn sie etwas bedeutend wird, von eigenthümlichen Färbungen begleitete Lichtverminderungen eintreten; auch entsteht eine merkliche Abkühlung, so dass mir z. B. 1851 VII 28 zu Bern ein der Sonne ausgesetztes Thermometer zur Zeit der Mitte der Finsterniss bei 4^0 weniger zeigte, als die Interpolation aus den Beobachtungen vor und nach der Finsterniss für denselben Zeitmoment ergab, — ja dass in Stuttgart bei derselben Finsterniss in Folge der Abkühlung bei ganz klarem Himmel ein feiner Regen fiel. — Bei der für Spanien totalen Finsterniss von 1860 VII 18 sah **Bruhns**, der in Tarazono beobachtete (s. A. N. 1292), während der Totalität Jupiter, Venus, Castor und Pollux, und konnte eine vorher in 125^{cm} lesbare Schrift erst in 35^{cm} Distanz lesen. — Der Eindruck der, nach einigen Beobachtern schon mehrere Secunden vor, nach andern erst mit der Totalität plötzlich dem freien Auge sichtbar werdenden, einem Heiligenscheine zu vergleichenden **Corona** soll förmlich überwältigend sein. Sie wurde immer bemerkt, aber während sie früher als Mondatmosphäre, und sodann als eine durch Diffraction am Mondrande entstehende optische Erscheinung angesehen wurde, wird sie jetzt, da ihr



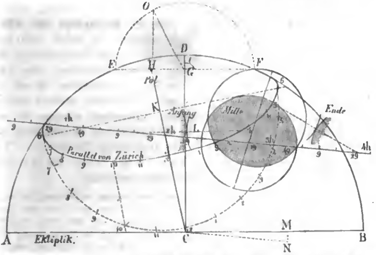
Mittelpunct, wie schon J. Ph. **Maraldi** (s. Mém. de Par. 1724) bemerkte, und noch neuerdings z. B. **Bruhns** 1860 durch Messungen belegte, mit dem der Sonne zusammenfällt, auch dieser zugetheilt. Sie besteht aus einer etwa 3—4′ breiten glänzenden Schichte, von welcher die im Texte erwähnten Strahlen auszulaufen scheinen, und einer von ihr nach aussen rasch an Intensität abnehmenden Hülle ohne scharfe Begrenzung, — zeigte nach A. **Prazmowski** (Warschau 1821; Observator zu Warschau) 1860 und nach Lieutenant John II **Herschel** (Sohn von John Herschel in 283) 1868 eine durch das Sonnencentrum und den anvisirten Punct gehende Polarisationsebene (so dass ihr Licht als reflectirtes anzusehen wäre), dagegen nach **Pickering** 1869 keine Spur von Polarisation, — und 1868 nach **Rziha** und **Janssen** ein continuirliches Spectrum, nach **Young** dagegen eine glänzende, vielleicht mit derjenigen des Nordlichtes (s. 392) übereinstimmende Linie, ja 1870 nach **Denza** sogar zwei helle Linien, von denen die eine nahe bei E Fraunhofer, die andere mitten zwischen grün und gelb stand. Die Natur der Corona bleibt somit nach diesen sich zum Theil widersprechenden Beobachtungen noch in Frage gestellt. — Das Studium der **Protuberanzen** datirt von der Sonnenfinsterniss von 1842 VII 7, wo **Arago, Airy, Schumacher**, etc. sie zu ihrer grossen Ueberraschung sahen, da eine ähnliche Beobachtung, welche Birger Wassenius oder **Vassenius** (Wassända Socken 1687 — Gothenburg 1771; Lehrer der Mathematik zu Gothenburg) 1733 V 2/13 gemacht, und in seiner Abhandlung „Observatio eclipsis solis totalis cum mora facta Gothoburgi Sueciæ (Phil. Trans. 1733)" ganz deutlich beschrieben hatte, total vergessen worden war, — zweier zweifelhaftern Erscheinungen bei den Finsternissen von 1706 V 1/12 (vergl. Phil. Trans. 1706 und Bern. Mitth. 1852) und 1778 VI 24 (vergl. Mém. de Berl. 1778 und Phil. Trans. 1779) nur beiläufig zu gedenken. Bei der Sonnenfinsterniss von 1851 VII 8 nahm nun diese neue Erscheinung die allgemeine Aufmerksamkeit in Anspruch, und ergab Stoff (vergl. A. N., Mem. Astr. Soc., etc.) zu einer Unzahl von Berichten, von denen hier beispielsweise „Jul. **Schmidt**, Beobachtung der totalen Sonnenfinsterniss vom 28. Juli 1851 zu Rastenburg in Ostpreussen. Bonn 1852 in 4." citirt werden mag; jedoch gingen die Ansichten noch weit auseinander, indem die Einen mit Schmidt die Protuberanzen als reell, sublunarisch, und wahrscheinlich im Zusammenhange mit den Fackeln und Flecken der Sonne betrachteten, — die Andern, wie namentlich Fabian Carl Ottokar von **Feilitzsch** (Langensalza 1817; Professor der Physik zu Greifswalde) in seiner Abhandlung „Ueber physicalische Erscheinungen bei totalen Finsternissen (Peters Zeitschr. 4—5)", eine optische Erklärung dafür zu finden glaubten. Aus der Finsterniss von 1860 VII 18, wo **Secchi**, Warren **De la Rue**, etc. auch die Photographie in Mitleidenschaft zogen, konnte sodann aus den erhaltenen Lichtbildern strenge nachgewiesen werden, dass die Protuberanzen ihre Lage gegen den Mond, nicht aber gegen die Sonne veränderten, also zu Letzterer gehörten, — und auch **Bruhns** erhielt aus Messungen an einer Protuberanz, welche er von 2^m vor, bis 6^m nach der Totalität zu verfolgen im Stande war, dasselbe Resultat. Die Finsterniss von 1868 VIII 18 endlich ergab, mit Hülfe von Polariskop und Spectroskop, den **Herschel, Janssen**, Edmund **Weiss** (Freiwaldau 1837; Observator und Professor der Astronomie in Wien), **Rziha, Rayet**, etc. die wichtigen Resultate, dass die Protuberanzen keine Polarisation verrathen, — dass die Fraunhofer'schen Linien bei Beginn der Totalität verschwinden, — dass

dagegen die Protuberanzen ein Spectrum von 3 bis 7 hellen Linien erzeugen, namentlich die Wasserstofflinie F, und daher als Gasausströmungen der Sonne anzusehen sind. Diese Erfahrungen brachten **Janssen** auf den Gedanken, dass das Vorhandensein solcher Protuberanzen auch ohne Finsterniss mit einem Spectroskope, dessen Spalte die Sonne tangire, aus den darin auftretenden hellen Linien erkannt werden könnte, — ein Gedanke, welchen auch der Engländer N. **Lockyer** unabhängig von ihm schon etwas früher gehegt, und am Tage der Finsterniss bereits in Ausführung gebracht hatte, — und in der That sind nicht nur von diesen beiden Männern, sondern seither auch von **Zöllner**, **Secchi**, etc. die Protuberanzen zu jeder Zeit gesehen worden, so dass binnen nicht ferner Zeit über das Auftreten dieser flammenartigen Gebilde zahlreiche Daten vorliegen werden. Vergleiche 448, und die beistehende Figur, welche eine Reihe der von Observator Pietro **Tacchini**

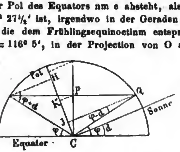


in Palermo im April 1870 gezeichnete Serie von Protuberanzen darstellt. Nach den neuesten Mittheilungen von **Secchi** (vergl. Compt. rend. 1871 VII 24) scheint es, dass im Frühjahr 1871 die Protuberanzen in den Breiten $\pm 25^0$ und $\pm 75^0$ besonders zahlreich auftraten; ob diess eine allgemeine Regel ist, und inwiefern die Lage und Häufigkeit der Protuberanzen mit derjenigen der Flecken (s. 424 und 422) übereinstimmt, wird erst eine längere, regelmässige Beobachtungsreihe zeigen können. — Vergleiche für die Erscheinungen bei totalen Finsternissen auch „**Gilliss**, An account of the total eclipse of the Sun on 1858 IX 7, as observed near Olmos, Peru (Smiths. Contrib. 1859), — B. F. **Sands**, Reports on observations of the total eclipse of the Sun 1869 VIII 7. Washington 1869 in 4., — etc.“ — Für die Vorausberechnung einer Sonnenfinsterniss im Allgemeinen auf die im Texte gegebenen Andeutungen und die in 897 verzeichnete Literatur verweisend, mag hier noch die schon von Tobias **Mayer** (Mathematischer Atlas. Augsburg 1745 in fol.) und **Lacaille** (Astronomie in 324) gegebene Vorschrift zur graphischen Bestimmung auf Zürich ($\varphi = 47^0\, 22^1/_2{}'$, Länge von Berlin $= -19^m\, 28^s$) und die Finsterniss von 1860 VII 18 (Conjunction um $8^h\, 8^m$ w. Z. Berl. $= 2^h\, 49^m$ w. Z. Zür. in Länge $l = 116^0\, 5' = \lambda$; Declination der Sonne $d = 21^0\, 21^1/_2{}'$; Breite des Mondes $\beta = 0^0\, 32',9$; stündliche Bewegungen $\Delta l = +2',4$, $\Delta\lambda = +36',2$, $\Delta\beta = -3',3$; Radien $r = 15',8$, $\varrho = 16',3$; Parallaxen $\odot = 0',1$, ☾ $= 59',8$; Schiefe der Ekliptik $e = 23^0\, 27^1/_2{}'$) angewandt werden. Diese Methode beruht darauf, dass man sich in Gedanken auf die Sonne versetzt, — dann einerseits den von da als Ellipse erscheinenden Parallel verzeichnet, welchen der betreffende Punct auf der Erde in Folge der täglichen Bewegung beschreibt, und anderseits die scheinbare Bahn des Mondes, — und nun gleichzeitig eingenommene Puncte beider Wege aufsucht, welche um die Summe oder Differenz der scheinbaren Halbmesser von Mond und Sonne (Anfang und Ende der partialen oder totalen Finsterniss) abstehen, oder eine kleinste Distanz (Mitte der Finsterniss) zeigen: Zuerst verzeichnet man, für die Minute eine beliebige Einheit wählend,

einen die Erde in dem richtigen Verhältnisse zum Monde vorstellenden Kreis, wofür, da die Radien dieser beiden Gestirne sich bei gleicher Distanz wie $☾ : \varrho$ verhalten, aber der Radius der Erde wegen ihrer grössern Entfernung von der Sonne hier im Verhältnisse $(☾ - ⊙) : ☾$ zu vermindern ist, der



Radius $AC = ☾ - ⊙ = 59',7$ gewählt werden muss; stellt dabei AB die Ekliptik vor, so gibt die Senkrechte CD den Pol D der Ekliptik, von welchem der Pol des Equators um e absteht, also, wenn $\angle DCE = \angle DCF = e = 23^\circ\ 27^1/_2{}'$ ist, irgendwo in der Geraden FE liegen muss, — und zwar, da F die dem Frühlingsequinoctium entsprechende Lage ist, wenn $\angle FGO = l = 116^\circ\ 5'$, in der Projection von O auf EF. Die Distanz Pol — C muss dabei, wie beistehende Hülfsfigur zeigt, gleich $AC . \text{Cos}\ d = 55{,}8$ werden, und wenn man



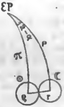
$CJ = AC . \text{Sin}\,(\varphi - d) = 26{,}2$
$CH = AC . \text{Sin}\,(\varphi + d) = 55{,}6$
$CK = AC . \text{Sin}\,\varphi . \text{Cos}\,d = 40{,}9$
$K.6 = PQ = AC . \text{Cos}\,\varphi = 40{,}4$

aufträgt, so sind dadurch die Axen des Parallels bestimmt, und es kann somit leicht in gewohnter Weise mit Hülfe eines über der grossen Axe construirten Halbkreises nicht nur der Parallel selbst verzeichnet, sondern auch in Stunden, etc., abgetheilt werden. Um sodann auch die Mondbahn mit ihrer Zeiteintheilung zu verzeichnen, hat man offenbar nur nöthig, $CL = \beta = 32{,}9$, $CM = \Delta\lambda - \Delta l = 33{,}8$ und $MN = \Delta\beta = -3{,}8$ aufzutragen, zu CN durch L eine Parallele zu ziehen, auf Letzterer von L, d. h. von dem der Conjunctionszeit $2^h\ 49^m$ entsprechenden Puncte, die relative stündliche Bewegung CN des Mondes nach beiden Seiten wiederholt abzutragen, und jede dieser einer Stunde entsprechenden Distanzen noch weiter abzutheilen. Hierauf werden mit Hülfe eines um $r + \varrho = 32{,}1$ geöffneten Zirkels die gleichnamigen Puncte $2^h\ 22^1/_2{}^m$ und $4^h\ 32^1/_2{}^m$ der beiden Bahnen aufgesucht, welche einer äussern Berührung oder dem Anfang und

Ende der Finsterniss entsprechen, — und ebenso die den kleinsten Abstand zeigenden, und daher der Mitte der Finsterniss entsprechenden Puncte $3^h\ 27\frac{1}{2}^m$. Verzeichnet man endlich aus letztern Puncten mit $r = 15{,}8$ und $\varrho = 16{,}3$ Sonne und Mond, so findet man leicht die hier $9\frac{1}{4}$ Sonnenzolle betragende Grösse der Finsterniss.

400. Die Sternbedeckungen und die Durchgänge der untern Planeten. Wie die Mond- und Erdfinsternisse, so lassen sich auch die übrigen Finsternisse und Bedeckungen nach geometrischen Methoden entweder mit Hülfe der Tafeln vorausberechnen, oder nach ihrer Beobachtung in verschiedener Weise verwerthen, sei es zur Verbesserung der Tafeln, sei es zur Bestimmung anderer für die Berechnung nothwendiger Elemente. Namentlich werden die sog. Sternbedeckungen durch den Mond häufig zur Bestimmung von Längendifferenzen verwendet, — die Durchgänge Merkur's zur Verbesserung seiner Theorie (vergl. 420), die der Venus, wie wir (386) bereits wissen, zur Ermittlung der Sonnenparallaxe.

Für die Vorausberechnung einer Sternbedeckung mag es genügen, der in 397 verzeichneten Literatur noch die Abhandlungen „Ueber die Vorausberechnung der Sternbedeckungen" von **Bessel** (A. N. 145 von 1828, Berl. Jahrb für 1831) und **Encke** (Berl. Jahrb. für 1830) beizufügen, und die Verwerthung einer wirklich beobachteten Bedeckung für Längenbestimmung zu erläutern: Man bestimmt hiefür aus Tafeln oder Ephemeriden für zwei nahe die Bedeckung einschliessende Pariserzeiten Länge, Breite, Halbmesser und Horizontalparallaxe für beide Gestirne, — berechnet daraus nach 387 die von der Parallaxe veränderten oder scheinbaren Längen, Breiten und Halbmesser, — und endlich die stündlichen Aenderungen in scheinbarer Länge und Ekliptikpoldistanz, deren Differenzen wir mit 3600 . f und 3600 . g bezeichnen wollen, so dass f und g die Verschiebungen in einer Zeitsecunde darstellen. Diess vorausgesetzt, sei T die gegebene Ortszeit des beobachteten Anfanges oder Endes der Bedeckung, und t die nahe bekannte Pariserlänge des Beobachters. Man suche nun für die Zeit T — t durch einfache Interpolation die scheinbaren Längen a und α, Ekliptikpoldistanzen p und π, und Halbmesser r und ϱ des Mondes und der Sonne (oder des Sternes, für welchen $\varrho = 0$). Alsdann hat man



$$\text{Cos}\,(r \pm \varrho) = \text{Cos}\,\pi\ \text{Cos}\,p + \text{Sin}\,\pi\ \text{Sin}\,p\ \text{Cos}\,(a - \alpha) \qquad 1$$

wo das obere Zeichen für äussere, das untere für innere Berührung gilt, oder, da $\text{Cos}\,x = 1 - 2\,(\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}x)^2$ ist, nahe

$$(r \pm \varrho)^2 = (\pi - p)^2 + (a - \alpha)^2\,\text{Sin}^2 P \qquad \text{wo} \qquad \text{Sin}^2 P = \text{Sin}\,\pi\ \text{Sin}\,p \qquad 2$$

Sind aber eigentlich $a + da$, $p + dp$, $r + dr$ und $t + dt$ die richtigen Werthe von a, p, r und t, so hat man, da für $T - t$ statt für $T - t - dt$ gerechnet wurde, statt 2

$$(r + dr \pm \varrho)^2 = (\pi - p - dp + g\,dt)^2 + (a + da - \alpha - f\,dt)^2\,\text{Sin}^2 P$$

oder, die zweiten Potenzen der Inkremente vernachlässigend,

$$(r \pm \varrho)^2 + 2\,(r \pm \varrho)\,dr = (p - \pi)^2 + 2\,(p - \pi)\,(dp - g\,dt) + \\ + (a - \alpha)^2\,\text{Sin}^2 P + 2\,(a - \alpha)\,(da - f\,dt)\,\text{Sin}^2 P \qquad 3$$

Setzt man aber zur Bestimmung zweier Hülfsgrössen w und Δ

$$\Delta \operatorname{Sin} w = p - \pi \qquad \Delta \operatorname{Cos} w = (a - \alpha) \operatorname{Sin} P \qquad \mathbf{4}$$

oder

$$\operatorname{Tg} w = \frac{p - \pi}{(a - \alpha) \operatorname{Sin} P} \qquad \Delta^2 = (p - \pi)^2 + (a - \alpha)^2 \operatorname{Sin}^2 P \qquad \mathbf{5}$$

so hat man nach 3

$$\frac{\Delta^2 - (r \pm \varrho)^2}{2\Delta} = \frac{r \pm \varrho}{\Delta} dr + (f \operatorname{Sin} P \operatorname{Cos} w + g \operatorname{Sin} w) dt - \qquad \mathbf{6}$$
$$- \operatorname{Sin} P . \operatorname{Cos} w . da - \operatorname{Sin} w . dp$$

Kann man diese Gleichung für einen Ort aufschreiben, so lässt sich, wenn man da, dp und dr gleich Null setzt, dt berechnen. Hat man mehrere Beobachtungen, so kann man auch mehrere Grössen bestimmen, wobei für jeden neuen Ort ein neues dt hinzukömmt. — Hat man an einem Orte der Breite φ, dessen östliche Länge von Paris angehlich gleich t ist, einen Venusdurchgang beobachtet, und für eine Erscheinung, welche geocentrisch zur Pariserzeit θ gesehen wird, die Ortszeit T gefunden, so hat man vorläufig, wenn $d\theta$ eine später zu bestimmende oder zu eliminirende Correction ist,

$$T - t = \theta + d\theta \qquad \mathbf{7}$$

als Pariserzeit der Beobachtung anzusehen. Sind aber l und λ die dieser Zeit T — t entsprechenden geocentrischen Längen der Venus und Sonne, b und β aber ihre Breiten, und bezeichnen x und ξ die Parallaxen der beiden Gestirne, so sind die scheinbaren Längen und Breiten nach 387 unter Voraussetzung einer sphärischen Erde

$$l' = l + \frac{x \operatorname{Sin}(l - l_z) \operatorname{Cos} b_z}{\operatorname{Cos} b} \qquad \lambda' = \lambda + \frac{\xi \operatorname{Sin}(\lambda - l_z) \operatorname{Cos} b_z}{\operatorname{Cos} \beta}$$
$$b' = b + m x \operatorname{Sin}(b - n) = b + m x \operatorname{Sin} b \operatorname{Cos} n - x \operatorname{Cos} b \operatorname{Sin} b_z \qquad \mathbf{8}$$
$$\beta' = \beta + m \xi \operatorname{Sin}(\beta - n) = \beta + m \xi \operatorname{Sin} \beta \operatorname{Cos} n - \xi \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Sin} b_z$$

wo für beide nahe in Conjunction stehenden Gestirne

$$m \operatorname{Sin} n = \operatorname{Sin} b_z \qquad m \operatorname{Cos} n = \frac{\operatorname{Cos} b_z \operatorname{Cos} [\frac{1}{2}(l' + l) - l_z]}{\operatorname{Cos} \frac{1}{2}(l' - l)}$$

sind, l_z b_z aber Länge und Breite des Zenithes des Beobachters zur Zeit T vorstellen. Setzt man daher

$$B = \operatorname{Cos} b_z . \operatorname{Sin}(l_z - \lambda) \qquad C = \operatorname{Sin} b_z \qquad q = x - \xi \qquad \mathbf{9}$$

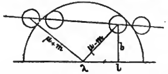
und vernachlässigt bei Berechnung der Correctionsglieder den Unterschied von l und λ, sowie die (z. B. 1769 etwa 10′ betragende) Breite der Venus und natürlich noch mehr die der Sonne, so erhält man

$$l' - \lambda' = l - \lambda - Bq \qquad b' - \beta' = b - \beta - Cq \qquad \mathbf{10}$$

Setzt man somit die der Secunde entsprechenden und kaum zu unterscheidenden wahren oder scheinbaren relativen Bewegungen der Venus in Länge und Breite

$$f' = \frac{dl - d\lambda}{3600} \qquad g' = \frac{db - d\beta}{3600} \qquad \mathbf{11}$$

wo dl, $d\lambda$, db, $d\beta$ die wahren stündlichen Bewegungen bezeichnen, und sind m und μ die scheinbaren Halbmesser der beiden Gestirne, δl, δb, δm, $\delta\mu$ und



δt aber die Unsicherheiten der den Tafeln entnommenen Grössen und der supponirten Längendifferenz, so hat man für die scheinbare äussere oder innere Berührung, welche jener Zeit T — t oder also eigentlich der Zeit T — t — δt entspricht,

$$[(\mu + \delta\mu) \pm (m + \delta m)]^2 = [l + \delta l - \lambda - Bq - f'\delta t]^2 + [b + \delta b - Cq - g'\delta t]^2$$

oder, wenn man

$$D = \mu \pm m \qquad \text{Tg}\, w = \frac{b}{l - \lambda} \qquad \Delta = \sqrt{(l - \lambda)^2 + b^2} = \frac{l - \lambda}{\text{Cos}\, w} \qquad 12$$

setzt, und die zweiten und höhern Potenzen von δl, δb, δt, δm, $\delta \mu$ und q weglässt, nach einigen leichten Reductionen

$$\frac{\Delta^2 - D^2}{2\Delta} = \frac{D}{\Delta}(\delta\mu \pm \delta m) + (f' \,\text{Cos}\, w + g' \,\text{Sin}\, w)\,\delta t - \text{Cos}\, w \,.\, \delta l + (B \,\text{Cos}\, w + C \,\text{Sin}\, w)\, q - \text{Sin}\, w \,.\, \delta b \qquad 13$$

Setzt man aber $D = \Delta$, so entspricht diess der zur Pariserzeit θ gesehenen geocentrischen Erscheinung, also wird gleichzeitig $\delta t = d\theta$, und man hat daher nach 7 die Bedingungsgleichung

$$T = t + \theta - q\,(BP + CQ) + P \,.\, \delta l + Q \,.\, \delta b - \frac{Q}{\text{Sin}\, w}(\delta\mu \pm \delta m) \qquad 14$$

wo

$$P = \frac{\text{Cos}\, w}{f' \,\text{Cos}\, w + g' \,\text{Sin}\, w} \qquad Q = \frac{\text{Sin}\, w}{f' \,\text{Cos}\, w + g' \,\text{Sin}\, w}$$

Sind nun an zwei Orten der supponirten Längen t_1 und t_2 zwei, am Erdcentrum zu den Pariserzeiten θ' und θ'' sichtbare, entsprechende Erscheinungen zu den Ortszeiten T_1', T_2', T_1'', T_2'' beobachtet worden, so hat man nach 14, da nach 9 die Grössen B und C mit Ort und Zeit, nach 12 und 14 aber die Grössen P, Q, w nur mit der Zeit variren,

$$T_1' = t_1 + \theta' - q\,(B_1' P' + C_1' Q') + P' \delta l + Q' \delta b - \frac{Q'}{\text{Sin}\, w'}(\delta\mu \pm \delta m) \qquad 15$$

$$T_2' = t_2 + \theta' - q\,(B_2' P' + C_2' Q') + P' \delta l + Q' \delta b - \frac{Q'}{\text{Sin}\, w'}(\delta\mu \pm \delta m) \qquad 16$$

$$T_1'' = t_1 + \theta'' - q\,(B_1'' P'' + C_1'' Q'') + P'' \delta l + Q'' \delta b - \frac{Q''}{\text{Sin}\, w''}(\delta\mu \pm \delta m) \qquad 17$$

$$T_2'' = t_2 + \theta'' - q\,(B_2'' P'' + C_2'' Q'') + P'' \delta l + Q'' \delta b - \frac{Q''}{\text{Sin}\, w''}(\delta\mu \pm \delta m) \qquad 18$$

also, wenn man die Combination 15 — 16 — 17 + 18 bildet,

$$q = \frac{T_1'' - T_1' - (T_2'' - T_2')}{(B_1' - B_2')\,P' - (B_1'' - B_2'')\,P'' + (C_1' - C_2')\,Q' - (C_1'' - C_2'')\,Q''} \qquad 19$$

und man kann somit die Differenz q der Parallaxen aus zwei solchen Beobachtungspaaren ausrechnen, ohne wesentlich von der Unsicherheit der Längendifferenz oder der Tafelangaben behelligt zu werden, — und dabei offenbar um so genauer, je näher man die Stationen an den beiden Puncten wählt, von denen aus (vergl. 386) Venus bei ihrem Durchgange am längsten und kürzesten auf der Sonne zu verweilen scheint. Ist endlich a das nach den Keppler'schen Gesetzen (vergl. 406) aus den Umlaufszeiten, oder genauer aus der eigentlichen Theorie von Venus und Sonne ermittelte Verhältniss der Distanzen der Erde von Venus und Sonne zur Zeit der Beobachtungen, so ist

$$\frac{\xi}{\xi + q} = a \qquad \text{also} \qquad \xi = \frac{a\,q}{1 - a} \qquad 20$$

also die Sonnenparallaxe bestimmt. Für die 1761 und 1769 erhaltenen Beobachtungen und deren Resultate ist 386 zu vergleichen.

Das Sonnensystem.

Nature and Nature's Laws lay hid in Night,
God said „Let Newton be", and all was Light.
(Pope.)

XLV. Die sog. Weltsysteme.

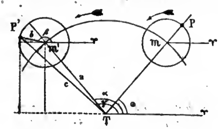
401. Die ältesten Weltsysteme. Die ältesten Völker hielten die Erde für den Mittelpunct der Welt, — ja für die Welt selbst. Die Pythagoräer lehrten dagegen bereits die Mehrheit der Welten, und einer derselben, Philolaus, stellte ein Weltsystem auf, in dessen Mitte ein Centralfeuer stand, um welches sich die Erde, die Gegenerde, die sieben ihnen bekannten Wandelsterne und der Fixsternhimmel in harmonischen Abständen drehten, und dadurch den vollkommensten Wohlklang, die sog. **Sphärenmusik,** erzeugten. Diess widersprach jedoch dem Zeugniss der Sinne allzusehr, so dass Plato vorzog, wieder von der Erde als festem Mittelpuncte auszugehen, — die Kreisbewegung um dieselbe als damals einzig zu bewältigende und daher am vollkommensten erscheinende Bewegung festzuhalten, — und nur die Aufgabe zu stellen, die kleinen Ungleichheiten im Laufe der Wandelsterne, welche die Beobachtung unter dem Namen der Stationen und Retrogradationen kennen gelehrt hatte, durch Combination verschiedener Kreisbewegungen zu erklären. Eudoxus kam hiedurch auf die Idee, jedem Wandelsterne gewissermaassen einen eigenen, aus mehreren concentrischen, sich gegenseitig in ihren Bewegungen modificirenden **Krystallsphären** bestehenden Himmel zuzuschreiben, — Sphären, deren Realität später Aristarch mit Recht bekämpfte, zugleich die Lehre von der Bewegung der Erde um die Sonne aufstellend, welche jedoch damals noch nicht Fuss fassen konnte, — während dagegen (vergl. 402) die bald darauf von Apollonius gemachte Erfindung der sog. **Epicykel,** d. h. von Kreisbahnen für die Wandelsterne, deren Centra sich selbst wieder in Kreisen um die Erde bewegen, ein für jene Zeit vortreffliches Annäherungsmittel zur Lösung von Plato's Aufgabe verschaffte.

Die Sonne war für die Pythagoräer, vergl. „August **Boeckh** (Carlsruhe 1785 — Berlin 1866; Professor der Eloquens in Heidelberg und Berlin), Philolaus, des Pythagoräers, Lehren. Berlin 1819 in 8.", eine glasartige Scheibe, welche die vom Centralfeuer aufgefangenen Strahlen der Erde und dem Monde zuwarf. Die Erde vollendete ihren Umlauf um das Centralfeuer, gegen welches sie durch die sog. Gegenerde geschützt war, in 24 Stunden, und kehrte sich auf der einen Hälfte ihrer Bahn der Sonne zu, auf der andern von ihr ab, wodurch der Wechsel von Tag und Nacht entstand. Da durch die Bewegung der Erde auch die scheinbare tägliche Bewegung des Fixsternhimmels erklärt ist, und dieser dennoch als einer der sehn sich um das Centralfeuer (wenn auch als oberster nur langsam) bewegenden Körper aufgezählt wurde, so muthmasste Boeckh, Pythagoras habe durch die Egypter bereits Kenntniss von der Präcession gehabt. Es will jedoch nicht recht passend scheinen, in einem so groben Systeme schon solche Finessen zu suchen, und es dürfte diese Muthmassung kaum mehr Berechtigung haben, als die vielfach vorgekommene Behauptung, es sei **Cusanus**, der im 15. Jahrhundert in seinem Buche „De docta ignorantia (Paris. 1514 und Basil. 1565 in fol.)" das System von Philolaus nochmals aufwärmte, desswegen ein Vorläufer von **Copernicus** gewesen. — Die Lehre von **Aristarch** hat sich in den Werken seines Zeitgenossen **Archimedes** erhalten: „Du weisst", schrieb Archimedes an König Gelon, „dass die Mehrzahl der Astronomen mit Welt eine Kugel bezeichnet, deren Mittelpunct mit dem der Erde zusammentrifft, und deren Radius der Geraden gleich ist, welche den Mittelpunct der Erde mit dem der Sonne verbindet. **Aristarch** von Samos berichtet in den Propositionen, welche er gegen die Astronomen veröffentlicht hat, über diese Verhältnisse, und bestreitet sie. Nach seiner Meinung ist die Welt viel grösser als eben mitgetheilt wurde, denn er setzt voraus, dass die Sterne und die Sonne unbeweglich seien, — d a s s d i e E r d e s i c h u m d i e S o n n e a l s C e n t r u m d r e h e, und dass die Grösse der Sphäre der Fixsterne, deren Centrum mit dem der Sonne zusammenfalle, so beschaffen sei, dass der Umfang des von der Erde beschriebenen Kreises sich zu der Distanz der Fixsterne verhalte, wie das Centrum der Sphäre zu ihrer Oberfläche", d. h. wohl, dass die Entfernung der Erde von der Sonne gegen die Distanz der Fixsterne verschwindend klein sei. — Die erwähnte Zuschrift bildet das Vorwort zu dem sog. „Arenarius" oder der Sandrechnung des **Archimedes**, in welcher er zeigt, dass die Anzahl der Sandkörner fälschlich als unzählbar bezeichnet werde, indem man sogar eine Zahl angeben könne, die grösser als die Anzahl der den ganzen Weltraum erfüllenden Sandkörner sei: Er nimmt dabei an, ein Mohnsaamen sei mit 10^4 Sandkörner gleichwerthig, und sein Durchmesser m sei in der Breite eines Fingers 40 mal enthalten, — ein Stadium sei 10^4 Finger, — der Durchmesser d der Erde betrage nicht 10^6 Stadien, also nicht $m \cdot 40 \cdot 10^4 \cdot 10^6 = 4 \cdot 10^{11} \cdot m$, — der Abstand a der Erde von der Sonne endlich sei einerseits höchstens 10^4, $d = 4 \cdot 10^{15} \cdot m$, und anderseits verhalte sich $d : a :: a : D$, wo D der Durchmesser der Fixsternsphäre, so dass $D = a^2 : d = 4 \cdot 10^{19} \cdot m$. Bezeichnet daher x die Anzahl der Sandkörner, welche den ganzen Weltraum erfüllen würden, so hat man, da sich Kugeln wie die dritten Potenzen ihrer Durchmesser verhalten,

$$x : 10^4 = (4 \cdot 10^{19} \cdot m)^3 : m^3 \qquad \text{oder} \qquad x = 4^3 \cdot 10^{61}$$

so dass x kleiner als 100 mit einem Gefolge von 61 Nullen, oder kleiner als 1000 Quintillionen Quintillionen.

402. Das Ptolemäische Weltsystem. Nachdem es Hipparch (356) gelungen war, die Bewegung der Sonne durch einen excentrischen Kreis darzustellen, lag ihm die Aufgabe vor, auch für die übrigen Wandelsterne in ähnlicher Weise Theorien aufzustellen und Tafeln zu entwerfen. Er theilte hiefür die sog. **Ungleichheiten** in ihrer Bewegung mit gewohntem Scharfsinne in zwei Gruppen: Die von ihm **Erste** genannte, mit dem siderischen Umlaufe zusammenhängende Ungleichheit, die sich in der verschiedenen (wie wir jetzt wissen, mit jeder elliptischen Bewegung verbundenen) Geschwindigkeit zeigte, stellte er entsprechend wie bei der Sonne durch einen excentrischen Kreis dar. Die von ihm **Zweite** genannte, mit dem synodischen Umlaufe zusammenhängende Ungleichheit, die sich in den (wie wir jetzt wissen, durch die Bewegung des Beobachters veranlassten) Stationen und Retrogradationen zeigte, stellte er dagegen durch Epicykel dar, und zwar bestimmten, zum Theil noch Er, zum Theil der hiefür ganz in seine Fussstapfen tretende Ptolemäus, für jeden Planeten sowohl die Grösse und Richtung der Excentricität, als unter Zugrundelegung der bei ihm vorkommenden Elongationen (untere Planeten, welche die Egypter bereits um die Sonne laufen liessen) oder Retrogradationen (obere Planeten) die Grösse der Epicykel und die Geschwindigkeit in denselben. Die hierauf gebauten Planetentafeln sind die höchste Blüthe der griechischen Astronomie, und bilden den Kern des sog. **Ptolemäischen Weltsystems,** das dann noch äusserlich in der Lehre bestand, es stehe die Erde im Centrum der Welt fest, und es bewegen sich um dieselbe mit Hülfe des sog. Primum mobile, eine Anzahl von Sphären verschiedener Radien, von denen die Letzterm (der 11. Sphäre) nach innen zu folgenden (die 10. und 9.) die Erscheinungen der Präcession zu besorgen hatten, während eine 1. Sphäre den Mond, eine 2. Merkur, eine 3. Venus, eine 4. die Sonne, eine 5. Mars, eine 6. Jupiter, eine 7. Saturn, und eine 8. die sämmtlichen Fixsterne an sich trug.



Bezeichnet P die Lage eines Planeten zur Zeit seiner Conjunction mit der Sonne, P' eine spätere Lage, — sind ferner a und b die Halbmesser des sog. **deferirenden** Kreises oder **Deferens** um die Erde T und des Epicykels, — c die Distanz P' T, — endlich ⊙, α, β, γ die Längen von M, M' und P' in Beziehung auf T und M', so

hat man für die epicyklische Bewegung die Grundbeziehungen

$$\begin{aligned} c \,.\, \mathrm{Cos}\,\gamma &= a \,.\, \mathrm{Cos}\,\alpha + b\,\mathrm{Cos}\,\beta \\ c \,.\, \mathrm{Sin}\,\gamma &= a \,.\, \mathrm{Sin}\,\alpha + b\,\mathrm{Sin}\,\beta \\ c &= a\,\mathrm{Cos}\,(\gamma - \alpha) + b\,\mathrm{Cos}\,(\beta - \gamma) \end{aligned} \qquad 1$$

denen sich noch, wenn A die Umlaufszeit im deferirenden Kreise, B diejenige im Epicykel bezeichnet, die Proportion

$$A : B = \frac{1}{\alpha - \odot} : \frac{1}{\beta - \alpha} \qquad 2$$

anschliesst, da sich diese Umlaufszeiten bei dem Ptolemäischen Systeme umgekehrt wie die in gleichen Zeiten beschriebenen Winkel verhalten müssen. Eine Anwendung von 1 und 2 auf 403 verschiebend, ist hier noch zu bemerken, dass **Ptolemäus** die Radien der Epicykeln für

☿ zu 22° 30′ ♀ zu 43° 10′ ♂ zu 39° 30′ ♃ zu 11° 30′ ♄ zu 6° 30′

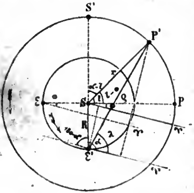
festsetzte, je den Radius des deferirenden Kreises zu 60° angenommen, vergl. seine „Συντάξεως βιβλ. ιγ (Syntaxis oder Magna Constructio)“, — ein Werk, in welchem man alle zu seiner Zeit vorhandenen astronomischen Kenntnisse zu einem grossen Ganzen vereinigt findet, und von dem zum Glücke mehrere Copieen den Verfall der Academie in Alexandrien überdauerten: Eine derselben, welche im 9. Jahrhunderte **Almamun** als Beute zufiel, wurde auf dessen Befehl durch seinen Arzt **Honaïn** unter dem Namen „Almagest“ in's Arabische übergetragen, kam in dieser, nachmals von **Thébit** revidirten Uebersetzung zur Zeit der Kreuzzüge in's Abendland, und erhielt dort, sei es nur durch **Gherardo** Cremonese (Cremona 1114 — Cremona 1187; Mathematiker, Astrolog und Arzt; vergl. seine „Vita“ durch Boncompagni in Atti dell' Acad. de nuovi Lincei 1851) mit Unterstützung von dem grossen Hohenstaufen **Friedrich** Barbarossa (1121 — Selencia in Syrien 1190), sei es auch oder erst um 1230 auf Wunsch seines überhaupt um die Wissenschaften hochverdienten Enkels, Kaiser **Friedrich** II. (Jesi bei Ancona 1194 — Fiorentino 1250) eine lateinische Uebersetzung, welche sodann später durch Peter **Liechtenstein** aus Köln „Venet. 1515 in fol.“ zum Drucke besorgt wurde, — eine andere kam durch Johannes **Bessarion** (Trapezunt 1395 — Ravenna 1472; Patriarch von Constantinopel, und, nach Uebertritt in die katholische Kirche, Cardinal) im Original nach Rom, wurde dort direct, aber ohne gehöriges Verständniss, durch Georg von Trapezunt oder **Trapezuntius** (Chandace auf Kreta 1396 — Rom 1485?; Professor der Philosophie und Secretarius apostolicus) in's Lateinische übergetragen, und nach dieser Uebersetzung mit einigen Verbesserungen durch Lucas **Gauricus** (Giffoni bei Neapel 1476 — Rom 1558; Professor der Mathematik zu Bologna, Ferrara, Venedig und Rom) zum Drucke (Venet. 1528 in fol., auch Basil. 1551 in fol.) besorgt, ging dann behufs besserer Bearbeitung an **Purbach** und **Regiomontan** über, deren „Epitoma in Almagestum Ptolemæi (Venet. 1496 in fol.; auch Bas. 1543)“ eine Einleitung zur Originalausgabe sein sollte, welche dann aber erst Simon **Grynäus** „Basil. 1538 in fol.“ zu Stande brachte, ihr den Commentar von **Theon** (vergl 268) beifügend. Aus der neuern Zeit ist eine sehr sorgfältige, und mit französischer Uebersetzung begleitete Originalausgabe von **Halma** „Paris 1813—1816, 2 Vol. in 4.“ zu erwähnen.

403. Das Copernicanische Weltsystem. Nachdem das Ptolemäische Weltsystem durch etwa fünfzehn Jahrhunderte unbestrittene

Geltung besessen hatte, wurde es zur Zeit der kirchlichen Reformation ebenfalls in seinen Grundfesten erschüttert, indem Copernicus zeigte, dass die Erscheinungen der täglichen und jährlichen Bewegung viel einfacher erklärt werden können, wenn man entsprechend Aristarch's Idee annehme, es bewege sich die Erde in der Richtung von West nach Ost einerseits täglich um ihre Axe, und anderseits jährlich um die Sonne, — dass, wenn man Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn sich ebenfalls um die Sonne bewegen lasse, Hipparch's zweite Ungleichheit ganz dahinfalle, — und dass somit der Erde nur der Mond als Trabant zu belassen sei. — Zuerst sowohl vom Papste als von den Reformatoren sehr günstig aufgenommen, und von den Männern der Wissenschaft freudig begrüsst, hatte dieses sog. Copernicanische System etwas später mit den verschiedensten Einwürfen, und dem von Tycho aufgestellten Gegensysteme zu kämpfen, bei dem zwar die eben aufgezählten fünf Planeten auch Trabanten der Sonne waren, aber diese sammt Mond und Erde sich um die feste Erdaxe drehten, — bald dann auch mit beiden Kirchen, indem die Eine sich ängstlichem Wortglauben ergab, und die Andere fühlte, dass sie der Reformation nur dann auf die Dauer zu widerstehen vermöge, wenn sie der Reform überall entgegentrete. Der Kampf mit der katholischen Kirche nahm sogar, als sie durch Galilei's kühnes Auftreten gegen den Autoritätsglauben gereizt wurde, bedenkliche Dimensionen an: Im Jahre 1614 wurde das Copernicanische System von der Kanzel, 1616 von den obersten kirchlichen Autoritäten verdammt, und als Galilei sich in allerdings etwas unkluger Weise auflehnte, wurde er 1633 von der Inquisition gezwungen, diese Irrlehre abzuschwören. Zum Glücke begnügte sich jedoch die katholische Kirche mit ihrem Scheinsiege: Das Copernicanische System wurde nicht ernstlich weiter verfolgt, — ja endlich, wenn officiell auch erst 1821, von ihr selbst angenommen.

Nach Vollendung seiner mathematischen und medicinischen Studien in Krakau und Padua, und einem Aufenthalte in Rom, wo er noch im November 1500 eine Mondfinsterniss beobachtet haben soll, ging **Copernicus** (vergl. 103) als Domherr nach Frauenburg, und hatte schon etwa 1507 und muthmasslich ohne etwas von **Aristarch** zu wissen, die Grundzüge seines neuen Weltsystemes festgestellt, aber noch um 1530 kaum einigen seiner vertrautesten Freunde angedeutet, ohne sich zu öffentlicher Mittheilung verstehen zu wollen; als sich dann aber doch nach und nach die Kunde verbreitete, dass ein polnischer Astronom die Bewegung der Erde lehre, — als **Rhäticus** 1539 nach Frauenburg reiste, um Genaueres zu erfahren, und hierauf die „De libris revolutionum Copernici narratio prima. Gedani 1540 in 4. (Auch Basil. 1541)" schrieb, — so konnte er nicht länger widerstehen, und schickte 1542 sein Manuscript an den in Wittenberg gewonnenen Freund, welcher es nun, mit

Empfehlung von Martin **Luther** (Eisleben 1483 — Eisleben 1546) versehen, persönlich an Andreas Hossmann genannt **Osiander** (Gunzenhausen 1498 — Königsberg 1552; damals lutherischer Prediger an Nürnberg, später Professor der Theologie an Königsberg) überbrachte, unter dessen Aufsicht es nun gedruckt und mit dem Titel „De revolutionibus orbium cœlestium libri VI. Norimb. 1543 in fol. (2. A. von Rheticus, Basil. 1566; 3. A. von Nic. Müller, Amstel. 1617; 4. A. von Joh. Baranowski, Varsov. 1854)" ausgegeben wurde, sonderbarer Weise mit Weglassung der Vorrede, dagegen mit der Widmung an Papst Paul III. — Das Hauptverdienst von **Copernicus** war, dass er den Muth hatte, mit den alten Traditionen zu brechen, und für die Folge grosse Fortschritte (vergl. 406) zu ermöglichen, durch welche eigentlich erst das nach ihm benannte System zu dem geworden ist, was wir jetzt unter diesem Namen verstehen, während es ursprünglich die Bewegungen nicht wesentlich genauer, nur einfacher, als das alte System darzustellen vermochte, und Manches aus Letzterm übertragen musste. Lässt man Planet und Erde sich um die Sonne bewegen, und bezeichnen r, R und ρ ihre Distanzen von der Sonne und von einander, l die heliocentrische Länge des Planeten, L und λ aber die geocentrischen Längen von Sonne und Planet, ⊙ endlich die gemeinschaftliche Länge von Sonne und Planet zur Zeit der Conjunction, so hat man



$$\begin{aligned} \rho \cdot \operatorname{Cos} \lambda &= r \cdot \operatorname{Cos} l + R \cdot \operatorname{Cos} L \\ \rho \cdot \operatorname{Sin} \lambda &= r \cdot \operatorname{Sin} l + R \cdot \operatorname{Sin} L \\ \rho &= r \cdot \operatorname{Cos} (\lambda - l) + R \cdot \operatorname{Cos} (L - \lambda) \end{aligned} \qquad \mathbf{1}$$

welche Gleichungen mit den 402 : 1 identisch werden, sobald man

$$\begin{array}{llcll} a = R & \alpha = L & \text{oder} & a = r & \alpha = l \\ b = r & \beta = l & & b = R & \beta = L \\ c = \rho & \gamma = \lambda & & c = \rho & \gamma = \lambda \end{array} \qquad \mathbf{2}$$

setzt, womit bereits ein Theil des oben Gesagten erwiesen sein dürfte. Unter der ersten Annahme, welche derjenigen der Alten für die untern Planeten entspricht, erhält man nach 402 : 2 und den in 402 gegebenen Werthen für die Radien der Epicykeln

$$A : B = \frac{360}{L - \odot} : \frac{360}{l - L} \qquad \mathbf{3}$$

= Trop. Revol. der Sonne : Synod. Revol. des Planeten

und für ☿ ... r : R = b : a = 22° 30' : 60° oder r = 0,375 . R
♀ .... = 43 10 : 60 .... = 0,719 . R

während **Copernicus**, noch einige neuere Bestimmungen beiziehend, dafür 0,395 und 0,719 annahm, und jetzt 0,387 und 0,723 zu setzen wäre, — unter der zweiten, den obern Planeten entsprechenden Annahme dagegen

$$A : B = \frac{360}{l - \odot} : \frac{360}{L - l} \qquad \mathbf{4}$$

= Trop. Revol. des Planeten : Synod. Revol. des Planeten

und für

♂ … $r : R = a : b = 60^\circ : 39^\circ\, 30'$ oder $r = 1{,}544 \,.\, R$

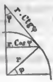
♃ …………… $= 60 : 11\;\; 30$ ……… $= 5{,}217 \,.\, R$

♄ …………… $= 60 : \;6\;\; 30$ $= 9{,}231 \,.\, R$

während **Copernicus** dafür 1,512, 5,219 und 9,174 annahm, und jetzt 1,524, 5,203 und 9,539 zu setzen wäre, — womit wohl ein weiterer Beweis für das oben Gesagte geliefert ist. — Um so geringer praktischer Vortheile für die Tafeln willen sich gegen das Zeugniss der Sinne aufzulehnen, konnte sich **Tycho** nicht entschliessen, zumal ihm eine, als unnöthig im Texte nicht erwähnte, dritte Bewegung um eine Senkrechte zur Ekliptik stiess, welche **Copernicus** der Erdaxe glaubte beilegen zu müssen, um ihre parallele Lage zu sichern und zugleich die Präcession zu erklären, — und da er doch auch nicht am Alten festhalten mochte, so gelangte der berühmte Däne etwa 1585, und, wie es scheint, gleichzeitig mit ihm der Dithmarse Nicolaus **Reimarus Ursus** (Henstede 15.. — Prag 1600; Mathematicus Kaiser Rudolf II), zu dem im Texte erwähnten Gegen- oder vielmehr Uebergangs-Systeme, welchem man damals eine gewisse Berechtigung nicht abstreiten konnte, während es dagegen höchst unnötbig und nur durch Wohldienerei gegen die Kirche zu erklären war, dass **Riccioli** noch später in seinem Almagest (vergl. 393) ein neues Gegensystem belieben wollte, bei welchem ☾, ⊙ und ♄ der Erde, dagegen ☿, ♀ und ♂ der Sonne als Trabanten zugetheilt waren. — Wie wir heute noch sagen „Die Sonne geht auf und unter", so brauchte auch die Bibel die vulgäre Sprache, und es war ein trauriges Zeichen von der raschen Abnahme des geistigen Aufschwunges der Reformation, dass ihre spätern Vertreter mit einzelnen Bibelstellen, wie z. B. Josua X 12: „Sonne, halt still zu Gibeon" gegen das Copernicanische System ankämpften; aber noch ärger war allerdings der Missbrauch der h. Schrift, als 1614 der Dominikaner **Caccini** zu Florenz über Apostelgeschichte I 11: „Ihr galileischen Männer, was stehet ihr und sehet gen Himmel" gegen **Galilei** und seine Anhänger predigte, — wenn auch nur ein würdiges Vorspiel für das zwei Jahre später an den Papst abgegebene Gutachten: „Behaupten, die Sonne stehe unbeweglich im Centrum der Welt, ist absurd, philosophisch falsch und förmlich ketzerisch, weil ausdrücklich der h. Schrift zuwider; behaupten, die Erde stehe nicht im Centrum der Welt, sei nicht unbeweglich, sondern habe sogar eine tägliche Rotationsbewegung, ist absurd, philosophisch falsch, und zum Mindesten ein irriger Glaube", in Folge dessen das Buch „De revolutionibus" auf den Index gesetzt, ja **Galilei** noch persönlich verboten wurde, das neue System zu vertheidigen oder zu lehren. Als nun Letzterer dieses Verbot nicht beachtete, sondern seinen „Dialogo sopra i due sistemi del mondo, Tolemaico e Copernicano. Fiorenza 1632 in 4. (lat. durch Bernegger, Strassburg 1635)" schrieb, in welchem allerdings scheinbar ein Ptolemäer (Simplicius) gegen zwei Copernicaner (Salviati und Sagredo) mit Erfolg kämpft, aber eigentlich der Leser durch die gewichtigern Argumente der Letztern gewonnen werden soll, so konnte die Kirche nicht wohl andere als ihn zur Rechenschaft ziehen und mit ihren Strafen belegen; dass sie dabei von der sonst üblichen Tortur, etc, Umgang nahm, war löblich, — dass sie ihn dagegen zwang, gegen Wissen und Gewissen zu beschwören, „dass er die falsche und ketzerische Lehre von der Bewegung der Erde verwünsche und verabscheue", lässt sich allerdings nicht entschuldigen und hat ihr auch nicht die gehofften Früchte getragen.

404. Die Fallversuche und das Foucault'sche Pendel. Was Copernicus noch nicht gelang, nämlich der empirische Nachweis der Rotation der Erde um ihre Axe in secundären Erscheinungen, ist seither nachgeholt worden: **Einerseits** muss bei rotirender Erde, wie schon Newton zeigte, der Auffallspunct eines aus bedeutender Höhe herunterfallenden Körpers etwas östlich vom Lothpuncte liegen, und wirklich fand z. B. Benzenberg 1804 bei Versuchen in einem Kohlenschachte zu Schlebusch für 262′ Fallhöhe die, der theoretisch geforderten von 4‴,6 nach O nahe Abweichung von 5‴,1 nach O 8°,1 N. **Anderseits** muss, wie Foucault 1851 zeigte, bei mit einer Winkelgeschwindigkeit γ rotirender Erde die Mittagslinie der Breite φ während einer Rotation eine Kegelfläche beschreiben, deren Abwicklung (s. Fig.) den Radius $r \cdot \text{Ctg}\,\varphi$, den Bogen $2\,r\,\text{Cos}\,\varphi \cdot \pi$, und somit den Mittelpunctswinkel $360^0 \cdot \text{Sin}\,\varphi$ hat, — und entsprechend wird also die Winkelgeschwindigkeit der Mittagslinie gleich $\gamma \cdot \text{Sin}\,\varphi$ zu setzen sein. Es wird somit scheinbar die nach ihrer Natur unbewegliche Schwingungsebene eines Pendels sich per Stunde um $15^0 \cdot \text{Sin}\,\varphi$ nach Westen drehen, — und diess ergaben die seit Foucault's Vorgange unter den verschiedensten Breiten angestellten Versuche wirklich auf das Schönste.

Gegenüber der von den Gegnern aufgestellten Behauptung, es müsste bei nach Osten rotirender Erde ein freifallender Körper nach Westen zurückbleiben, war es doppelt interessant, als **Newton** 1679 der Roy. Society vorschlug, gerade durch Fallversuche diese Rotation direct zu erweisen. Allerdings ergaben dann zwar die von **Hooke** bei nur 27′ Fallhöhe angestellten Versuche kein Resultat, und als Giovanni Battista **Guglielmini** (Bologna 17.. — Bologna 1817; Professor der Mathematik und Astronomie zu Bologna) im Sommer 1791 in Bologna solche bei 240′ Fallhöhe wiederholte, lag, vergl. sein „De diurno terræ motu, experimentis physico mathematicis confirmato, opusculum. Bononiæ 1792 in 8.", der Schwerpunct der 16 erhaltenen Auffallspuncte seiner Bleikugeln auf einer Wachstafel von dem, freilich erst im folgenden Winter bestimmten Lothpuncte um 8‴,6 nach O $35\frac{1}{2}^0$ S ab, während er nach Berechnung von **Laplace** 5‴ nach O hätte abweichen sollen, so dass auch da nicht die wünschbare Uebereinstimmung zwischen Versuch und Theorie erhalten war. Die von **Benzenberg** angestellten Messungen, für welche seine Schrift „Versuche über die Umdrehung der Erde. Dortmund 1804 in 8." zu vergleichen, fielen dagegen befriedigend aus, indem sie schon 1802 am Michaelisthurme zu Hamburg für 235′ Fallhöhe, nahe entsprechend den von **Gauss** geforderten 4‴,0 nach O, 4‴,3 nach O 20°,4 S und dann 1804 anstatt theoretischen 4‴,6 nach O die im Texte mitgetheilten Resultate lieferten, — und noch gelungener waren diejenigen, welche **Reich** 1831, vergl. seine „Fallversuche über die Umdrehung der Erde. Freiberg 1832 in 8.", im Dreibrüderschachte in Freiberg bei 488′ Fallhöhe machte, indem sie ganz entsprechend der Theorie eine rein östliche Abweichung von 12‴,6 ergaben. — Der im Texte behandelte Pendelversuch, dessen Grundbeziehungen



aus vorstehender Figur ohne Schwierigkeit folgen, — den **Foucault** 1851, vergl. seine „Démonstration physique du mouvement de rotation de la terre au moyen du pendule (Annal. de chim. et de phys. 1851)", anstellte, und seither Viele wiederholten, vergl. „**Secchi**, Sulle oscillazioni del pendolo avuto riguardo alla rotazione della terra (Tortolini Annali 1851), — Caspar **Garthe** (Frankenberg 1796; Professor der Mathematik zu Rinteln und Köln), Foucault's Versuch als directer Beweis der Axendrehung der Erde angestellt im Dome zu Köln. Köln 1852 in 8., — **Delabar**, Der Foucault'sche Pendelversuch als directer Beweis von der Achsendrehung der Erde. St. Gallen 1855 in 8., — etc.", soll übrigens (s. Augsb. Zeitung 1851?) schon früher von Augustin **Stark** (Augsburg 1777 — Augsburg 1839; Lehrer der Mathematik und Domherr in Augsburg) unternommen worden sein, — ja schon die Mitglieder der Academia del Cimento (vergl. 3 und Antinori's Notis in Compt. rend. XXXII 635) scheinen das dem Versuche zu Grunde liegende Gesetz von der Constanz der Schwingungsebene eines Pendels geahnt zu haben, jedenfalls ist dasselbe durch L. **Poinsinet** de Sivry (Versailles 1733 — ? 1804; Literat) im Anhange zu seiner Ausgabe von Plinius (s. 309; XII 486) ganz klar ausgesprochen worden; die schöne Uebereinstimmung aber zwischen Theorie und Versuch zeigt folgende Tafel:

Ort	Breite		Ständl. Abweich. berechn.	Ständl. Abweich. beobacht.	Beobachter
	°	'	°	°	
Nordpol	90	0	15,00	—	—
Dublin	53	23	12,04	11,90	Galbraith, etc.
Köln	50	56	11,65	11,64	Garthe
Genf	46	12	10,83	10,18	Dufour, etc.
Rom	41	54	10,02	9,90	Secchi
New-York	40	43	9,73	9,73	Lyman
Ceylon	6	56	1,81	1,87	Lamprey, etc.
Equator	0	0	0,00	—	—
Rio	— 22	54	5,84	5,17	d'Oliveira
Südpol	— 90	0	15,00	—	—

und in dieser ist hinwieder vor Allem das Experiment in Rom von höchstem Interesse, ja von culturhistorischer Bedeutung, indem es uns zeigt, wie sich die Wahrheit schliesslich immer Bahn zu brechen weiss: In derselben Stadt, wo **Galilei** gezwungen worden war, das Copernicanische System abzuschwören, wagte 200 Jahre später ein katholischer Geistlicher öffentlich in einer Kirche die Bewegung der Erde, und damit die Fehlbarkeit der römischen Clerisei zu demonstriren.

405. Die Fixsternparallaxe und die Aberration. Für die jährliche Bewegung der Erde suchte bereits Copernicus einen empirischen Beweis zu leisten, indem er davon ausging, dass unter Voraussetzung jener Bewegung die Breite eines Sternes zur Zeit seiner Conjunction mit der Sonne ein Minimum, zur Zeit seiner Opposition

ein Maximum annehmen müsse. Die ihm zu Gebote stehenden Instrumente reichten jedoch zur Bestimmung eines so kleinen Unterschiedes, der sog. **jährlichen Parallaxe,** nicht aus, ja bis auf die neuste Zeit konnte auf diesem Wege nur das negative Resultat erhalten werden, dass jene Variation nicht $\pm$ 1" betragen, also innerhalb 4 Billionen Meilen, einer sog. **Sternweite,** kein Stern stehen könne. Zwar gelang es schon Bradley, bei dem zenithalen Sterne γ Draconis eine jährliche Veränderung seiner Breite nachzuweisen; aber da die Maximas und Minimas mit den Quadraturen zusammenfielen, so war sie nicht die gesuchte Parallaxe, sondern wie ihm 1728 klar wurde, eine andere Folge der jährlichen Bewegung der Erde, welche er **Aberration des Lichtes** nannte. Wenn nämlich die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn zu der des Lichtes in einem endlichen Verhältnisse q steht, so wird man ein Fernrohr (s. Fig. 3) nach einem Sterne S gerichtet glauben, wenn die Richtung S' seiner Axe aus der wirklichen Richtung nach dem Sterne und der Bewegungsrichtung der Erde resultirt, also gegen letztere hin um einen bestimmten Winkel φ abliegt, so dass

$$\text{Sin}\,\varphi : \text{Sin}\,(\alpha - \varphi) = q : 1 \quad \text{oder nahe} \quad \varphi = \frac{q\ \text{Sin}\,\alpha}{\text{Sin}\,1''} = k\ \text{Sin}\,\alpha \qquad 1$$

wo k den Maximumswerth von φ oder die sog. **Aberrationsconstante** bezeichnet. Sind aber $\odot$ und λ die Längen der Sonne und eines Sternes der Breite β, so ist (s. Fig. 4), da unter Voraussetzung einer Kreisbahn die Bewegungsrichtung der Erde zum Radius der Sonne immerfort senkrecht steht, ebenfalls sehr nahe

$$\text{Cos}\,\alpha = \text{Cos}\,\beta \,.\, \text{Sin}\,(\odot - \lambda) \qquad 2$$

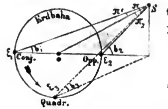
und es durchläuft somit α für jeden Stern alle Werthe von β bis $180^0 - \beta$. Ist β nahe an 90^0, so wird der Stern nahe einen Kreis des Radius k zu beschreiben scheinen, — dagegen eine Ellipse der grossen Axe 2 k bei kleinern Werthen von β. Die Componenten der Aberration in Länge und Breite sind nahe

$$\Delta\lambda = -\varphi \,.\, \text{Sin}\,S \,.\, \text{Sec}\,\beta = -k\ \text{Cos}\,(\odot - \lambda)\ \text{Sec}\,\beta \qquad 3$$

$$\Delta\beta = -\varphi \,.\, \text{Cos}\,S = -k\ \text{Sin}\,(\odot - \lambda)\ \text{Sin}\,\beta \qquad 4$$

so dass die Aberration in Länge in Conjunction und Opposition, — diejenige in Breite aber, wie es Bradley's Beobachtungen ergaben, in den Quadraturen am grössten wird. Bradley, der k = 20",7 fand, während nach Struve k = 20",445 ist, hat also den von Copernicus gewünschten Beweis geleistet, nur in etwas anderer Weise, als er es ursprünglich beabsichtigte. [Vergl. 456.]

Bezeichnet b_1 die Breite eines Sternes S zur Zeit seiner Conjunction mit der Sonne, b_2 aber zur Zeit der Opposition und b_3 zur Zeit der Quadratur, so ist



$$b_1 < b_3 < b_2$$

und

$$b_2 - b_1 = \pi = \pi_1 + \pi_2$$

Da nun

$$\sin \pi_1 = \frac{E\odot}{S\odot} \cdot \sin b_1$$

$$\sin \pi_2 = \frac{E\odot}{S\odot} \cdot \sin b_2$$

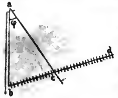
also nahe

$$b_2 - b_1 = \frac{E\odot}{S\odot} \cdot \frac{\sin b_1 + \sin b_2}{\sin 1''}$$

so könnte man die Sterndistanz nach der einfachen Formel

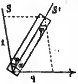
$$S\odot = \frac{\sin b_1 + \sin b_2}{(b_2 - b_1)\sin 1''} \cdot E\odot \qquad 5$$

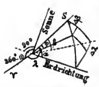
berechnen, soferne es möglich sein sollte, $b_2 - b_1$ durch Beobachtung zu bestimmen. Nun verfügte aber hiefür **Copernicus** nur über ein aus Holz selbstverfertigtes parallactisches Lineal oder **Triquetrum**, welches, nahe entsprechend der von **Ptolemäus** (Almagest V 12) gegebenen Beschreibung, aus einem festen und lothrecht gestellten Stabe a b, einem um a drehbaren Stabe a c = a b mit Dioptern, und einem um b drehbaren, von c geleiteten Stabe a d = a b $\sqrt{2}$ = 1,414 . a b bestand, der eine Längentheilung besass, an welcher die Stellung von c abgelesen wurde, so dass



$$\varphi = 2 \operatorname{Arc} \sin \frac{bc}{2 \cdot ab} \qquad \text{und somit} \qquad d\varphi = \frac{d(bc)}{ab \cdot \cos \frac{1}{2}\varphi \cdot \sin 1''} \qquad 6$$

war; dabei maass nach Angabe von **Tycho** (vergl. Astr. mech. in 339) a b vier Ellen, und die 1414 Tausendstel von a h waren auf h d mit Dinte aufgetragen. Setzt man den aus Einstellung, Theilung und Ablesung resultirenden Fehler d (b c) = 1 (circa 1‴ Par.), so wird nach 6 (für φ = 90°) im Maximum dφ = 292″, so dass natürlich für **Copernicus** der ganz kleine Winkel $b_2 - b_1$ total verschwand, oder die Sterne für ihn in unendlicher Distanz zu stehen schienen; aber **sein** unendlich betrug nach 5 nur etwa 1400. E⊙, — während es z. B. für **Tycho**, der die Genauigkeit der Winkelmessung auf 1′ erhöhte, schon auf etwa 6875. E⊙ anstieg, — etc. — **Bradley** begann seine Beobachtungen von γ Draconis 1725 unter der Leitung von Samuel **Molyneux** (Chester 1689 — ? 1728; Commissär der Admiralität) an einem 24füssigen Grahamschen Zenithsector, setzte sie später allein noch fort, und gelangte so zu der in seinem „Account of a new discovered motion of the fixed stars (Phil Trans. 1727—1728)" enthaltenen und im Texte behandelten Entdeckung, auf welche sich die Formeln 1—4 beziehen, von denen 1 und 2 ohne weiteres aus den beistehenden Figuren hervorgehen, die 3 und 4 aber durch





$$\sin S = \frac{\sin(\lambda - \odot + 90^\circ)}{\sin \alpha} = \frac{\cos(\odot - \lambda)}{\sin \alpha} \qquad 7$$

$$\cos S = \frac{\operatorname{Ctg} \alpha}{\operatorname{Ctg} \beta} = \frac{\cos(\lambda - \odot + 90^\circ)\sin\beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin(\odot - \lambda) \cdot \sin\beta}{\sin \alpha}$$

und 1 vermittelt werden. — In neuerer Zeit wurde die Aberrationsconstante von **Lindenau** in seinem „Versuch einer neuen Bestimmung der Nutations- und Aberrationsconstanten. Berlin 1842 in 4." aus Rectascensionen des Polarsternes zu 20",4486 bestimmt, — von **Peters**, vergl. die 355 erwähnte Schrift, aus ebensolchen zu 20",4255, — von G. **Lundahl** (1813—1844; Director der Sternwarte zu Helsingfors) in seiner Schrift „De numeris nutationis et aberrationis constantibus. Helsingf. 1842 in 4" aus Declinationsbeobachtungen des Polarsternes zu 20",5508, — von W. **Struve** in seiner Abhandlung „Sur le coefficient constant dans l'aberration des étoiles fixes (Mém. de Petersb. 1843)" aus Zenithalsternen zu 20",4451, — etc. — Aus 1 folgt für $\alpha = 90^0$

$$q = \operatorname{Tg} \varphi = \operatorname{Tg} k = \text{nahe } {}^1/_{10000} \tag{8}$$

und es bewegt sich daher nach obigen Bestimmungen das Licht etwa 10000 mal schneller als die Erde in ihrer Bahn, was mit den ganz auf andere Weise durch **Römer**, **Delambre**, etc. erhaltenen Bestimmungen über die Lichtgeschwindigkeit (s. 427) so nahe übereinstimmt, dass die jährliche Bewegung der Erde dadurch als erwiesen betrachtet werden darf. Immerhin ist jedoch über die kleine Differenz noch neuerlich durch Ernst Friedrich Wilhelm **Klinkerfues** (Hofgeismar in Hessen 1827; früher Ingenieur, jetzt Director der Sternwarte zu Göttingen), vergl. seine Schrift „Die Aberration der Fixsterne nach der Wellentheorie. Leipzig 1867 in 8." und A. N. 1671, und Martinus **Hoek** (Haag 1834; Director der Sternwarte zu Utrecht), vergl. A. N. 1669, eine Diskussion eröffnet worden. — Mit Hülfe von 3 und 4 und der Formelnsammlung 353 erhält man die Componenten der Aberration in Declination und Rectascension

$$\begin{aligned}
\Delta \delta &= \operatorname{Cos} u \,.\, \Delta\beta + \operatorname{Cos}\beta \,.\, \operatorname{Sin} u \,.\, \Delta\lambda \\
&= k\,[\operatorname{Sin}(\lambda - \odot) \operatorname{Sin}\beta \operatorname{Cos} u - \operatorname{Cos}(\lambda - \odot) \operatorname{Sin} u] \\
&= k \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\odot (\operatorname{Sin}\lambda \operatorname{Sin}\beta \operatorname{Cos} u - \operatorname{Cos}\lambda \operatorname{Sin} u) - \\ \operatorname{Sin}\odot (\operatorname{Cos}\lambda \operatorname{Sin}\beta \operatorname{Cos} u + \operatorname{Sin}\lambda \operatorname{Sin} u) \end{bmatrix} \\
&= k \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\odot [(\operatorname{Sin}\alpha + \operatorname{Cos}\lambda \operatorname{Sin} u \operatorname{Sin}\beta) \operatorname{Sin}\beta - \operatorname{Cos}\lambda \operatorname{Sin} u] - \\ \operatorname{Sin}\odot (\operatorname{Cos}\lambda \operatorname{Sin}\beta \operatorname{Cos} u + \operatorname{Sin}\lambda \operatorname{Sin} u) \end{bmatrix} \\
&= k \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\odot (\operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Sin}\beta - \operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Sin} e) - \\ \operatorname{Sin}\odot \,.\, \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\delta \end{bmatrix} \\
&= k \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\odot (\operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Cos} e - \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Sin} e) - \\ \operatorname{Sin}\odot \,.\, \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\delta \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\alpha &= \frac{\operatorname{Cos} u \,.\, \Delta\delta - \Delta\beta}{\operatorname{Cos}\delta \,.\, \operatorname{Sin} u} = - \frac{\operatorname{Sin} u \,.\, \Delta\beta - \operatorname{Cos} u \,.\, \operatorname{Cos}\beta \,.\, \Delta\lambda}{\operatorname{Cos} d} \\
&= -k \,.\, \operatorname{Sec}\delta \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\odot (\operatorname{Cos}\lambda \operatorname{Cos} u + \operatorname{Sin}\lambda \operatorname{Sin} u \operatorname{Sin}\beta) + \\ \operatorname{Sin}\odot (\operatorname{Sin}\lambda \operatorname{Cos} u - \operatorname{Cos}\lambda \operatorname{Sin} u \operatorname{Sin}\beta) \end{bmatrix} \\
&= -k \,.\, \operatorname{Sec}\delta\, [\operatorname{Cos}\odot \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Cos} e + \operatorname{Sin}\odot \operatorname{Sin}\alpha]
\end{aligned} \tag{10}$$

Formeln, zu deren leichterer Berechnung **Gauss** (vergl. Mon. Corresp. Bd. 17) für $k = 20'',255$ Tafeln entworfen hat, welche sodann **Nicolai** für $k = 20'',4451$ zu Gunsten von „**Schumacher**, Sammlung von Hülfstafeln. Kopenhagen 1822 in 8. (Neue Ausg. von Warnstorff, Altona 1845)" umrechnete. — Neben der mit der jährlichen, nach 351 in $T = 365{,}256 : 0{,}997 = 366.26$ Sterntagen vollendeten Bewegung der Erde um die Sonne, hat auch die Einen Sterntag in Anspruch nehmende Rotation der Erde statt, die ebenfalls eine Aberration zur Folge haben muss: Bezeichnet man die Constante dieser **täglichen** Aberration unter der Breite φ mit k', so verhält sich offenbar, wenn r und a die Radien von Erde und Erdbahn bezeichnen und Π die Sonnenparallaxe ist,

$$k' : k = 2 r \pi \,.\, \operatorname{Cos}\varphi : (2 a \pi : T)$$

und es ist daher

$$k' = \frac{r \operatorname{Cos} \varphi \,.\, T}{a} \,.\, k = \Pi \operatorname{Cos} \varphi \,.\, T \,.\, \operatorname{Sin} 1'' \,.\, k = 0'',3113 \operatorname{Cos} \varphi \qquad 11$$

Die Rectascension des Ostpunctes, nach welchem die zum Equator parallele tägliche Bewegung gerichtet ist, beträgt für die Sternzeit t offenbar $t + 90^0$, diejenige des betreffenden Sternes α, also ist jetzt der frühere Winkel $\lambda - \odot + 90^0$ durch $\alpha - t - 90^0$, oder es ist $\odot - \lambda$ durch $t - \alpha + 180^0$ zu ersetzen, während $\Delta\lambda$, $\Delta\beta$, β und k der Reihe nach in $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, δ und k' übergehen. Man hat daher statt 3 und 4 für die tägliche Aberration in Rectascension und Declination

$$\Delta\alpha = k' \operatorname{Cos}(t - \alpha) \operatorname{Sec} \delta \qquad \Delta\delta = k' \operatorname{Sin}(t - \alpha) \operatorname{Sin} \delta \qquad 12$$

und speciell nimmt für eine Culmination $(t = \alpha)$ $\Delta\alpha$ den Maximumswerth $k' \operatorname{Sec} \delta$ an, während $\Delta\delta$ verschwindet. Vergl. 342.

406. Die Keppler'schen Gesetze und die allgemeine Gravitation. Gerade zn der Zeit, wo das Copernicanische System in Galilei am heftigsten verfolgt wurde, vervollkommnete Joh. Keppler dasselbe anf Grnndlage der Beobachtungen Tycho's in denkwürdiger Weise: Zunächst snchte er nämlich Beobachtnngen des Mars anf, deren erste der Zeit einer Opposition entsprach, die zweite einer, nm den siderischen Umlauf des Mars oder ein Vielfaches desselben, spätern Zeit, d. h. zwei Beobachtnngen, bei denen Mars an der gleichen Stelle des Himmels stand, die Erde aber an zwei verschiedenen Puncten ihrer Bahn um die Sonne; er konnte hieraus die Polarcoordinaten der Erde bei ihrer zweiten Stellung in Beziehung auf die Sonne als Pol, und die Distanz Sonne-Mars als Einheit und Axe berechnen. Für jedes andere Vielfache der Umlaufszeit konnte er in Beziehung auf dieselbe Einheit und dasselbe Coordinatensystem einen nenen Ort der Erde finden, diese Oerter dann anftragen, und durch ihre Verbindung die Erdbahn in richtiger Gestalt und Lage zur Sonne finden; so ergab sich ihm, dass er durch sämmtliche Oerter sehr nahe einen Kreis legen könne, zu dem die Sonne ein wenig excentrisch stehe, und hatte nnn zugleich die Richtung der vom Perihel zum Aphel führenden, sog. **Apsidenlinie** gefunden, sowie die Möglichkeit erhalten, eine förmliche Erdtheorie aufzustellen, nach der er den Ort der Erde für jede Zeit berechnen konnte. Nnn suchte er irgendwelche Beobachtungen des Mars auf, die wieder um die siderische Umlaufszeit oder ein Vielfaches derselben von einander abstanden, bestimmte aus seiner Theorie der Erde für jede der Beobachtungszeiten die Lage der Erde gegen die Sonne, berechnete aus ihr und dem beobachteten scheinbaren Abstande des Mars von der Sonne die Polarcoordinaten des Mars in Beziehung anf die Sonne als Pol und die Frühlingsnachtgleichenlinie als Axe, trug die erhaltenen Oerter auf, — und da ergab die

Verbindung der Letztern, Dank der relativ grossen Excentricität der Marsbahn, eine vom Kreise merklich abweichende Ellipse, in deren einem Brennpuncte die Sonne stand. Er versicherte sich sodann verhältnissmässig leicht, dass auch den Beobachtungen der übrigen Planeten ähnliche Bahnen genügen, und sprach 1609 für das Sonnensystem die Gesetze:

1) jeder Planet bewegt sich in einer Ellipse, in deren einem Brennpuncte die Sonne steht,

2) die von den Radien Vectoren in gleichen Zeiten beschriebenen Flächen sind gleich gross,

aus, denen er 1619 noch das auf mehr empirischem Wege gefundene, aber gewissermaassen organische Gesetz

3) die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Würfel der grossen Axen ihrer Bahnen,

beifügte. — Schon Boulliau, Borelli, Pascal, etc. ahnten hierauf, dass sich ein diese drei Gesetze umfassendes mechanisches Princip finden lassen werde; aber den Beweis zu leisten, dieses Princip zu formuliren und namentlich in seinen Consequenzen zu verfolgen, blieb Jsaak Newton vorbehalten: Nachdem dieser unvergleichliche Mann erst nachgewiesen, dass sich (263) die Fliehkräfte zweier Planeten umgekehrt wie die Quadrate ihrer Distanzen von der Sonne verhalten, fragte er sich, ob die nach diesem Gesetze berechnete Beschleunigung der Erdschwere g in der Distanz R des Mondes etwa auch gleich der Fliehkraft des Letztern sei, — ob also dieselbe Kraft, welche den Fall der Körper bewirke, auch den Mond in seiner Bahn um die Erde zurückhalte. War diess der Fall, so musste

$$g \cdot \frac{r^2}{R^2} = 4\pi^2 \frac{R}{T^2} \qquad \text{oder} \qquad g = \frac{4\pi}{T^2}\left(\frac{R}{r}\right)^3 . 180 . a$$

sein, wo r den Radius und a einen Equatorgrad der Erde bezeichnete, T aber die siderische Umlaufszeit des Mondes. Nun hatte jedoch Newton nach den ihm 1666 zu Gebote stehenden Daten zwar nahe richtig $R = 60{,}4 . r$ und $T \doteq 27^d\ 7^h\ 43^m\ 48^s = 2360628^s$ zu setzen, dagegen fälschlich $a = 60$ Engl. Meilen $= 297251'$ Par., und so fand er $g = 26'{,}586$, während nach Galilei's Messungen g über $30'$ betrug; er konnte also seine Idee nicht als erwiesen betrachten, und verfolgte sie erst weiter, als er 1682 in einer Sitzung der Royal Society beiläufig erfuhr, dass (370) Picard 1671 den Grad gleich $342360'$ gefunden habe und nun in Revision seiner frühern Rechnung $g = 30'{,}621$ erhielt. Dann aber wagte er, sein sog. Gravitationsgesetz

4) jeder Planet wird von der Sonne mit einer Kraft angezogen, welche ihrer Masse direct und dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional ist,

als richtig zu betrachten, leitete nun daraus in einem Zeitraume von kaum zwei Jahren die Keppler'schen Gesetze, die Regeln zur Berechnung der Bahnen der Planeten, Monde und Kometen, die Methoden zur Ermittlung ihrer Masse und Gestalt, etc., ab, und legte 1686 der Royal Society seine berühmten Principien vor, welche den würdigen Schlussstein der Reformation der Sternkunde bildeten.

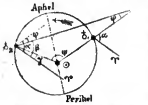
Durch seinen Lehrer **Mästlin** (s. 3) mit dem Copernicanischen Weltsystem bekannt geworden, publicirte **Keppler** schon in seinem „Prodromus dissertationum cosmographicarum. Tubingæ 1596 in 4." als erste Frucht betreffender Studien sein sog. **Mysterium cosmographicum**, d. h. den Nachweis, dass, wenn man Kugeln (∞-Flach) und regelmässige Körper (6-Flach, 4-Flach, etc.) in der Ordnung

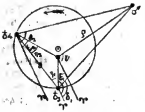
∞ 6 ∞ 4 ∞ 12 ∞ 20 ∞ 8 ∞

in einander einschreibe, sich die Durchmesser der Kugeln sehr nahe wie die von **Copernicus** (s. 403) angenommenen Distanzen der Planeten

♄ ♃ ♂ ♁ ♀ ☿

von der Sonne verhalten, und bahnte sich dadurch den Weg zur Nachfolge von **Tycho**, durch welche er das unumschränkte Benutzungsrecht der 24 Folianten füllenden Beobachtungen desselben erhielt. Nachdem sich **Keppler** sodann Jahre lang vergeblich gequält hatte, mit Hülfe zahlreicher Positionen den von Mars beschriebenen Kreis genauer zu bestimmen, kam er endlich auf die im Texte angedeutete sichere, ihn von allen seinen Vorgängern trennende Methode, die Gesetze des Sonnensystems direct aus den Beobachtungen abzuleiten. Die beistehenden Figuren, in deren erster ♁$_1$ den Ort der Erde zur Zeit t einer Marsopposition darstellt, ♁$_2$ aber ihren Ort zur Zeit t + a T, wo a eine beliebige ganze Zahl und T die siderische Umlaufszeit des Mars bezeichnet, — und in deren zweiter ♁$_3$ der Ort der Erde zu irgend einer Zeit t' ist, ♁$_4$ aber der Ort zur Zeit t' + a T, — dienen zur nähern Erläuterung seines Verfahrens: Aus α, β, γ konnte er für jede zweite Stellung der Erde ihre Polarcoordinaten ψ und ♁$_2$ ☉ berechnen, aus allen Stellungen die Theorie der Erde, und daraus für jede Stellungen ♁$_3$ und ♁$_4$ sofort die ε und η, sowie a in der angenommenen Einheit, bestimmen, — endlich je aus diesen Grössen und den beobachteten δ die Polarcoordinaten ϱ und v von ♂ berechnen, und die durch Auftrag von ϱ und v erhaltenen Marsörter verbinden. So ergab sich ihm sein erstes Gesetz, an welches sich das zweite, nach 268 für jede Centralbewegung gültige, Gesetz ohne Schwierigkeit anlehnte, und freudig konnte er in der Zueignung seines Werkes „Astronomia





nova de motibus stellæ Martis ex observationibus Tychonis Brahe. Pragæ 1609 in fol.“ an **Rudolf** II. ihm den Mars, als in den Fesseln der Rechnung gefangen, mit den charakteristischen Worten überbringen: „Die Astronomen wussten diesen Kriegsgott nicht zu überwältigen; aber der vortreffliche Heerführer **Tycho** hat in 20jährigen Nachtwachen seine Kriegslisten erforscht, und **ich** umging mit Hülfe des Laufes der Mutter Erde alle seine Krümmungen.“ — Nach Beendigung dieses Werkes warf sich **Keppler**, trotzdem ihn, in Folge Nichtausbezahlung seines Gehaltes, drückender Mangel zwang, „nichtswürdige Kalender und Prognostika“ zu schreiben, und 1614 noch eine Gymnasiallehrstelle in Linz zu übernehmen, — trotz andern unumgänglichen wissenschaftlichen Arbeiten, — trotz der ihn von beiden Kirchen heimsuchenden Verfolgungen und einem gegen seine Mutter angehobenen Hexenprocesse, — kurz trotz Verhältnissen, welche jeden minder kräftigen Geist zu Boden geworfen hätten, mit all' seiner Energie auf das Suchen nach einem die verschiedenen Planeten organisch mit einander verbindenden obersten Gesetze: Bald griff er auf seine frühere Idee zurück, die halben grossen Axen mit den regelmässigen Körpern in Verbindung zu bringen, — bald glaubte er, harmonische Beziehungen zu entdecken, — etc., bis er endlich 1618 III 8 den glücklichen Einfall hatte, die Zahlen, welche die grossen Axen und Umlaufszeiten ausdrücken, in die 2., 3. und 4. Potenzen zu erheben, und nun V 15 nach Beseitigung eines Rechnungsfehlers sein drittes Gesetz fand, das er sodann in einem zweiten Hauptwerke „Harmonices mundi libri V. Lincii 1619 in fol.“ publicirte. — Ob **Keppler** bei längerem Leben noch ein weiterer Schritt vergönnt gewesen wäre, lässt sich nicht entscheiden, dagegen ist sicher, dass schon Jsmael **Boulliau** oder Bullialdus (London 1605 — Paris 1694; früher viel auf Reisen, später Priester in der Abtei St. Victor zu Paris), vergl. seine „Astronomia philolaica. Paris. 1645 in fol.“, und **Borelli**, vergl. seine „Theoricæ Mediceorum planetarum ex causis physicis deductæ. Florentiæ 1666 in 4.“, die Existenz eines obersten Gesetzes ahnten, — ja auch **Pascal**, wenn wenigstens der in den Jahren 1868 und 1869 vor der Pariser-Academie (vergl. Compt. rend.) durch **Chasles** angehobene Process zu Gunsten desselben nicht schon vom ersten Anfange an purer Schwindel war. — Als **Newton** 1665 oder 1666 von Cambridge durch die Pest nach Hause getrieben wurde, und einst nach seiner Gewohnheit im Schatten eines Baumes meditirte, veranlasste ihn, wie Verwandte und Freunde übereinstimmend berichten, ein herabfallender Apfel, sich das Problem wegen Erdschwere und Mond zu stellen, und in der im Texte besprochenen Weise zu behandeln. Dass er 1666 über seinen noch etwas zweifelhaften Fund reinen Mund hielt, ist begreiflich; aber auch nachdem die Bestätigung erfolgt, ja die Redaction seiner Principien so zu sagen vollendet war, theilte er aus Furcht vor dem Raubritter **Hooke** Niemanden etwas davon mit, und erst als 1684 **Halley**, der von Letzterm auf Anfrage wegen Bahnberechnungs-Methoden mit Phrasen abgespeist worden war, bei ihm anklopfte, erlaubte er ihm, von dem betreffenden Abschnitte Abschrift zu nehmen, ja legte endlich 1686 auf dessen beständiges Anhalten, der Roy. Society sein vollständiges Manuscript vor, welches nun unter dem Titel „Philosophiæ naturalis principia mathematica. Londini 1687 in 4. (Ed. 2, Cantabrigiæ 1713; Ed. 3, Londini 1726; engl. durch Machin, London 1729, 2 Vol. in 8.)“ aufgelegt wurde. Später erhielt dieses classische Werk sowohl eine von Thomas **Le Seur** (Rethel in den Ardennen 1703 — Rom 1770; Minorit; Professor der Theologie und Mathematik in Rom)

und François **Jacquier** (Vitri-le-François 1711 — Rom 1788; Minorit; Professor der Theologie und Physik in Rom) besorgte, commentirte und namentlich wegen vielen werthvollen Anmerkungen von Jean-Louis **Calandrini** (Genf 1703 — Genf 1758; Professor der Mathematik und Philosophie in Genf, später Staatsrath; vergl. Bd. 3 meiner Biographieen) geschätzte Ausgabe „Genevæ 1739—1742, 3 Vol. in 4.“, als, nachdem François-Marie Arouet de **Voltaire** (Châtenay 1694 — Paris 1778; Literat) durch seine „Eléments de la philosophie de Newton, mis à la portée de tout le monde. Amsterdam 1738 in 8. (Auch Neuchatel 1772 und Lausanne 1782)“ den anfänglich dafür (vergl. 407) untauglichen Boden Frankreich's etwas verbessert hatte, eine von dessen Freundin Gabriele-Emilie de Breteuil, Marquise du **Chastelet** (Paris 1706 — Luneville 1749) verfertigte, unter dem Titel „Principes mathématiques de la philosophie naturelle. Paris 1759, 2 Vol. in 4.“ erschienene und mit einem Commentar von **Clairaut** versehene französische Bearbeitung.

XLVI. Die Mechanik des Himmels.

407. Vorbegriffe. Wählen wir die Sonne M als Masseneinheit und Anfangspunct der Coordinaten, und bezeichnen x, y, z, r, m Coordinaten, Distanz und Masse eines Planeten, dessen Bewegung um die Sonne betrachtet werden soll, — ξ, υ, ζ, ϱ, μ aber dieselben Grössen für einen der übrigen Planeten, so hat man, da offenbar

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \qquad \varrho^2 = \xi^2 + \upsilon^2 + \zeta^2$$

$$r^2 + \varrho^2 - 2 r \varrho s = d^2 = (\xi - x)^2 + (\upsilon - y)^2 + (\zeta - z)^2 \qquad \mathbf{1}$$

$$= r^2 + \varrho^2 - 2(x\xi + y\upsilon + z\zeta)$$

und die Bewegung von m um M der Differenz der Bewegungen von m und M entsprechen muss, nach dem Gravitationsgesetze

$$\frac{d^2 x}{d t^2} = \frac{f}{r^2} \operatorname{Cos}[180 + (r, x)] + \Sigma \frac{f\mu}{d^2} \operatorname{Cos}(d, x) -$$

$$- \frac{f m}{r^2} \operatorname{Cos}(r, x) - \Sigma \frac{f\mu}{\varrho^2} \operatorname{Cos}(\varrho, x)$$

wo f eine dem Sonnensysteme zugehörige Constante bezeichnet, — oder

$$\frac{d^2 x}{d t^2} + f \cdot \frac{1+m}{r^3} \cdot x = \Sigma f \mu \left[\frac{\xi - x}{d^3} - \frac{\xi}{\varrho^3}\right]$$

oder, wenn man

$$R = \frac{1}{d} - \frac{x\xi + y\upsilon + z\zeta}{\varrho^3} = [r^2 + \varrho^2 - 2 r \varrho s]^{-\frac{1}{2}} - \frac{r s}{\varrho^2} \qquad \mathbf{2}$$

also z. B.

$$\frac{dR}{dx} = \frac{\xi - x}{d^3} - \frac{\xi}{\varrho^3} \qquad \mathbf{3}$$

setzt, und entsprechend für die andern Axen rechnet,

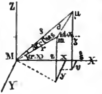
$$\frac{d^2x}{dt^2} + f\,\frac{1+m}{r^3}\,.\,x = \Sigma f\mu\,\frac{dR}{dx} \qquad 4$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + f\,\frac{1+m}{r^3}\,.\,y = \Sigma f\mu\,\frac{dR}{dy} \qquad 5$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + f\,\frac{1+m}{r^3}\,.\,z = \Sigma f\mu\,\frac{dR}{dz} \qquad 6$$

welche Gleichungen den Namen von Lagrange tragen.

Um auf Grund des Gravitationsgesetzes die relative Bewegung eines Planeten um die Sonne zu finden, ist es offenbar am Besten, die sämmtlichen in Frage kommenden Wirkungen nach den Axen eines durch die Sonne gelegten Coordinatensystemes zu zerlegen, da man sodann ihre algebraische Summe nach 239 je gleich dem zweiten Differentiale der entsprechenden Coordinaten nach der Zeit setzen, also in leichtester Weise für jede Axe eine Fundamentalgleichung erhalten kann. So findet man z. B. unter Anwendung der im Texte gewählten Bezeichnungen für die Anziehung der Sonne M auf den Planeten m nach der Axe der X die Componente



$$\frac{f}{r^2}\,\text{Cos}\,[180^0 + (r,x)]$$

und für diejenige des Planeten μ auf m

$$\frac{f\mu}{d^2}\,\text{Cos}\,(d,x)$$

also für die Wirkung der Sonne und aller Planeten μ auf m

$$\frac{f}{r^2}\,\text{Cos}\,[180 + (r,x)] + \Sigma\,\frac{f\mu}{d^2}\,\text{Cos}\,(d,x)$$

und entsprechend für die Wirkung von m und allen μ auf die Sonne

$$\frac{f\,m}{r^2}\,\text{Cos}\,(r,x) + \Sigma\,\frac{f\mu}{\varrho^2}\,\text{Cos}\,(\varrho,x)$$

Zieht man, um die relative Bewegung von m in Beziehung auf die als ruhend gedachte Sonne zu erhalten, letztere Wirkungen von erstern ab, und setzt die Differenz gleich $d^2x : dt^2$, so erhält man die im Texte gegebene Gleichung, von der man unter Anwendung der sich aus der Figur leicht ergebenden Werthe

$$\text{Cos}\,(r,x) = \frac{x}{r} \qquad \text{Cos}\,(d,x) = \frac{\xi - x}{d} \qquad \text{Cos}\,(\varrho,x) = \frac{\xi}{\varrho}$$

der ebenfalls daraus abzulesenden 1, und der von **Lagrange** (vergl. die unten angeführten Abhandlungen) eingeführten Hülfsgrösse R ohne Schwierigkeit zu den nach diesem grossen Geometer benannten Gleichungen 4—6 fortschreiten kann. — Nachdem die von **Newton** durch seine Principien (s. 406) begründete Mechanik des Himmels lange Jahre durch die Anhänger von **Descartes** und seiner Wirbeltheorie (vergl. 470) im Schach gehalten worden war, gelang es 1730 **Cramer**, über die Frage „Quelle est la cause physique de la figure elliptique des planètes et de la mobilité de leurs aphélies?“ und 1734 Daniel **Bernoulli** über die Frage „Quelle est la cause de l'inclinaison des orbites des planètes par rapport au plan de l'équateur de la révolution du soleil autour de son axe?“ so ausgezeichnete Preisschriften auf Newton'scher Basis auszuarbeiten, dass die Pariser-Academie trotz ihrem Widerwillen der

Erstern ein Accessit, der Zweiten sogar einen Preis zutheilen musste, — und als sodann **Bernoulli** auch seinen Freund **Euler** für die Gravitationstheorie gewann, — bald darauf auch die **Clairault** und d'**Alembert**, die **Lagrange** und **Laplace**, ja überhaupt die vorzüglichsten Mathematiker sich ausschliesslich dieser neuen Richtung hingaben, so wurden rasch grosse Fortschritte erzielt, — und noch vor Ende des 18. Jahrhunderts konnte es **Laplace** unternehmen, theils in seiner „Exposition du système du monde. Paris 1796, 2 Vol. in 8. (6. éd. 1835 in 4.; deutsch von F. Hauff, Frankfurt 1799)" eine übersichtliche Darstellung der damaligen Kenntnisse zu geben, — theils seine betreffenden Arbeiten mit denjenigen seiner Vorgänger und Zeitgenossen zu einem grossen Hauptwerke, seinem „Traité de mécanique céleste. Paris 1799, 2 Vol. in 4 (Deutsch von Burckhardt, Berlin 1800—1802, 2 Vol. in 4.; engl. von Bowditch mit Commentar, Boston 1829—1839, 4 Vol. in 4.)", zu vereinigen, dem er sodann noch 1802—1825 in drei weitern Bänden Specialtheorieen, Supplemente und historische Nachrichten folgen liess, und das noch gegenwärtig den Ausgangspunct für alle betreffenden Studien bildet. — Weitern Detail auf die folgenden Abschnitte versparend, mögen zum Schlusse noch folgende allgemeine Schriften angeführt werden: **Clairault**, Du système du monde, dans les principes de la gravitation universelle (Mém. de Par. 1745), — **Euler**, Sur la manière de chercher une théorie de Saturne et de Jupiter, par laquelle on puisse expliquer les inégalités, que ces deux planètes paroissent se causer mutuellement surtout vers le tems de leur conjonction (Pièces de prix de l'Acad. de Par. 1748 et 1752; vergl. Mém. de Berl. 1749 und Mém. de Pet. 1747—1748), — d'**Alembert**, Recherches sur différens points importants du système du monde. Paris 1754—1756, 3 Vol. in 4, — **Lagrange**, Essai d'une nouvelle méthode pour résoudre le problème des trois corps (Pièces de prix de l'Acad. de Par. 1772), und: Remarques générales sur le mouvement de plusieurs corps qui s'attirent mutuellement en raison inverse des carrés des distances (Mém. de Berl. 1777), — **Laplace**, Recherches sur le principe de la gravitation universelle et sur les inégalités séculaires des planètes qui en dépendent (Mém. des Savans étrangers 1773, publ. 1776), — **Cousin**, Introduction à l'étude de l'astronomie physique. Paris 1787 in 4., — Alfrède **Gautier** (Genf 1793; bis 1839 Professor der Astronomie und Director der Sternwarte zu Genf), Essai historique sur le problème des trois corps. Paris 1817 in 4, — **Airy**, Mathematical Tracts on physical Astronomy. Cambridge 1826 in 8. (3. A. 1842), und: Gravitation. An elementary Explanation of the principal Perturbations in the Solar System. London 1834 in 8. (Deutsch durch C. v. Littrow, Stuttgart 1839), — Philippe-Gustave Doulcet de **Pontécoulant** (1795; Artillerie-Oberst im franz. Generalstab), Théorie analytique du système du monde. Paris 1829—1846, 4 Vol. in 8., — Michel **Ostrogradsky** (Paschenna bei Poltawa 1801; Academiker in Petersburg), Cours de mécanique céleste (Redigé par J. Janouschevski), St. Pétersbourg 1831 in 4., — **Hansen**, Untersuchungen der gegenseitigen Störungen des Jupiter und Saturn. Berlin 1831 in 4. (Preisschr. der Berl. Acad.), und: Ermittlung der absoluten Störungen in Ellipsen von beliebiger Excentricität und Neigung. Gotha 1843 in 4. (Franz. durch Mauvais, Paris 1845), — **Lubbock**, The Theory of the Moon and the Perturbations of the Planets. London 1834—1850, 9 Part. in 8., — **Encke**, Ueber die Berechnung der speciellen Störungen (Berl. Jahrb. 1837, 1838 und 1858; vergl. auch die betreffenden Streitschriften von Hansen und Encke in A. N. 1841 u. f., etc.), — **Möbius**,

Elemente der Mechanik des Himmels. Leipzig 1843 in 8., — **Bond**, On some applications of the method of mechanical quadrature (Mem. Amer. Acad. 1849), — **Leverrier**, Recherches astronomiques (Annales de l'Observatoire de Paris, Vol. 1—6, Paris 1855—1861 in 4.), — Ami-Henri **Résal** (Plombières in Vosges 1828; Ingénieur-des-mines und Professor zu Besançon), Traité élémentaire de mécanique céleste. Paris 1865 in 8., — Joh. August **Weiler** (Mainz 1827; Professor der Mathematik in Mannheim), Ueber das Problem der drei Körper im Allgemeinen, und insbesondere in seiner Anwendung auf die Theorie des Mondes. Leipzig 1866 in 4. (Publ. der astr. Ges. III), — W. **Bette**, Unterhaltungen über einige Capitel der Mécanique céleste und der Kosmogenie. Halle 1870 in 8., — etc."

408. Die Keppler'schen Gesetze als Folgen der Gravitation. Vernachlässigt man in erster Annäherung die Massen der übrigen Planeten gegen die Sonnenmasse, und setzt $f(1+m)=\mu$, so reduciren sich 407 : 4—6 auf

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{\mu x}{r^3}=\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{\mu y}{r^3}=\frac{d^2z}{dt^2}+\frac{\mu z}{r^3}=0 \qquad 1$$

und diese ergeben

$$\frac{x d^2y - y d^2x}{dt^2}=\frac{z d^2x - x d^2z}{dt^2}=\frac{y d^2z - z d^2y}{dt^2}=0$$

oder durch Integration, wenn c' c'' c''' Constante sind,

$$\frac{x dy - y dx}{dt}=c' \qquad \frac{z dx - x dz}{dt}=c'' \qquad \frac{y dz - z dy}{dt}=c''' \qquad 2$$

Hieraus folgt aber

$$c'z+c''y+c'''x=0 \qquad 3$$

und diese erste Integralgleichung lehrt, dass die Bahn eines Planeten um die Sonne in einer durch sie gehenden Ebene liegt. — Multiplicirt man die 1 der Reihe nach mit $2dx$, $2dy$, $2dz$, addirt mit Rücksicht auf 407 : 1 und integrirt, so erhält man, wenn h constant,

$$\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}-\frac{2\mu}{r}+h=0 \qquad 4$$

Ferner ergibt sich durch Quadriren und Addiren der 2

$$r^2(dx^2+dy^2+dz^2-dr^2)=k^2dt^2 \quad \text{wo} \quad k^2=c'^2+c''^2+c'''^2 \qquad 5$$

folglich, da (analog 141) $dx^2+dy^2+dz^2=ds^2=dr^2+r^2dv^2$,

$$dv=\frac{k}{r^2}\cdot dt \qquad \text{oder} \qquad \frac{\frac{1}{2}r^2dv}{dt}=\frac{k}{2} \qquad 6$$

so dass die Winkelgeschwindigkeit dem Quadrate des Radius Vectors umgekehrt proportional, — die Flächengeschwindigkeit aber entsprechend dem zweiten Keppler'schen Gesetze constant ist. — Durch Elimination von $dx^2+dy^2+dz^2$ aus 4 und 5 erhält man

$$dt=\frac{r\,.\,dr}{\sqrt{2\mu r-hr^2-k^2}} \qquad 7$$

und somit durch Combination mit 6

$$\frac{dr}{dv} = \frac{dr}{dt} \cdot \frac{dt}{dv} = \frac{r}{k} \sqrt{2\mu r - h r^2 - k^2} \qquad 8$$

so dass die Bahn des Planeten um die Sonne so beschaffen sein muss, dass $2\mu r - h r^2 - k^2$ für das Maximum und Minimum von r gleich Null wird, und setzen wir daher diese extremen Werthe gleich a (1 + e) und a (1 — e), so ergibt sich

$$h = \frac{\mu}{a} \qquad k = \sqrt{\mu} \sqrt{a(1 - e^2)} \qquad 9$$

Substituirt man diese Werthe in 8, und setzt

$$\frac{1}{r} = \frac{e x + 1}{a(1 - e^2)} \quad \text{und somit} \quad \frac{dr}{r^2} = \frac{-e\,dx}{a(1 - e^2)} \qquad 10$$

so erhält man

$$dv = -\frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} \quad \text{oder} \quad v = \text{Arc Cos}\, x + w$$

wo w eine Constante ist, folglich mit Hülfe von 10

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \,\text{Cos}\,(v - w)} \qquad 11$$

und es beschreibt also der Planet um die Sonne als Brennpunct eine Linie zweiten Grades, und zwar, als einzige geschlossene Linie dieser Curvenclasse, eine Ellipse. — Führt man endlich in 7

$$r = a(1 - e \,\text{Cos}\, u) \quad \text{oder} \quad dr = a e \,\text{Sin}\, u \,.\, du \qquad 12$$

ein, so erhält man durch Integration, wenn l — w eine Constante ist,

$$\frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}} \,.\, t + l - w = u - e \,\text{Sin}\, u \qquad 13$$

Wird v vom Perihel weg gezählt, so entsprechen sich v = 0 und r = a (1 — e), also ist nach 11 auch w = 0, nach 12 auch u = 0, also nach 13, wenn t ebenfalls vom Durchgange durch das Perihel gezählt wird, auch l = 0. Setzt man daher

$$\frac{\sqrt{\mu}}{a^{3/2}} = n \qquad \text{und} \qquad n t = m \qquad 14$$

so hat man nach 13

$$n t = m = u - e \,\text{Sin}\, u = u^0 - \frac{180}{\pi} e \,\text{Sin}\, u \qquad 15$$

während durch Gleichsetzung der r in 11 und 12

$$\text{Cos}\, v = \frac{\text{Cos}\, u - e}{1 - e \,.\, \text{Cos}\, u} \qquad \text{Sin}\, v = \frac{a\sqrt{1 - e^2}}{r} \text{Sin}\, u$$

$$\text{Tg}\,\frac{v}{2} = \text{Tg}\,\frac{u}{2} \,.\, \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}} \qquad 16$$

wird. Aus 15, 12, 16 folgen aber für $u' = 360^0 + u$

$$t' = \frac{1}{n}(2\pi + u - e \operatorname{Sin} u) = t + \frac{2\pi}{n} \qquad r' = r \qquad v' = v$$

und es braucht somit der Planet, um zu demselben Puncte seiner Bahn zurückzukehren, die Zeit

$$T = \frac{2\pi}{n} = \frac{a^{3/2} \cdot 2\pi}{\sqrt{k(1+m)}} = \frac{2ab\pi}{k} \tag{17}$$

so dass sich für zwei Planeten die Proportion

$$T'^2 : T''^2 = a'^3 : \left(1 + \frac{m' - m''}{1 + m''}\right) a''^3 \tag{18}$$

d. h. bei Vernachlässigung von $m' - m''$ auch noch das dritte Keppler'sche Gesetz ergibt, — ferner

$$f^{1/2} = \frac{a^{3/2} \cdot 2\pi}{T\sqrt{1+m}} = \begin{Bmatrix} 8{,}2355814414 \\ 0{,}01720209895 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3{,}5500065746 \\ 3548'',1877 \end{Bmatrix} \cdot \operatorname{Sin} 1''$$

wo mit Gauss $a = 1$, $T = 365{,}2563835$ und $m = 1/354710$ angenommen worden. — Aus 17 folgt, dass die Umlaufszeit von der Excentricität unabhängig ist, also gleich gross bleibt, wenn wir die Ellipse mit einem Kreise des Radius a vertauschen. In diesem Falle ist aber $e = 0$, und hiefür folgt aus 16 und 15, dass $v = u = m = nt$ ist, d. h. es wird die entsprechende Bewegung im Kreise eine gleichförmige. Man nennt nun einen gedachten Planeten, der sich gleichförmig im Kreise bewegt, und mit dem wahren Planeten gleichzeitig durch Perihel und Aphel geht, einen **mittlern** Planeten, — seinen Winkelabstand $nt = m$ vom Perihel **mittlere Anomalie,** — den Hülfswinkel u (vergl. Fig. 1), für welchen aus Vergleichung der Ellipsenformel $r = a - ex$ mit 12 sofort $a \cdot \operatorname{Cos} u = x$, und damit seine in der Figur ersichtliche geometrische Bedeutung folgt, **excentrische Anomalie,** — den Winkelabstand v des wahren Planeten vom Perihel **wahre Anomalie,** — den Unterschied zwischen m und v endlich (356, 416) **Mittelpunctsgleichung.**

Die Ableitung der 1—3 bedarf wohl keiner Erläuterung, und die der 4 höchstens den Hinweis darauf, dass nach 407 : 1'

$$x \cdot dx + y \cdot dy + z \cdot dz = r \cdot dr \tag{19}$$

gesetzt werden darf. — Durch Quadriren und Addiren der 2 erhält man unmittelbar

$$(c'^2 + c''^2 + c'''^2)\,dt^2 = (y^2 + z^2)\,dx^2 + (x^2 + z^2)\,dy^2 + (x^2 + y^2)\,dz^2 - 2(xy \cdot dx \cdot dy + xz \cdot dx \cdot dz + yz \cdot dy \cdot dz)$$

während durch Quadriren von 19

$$r^2 dr^2 = x^2 \cdot dx^2 + y^2 dy^2 + z^2 dz^2 + 2(xy \cdot dx \cdot dy + xz \cdot dx \cdot dz + yz \cdot dy \cdot dz)$$

folgt. Aus Summation dieser Gleichheiten erhält man aber sofort 5, und sodann leicht 6—8. — Soll sowohl für $r_1 = a(1+e)$, als für $r_2 = a(1-e)$

$$2\mu r - h r^2 - k^2 = 0 \qquad \text{oder} \qquad r^2 - 2\frac{\mu}{h} r + \frac{k^2}{h} = 0$$

werden, so müssen r_1 und r_2 Wurzeln letzterer Gleichung, also nach Satz 18

$$2a = r_1 + r_2 = 2\frac{\mu}{h} \qquad \text{und} \qquad a^2(1-e^2) = r_1 \times r_2 = \frac{k^2}{h}$$

sein, woraus für h und k die Werthe 9 folgen. — Aus 8 und 9 erhält man unmittelbar

$$dv = \frac{k \,.\, dr}{r\sqrt{2\mu r - h r^2 - k^2}} = \frac{a\sqrt{1-e^2} \,.\, dr}{r\sqrt{2ar - r^2 - a^2(1-e^2)}}$$

woraus mit Hülfe von 10 und 64:5

$$dv = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \text{und} \qquad \text{Cos}\,(v-w) = x$$

folgen, und somit 11. — Aus 11 folgt nur unter der speciellen Annahme einer geschlossenen Bahn, wie sie die Planeten allerdings haben, dass die Bahn eine Ellipse sein muss; im Allgemeinen sind nach dem Gravitationsgesetze parabolische und hyperbolische Bahnen eben so berechtigt wie Ellipsen. Bezeichnet man die Geschwindigkeit in der Bahn mit v, so erhält man mit Hülfe von 4, 9 und 239:1

$$v^2 = \frac{ds^2}{dt^2} = \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} = \frac{2\mu}{r} - h = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \qquad \textbf{20}$$

Je nachdem also die Anfangsgeschwindigkeit so ist, dass v^2 kleiner, gleich oder grösser $2\mu : r$ wird, muss a positiv, unendlich oder negativ, d. h. die Bahn elliptisch, parabolisch oder hyperbolisch werden. Bezeichnet d die Periheldistanz, so folgt aus 20 die grösste Geschwindigkeit

$$c = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{d} - \frac{1}{a}\right)} \qquad \textbf{21}$$

also für Parabel ($a = \infty$) und für Kreis ($a = d$)

$$c' = \sqrt{\frac{2\mu}{d}} \qquad c'' = \sqrt{\frac{\mu}{d}} \qquad \text{so dass} \qquad c' = c''\sqrt{2} = 1{,}414 \,.\, c'' \qquad \textbf{22}$$

und man 1,414, in Beziehung auf die Geschwindigkeit im Kreise als Einheit, **parabolische** Geschwindigkeit nennen kann. Wenn $r = \sqrt{f}$, so ist $f : r^2 = 1$, oder es stellt $\sqrt{f}$ die Distanz von der Sonne vor, in welcher die Wirkung der Sonne gleich der Einheit ist. — Durch Substitution aus 12 in 7 erhält man zunächst

$$dt = \frac{a^{3/2}(1 - e\,\text{Cos}\,u)\,du}{\sqrt{\mu}}$$

und hieraus durch Integration 13, folglich, unter Annahme von 14, auch 15[1], und, wenn m und u in Graden ausgedrückt sind, 15[2]. — Die Gleichung 16[1] wird auf die im Texte angegebene Weise ohne Schwierigkeit gefunden, und aus ihr mit Hülfe der goniometrischen Formeln

$$\text{Sin}\,v = \sqrt{1 - \text{Cos}^2 v} \qquad \text{Tg}\,\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1 - \text{Cos}\,v}{1 + \text{Cos}\,v}}$$

sodann auch die übrigen 16. — Für die 17 und 18 genügt wohl die Ableitung im Texte. Dagegen mag zu 18 einerseits bemerkt werden, dass für den kleinsten Planeten unsers Sonnensystemes (Merkur) $m' = 1/4316550$, für den grössten (Jupiter) $m'' = 1/1048$ ist, und für diese Werthe $(m' - m'') : (1 + m'') = -0{,}000954$ folgt; anderseits, dass, wenn man nach **Hansen** für die Erde

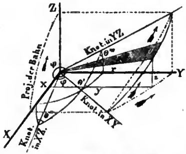
T = 365,2563582 und nach **Leverrier** m = 1/354936 setzt, für die Gauss'sche Zahl, welche möglicher Weise auch für andere Sonnensysteme Geltung hat, der etwas verschiedene Werth 0,01720210018 folgt. Gewöhnlich wird jedoch der von **Gauss** ursprünglich angenommene Werth beibehalten, wobei dann freilich strenge genommen, wie diess z. B Jakob Wilhelm Heinrich **Lehmann** (Potsdam 1800 — Spandau 1863; folgeweise Lehrer, Prediger, astronomischer Rechner bei Jacobi und Encke, Privatmann) und **Newcomb** besprechen haben (vergl. A. N. 1341, 1349 und 1435) a = 1,00000129 zu setzen wäre. — Die



Einführung der excentrischen Anomalie als vermittelnde Grösse zwischen der wahren und mittlern Anomalie verdankt man **Keppler**. — Bezeichnen v_1 und v_2 die mittlern Geschwindigkeiten im Kreise oder die Geschwindigkeiten zweier mittlern Planeten, — a_1 und a_2 aber die halben grossen Axen ihrer Bahnen, — t_1 und t_2 endlich ihre Umlaufszeiten, so erhält man, da nach dem dritten Keppler'schen Gesetze $a_1^3 : a_2^3 = t_1^2 : t_2^2$ ist,

$$v_1 : v_2 = \frac{2 a_1 \pi}{t_1} : \frac{2 a_2 \pi}{t_2} = t_2^{1/3} : t_1^{1/3} = a_2^{1/2} : a_1^{1/2} \qquad \mathbf{23}$$

Betrachten wir zum Schlusse noch die durch 8 bestimmte Bahnebene, und die



Bedeutung der in ihr vorkommenden Grössen c, so ergibt sich, dass die Projectionen des vom Radius Vector beschriebenen Flächenelementes d F auf die Coordinatenebenen X Y, X Z und Y Z entsprechend 241 mit Hülfe von 2

$$dF' = \frac{x \cdot dy - y \cdot dx}{2} = \frac{c' \cdot dt}{2}$$

$$dF'' = \frac{x \cdot dz - z \cdot dx}{2} = -\frac{c'' \cdot dt}{2}$$

$$dF''' = \frac{y \cdot dz - z \cdot dy}{2} = \frac{c''' \cdot dt}{2}$$

sind, während, wenn θ', θ'', θ''' die Winkel der Bahnebene mit den Coordinatenebenen bezeichnen, nach 165

$$dF' = dF \cdot \operatorname{Cos} \theta' \qquad dF'' = dF \cdot \operatorname{Cos} \theta'' \qquad dF''' = dF \cdot \operatorname{Cos} \theta'''$$

nach 6 aber

$$dF = \frac{k}{2} \cdot dt$$

und nach beistehender Figur, wenn φ der Winkel der Knotenlinie in X Y mit X ist, nach 169 : 8, 1

$$\operatorname{Cos} \theta'' = \operatorname{Cos} \varphi \cdot \operatorname{Sin} \theta' \qquad \operatorname{Cos} \theta''' = \operatorname{Sin} \varphi \cdot \operatorname{Sin} \theta' \qquad \operatorname{Tg} \psi = -\operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Tg} \theta' \qquad \mathbf{24}$$

Es ist daher

$$c' = 2 \frac{dF'}{dt} = 2 \frac{dF}{dt} \operatorname{Cos} \theta' = k \cdot \operatorname{Cos} \theta' \qquad \mathbf{25}$$

$$c'' = -k \operatorname{Cos} \theta'' = -k \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} \theta' \qquad c''' = k \operatorname{Cos} \theta''' = k \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Sin} \theta'$$

und umgekehrt

$$\operatorname{Cos} \theta' = \frac{c'}{k} \qquad \operatorname{Cos} \theta'' = -\frac{c''}{k} \qquad \operatorname{Cos} \theta''' = \frac{c'''}{k}$$

$$\operatorname{Sin} \theta' = \sqrt{1 - \operatorname{Cos}^2 \theta'} = \frac{\sqrt{c''^2 + c'''^2}}{k} \qquad \operatorname{Tg} \varphi = -\frac{c'''}{c''} \qquad \operatorname{Tg} \psi = -\frac{c'''}{c'} \qquad \mathbf{26}$$

$$\operatorname{Sin} \varphi = \frac{\operatorname{Cos} \theta'''}{\operatorname{Sin} \theta'} = \frac{c'''}{\sqrt{c''^2 + c'''^2}} \qquad \operatorname{Cos} \varphi = \frac{\operatorname{Cos} \theta''}{\operatorname{Sin} \theta'} = -\frac{c''}{\sqrt{c''^2 + c'''^2}}$$

wo k die doppelte Flächengeschwindigkeit bezeichnet. — Da nach 409, wenn man von der Neigung abstrahirt, $v = 1 - P$ ist, so kann man 11, wenn $a(1 - e^2) = h^2$ und $r = 1 : u$ gesetzt wird, zur Noth auch durch

$$u = \frac{1}{h^2}[1 + e \operatorname{Cos}(1 - P)] \qquad 27$$

ersetzen, eine z. B. für 418 zur Vergleichung dienliche Form.

409. Die Bahn-Elemente. Um die Bahn eines Wandelsternes und seinen Ort in derselben zu einer bestimmten Zeit festzulegen, hat man sich über eine Auswahl von Bestimmungsstücken, die sog. Elemente, geeinigt. Sie beziehen sich:

I. Auf die Ebene der Bahn, welche durch

1) die Länge ☊ des aufsteigenden Knotens, d. h. des Punctes der Ekliptik, in welchem der Wandelstern sich über sie erhebt,
2) die Neigung i derselben gegen die Ekliptik

gegeben wird.

II. Auf die Bahn selbst, welche durch

3) den Abstand (P — ☊) des Perihels vom aufsteigenden Knoten, oder die sog. **Länge** P des Perihels,
4) die auf die halbe grosse Axe der Erdbahn als Einheit bezogene halbe grosse Axe a, — oder die mit ihr durch das dritte Keppler'sche Gesetz zusammenhängende siderische Umlaufszeit, — oder die sog. **mittlere tägliche Bewegung** μ, d. h. die Anzahl Secunden, welche man erhält, wenn man 360 . 60 . 60 durch die in Tagen ausgedrückte, aus der siderischen abgeleitete tropische Umlaufszeit theilt,
5) die Excentricität ae, oder den Winkel $\varphi = \operatorname{Arc}\operatorname{Sin} e$, oder die Periheldistanz q,

gegeben wird.

III. Auf die Lage in der Bahn zu einer bestimmten Zeit, der sog. **Epoche** E, welche durch

6) die sog. **mittlere Länge** M zur Epoche, d. h. die Länge eines gedachten, gleichzeitig durch das Perihel gehenden, aber sich gleichförmig bewegenden oder (408) mittlern Wandelsternes zur Zeit E, — wohl auch häufig durch die, dann zugleich als Epoche dienende Durchgangszeit durch das Perihel,

gegeben wird. Nimmt die Länge des Wandelsternes nach seinem Durchgange durch den aufsteigenden Knoten zu, so heisst er **rechtläufig** oder direct (D), sonst **rückläufig** oder retrograd (R).

Die im Texte aufgeführten Bahnelemente sind muthmasslich nach und nach eingeführt worden, waren jedoch schon zur Zeit von **Newton** so ziemlich in ihrem gegenwärtigen Bestande vorhanden. — Wo es möglich ist, werden ihnen

noch Angaben über scheinbaren und wahren Durchmesser, über Masse und Dichte, etc., beigefügt. Vergl. XVIII.

410. Die Berechnung der Elemente aus geocentrischen Beobachtungen. Ein Kegelschnitt, dessen Brennpunct man kennt, ist (137) durch drei Puncte bestimmt, — also die Elemente der Bahn eines sich um die Sonne bewegenden Körpers durch die heliocentrischen Coordinaten l, b, r oder, unter Voraussetzung der heliocentrischen Coordinaten R, L der Erde, durch die geocentrischen Coordinaten ϱ, λ, β dreier Positionen. Durch Beobachtung sind aber nur λ, β direct erhältlich, also müssen noch durch Beiziehung der Kepplerschen Gesetze und der Zwischenzeiten der Beobachtungen die Distanzen ϱ, r möglichst annähernd ermittelt werden, und dann erst wird es möglich, durch geometrische Verfahren die Transformation der Coordinaten und die wirkliche Berechnung der Elemente durchzuführen. Zur Vermittlung dienen die Gleichungen

$$0 = f_1 (\alpha \delta_1 + A_1 R_1) - f_2 A_2 R_2 + f_3 A_3 R_3 \qquad 1$$

$$0 = f_1 B_1 R_1 - f_2 (\alpha \delta_2 + B_2 R_2) + f_3 B_3 R_3 \qquad 2$$

$$0 = f_1 C_1 R_1 - f_2 C_2 R_2 + f_3 (\alpha \delta_3 + C_3 R_3) \qquad 3$$

$$r^2 = R^2 + \varrho^2 + 2 R \varrho \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} (\lambda - L) \qquad 4$$

in welchen f_1 f_2 f_3 die von den Radien Vectoren r_2 r_3, r_1 r_3 und r_1 r_2 bestimmten Dreiecke, die δ aber die Projectionen der ϱ auf die Ekliptik oder die sog. **curtirten Distanzen** bezeichnen, und die Hülfsgrössen α, A B C durch

$$\alpha = \operatorname{Tg} \beta_1 \operatorname{Sin} (\lambda_3 - \lambda_2) + \operatorname{Tg} \beta_2 \operatorname{Sin} (\lambda_1 - \lambda_3) + \operatorname{Tg} \beta_3 \operatorname{Sin} (\lambda_2 - \lambda_1) \qquad 5$$

$$A = \operatorname{Tg} \beta_2 \operatorname{Sin} (L - \lambda_3) - \operatorname{Tg} \beta_3 \operatorname{Sin} (L - \lambda_2)$$

$$B = \operatorname{Tg} \beta_3 \operatorname{Sin} (L - \lambda_1) - \operatorname{Tg} \beta_1 \operatorname{Sin} (L - \lambda_3) \qquad 6$$

$$C = \operatorname{Tg} \beta_1 \operatorname{Sin} (L - \lambda_2) - \operatorname{Tg} \beta_2 \operatorname{Sin} (L - \lambda_1)$$

bestimmt werden, wo A B C mit L die Zeiger 1, 2, 3 erhalten sollen. Aus 1 und 2 ergibt sich

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = -\frac{f_2}{f_1}\left[\frac{A_2}{B_2} + \frac{f_1 R_1 (A_1 B_2 - A_2 B_1) - f_3 R_3 (A_2 B_3 - A_3 B_2)}{B_2 (f_1 B_1 R_1 - f_2 B_2 R_2 + f_3 B_3 R_3)}\right] \qquad 7$$

und analoge Gleichungen liefern 1 und 3, 2 und 3. Sind somit f_1 und f_3 klein und nahe gleich, so kann man angenähert

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = -\frac{A_2 f_2}{B_2 f_1} \qquad \frac{\delta_2}{\delta_3} = -\frac{B_2 f_3}{C_2 f_2} \qquad \frac{\delta_3}{\delta_1} = \frac{C_2 f_1}{A_2 f_3} \qquad 8$$

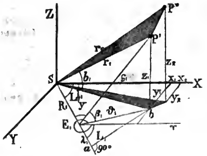
setzen.

Für drei Puncte einer durch den Anfangspunct der Coordinaten gelegten Ebene hat man

$$z_1 = a x_1 + b y_1 \qquad z_2 = a x_2 + b y_2 \qquad z_3 = a x_3 + b y_3 \qquad 9$$

oder durch Elimination von a und b, je nachdem man nach x, oder y, oder z ordnet,

$$\begin{aligned} 0 &= x_1 (y_2 z_3 - y_3 z_2) + x_2 (y_3 z_1 - y_1 z_3) + x_3 (y_1 z_2 - y_2 z_1) \\ &= y_1 (z_2 x_3 - z_3 x_2) + y_2 (z_3 x_1 - z_1 x_3) + y_3 (z_1 x_2 - z_2 x_1) \qquad \textbf{10} \\ &= z_1 (x_2 y_3 - x_3 y_2) + z_2 (x_3 y_1 - x_1 y_3) + z_3 (x_1 y_2 - x_2 y_1) \end{aligned}$$



und anderseits, wenn a b c die Neigungen der Ebene gegen die Coordinatenebenen XY, XZ und YZ bezeichnen,

$$\begin{aligned} 2 f_3 \,\mathrm{Cos}\, a &= x_2 y_1 - x_1 y_2 \\ 2 f_3 \,\mathrm{Cos}\, b &= x_2 z_1 - x_1 z_2 \\ 2 f_3 \,\mathrm{Cos}\, c &= y_2 z_1 - y_1 z_2 \\ 2 f_2 \,\mathrm{Cos}\, a &= x_3 y_1 - x_1 y_3 \\ 2 f_2 \,\mathrm{Cos}\, b &= x_3 z_1 - x_1 z_3 \qquad \textbf{11} \\ 2 f_2 \,\mathrm{Cos}\, c &= y_3 z_1 - y_1 z_3 \\ 2 f_1 \,\mathrm{Cos}\, a &= x_3 y_2 - x_2 y_3 \\ 2 f_1 \,\mathrm{Cos}\, b &= x_3 z_2 - x_2 z_3 \\ 2 f_1 \,\mathrm{Cos}\, c &= y_3 z_2 - y_2 z_3 \end{aligned}$$

folglich statt 10

$$0 = f_1 x_1 - f_2 x_2 + f_3 x_3 = f_1 y_1 - f_2 y_2 + f_3 y_3 = f_1 z_1 - f_2 z_2 + f_3 z_3 \qquad \textbf{12}$$

oder, wenn man

$$x = R \,.\, \mathrm{Cos}\, L + \delta \,.\, \mathrm{Cos}\, \lambda \qquad y = R \,.\, \mathrm{Sin}\, L + \delta \,\mathrm{Sin}\, \lambda \qquad z = \delta \,.\, \mathrm{Tg}\, \beta \qquad \textbf{13}$$

einsetzt,

$$\begin{aligned} 0 &= f_1 (\delta_1 \mathrm{Cos}\, \lambda_1 + R_1 \mathrm{Cos}\, L_1) - f_2 (\delta_2 \mathrm{Cos}\, \lambda_2 + R_2 \mathrm{Cos}\, L_2) + f_3 (\delta_3 \mathrm{Cos}\, \lambda_3 + R_3 \mathrm{Cos}\, L_3) \\ &= f_1 (\delta_1 \mathrm{Sin}\, \lambda_1 + R_1 \mathrm{Sin}\, L_1) - f_2 (\delta_2 \mathrm{Sin}\, \lambda_2 + R_2 \mathrm{Sin}\, L_2) + f_3 (\delta_3 \mathrm{Sin}\, \lambda_3 + R_3 \mathrm{Sin}\, L_3) \qquad \textbf{14} \\ &= f_1 \delta_1 \mathrm{Tg}\, \beta_1 \qquad - f_2 \delta_2 \mathrm{Tg}\, \beta_2 \qquad + f_3 \delta_3 \mathrm{Tg}\, \beta_3 \end{aligned}$$

Multiplicirt man aber diese drei Gleichungen der Reihe nach mit

$$\mathrm{Sin}\, \lambda_h \mathrm{Tg}\, \beta_k - \mathrm{Sin}\, \lambda_k \mathrm{Tg}\, \beta_h \qquad \mathrm{Cos}\, \lambda_k \mathrm{Tg}\, \beta_h - \mathrm{Cos}\, \lambda_h \mathrm{Tg}\, \beta_k \qquad \mathrm{Cos}\, \lambda_h \mathrm{Sin}\, \lambda_k - \mathrm{Cos}\, \lambda_k \mathrm{Sin}\, \lambda_h$$

wo die Zeiger h, k entweder gleich 2, 3, oder gleich 3, 1, oder gleich 1, 2 zu setzen sind, so erhält man mit Benutzung der Hülfsgrössen 5, 6 je als Summe der Producte die Gleichung 1, oder 2, oder 3, während 4 unter Benutzung von

$$\mathrm{Cos}\, \eta = - \mathrm{Cos}\, \beta \,.\, \mathrm{Cos}\, (\lambda - L) \qquad \textbf{15}$$

unmittelbar aus Dreieck PSE folgt. — Die 7 und 8 bedürfen wohl keiner besondern Ableitung; dagegen mögen diesem ersten Satze über die Berechnung der Elemente noch folgende historische und literarische Notizen beigefügt werden: Vor **Newton** scheinen keine ernstlichen Versuche gemacht worden zu sein, aus einigen wenigen und einen kleinen Bahnbogen beschlagenden terrestrischen oder sog. geocentrischen Beobachtungen eines Wandelsternes, und ohne Kenntniss seiner Umlaufszeit oder Distanz, die ganze Bahn desselben nach allen ihren Verhältnissen festzulegen, — ja auch dieser ausgezeichnete Mann fand es noch so schwierig diese Aufgabe zu lösen, dass er sich begnügte, am Schlusse seiner Principien (Liv. III prop. 41—42) eine Annäherungsmethode zu geben, um durch drei beobachtete Positionen eines Kometen eine Parabel zu legen, — eine Methode, welche er sodann selbst auf den Kometen von 1680 anwandte, die dann aber namentlich durch **Halley** zu den wichtigen Arbeiten verwendet wurde, welche in 438 besprochen sind. Erst spätern Geometern gelang es nach und nach, genauere und fördernde Methoden aufzufinden, für welche theils die nächsten Nummern, theils die folgende Literatur zu vergleichen: „**Euler**, Theoria motuum planetarum et

cometarum, continens methodum facilem ex aliquot observationibus orbitas cum planetarum tum cometarum determinandi. Berol. 1744 in 4. (Deutsch von Pacassi, Wien 1781), — **Lambert.** Insigniores orbitæ cometarum proprietates. Aug. Vind. 1761 in 8., ferner: Observations sur l'orbite apparente des Comètes (Mém. de Berl. 1771), und: Von Beobachtung und Berechnung der Cometen und besonders des Cometen von 1769 (Bd. 3 seiner Beiträge in 4.), — **Lagrange.** Sur le problème de la détermination des orbites des comètes (Mém. de Berl. 1778, 1783), — **Laplace.** Sur la détermination des orbites des comètes (Mém. de Par. 1780 und Conn. des temps 1824), — **Dionis du Séjour.** Traité analytique des mouvemens apparens des corps célestes. Paris 1786—1789, 2 Vol. in 4., — **Olbers.** Abhandlung über die leichteste und bequemste Methode die Bahn eines Cometen zu berechnen. Weimar 1797 in 8. (Neue Ausg. von Encke 1847; engl. 1820 von Young in seinen astronomical and nautical collections; Nachtrag von Gallo, Leipzig 1864), — **Legendre.** Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes. Paris 1805 in 4. (Suppl. 1806), — **Gauss.** Theoria motus corporum cœlestium in sectionibus conicis Solem ambientium. Hamburgi 1809 in 4. (Engl. von Davis, Boston 1857; franz. von Dubois, Paris 1864; deutsch von Haase, Hannover 1865), — **Encke.** Ueber die Olbers'sche Methode zur Bestimmung der Cometenbahnen (Berl. Jahrb. 1833), und: Ueber den Ausnahmefall einer doppelten Bahnbestimmung aus denselben drei geocentrischen Oertern (Berl. Abh. 1848), — **Airy.** On the determination of the orbits of Comets from observations (Mem. Astr. Soc. 1830), — **Plantamour.** Disquisitio de methodis traditis ad Cometarum orbitas determinandas. Regiomonti 1839 in 4., — **Cauchy.** Mémoire sur la détermination des orbites des planètes et comètes (Compt. rend. 1846—1848), — **Perrey.** Sur la détermination de l'orbite des planètes et comètes. 1850 in 8. (Conn. des temps 1853), — Elie **Ritter.** Sur la détermination des élémens de l'orbite d'une comète ou d'une planète. Genève 1851 in 4., und: Nouvelle méthode pour déterminer les élémens de l'orbite des astres. Genève 1855 in 4., — Johann **Frischauf.** Professor zu Graz: Theorie der Bewegung der Himmelskörper um die Sonne nebst deren Bahnbestimmung in elementarer Darstellung. Graz 1868 in 8., — **Oppolzer.** Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten. I. Leipzig 1870 in 8., — **Klinkerfues.** Theoretische Astronomie. I. Braunschweig 1871 in 8., — etc."

411. Die Berechnung von Kreiselementen. Für Bahnen von geringer Excentricität, wie sie bei den Planeten vorkommen, kann dieselbe in erster Linie vernachlässigt, d. h. der wirklichen Bahn eine Kreisbahn substituirt werden. Unter dieser vereinfachenden Voraussetzung, bei der offenbar auch die Bestimmung des Perihels wegfällt, genügt zur Berechnung der Elemente schon die Kenntniss zweier Positionen: Ist nämlich a der Radius der Kreisbahn, t die Zwischenzeit der beiden Beobachtungen und s die durch die beiden Positionen bestimmte Sehne, so hat man

$$\varrho_1 = \sqrt{a^2 - (R_1^2 - E_1^2)} - E_1 \quad \text{wo} \quad E_1 = R_1 \operatorname{Cos} \beta_1 \operatorname{Cos}(L_1 - \lambda_1) \qquad 1$$

$$\varrho_2 = \sqrt{a^2 - (R_2^2 - E_2^2)} - E_2 \quad \text{wo} \quad E_2 = R_2 \operatorname{Cos} \beta_2 \operatorname{Cos}(L_2 - \lambda_2) \qquad 2$$

$$s^2 = 2\,a^2 - 2\,R_1\,R_2\,\mathrm{Cos}\,(L_1 - L_2) -$$
$$- 2\,R_1\,\varrho_2\,\mathrm{Cos}\,\beta_2\,\mathrm{Cos}\,(L_1 - \lambda_2) - 2\,R_2\,\varrho_1\,\mathrm{Cos}\,\beta_1\,\mathrm{Cos}\,(L_2 - \lambda_1) -$$
$$- 2\,\varrho_1\,\varrho_2\,[\mathrm{Cos}\,\beta_1\,\mathrm{Cos}\,\beta_2\,\mathrm{Cos}\,(\lambda_1 - \lambda_2) + \mathrm{Sin}\,\beta_1\,\mathrm{Sin}\,\beta_2] \qquad 3$$

$$\mathrm{Arc}\,.\,\mathrm{Sin}\,.\,\frac{s}{2\,a} = \frac{3548'',1877\,.\,t}{2\,.\,a^{3/2}} \qquad 4$$

Hat man mit Hülfe dieser 4 Gleichungen, indem man für a Annahmen macht, successive nach 1, 2, 3 die ϱ_1 ϱ_2 und s berechnet, durch Einsetzen in 4 die entsprechenden Fehler ermittelt, dann die Regula Falsi (132) anwendet, etc., a und die ϱ bestimmt, so sucht man mittelst

$$a\,.\,\mathrm{Sin}\,b = \varrho\,.\,\mathrm{Sin}\,\beta \qquad \frac{\varrho\,\mathrm{Cos}\,\beta}{a\,\mathrm{Cos}\,b} = \frac{\mathrm{Sin}\,(L - l)}{\mathrm{Sin}\,(L - \lambda)} \qquad 5$$

die heliocentrischen Coordinaten l und b, endlich nach

$$\mathrm{Tg}\,b_1 = \mathrm{Tg}\,i\,.\,\mathrm{Sin}\,(l_1 - \Omega) \qquad \mathrm{Tg}\,b_2 = \mathrm{Tg}\,i\,.\,\mathrm{Sin}\,(l_2 - \Omega) \qquad 6$$

die Elemente Ω und i. Als Epoche kann eine der beiden Beobachtungszeiten dienen.

Aus 410 : 4 folgt für jede der beiden Beobachtungen

$$a^2 = R^2 + \varrho^2 + 2\,R\,\varrho\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Cos}\,(L - \lambda) \qquad \text{oder} \qquad \varrho^2 + 2\,E\,\varrho = a^2 - R^2$$

woraus durch Auflösung nach ϱ sofort die 1 und 2 hervorgehen, und aus

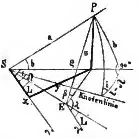
$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = 2\,a^2 - 2\,x_1\,x_2 - 2\,y_1\,y_2 - 2\,z_1\,z_2$$

geht 3 hervor, sobald man nach 410 : 13 für x, y, z ihre Werthe substituirt. — Bezeichnet F die Fläche des der Sehne s entsprechenden Kreissectors, so ist einerseits

$$F = \frac{a^2\,\pi}{360\,.\,60\,.\,60}\,.\,2\,\mathrm{Arc\,Sin}\,\frac{s}{2\,a} = a^2\,\mathrm{Arc\,Sin}\,\frac{s}{2\,a}\,.\,\mathrm{Sin}\,1'' \qquad 7$$

und anderseits nach 408 : 6, 9, wenn $M + m = 1$ und $e = 0$ gesetzt werden,

$$dF = \frac{k\,dt}{2} = \frac{\sqrt{a\,f}}{2}\,dt \qquad \text{oder} \qquad F = \frac{\sqrt{a\,f}}{2}\,.\,t = \frac{t\,\sqrt{a}}{2}\,.\,3548'',1877\,.\,\mathrm{Sin}\,1'' \qquad 8$$



so dass aus Gleichsetzung beider Werthe 4 hervorgeht. Endlich folgen aus der beistehenden Figur nach 103 : 1 und 169 : 1 ohne Schwierigkeit 5 und 6, und aus den Gleichungen 6 durch Elimination von i

$$\mathrm{Tg}\,(l_1 - \Omega) = \frac{\mathrm{Tg}\,h_1\,.\,\mathrm{Sin}\,(l_2 - l_1)}{\mathrm{Tg}\,b_2 - \mathrm{Tg}\,h_1\,\mathrm{Cos}\,(l_2 - l_1)} \qquad 9$$

— Will man 8, und damit 4, ohne Voraussetzung der in 408 abgeleiteten Beziehungen aufstellen, so kann es auf folgendem ganz elementaren Wege geschehen: Bezeichnen φ_1 und φ_2 die Flächen zweier in den Zeiten τ_1 und τ_2 zurückgelegten Kreisbahnen der Radien a_1 und a_2, so hat man einerseits

$$\varphi_1 : \varphi_2 = a_1{}^2\,\pi : a_2{}^2\,\pi = a_1{}^{3/2}\,.\,\sqrt{a_1} : a_2{}^{3/2}\,.\,\sqrt{a_2}$$

und anderseits nach dem dritten Keppler'schen Gesetze

$$a_1{}^3 : a_2{}^3 = \tau_1{}^2 : \tau_2{}^2 \qquad \text{oder} \qquad a_1{}^{3/2} : a_2{}^{3/2} = \tau_1 : \tau_2$$

also $\varphi_1 : \varphi_2 = \tau_1 \cdot \sqrt{a_1} : \tau_2 \cdot \sqrt{a_2}$ oder $\varphi_1 = \tau_1 \sqrt{a_1} \cdot \frac{\varphi_2}{\tau_2 \sqrt{a_2}}$

Setzt man aber für die Erde $a_2 = 1$ oder $\varphi_2 = \pi$, und $\tau_2 = 365{,}2564$, so wird

$$\varphi_1 = \frac{\tau_1 \sqrt{a_1}}{2} \cdot 3548'',19 \cdot \text{Sin}\, 1''$$

und mit dieser Formel, welche nach dem zweiten Keppler'schen Gesetze auch für Theile der Kreisfläche gültig ist, sobald man τ_1 durch die denselben entsprechenden Zeiten ersetzt, stimmt offenbar 8 vollkommen überein. — Als Beispiel für die Anwendung der Formeln 1—6 wählen wir die vorläufige Bestimmung der Bahn der 1807 von **Olbers** (s. 431) entdeckten Planeten Vesta. Man hatte erhalten:

Mittl. Zeit Paris 1807	Vesta nach Beobachtung λ	Vesta nach Beobachtung β	Erde nach Tafeln L	Erde nach Tafeln log R
h m s	° ' "	° ' "	° ' "	
IV 24, 9 5 16,5	174 7 33,2	+ 11 37 24,1	213 42 55,5	0,0028540
- 29, 8 43 42,2	173 44 21,3	+ 11 19 42,6	218 33 22,4	0,0034240
V 4, 8 22 51,2	173 33 33,0	+ 11 0 39,2	223 23 15,5	0,0039670

und hieraus findet sich, bei ausschliesslicher Benutzung der zwei ersten Beobachtungen (für die Mitbenutzung der dritten vergl. 413), für

Annahme	ϱ_1 nach 1	ϱ_2 nach 2	s^2 nach 3	Fehler nach 4
$a_1 = 2{,}0$	1,128072	1,163242	0,0035934	— 0,0001723
$a_2 = 2{,}2$	1,338785	1,376349	0,0033357	— 0,0000131
$a_3 = 2{,}2165$	1,356076	1,393815	0,0033263	+ 0,0000174
$a = 2{,}207037$	1,346213	1,383583		

wo die dritte Annahme a_3 und das definitive a mit Hülfe der Regula falsi erhalten wurden, — und endlich nach 5 und 6

$b_1 = 7^\circ\, 3'\, 32'',4$ $\quad l_1 = 191^\circ\, 9'\, 20'',2$ $\quad b_2 = 7^\circ\, 4'\, 29'',2$ $\quad l_2 = 192^\circ\, 39'\, 56'',1$

$☊ = 106^\circ\, 43'\, 5'',4$ $\quad i = 7^\circ\, 5'\, 35'',0$

womit die sämmtlichen Elemente der Kreisbahn bestimmt sind.

412. Die Berechnung von parabolischen Elementen. Für Bahnen von sehr grosser Excentricität, wie sie bei den Kometen vorkommen, kann dieselbe in erster Linie gleich der Einheit gesetzt, d. h. der wirklichen Bahn vorläufig eine parabolische substituirt werden, zu deren Bestimmung Olbers folgende Methode aufgestellt hat: Man sucht zunächst nach den 4 Gleichungen

$$r_1^2 = D_1^2 + \delta_1^2 \,\text{Sec}^2 \beta_1 + 2 D_1 \delta_1 \,\text{Cos}\,(L_1 - \lambda_1) \qquad 1$$

$$r_3^2 = D_3^2 + m^2 \delta_1^2 \,\text{Sec}^2 \beta_3 + 2 m D_3 \delta_1 \,\text{Cos}\,(L_3 - \lambda_3) \qquad 2$$

$$\begin{aligned} k^2 = r_1^2 + r_3^2 - 2 D_1 D_3 \,\text{Cos}\,(L_1 - L_3) & - \\ - 2 m \delta_1^2 [\text{Cos}\,(\lambda_1 - \lambda_3) + \text{Tg}\,\beta_1 \,\text{Tg}\,\beta_3] & - \\ - 2 \delta_1 [m D_1 \,\text{Cos}\,(L_1 - \lambda_3) + D_3 \,\text{Cos}\,(L_3 - \lambda_1)] & \end{aligned} \qquad 3$$

$$\vartheta_2 \sqrt{\mu} = \frac{1}{6} \left[(r_3 + r_1 + k)^{3/2} - (r_3 + r_1 - k)^{3/2} \right] \qquad 4$$

mit Hülfe der Regula Falsi $r_1\ r_3\ \delta_1\ k$, und sodann nach

$$\delta_3 = m\,\delta_1 \qquad \text{wo} \qquad m = \frac{C_2\,\vartheta_1}{A_2\,\vartheta_3} \tag{5}$$

auch noch δ_3. Die Bedeutung der Grössen r, δ, $D = R$, β, λ, L, A, C, μ ist (410, 408) bereits bekannt, — die ϑ_3, ϑ_2, ϑ_1 sind die Zwischenzeiten zwischen der 1. und 2., 1. und 3., 2. und 3. Beobachtung, und k die übrigens nur als Hülfsgrösse auftretende Distanz der 1. von der 3. Position des Kometen. — Sodann berechnet man successive nach

$$\begin{aligned} r \operatorname{Cos} b \operatorname{Sin}(L - l) &= \delta \operatorname{Sin}(L - \lambda) \qquad r \operatorname{Sin} b = \delta \operatorname{Tg} \beta \\ r \operatorname{Cos} b \operatorname{Cos}(L - l) &= D + \delta \operatorname{Cos}(L - \lambda) \end{aligned} \tag{6}$$

die heliocentrischen Längen l und Breiten b in der 1. und 3. Beobachtung, — nach

$$\begin{aligned} \operatorname{Tg} n \,.\, \operatorname{Sin}(l_1 - \Omega) &= \operatorname{Tg} b_1 \\ \operatorname{Tg} n \,.\, \operatorname{Cos}(l_1 - \Omega) &= \frac{\operatorname{Tg} b_3 - \operatorname{Tg} b_1 \operatorname{Cos}(l_3 - l_1)}{\operatorname{Sin}(l_3 - l_1)} \end{aligned} \tag{7}$$

die Länge Ω des Knotens und die Neigung n der Bahnebene gegen die Ekliptik, — nach

$$\operatorname{Tg} \alpha_1 = \frac{\operatorname{Tg}(l_1 - \Omega)}{\operatorname{Cos} n} \qquad\qquad \operatorname{Tg} \alpha_3 = \frac{\operatorname{Tg}(l_3 - \Omega)}{\operatorname{Cos} n} \tag{8}$$

die mit $(l - \Omega)$ immer im gleichen Quadranten liegende Winkeldistanz α des Kometen vom Knoten, das sog. **Argument der Breite**, und daraus die sog. **Länge in der Bahn** $v = \alpha + \Omega$, — nach

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{q}} \operatorname{Cos} \frac{v_1 - P}{2} &= \frac{1}{\sqrt{r_1}} \\ \frac{1}{\sqrt{q}} \operatorname{Sin} \frac{v_1 - P}{2} &= \frac{1}{\sqrt{r_1}} \operatorname{Ctg} \frac{v_3 - v_1}{2} - \frac{1}{\sqrt{r_3}} \operatorname{Cosec} \frac{v_3 - v_1}{2} \end{aligned} \tag{9}$$

die Länge P des Perihels und die Periheldistanz q, — endlich nach

$$T = t_1 \mp \left[\operatorname{Tg} \frac{v_1 - P}{2} + \frac{1}{3} \operatorname{Tg}^3 \frac{v_1 - P}{2} \right] \sqrt{\frac{2 q^3}{\mu}} \tag{10}$$

wo t_1 die Zeit der ersten Beobachtung bezeichnet, und das obere oder untere Zeichen gilt, je nachdem der Komet rechtläufig oder rückläufig ist, die Durchgangszeit T durch das Perihel.

Ersetzt man in 410 : 8 die Flächen der Sehnendreiecke durch diejenigen der entsprechenden Sectoren, nnd führt für das Verhältniss der Letztern nach dem zweiten Keppler'schen Gesetze das Verhältniss der Beschreibungszeiten ein, eo erhält man 5 nnd damit, da $\varrho \operatorname{Cos} \beta = \delta$ ist, nach 410 : 4 sofort 1 nnd 2. — Die 3 wird erhaiten, indem man in

$$k^2 = (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2$$

für heide x y z nach 410 : 13 ihre Werthe snbstituirt. — Bezeichnet ferner e den in der Zeit ϑ_2 beschriebenen Sector, so hat man nach dem zweiten

Keppler'schen Gesetze, wenn t unter vorläufiger Voraussetzung einer elliptischen Bahn die Umlaufszeit bezeichnet,

$$s : a\,b\,\pi = \vartheta_2 : t \qquad \text{oder} \qquad s = \frac{a\,b\,\pi}{t}\cdot\vartheta_2 \qquad \textbf{11}$$

wo nach 408 : 17

$$\frac{a\,\pi}{t} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu}{a}} \qquad \textbf{12}$$

und, wenn $q = a\,(1 - e)$ die Periheldistanz, also $2\,a - q = a\,(1 + e)$ die Apheldistanz bezeichnet, nach 137 : 8

$$b = a\sqrt{1 - e^2} = \sqrt{2\,a\,q - q^2} \qquad \textbf{13}$$

ist, so dass

$$s = \frac{\vartheta_2}{2}\sqrt{\left(2\,q - \frac{q^2}{a}\right)\mu} \qquad \text{oder für } a = \infty \qquad s = \frac{\vartheta_2}{2}\sqrt{2\,q\,\mu} \qquad \textbf{14}$$

wird. Setzt man diesen Werth von s dem durch 145 : 8 gegebenen gleich, und benutzt 145 : 7 zur Elimination von q, so erhält man, wenn

$$(r_3 + r_1)^2 - k^2 = \alpha \qquad \text{oder} \qquad k = \sqrt{r_3 + r_1 + \sqrt{\alpha}}\cdot\sqrt{r_3 + r_1 - \sqrt{\alpha}} \qquad \textbf{15}$$

gesetzt wird,

$$\vartheta_2\sqrt{\mu} = \frac{2^{2/3}}{6\sqrt{4\,q}}\left[k^2 - (r_3 - r_1)^2\right]^{1/2}\cdot\left[r_3 + r_1 + {}^1\!/_2\sqrt{\alpha}\right] =$$

$$= \frac{2^{3/2}}{6}\left[r_3 + r_1 - \sqrt{\alpha}\right]^{1/2}\cdot\left[r_3 + r_1 + {}^1\!/_2\sqrt{\alpha}\right] =$$

$$= \frac{2^{1/2}}{6}\left[(r_3 + r_1)\sqrt{r_3 + r_1 - \sqrt{\alpha}} + k\sqrt{r_3 + r_1 + \sqrt{\alpha}}\right]$$

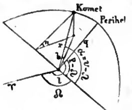
Berücksichtigt man endlich, dass nach 10 : 4

$$\sqrt{r_3 + r_1 \pm \sqrt{\alpha}} = \sqrt{\frac{r_3 + r_1}{2} + {}^1\!/_2\sqrt{(r_3 + r_1)^2 - \alpha}} \pm .$$

$$\pm\sqrt{\frac{r_3 + r_1}{2} - {}^1\!/_2\sqrt{(r_3 + r_1)^2 - \alpha}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{r_3 + r_1 + k} \pm \sqrt{r_3 + r_1 - k}\right] \qquad \textbf{16}$$

so geht sofort unsere Gleichung 4 hervor, welche schon von **Euler** angedeutet, aber zunächst durch die Arbeiten von **Lambert** allgemeiner bekannt, und darum auch nach Letzterm benannt worden ist. — Die 2×3 Gleichungen 6 gehen unmittelbar aus Fig. 410 hervor, indem man S a, a b und b P je auf zwei Arten berechnet. Ebenso folgt die erste der Gleichungen 7 unmittelbar aus der beistehenden Figur, und mit ihrer Hülfe folgt für die dritte Beobachtung entsprechend



$$\begin{aligned} \mathrm{Tg}\,b_3 &= \mathrm{Tg}\,n\,.\,\mathrm{Sin}\,(l_3 - \Omega) \\ &= \mathrm{Tg}\,n\,\mathrm{Sin}\,[(l_1 - \Omega) + (l_3 - l_1)] \\ &= \mathrm{Tg}\,b_1\,\mathrm{Cos}\,(l_3 - l_1) + \\ &+ \mathrm{Tg}\,n\,\mathrm{Cos}\,(l_1 - \Omega)\,\mathrm{Sin}\,(l_3 - l_1) \end{aligned}$$

woraus die zweite Gleichung hervorgeht. Auch die Gleichungen 8 folgen aus derselben Figur. — Aus 144 : 1 folgen

$$r_1 = \frac{q}{\mathrm{Cos}^2\frac{v_1 - P}{2}} \qquad r_3 = \frac{q}{\mathrm{Cos}^2\frac{v_3 - P}{2}} = \frac{q}{\mathrm{Cos}^2\left(\frac{v_1 - P}{2} + \frac{v_3 - v_1}{2}\right)}.$$

Aus der ersten derselben geht die erste der Gleichungen 9, und mit ihrer Hülfe aus der zweiten die zweite hervor. — Um schliesslich noch die Durch-

gangszeit T durch das Perihel zu bestimmen, hat man, wenn f die Fläche des von q und r bestimmten parabolischen Sectors bezeichnet, einerseits nach 145 : 9

$$f = q^2 \left(\mathrm{Tg}\, \frac{v-P}{2} + \tfrac{1}{3}\, \mathrm{Tg}^3 \frac{v-P}{2}\right) \qquad \mathbf{17}$$

und anderseits nach 14, wenn t die seit dem Durchgange durch das Perihel verflossene Zeit bezeichnet,

$$f = \frac{t}{2} \sqrt{2q\mu} \qquad \mathbf{18}$$

folglich

$$t = \left(\mathrm{Tg}\, \frac{v-P}{2} + \frac{1}{3}\, \mathrm{Tg}^3 \frac{v-P}{2}\right) \sqrt{\frac{2q^3}{\mu}} \qquad \mathbf{19}$$

und somit 10. Noch ist zu bemerken, dass sich 19 auch auf die Form

$$75 \,.\, \mathrm{Tg}\, \frac{v-P}{2} + 25\, \mathrm{Tg}^3 \frac{v-P}{2} = 75 \sqrt{\frac{\mu}{2q^3}} \,.\, t = \frac{9{,}9601284}{q^{3/2}} \,.\, t \qquad \mathbf{20}$$

bringen lässt, und dass für die linke Seite dieser Gleichheit Thomas Barker (1721? — 1809; Esquire zu Lyndon-Hall), vergl. seinen „Account of the discoveries concerning Comets, with the way to find their orbits. London 1757 in 4.", eine auch von Olbers in seine 410 erwähnte Abhandlung aufgenommene Tafel construirt hat, während der Factor von t den Namen mittlere tägliche Bewegung erhielt. — Für weitern Detail über diese, zum Theil seither etwas transformirte Methode auf die in 410 gegebene Literatur verweisend, mag zum Schlusse noch folgendes Beispiel über ihre Anwendung Platz finden: Für den ersten der 1799 durch Méchain entdeckten zwei Kometen erhielt man unter Andern die drei Bestimmungen

Mittl. Zeit Par.	Geoc. Coord. d. Kom. λ	β	Helioc. Coord. d. Erde L	D
h m s	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
1799 VIII 30, 11 9 42	125 48 39,3	41 53 52,2	337 29 8,7	1,0087218
IX 2, 10 36 8	132 53 48,5	45 54 48,1	340 22 26,9	1,0079991
- 4, 10 7 51	138 56 31,2	48 32 27,8	342 17 47,8	1,0074854

Hieraus erhält man

$$\vartheta_3 = 2^d{,}976690 \qquad \vartheta_2 = 4^d{,}957049 \qquad \vartheta_1 = 1^d{,}980359$$

sowie nach 410 : 6 und 5, 1, 2, 3, 4 successive

$$A_3 = +0{,}1450302 \qquad C_2 = +0{,}1717403 \qquad m = \overline{9{,}8964242}$$

$$r_1^2 = 1{,}017520 \quad -1{,}716929 \,.\, \delta_1 \quad +1{,}804938 \,.\, \delta_1^2$$

$$r_3^2 = 1{,}015027 \quad -1{,}457365 \,.\, \delta_1 \quad +1{,}415869 \,.\, \delta_1^2$$

$$k^2 = 0{,}007162 \quad -0{,}047393 \,.\, \delta_1 \quad +0{,}086249 \,.\, \delta_1^2$$

$$0 = (r_1 + r_3 + k)^{3/2} - (r_1 + r_3 - k)^{3/2} - 0{,}5116307$$

Nach letztern 4 Gleichungen entsprechen sich aber folgende Annahmen, Werthe und Fehler:

Annahmen für δ_1	r_1	r_3	k	Fehler
* 0	1,008722	1,007485	0,084629	— 0,151154
* 0,5	0,781210	0,800195	0,070908	— 0,244145
* 1,0	1,051449	0,986677	0,214518	+ 0,406476
0,69	0,881966	0,826765	0,124595	— 0,030341
* 0,730	0,852063	0,840040	0,136014	+ 0,019009
0,714592	0,843973	0,834630	0,131670	+ 0,000014
0,714581	0,843967	0,834626	0,131670	0,000000

wo die Annahmen 4, 6 und 7 je mit Hülfe der Regula Falsi aus den frühern abgeleitet wurden. Die letzten Werthe von δ_1, r_1 und r_3, welchen nach 5

$$\delta_3 = 0{,}562958$$

entspricht, sind als definitiv anzusehen, so dass nach 6

$$r_1 \operatorname{Cos} b_1 \operatorname{Cos}(L_1 - l_1) = \overline{9{,}6026936} \qquad r_3 \operatorname{Cos} b_3 \operatorname{Cos}(L_3 - l_3) = \overline{9{,}6907727}$$

$$r_1 \operatorname{Cos} b_1 \operatorname{Sin}(L_1 - l_1) = -\,9{,}5742919 \qquad r_3 \operatorname{Cos} b_3 \operatorname{Sin}(L_3 - l_3) = -\,9{,}3486821$$

$$r_1 \operatorname{Sin} b_1 \quad = \quad 9{,}8069314 \qquad r_3 \operatorname{Sin} b_3 \quad = \quad 9{,}8042949$$

oder

$$l_1 = 20^0\,36'\,48'',9 \qquad b_1 = 49^0\,25'\,55'',7 \qquad r_1 = 0{,}843967$$

$$l_3 = 6\;\;45\;\;16{,}5 \qquad b_3 = 49\;\;46\;\;21{,}7 \qquad r_3 = 0{,}834626$$

d. h. die Werthe der r mit den oben erhaltenen vollkommen übereinstimmend, die der l aber vorläufig anzeigend, dass der Komet rückläufig ist. Mit diesen Werthen erhält man aus 7

$$\operatorname{Tg} n \,.\, \operatorname{Sin}(l_1 - \Omega) = \overline{0{,}0674596} \qquad \operatorname{Tg} n \,.\, \operatorname{Cos}(l_1 - \Omega) = -\,\overline{9{,}3032754}$$

woraus, da wegen der Rückläufigkeit n in den zweiten, also $(l_1 - \Omega)$ in den vierten Quadranten fällt,

$$\Omega = 100^0\,50'\,52'',3 \qquad n = 180^0 - 49^0\,50'\,41'',4$$

folgen, und sodann nach 8

$$v_1 = 17^0\,10'\,52'',2 \qquad v_3 = 8^0\,12'\,20'',3$$

also nach 9

$$\frac{1}{\sqrt{q}} \operatorname{Cos} \frac{v_1 - P}{2} = \overline{0{,}0368372} \qquad \frac{1}{\sqrt{q}} \operatorname{Sin} \frac{v_1 - P}{2} = \overline{9{,}0801934}$$

oder

$$\frac{v_1 - P}{2} = 6^0\,18'\,19'',9 \qquad P = 4^0\,34'\,12'',4 \qquad q = 0{,}833790$$

Es geben somit endlich die 10 aus der ersten und dritten Beobachtung

$$T = 1799 \text{ VIII } 30,\; 465069 + 6^d,944446 = 1799 \text{ IX } 6,\; 9^h\,49^m\,42^s$$

$$= 1799 \text{ IX } 4,\; 422118 + 1{,}987167 = 1799 \text{ IX } 6,\; 9\;\;49\;\;22$$

so dass auch hier befriedigende Uebereinstimmung zu Tage tritt.

413. Die Berechnung von elliptischen Elementen. Ist eine Auswahl guter Beobachtungen vorhanden, oder sind schon vorläufig Elemente unter Voraussetzung einer verschwindenden oder einer grossen Excentricität berechnet worden, und zeigt die Vergleichung mit andern Beobachtungen eine merkliche Abweichung der wirklichen Bahn vom Kreise oder der Parabel, so ist es an der Zeit elliptische Elemente zu bestimmen, und hiefür sind von den grössten Geometern der neuern Zeit, namentlich auch von Lagrange und Gauss, verschiedene Methoden aufgestellt worden. So hat z. B. Ersterer gezeigt, dass sich aus der Gleichung

$$0 = r_2^7 D_2^6 + r_2^6 D_2^7 + r_2^5 E + r_2^4 D_2 E + r_2^3 D_2^2 E + \\ + r_2^2 F + r_2 D_2 F + D_2^2 F \qquad 1$$

(wo zur Abkürzung

$$E = -\,2\,T\,D_2^4 \operatorname{Cos}(L_2 - \lambda_2) - T^2 \operatorname{Sec}^2 \beta_2$$

$$F = \quad T^2 D_2^3 \operatorname{Sec}^2 \beta_2 \qquad 2$$

$$T = \quad \frac{\mu}{6\,a\,\vartheta_2} \left[B_1 D_1 \vartheta_1^3 - B_2 D_2 \vartheta_2^3 + B_3 D_3 \vartheta_3^3\right]$$

gesetzt wurden, und die Bedeutung der μ, α, ϑ, B, D = R, L, λ, β den Sätzen 410 und 412 entnommen werden kann) ohne Voraussetzung einer parabolischen oder Kreisbahn r_2 berechnen lässt, und mit seiner Hülfe dann ohne Schwierigkeit nach 411 und 412 ähnlichen Methoden die eigentlichen Elemente bestimmt werden können.

Wie schon **Lambert** in seinem Mém. von 1771 (vergl. 410), so suchte auch **Lagrange** in seinem Mém. von 1783 (vergl. 410) die angenäherte Bahnbestimmung auf die Auflösung einer Gleichung mit Einer Unbekannten zurückzuführen, und zwar schlug er folgenden Weg ein: Nach 410 : 2 folgt für den Planeten oder Cometen

$$f_1 B_1 D_1 - f_2 B_2 D_2 + f_3 B_3 D_3 = \alpha f_2 \delta_2 \qquad 3$$

und anderseits folgt für die Erde, wenn die von ihren Radien Vectoren bestimmten Flächen mit F bezeichnet werden, wenn man ganz entsprechend wie in 410 rechnet,

$$2 F_1 = X_3 Y_2 - X_2 Y_3 \qquad 2 F_2 = X_3 Y_1 - X_1 Y_3 \qquad 2 F_3 = X_2 Y_1 - X_1 Y_2$$

folglich

$$0 = F_1 X_1 - F_2 X_2 + F_3 X_3 = F_1 D_1 \operatorname{Cos} L_1 - F_2 D_2 \operatorname{Cos} L_2 + F_3 D_3 \operatorname{Cos} L_3$$
$$0 = F_1 Y_1 - F_2 Y_2 + F_3 Y_3 = F_1 D_1 \operatorname{Sin} L_1 - F_2 D_2 \operatorname{Sin} L_2 + F_3 D_3 \operatorname{Sin} L_3$$

oder unter Anwendung der in 410 benutzten Factoren und Abkürzungsgrössen

$$F_1 B_1 D_1 - F_2 B_2 D_2 + F_3 B_3 D_3 = 0 \qquad 4$$

Sind aber $\vartheta_3\ \vartheta_2\ \vartheta_1$ die Zwischenzeiten zwischen der 1 und 2, 1 und 3, 2 und 3 Beobachtung, so hat man nach 410 : 11 unter Beihülfe des Taylor'schen Lehrsatzes und bei Vernachlässigung der vierten und höhern Potenzen der ϑ

$$2 f_3 \operatorname{Cos} a = x_2 \left(y_2 - \frac{\vartheta_3}{1} \cdot \frac{d y_2}{d t} + \frac{\vartheta_3^2}{1.2} \cdot \frac{d^2 y_2}{d t^2} - \frac{\vartheta_3^3}{1.2.3} \cdot \frac{d^3 y_2}{d t^3}\right) -$$
$$- y_2 \left(x_2 - \frac{\vartheta_3}{1} \cdot \frac{d x_2}{d t} + \frac{\vartheta_3^2}{1.2} \cdot \frac{d^2 x_2}{d t^2} - \frac{\vartheta_3^3}{1.2.3} \cdot \frac{d^3 x_2}{d t^3}\right)$$
$$= \frac{\vartheta_3}{1} \left(y_2 \frac{d x_2}{d t} - x_2 \frac{d y_2}{d t}\right) - \frac{\vartheta_3^2}{2} \left(y_2 \frac{d^2 x_2}{d t^2} - x_2 \frac{d^2 y_2}{d t^2}\right) +$$
$$+ \frac{\vartheta_3^3}{6} \left(y_2 \frac{d^3 x_2}{d t^3} - x_2 \frac{d^3 y_2}{d t^3}\right)$$

oder, wenn man

$$y_2 d x_2 - x_2 d y_2 = p \qquad 5$$

und nach 408 : 1

$$\frac{d^2 x_2}{d t^2} = - \frac{\mu x_2}{r_2^3} \qquad \frac{d^2 y_2}{d t^2} = - \frac{\mu y_2}{r_2^3} \qquad \text{wo} \qquad \mu = f = \overline{6,4711629}$$

also

$$\frac{d^3 x_2}{d t^3} = - \frac{\mu}{r_2^3} \cdot \frac{d x_2}{d t} + \frac{3 \mu x_2}{r_2^4} \cdot \frac{d r_2}{d t} \qquad \frac{d^3 y_2}{d t^3} = - \frac{\mu}{r_2^3} \cdot \frac{d y_2}{d t} + \frac{3 \mu y_2}{r_2^4} \cdot \frac{d r_2}{d t}$$

setzt,

$$2 f_3 \operatorname{Cos} a = \frac{p \vartheta_3}{d t} \left[1 - \frac{\mu \vartheta_3^2}{6 r_2^3}\right]$$

und analog 6

$$2 f_2 \operatorname{Cos} a = \frac{p \vartheta_2}{d t} \left[1 - \frac{\mu \vartheta_2^2}{6 r_2^3}\right] \qquad 2 f_1 \operatorname{Cos} a = \frac{p \vartheta_1}{d t} \left[1 - \frac{\mu \vartheta_1^2}{6 r_2^3}\right]$$

Substituirt man letztere Werthe in 3, so erhält man

$$\alpha \delta_2 \vartheta_2 \left[1 - \frac{\mu \vartheta_2^2}{6 r_2^3}\right] = B_1 D_1 \vartheta_1 \left[1 - \frac{\mu \vartheta_1^2}{6 r_2^3}\right] - B_2 D_2 \vartheta_2 \left[1 - \frac{\mu \vartheta_2^2}{6 r_2^3}\right] +$$
$$+ B_3 D_3 \vartheta_3 \left[1 - \frac{\mu \vartheta_3^2}{6 r_2^3}\right] \qquad 7$$

und analog geht 4 über in

$$0 = B_1 D_1 \vartheta_1 \left[1 - \frac{\mu \vartheta_1^2}{6 D_1^2}\right] - B_2 D_2 \vartheta_2 \left[1 - \frac{\mu \vartheta_2^2}{6 D_2^2}\right] + B_3 D_3 \vartheta_3 \left[1 - \frac{\mu \vartheta_3^2}{6 D_3^2}\right] \quad 8$$

Da aber (vergl. 410) ϑ_2 und ϑ_1 als kleine und nahe gleiche Werthe anzusehen sind, hiefür auch die Differenzen der λ klein, und nahe $\lambda_2 = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_3)$, so hat man nach 410 : 5 nahe

$$\alpha = \operatorname{Tg}\beta_1 \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} \operatorname{Sin} 1'' + \operatorname{Tg}\beta_2 (\lambda_1 - \lambda_3) \operatorname{Sin} 1'' + \operatorname{Tg}\beta_3 \frac{\lambda_3 - \lambda_1}{2} \operatorname{Sin} 1'' =$$

$$= \frac{2 \operatorname{Tg}\beta_2 - \operatorname{Tg}\beta_1 - \operatorname{Tg}\beta_3}{2} (\lambda_1 - \lambda_3) \operatorname{Sin} 1'' \quad 9$$

Man hat daher α als kleine Grösse anzusehen, und darf somit in 7 das zweite Glied links als ein Glied von höherer Ordnung als alle andern Glieder betrachten, folglich wegwerfen. Zieht man überdiess 8 von 7 ab, und führt nach 2 die Hülfsgrösse T ein, so erhält man

$$\delta_2 = T\left(\frac{1}{D_2^2} - \frac{1}{r_2^2}\right) \quad 10$$

während 410 : 4

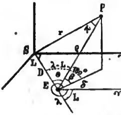
$$0 = r_2^2 - D_2^2 - 2 D_2 \delta_2 \operatorname{Cos}(\lambda_2 - L_2) - \delta_2^2 \operatorname{Sec}^2 \beta_2 \quad 11$$

gibt. Substituirt man aber aus 10 in 11, schafft die Nenner weg, und ebenso den gemeinschaftlichen Factor $r_2 - D_2$, so erhält man unter Benutzung von 2 die Hauptgleichung 1, aus der man durch Näherung r_2, und sodann die eigentlichen Elemente berechnen kann. — Anstatt jedoch diese, in der Anwendung sich nicht besonders bewährende Methode weiter auszuführen, mag noch eine andere, von **Gauss** in seiner „Theoria motus (s. 410)“ gelehrte Methode angedeutet, und bis zur wirklichen Bestimmung der Elemente verfolgt werden: Setzt man

$$P = \frac{f_1}{f_3} \qquad Q = 2 r_2^2 \left(\frac{f_1 + f_3}{f_2} - 1\right) \quad 12$$

so geht 410 : 2 in

$$\alpha \delta_2 = -B_2 D_2 + \frac{B_3 D_3 + B_1 D_1 P}{1 + P}\left(1 + \frac{Q}{2 r_2^3}\right) \quad 13$$



über. Nun ist, wenn θ_2 die Elongation des Planeten bei der zweiten Beobachtung und π_2 die entsprechende Parallaxe bezeichnet,

$$\operatorname{Cos}\theta_2 = -\operatorname{Cos}\beta_2 \operatorname{Cos}(\lambda_2 - L_2) \quad 14$$

$$r_2 = D_2 \operatorname{Sin}\theta_2 : \operatorname{Sin}\pi_2 \quad 15$$

$$\varrho_2 = D_2 \operatorname{Sin}(\theta_2 + \pi_2) : \operatorname{Sin}\pi_2 \quad 16$$

$$\delta_2 = D_2 \operatorname{Sin}(\theta_2 + \pi_2) \operatorname{Cos}\beta_2 : \operatorname{Sin}\pi_2 \quad 17$$

Substituirt man die Werthe von r_2 und δ_2 in 13, zugleich die Hülfsgrösse ψ durch

$$\operatorname{Tg}\psi = -\frac{\alpha}{B_2} \operatorname{Cos}\beta_2 \operatorname{Sin}\theta_2 : \left(1 + \frac{\alpha}{B_2} \operatorname{Cos}\beta_2 \operatorname{Cos}\theta_2\right) \quad 18$$

einführend, so erhält man

$$\frac{Q \cdot \operatorname{Sin}^4 \pi_2}{2 D_2^2 \operatorname{Sin}^3 \theta_2} = \frac{\left(1 + \frac{\alpha}{B_2} \operatorname{Cos}\theta_2 \operatorname{Cos}\beta_2\right) \operatorname{Sin}(\pi_2 - \psi)(1 + P) B_2 D_2}{(B_3 D_3 + B_1 D_1 P) \operatorname{Cos}\psi} - \operatorname{Sin}\pi_2$$

oder, wenn man noch successive die Hülfsgrössen ε, η, ζ, ω durch

$$\varepsilon = \frac{B_2 D_2 \left(1 + \frac{\alpha}{B_2} \operatorname{Cos}\theta_2 \operatorname{Cos}\beta_2\right)}{B_1 D_1 \operatorname{Cos}\psi} \qquad \eta = \frac{1}{2 D_2^2 \operatorname{Sin}^3 \theta_2 \operatorname{Sin}\psi} \quad 19$$

$$\zeta\left(P+\frac{B_2 D_3}{B_1 D_1}\right)=\varepsilon(1+P) \qquad \mathrm{Tg}\,\omega=\frac{\operatorname{Sin}\psi}{\zeta-\operatorname{Cos}\psi} \qquad \zeta=\frac{\operatorname{Sin}(\psi+\omega)}{\operatorname{Sin}\omega} \tag{20}$$

eingeführt werden,

$$\eta\, Q . \operatorname{Sin}^4 \pi_2 . \operatorname{Sin}\omega=\operatorname{Sin}(\pi_2-\psi-\omega) \tag{21}$$

Die Formeln 14, 18 nnd 19 erlanben die Grössen θ_2, ψ, ε, η direct zu berechnen, so dass dieselben für bekannt angesehen werden dürfen. Dagegen ist zur Bestimmnng von ω nach 20, von π_2 nach 21, und somit anch von r_2 und δ_2 nach 15 und 17, noch die Kenntnise von P nnd Q nothwendig, und es bleibt daher zu zeigen, wie diese beiden Grössen erhalten werden können: Für P dürfen wir, da die Flächen der Sehnendreiecke sich nahe wie die Beschreibnngszeiten verhalten,

$$P=\frac{\vartheta_1}{\vartheta_3} \tag{22}$$

benutzen. Setzt man ferner die Differenzen der wahren Anomalieen $v_1\, v_2\, v_3$ des Planeten zur Zeit der drei Beobachtungen

$$v_3-v_2=2h_1 \qquad v_3-v_1=2h_2 \qquad v_2-v_1=2h_3 \tag{23}$$

so hat man einerseits offenbar

$$f_3=\frac{r_1 r_2 \operatorname{Sin} 2h_3}{2} \qquad f_2=\frac{r_1 r_3 \operatorname{Sin} 2h_2}{2} \qquad f_1=\frac{r_2 r_3 \operatorname{Sin} 2h_1}{2} \tag{24}$$

nnd anderseits, wenn p Parameter und e Excentricität der Ellipse bezeichnen, nach 137 : 11

$$\frac{p}{r_1}=1+e\operatorname{Cos} v_1 \qquad \frac{p}{r_2}=1+e\operatorname{Cos} v_2 \qquad \frac{p}{r_3}=1+e\operatorname{Cos} v_3 \tag{25}$$

Multiplicirt man nnn letztere Gleichungen der Reihe nach mit

$$\operatorname{Sin} 2h_1=\operatorname{Sin}(v_3-v_2) \qquad -\operatorname{Sin} 2h_2=-\operatorname{Sin}(v_3-v_1) \qquad \operatorname{Sin} 2h_3=\operatorname{Sin}(v_2-v_1)$$

nnd addirt, so erhält man **links** vom Gleichheitszeichen mit Benntznng von 24

$$p\left(\frac{\operatorname{Sin} 2h_1}{r_1}-\frac{\operatorname{Sin} 2h_2}{r_2}+\frac{\operatorname{Sin} 2h_3}{r_3}\right)=\frac{2p}{r_1 r_2 r_3}(f_1-f_2+f_3)$$

nnd **rechts**, wo e den Factor Null bekömmt, mit Benutznng goniometrischer Formeln

$$\operatorname{Sin}(v_3-v_2)-\operatorname{Sin}(v_3-v_1)+\operatorname{Sin}(v_2-v_1)=4\operatorname{Sin} h_1 \operatorname{Sin} h_2 \operatorname{Sin} h_3$$

somit dnrch Gleichsetzung beider Ergebnisse

$$\frac{p}{r_1 r_2 r_3}(f_1-f_2+f_3)=2\operatorname{Sin} h_1 \operatorname{Sin} h_2 \operatorname{Sin} h_3 \tag{26}$$

folglich nach 12 mit Benntzung von 24

$$Q=4 r_2{}^4 . \frac{\operatorname{Sin} h_1 \operatorname{Sin} h_3}{p \operatorname{Cos} h_2} \tag{27}$$

Nnn ist für die Ellipse nach 412 : 11, 12 nnd 137 : 5 der in der Zeit ϑ_2 beschriebene Sector

$$s_2=\frac{b\,\vartheta_2}{2}\sqrt{\frac{\mu}{a}}=\frac{\vartheta_2}{2}\sqrt{p\mu} \tag{28}$$

so dass, wenn y_2 das Verhältniss des Sectors zum Sehnendreiecke bezeichnet, mit Hülfe von 24

$$y_2=\frac{s_2}{f_2}=\frac{\vartheta_2\sqrt{p\mu}}{r_1 r_3 \operatorname{Sin} 2h_2} \qquad y_1=\frac{\vartheta_1\sqrt{p\mu}}{r_2 r_3 \operatorname{Sin} 2h_1} \qquad y_3=\frac{\vartheta_3\sqrt{p\mu}}{r_1 r_2 \operatorname{Sin} 2h_3} \tag{29}$$

Die Multiplication der zwei letztern Gleichungen ergibt aber

$$y_1 y_3=\frac{\vartheta_1 \vartheta_3 p\mu}{4 r_1 r_2{}^2 r_3 \operatorname{Sin} h_1 \operatorname{Cos} h_1 \operatorname{Sin} h_3 \operatorname{Cos} h_3}$$

nnd mit Benntznng hievon geht 27 in

$$Q=\frac{r_2{}^2 \vartheta_1 \vartheta_3 \mu}{r_1 r_3 y_1 y_3 \operatorname{Cos} h_1 \operatorname{Cos} h_2 \operatorname{Cos} h_3} \tag{30}$$

über, so dass, da für kleine und nahe gleiche Werthe von ϑ_1 und ϑ_3 auch nahe $r_2^2 = r_1 r_3$ und $y_1 = y_3 = \text{Cos } h_1 = \text{Cos } h_3 = \text{Cos } h_2 = 1$ gesetzt werden können, in erster Annäherung

$$Q = \vartheta_1 \vartheta_3 \mu \qquad \textbf{31}$$

angenommen werden darf. — Mit den aus 22 und 31 gezogenen ersten Annäherungswerthen für P und Q berechnet man auf die schon oben angegebene Weise provisorische Werthe von ω, π_2, r_2 und δ_2, — aus δ_2 und r_2 mit Hülfe der aus 6 folgenden Verhältnisse der f nach 410 : 8 auch provisorische Werthe von δ_1 und δ_3, — mit diesen nach 11 analogen Formeln r_1 und r_3, — hierans nach den 24 entnommenen approximativen Formeln

$$\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{r_3 \text{ Sin } 2h_1}{r_1 \text{ Sin } 2h_2} \qquad \frac{\vartheta_3}{\vartheta_2} = \frac{f_3}{f_2} = \frac{r_1 \text{ Sin } 2h_3}{r_3 \text{ Sin } 2h_2} \qquad \textbf{32}$$

in Verbindung mit der aus 23 folgenden Beziehung

$$h_1 + h_3 = h_2 \qquad \textbf{33}$$

durch Näherung $h_1 h_2 h_3$, — endlich nach 24 noch $f_1 f_2 f_3$. Mit Hülfe letzterer Werthe berechnet man sodann nach 12 bessere Werthe von P und Q, wiederholt mit diesen die Rechnung, etc., bis es am Ende klappt. — Kennt man so $r_1 r_2 r_3$ und $h_1 h_2 h_3$, so kann man die eigentlichen Elemente leicht finden: Setzt man nämlich die Differenz der excentrischen Anomalieen u_3 und u_1 gleich $2g_2$, so hat man nach 408 : 12, 16

$$r_3 + r_1 = a(1 - e \text{ Cos } u_3) + a(1 - e \text{ Cos } u_1) = 2a - 2ae \text{ Cos } \frac{u_3 + u_1}{2} \text{ Cos } g_2 \qquad \textbf{34}$$

$$\text{Sin } \frac{v}{2} = \text{Sin } \frac{u}{2} \sqrt{\frac{a(1+e)}{r}} \qquad \text{Cos } \frac{v}{2} = \text{Cos } \frac{u}{2} \sqrt{\frac{a(1-e)}{r}} \qquad \textbf{35}$$

also nach 23

$$\text{Cos } h_2 = \text{Cos } \frac{v_3 - v_1}{2} = \frac{a(1-e)}{\sqrt{r_1 r_3}} \text{ Cos } \frac{u_3}{2} \text{ Cos } \frac{u_1}{2} + \frac{a(1+e)}{\sqrt{r_1 r_3}} \text{ Sin } \frac{u_3}{2} \text{ Sin } \frac{u_1}{2}$$

$$= \frac{a}{\sqrt{r_1 r_3}} \left(\text{Cos } g_2 - e \text{ Cos } \frac{u_3 + u_1}{2} \right) \qquad \textbf{36}$$

und durch Substitution des aus letzterer Formel folgenden Werthes von $e \text{ Cos } \frac{u_3 + u_1}{2}$ in 34

$$a = \frac{r_3 + r_1 - 2 \text{ Cos } h_2 \text{ Cos } g_2 \sqrt{r_1 r_3}}{2 \text{ Sin}^2 g_2} \qquad \textbf{37}$$

Bezeichnet aber, wie früher, ϑ_2 die Zwischenzeit zwischen der ersten und zweiten Beobachtung, so hat man mit Hülfe von 36 nach 408 : 14, 15

$$\frac{\sqrt{\mu} \cdot \vartheta_2}{a^{3/2}} = \left(\frac{\pi}{180} u_3 - e \text{ Sin } u_3 \right) - \left(\frac{\pi}{180} u_1 - e \text{ Sin } u_1 \right) =$$

$$= \frac{\pi}{90} \cdot g_2 - 2 \text{ Sin } g_2 \left(\text{Cos } g_2 - \frac{\text{Cos } h_2 \sqrt{r_1 r_3}}{a} \right) \qquad \textbf{38}$$

oder, wenn man für a nach 37 substituirt

$$\frac{\vartheta_2 \sqrt{\mu} \cdot 2^{3/2} \cdot \text{Sin}^3 g_2}{(r_1 + r_3 - 2\sqrt{r_1 r_3} \text{ Cos } g_2 \text{ Cos } h_2)^{3/2}} = \frac{\pi}{90} g_2 - \text{Sin } 2g_2 + \frac{4 \text{ Cos } h_2 \text{ Sin}^2 g_2 \sqrt{r_1 r_3}}{r_1 + r_3 - 2\sqrt{r_1 r_3} \text{ Cos } g_2 \text{ Cos } h_2}$$

Setzt man daher die Zahlwerthe

$$\frac{r_3 + r_1}{2\sqrt{r_1 r_3} \text{ Cos } h_2} = 1 + 2l \qquad \text{und} \qquad \frac{\vartheta_2 \sqrt{\mu}}{(2\sqrt{r_1 r_3} \text{ Cos } h_2)^{3/2}} = m \qquad \textbf{39}$$

so erhält man

$$m = \frac{\frac{\pi}{90} g_3 - \mathrm{Sin}\, 2 g_3}{\mathrm{Sin}^3 g_3} \left(1 + \mathrm{Sin}^2 \frac{g_3}{2}\right)^{3/2} + \left(1 + \mathrm{Sin}^2 \frac{g_3}{2}\right)^{1/2} \qquad \mathbf{40}$$

eine Gleichung, welche nur die Unbekannte g_3 enthält, also zur Noth zu ihrer Bestimmung dienen kann, jedoch noch folgender Umgestaltung fähig ist. Setzt man

$$X = \frac{2 g_3 - \mathrm{Sin}\, 2 g_3}{\mathrm{Sin}^3 g_3} \qquad \text{und} \qquad x = \mathrm{Sin}^2 \frac{g_3}{2} \qquad \mathbf{41}$$

wo in X das freie g_3 in Bogen ausgedrückt sein soll, — also auch

$$x = \frac{1 - \mathrm{Cos}\, g_3}{2} \qquad x(1-x) = \frac{1}{4} \mathrm{Sin}^2 g_3 \qquad \mathbf{42}$$

so geht 40 in $\quad m = (1+x)^{1/2} + (1+x)^{3/2} . X \qquad \mathbf{43}$

über. Nun folgt aus 41 und 42 durch Differentiation

$$\frac{dX}{dx} = 4 \frac{1 - \mathrm{Cos}\, 2 g_3}{\mathrm{Sin}^4 g_3} - 2 \frac{2 g_3 - \mathrm{Sin}\, 2 g_3}{\mathrm{Sin}^5 g_3} . 3\, \mathrm{Cos}\, g_3$$

oder, wenn man beidseitig mit $2(x - x^2)$ multiplicirt, und 41 und 42 berücksichtigt,

$$2(x - x^2) \frac{dX}{dx} = 4 - 3X(1 - 2x) \qquad \mathbf{44}$$

so dass für $x = 0$ sich $X = {}^4/_3$ ergibt, und somit

$$X = \frac{4}{3}(1 + \alpha x + \beta x^2 + \gamma x^3 + \ldots) \qquad \mathbf{45}$$

gesetzt werden kann, wo α, β, γ, ... unbestimmte Coefficienten sind. Um diese Letztern zu bestimmen, hat man nach 45

$$\frac{dX}{dx} = \frac{4}{3}(\alpha + 2\beta x + 3\gamma x^2 + 4\delta x^3 + \ldots) \qquad \mathbf{46}$$

und wenn man aus 45 und 46 in 44 substituirt, sowie beidseitig nach Potenzen von x ordnet, so erhält man durch Gleichsetzung der Factoren der gleich hohen Potenzen von x

$$\alpha = \frac{6}{5} \qquad \beta = \frac{8}{7}\alpha \qquad \gamma = \frac{10}{9}\beta \qquad \delta = \frac{12}{11}\gamma \ \ldots$$

und somit nach 45

$$X = \frac{4}{3} + \frac{4 . 6}{3 . 5} . x + \frac{4 . 6 . 8}{3 . 5 . 7} x^2 + \frac{4 . 6 . 8 . 10}{3 . 5 . 7 . 9} x^3 + \ldots \qquad \mathbf{47}$$

Setzt man ferner $\qquad \xi = \dfrac{x . X - {}^5/_6 X + {}^{10}/_9}{X} \qquad \mathbf{48}$

und bedenkt, dass nach 47

$$x X - {}^5/_6 X + {}^{10}/_9 = {}^8/_{105} x^2 A$$

wo $\quad A = 1 + 2 \dfrac{8}{9} x + 3 . \dfrac{8 . 10}{9 . 11} x^2 + 4 . \dfrac{8 . 10 . 12}{9 . 11 . 13} x^3 + \ldots \qquad \mathbf{49}$

ist, somit

$$X = \frac{{}^4/_3 (1 - {}^{12}/_{175} A x^2)}{1 - {}^6/_5 x} \qquad \xi = \frac{{}^2/_{35} A x^2 (1 - {}^6/_5 x)}{1 - {}^{12}/_{175} A x^2} \qquad \mathbf{50}$$

folgt, — und dass ferner nach 48 und 43 successive

$$X = \frac{1}{{}^3/_4 - {}^9/_{10}(x - \xi)} \qquad m = (1+x)^{1/2} + \frac{(1+x)^{3/2}}{{}^3/_4 - {}^9/_{10}(x - \xi)} \qquad \mathbf{51}$$

werden, so hat man, wenn man noch schliesslich

$$y = \frac{m}{\sqrt{1+x}} \quad \text{oder} \quad x = \frac{m^2}{y^2} - 1 \qquad z = \frac{m^2}{{}^5/_6 + 1 + \xi} \quad \text{oder} \quad \xi = \frac{m^2}{z} - 1 - {}^5/_6 \qquad \mathbf{52}$$

setzt, durch Substitution letzterer Werthe in 51

$$z = \frac{(y-1)\,y^2}{\frac{1}{9} + y} \qquad 53$$

Der Gang der Rechnung ist nun Folgender: Da nach 48 und 41 nothwendig ξ immer ein kleiner ächter Bruch ist, so kann man in erster Linie nach 52

$$z = \frac{m^2}{\frac{5}{6} + l} \qquad 54$$

setzen, — dann y aus 53 rechnen, und schliesslich nach 52 einen ersten Werth von x finden. Mit diesem Werthe sucht man nach 49 und 50 einen bessern Werth von ξ, und mit diesem nach 52 und 53 successive bessere Werthe von z, y und x, — dann sucht man neuerdings ξ, etc., bis endlich ein ξ erhalten wird, das mit dem vorhergehenden stimmt; dann ist man sicher, dass auch der letzte Werth von x gut ist, und kann nun nach 41 leicht g_3 finden. Dann hat man nach 37 mit Hülfe von 39 und 41 vorerst zur Berechnung der halben grossen Axe die Formel

$$a = \frac{2\,(1+x)\sqrt{r_1\, r_2}\,\mathrm{Cos}\, h_3}{\mathrm{Sin}^2\, g_3} \qquad 55$$

Setzt man ferner

$$e = \mathrm{Sin}\,\varphi \qquad 56$$

so hat man nach 23, 35

$$\frac{\mathrm{Sin}\, h_3}{\mathrm{Sin}\, g_3} = \frac{\mathrm{Sin}\, \frac{1}{2}(v_2 - v_1)}{\mathrm{Sin}\, \frac{1}{2}(u_2 - u_1)} = a\sqrt{\frac{1-e^2}{r_1\, r_2}} = \frac{a\,\mathrm{Cos}\,\varphi}{\sqrt{r_1\, r_2}}$$

und somit

$$\mathrm{Cos}\,\varphi = \frac{\mathrm{Sin}\, h_3 \sqrt{r_1\, r_2}}{a\,.\,\mathrm{Sin}\, g_3} \qquad\qquad b = a\sqrt{1-e^2} = a\,\mathrm{Cos}\,\varphi \qquad 57$$

Aus 34 kennt man nun $\mathrm{Cos}\, \frac{1}{2}(u_2 + u_1)$, und aus der entsprechend 34 gebildeten Gleichung

$$r_2 - r_1 = a e\,(\mathrm{Cos}\, u_1 - \mathrm{Cos}\, u_2) = 2 a e\, \mathrm{Sin}\, g_3\, \mathrm{Sin}\, \frac{u_2 + u_1}{2} \qquad 58$$

auch $\mathrm{Sin}\, \frac{1}{2}(u_2 + u_1)$. Nun hat man mit Hülfe von 35

$$\mathrm{Tg}\, \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{\mathrm{Sin}\, \frac{1}{2}(v_2 + v_1)}{\mathrm{Cos}\, \frac{1}{2}(v_2 + v_1)} = \frac{\mathrm{Sin}\, \frac{1}{2}(u_2 + u_1)\,.\,\mathrm{Cos}\,\varphi}{\mathrm{Cos}\, \frac{1}{2}(u_2 + u_1) - \mathrm{Cos}\, g_3\, \mathrm{Sin}\,\varphi} \qquad 59$$

also kann man auch $\frac{1}{2}(v_2 + v_1)$ berechnen, — folglich, da man $\frac{1}{2}(v_2 - v_1) = h$ schon kennt, auch v_2 und v_1 selbst. Ferner können nun aus 35 auch u_2 und u_1 berechnet werden, und mit ihrer Hülfe nach der aus 408 : 14, 15 folgenden Gleichung

$$\frac{t\sqrt{\mu}}{a^{3/2}} = \frac{\pi}{180}\, u - e\,.\,\mathrm{Sin}\, u \qquad 60$$

die bei jeder der beiden Beobachtungen verflossene Zeit t seit dem Durchgange durch das Perihel, also auch die Zeit dieses Durchganges selbst. Die heliocentrischen Coordinaten l und b, die Länge ☊ des aufsteigenden Knotens, die Neigung n der Bahn, und die in Verbindung mit v und ☊ die Länge P des Perihels ergebenden Argumente α der Breite lassen sich nach 412 : 6—8 berechnen, — und wenn endlich die gewählte Epoche nicht mit dem Durchgange durch das Perihel zusammenfällt, so wird die mittlere Länge M zur Epoche gefunden, indem man P für jeden Tag Zeitunterschied um die mittlere, nach 408 : 14 durch $\sqrt{\mu} : a^{3/2}$ ausgedrückte tägliche Bewegung vermehrt. — Mit Benutzung dieser Formeln und der 411 gegebenen drei Beobachtungen der Vesta fand **Littrow** (s. Astronomie II 178) für die Epoche 1807 IV 24,0

a = 2,358321	e = 0,0920261	n = 7° 8′ 46″,42
☊ = 103° 5′ 39″,76	P = 248° 39′ 22″,43	M = 199° 28′ 58″,48

Zahlen, deren Vergleichung mit den in 411 aus zwei Beobachtungen und unter der Kreishypothese gefundenen nicht ohne Interesse ist, und namentlich darauf hinweist, dass auch sie durch Zuziehung anderer, wo möglich weit entfernter Beobachtungen, noch fernerer Verbesserung bedürfen, wofür jedoch auf die 410 gegebene Specialliteratur verwiesen warden muss.

414. Die Bestimmung der Masse. Unter Zugrundelegung des Gravitationsgesetzes besitzen wir ein einfaches Mittel, einen im Abstande R von der Sonne befindlichen Planeten, der einen Mond besitzt, annähernd gegen die Sonne abzuwägen, — so z. B. unsere Erde. Nimmt man nämlich (s. Fig.) zur Hülfe einen fingirten Planeten an, der denselben Abstand r von der Sonne hat, wie der Mond von der Erde, so verhalten sich die Wirkungen der Sonne auf jedes Element dieses fingirten Planeten und der Erde

$$P' : P = R^2 : r^2 \qquad 1$$

Anderseits hat man, wenn M und m die Massen der Sonne und Erde bezeichnen und p gleich der Wirkung der Erde auf ein Element des Mondes ist,

$$p : P' = m : M \qquad 2$$

und endlich nach den Gesetzen der Centralbewegung, wenn T und t die Umlaufszeiten der Erde und des Mondes sind,

$$P : p = \frac{4\pi^2 R}{T^2} : \frac{4\pi^2 r}{t^2} = R \,.\, t^2 : r \,.\, T^2 \qquad 3$$

Durch Multiplication dieser drei Proportionen erhält man aber

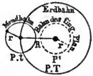
$$M : m = \left(\frac{R}{r}\right)^3 : \left(\frac{T}{t}\right)^2 \qquad 4$$

Da nun für Erde und Mond ungefähr $R = 400 \,.\, r$ und $T = 13 \,.\, t$, so folgt somit annähernd

$$M : m = 400^3 : 13^2 = 378698 : 1$$

während dann allerdings Leverrier aus den hiefür mehr Genauigkeit gewährenden, und nicht an einen Mond gebundenen Störungsrechnungen, von denen 417 einen Begriff geben wird, 354936 fand.

Die im Texte gegebene elementare Lösung einer Aufgabe, welche vor **Newton** als total unzugänglich erscheinen musste, bedarf wohl unter Hinweisung auf die beistehende Figur keine weitere Ausführung. Dagegen mag beigefügt werden, dass aus 1 und dem für 3 verwendeten Werthe von P



$$P' = \frac{4\pi^2 R^3}{r^2 T^2} \qquad 5$$

folgt. Setzt man hier für r den entsprechend 886 zu 96300 g. M. anzunehmenden Radius der Sonne, und für R die mittlere Entfernung 20667000 g. M. der Sonne von der Erde, für T aber die Umlaufszeit der Erde zu $365\frac{1}{4} \,.\, 24 \,.\, 60 \,.\, 60$ Secunden, so ergibt sich $P' = 982$ Fuss als Maass für die Anziehung der Sonne auf einen Punct an ihrer Oberfläche, oder es beträgt der Fallraum eines Körpers auf der Sonne

in der ersten Secunde etwa 466', so dass wir mit unserer Muskulatur auf der Sonne kaum ausreichen würden. Da ferner nach 386 der Halbmesser der Sonne circa 112 Erdradien hält, so ist die Dichte der Sonne gleich $354936 : 112^3 =$ circa $\frac{1}{4}$ Erddichte $= 1\frac{1}{2}$. — Für die im Laufe der Zeiten erhaltenen Massen-Bestimmungen vergleiche die von **Encke** zusammengestellte „Tafel der successiven Aenderungen der Planeten-Massen (Abhandlung 4 über den Cometen von Pons in Berl. Abhandl. 1842)", — für die jetzt gebräuchlichsten Werthe XVI und XVIII.

415. Die Keppler'sche Aufgabe. Sind die Elemente einer Bahn bekannt, so kann man die nach Keppler benannte Aufgabe, den Ort zu irgend einer Zeit τ zu ermitteln, auf folgendem Wege lösen: Ist M die Länge des mittlern Planeten zur Epoche E, P die Länge des Perihels, und T die Umlaufszeit, so kann man vorerst nach

$$m = M - P + \frac{360}{T}(\tau - E) \qquad 1$$

die mittlere, sodann nach 408 : 15, 16 successive die excentrische und wahre Anomalie u und v, und nach 408 : 12 den Radius Vector r erhalten. Um sodann aus den Polarcoordinaten r und v den sog. **heliocentrischen Ort,** d. h. die Länge l und Breite b zu bestimmen, rechnet man zuerst (s. Fig. 1) das sog. **Argument der Breite**

$$\alpha = v + P - \Omega \qquad 2$$

und hat sodann aus dem durch S M, S M' und S Ω gebildeten Dreiecke

$$\mathrm{Tg}\,(l - \Omega) = \mathrm{Tg}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\, i \qquad \mathrm{Sin}\, b = \mathrm{Sin}\,\alpha\, \mathrm{Sin}\, i \qquad r' = r\, \mathrm{Cos}\, b \qquad 3$$

wo r' **curtirte Distanz** heisst. Um dann endlich noch den sog. **geocentrischen Ort,** d. h. die Länge λ und Breite β, zu berechnen, hat man (s. Fig. 2) aus Dreieck P S E

$$\rho^2 = r^2 + R^2 - 2 r R\, \mathrm{Cos}\, c' \qquad 4$$

wo $\mathrm{Cos}\, c' = \mathrm{Cos}\, b \,.\, \mathrm{Cos}\, c$ und $c = l - L$

die sog. **Commutation** des Planeten ist. Ferner findet man aus Dreieck S P' E für die sog. **Elongation** e die Formel

$$\mathrm{Tg}\, e = \frac{r' \,\mathrm{Sin}\, c}{R - r' \,\mathrm{Cos}\, c} \qquad 5$$

während $\pi = 180 - c - e$ die sog. **Parallaxe** vorstellt, — und kann dann schliesslich nach

$$\mathrm{Tg}\, b : \mathrm{Tg}\,\beta = \mathrm{Sin}\, c : \mathrm{Sin}\, e \qquad \lambda = l + \pi = 180^0 + L - e \qquad 6$$

die geocentrische Breite und Länge berechnen.

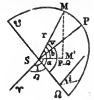
Um 408 : 15 nach n aufzulösen, kann man die Regula falsi anwenden: Ist z. B., wie es nach 1 und XVIII für Mars 1857 VII 8, 5 der Fall war, $m = 109^0\ 4'\ 53''$ und $e = 0{,}0932611$, so gibt 408 : 15

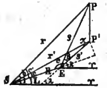
$$o = u - \left\{\begin{matrix} 4{,}2839202'' \\ 5^0\ 20'\ 27'' \end{matrix}\right\} . \mathrm{Sin}\, u - 109^0\ 4'\ 53''$$

Macht man in erster Annahme, da hier Sin u etwa 0,9 beträgt, $u' = 113^0 58'$, so erhält man als entsprechenden Fehler $d' = -254''$, und kann, diesen berücksichtigend, etwa die zweite Annahme $u'' = 113^0 58'$ machen, für welche man $d'' = +17''$ findet; mit diesen Daten gibt sodann die Regula falsi den guten Werth

$$u = u'' - d''\,\frac{u'' - u'}{d'' - d'} = 113^0\,57'\,41''$$

Es lässt sich aber auch aus 408 : 15 für n eine Reihe entwickeln, vergleiche 416 : 2, — oder man kann, wie diess Annibale de **Gasparis** (Buguara in den Abruzzen 1819; Director der Sternwarte auf Capo di monte bei Neapel) für verschiedene Excentricitäten (s A. N. 1082) durchgeführt hat, nach 408 : 15 für eine Reihe von n die m berechnen, und aus der so gebildeten Tafel rückwärts durch Interpolation zu einem gegebenen m das zugehörige u suchen, — oder man kann mit **Dubois** (s. A. N. 1404) durch eine Sinusoide (vergl. 151) eine graphische Lösung erhalten, — etc. — Die Aufstellung der Formeln 2—6 hat mit Hülfe der beistehenden Figuren nicht die mindeste Schwierigkeit; dagegen bleibt zu bemerken, dass man auch noch andere Formelnsysteme zur Lösung derselben Aufgabe verwenden kann: Ersetzt man z. B. in 192 : 2 die Grössen r, v, w durch die heliocentrischen Coordinaten r, h, l des Planeten, — die Grössen r', v', w' durch die geocentrischen Coordinaten ϱ, β, λ desselben, — die Grössen R, V, W durch die heliocentrischen Coordinaten R, B = o, L der Erde, — und nimmt endlich die willkürliche Grösse $n = \frac{1}{2}(l + L)$ an, so erhält man, r Cos h = r' und r Sin h = r'' setzend, die Formeln





$$\varrho \operatorname{Cos}\beta \operatorname{Cos}\left(\lambda - \frac{l+L}{2}\right) = (r' - R)\operatorname{Cos}\frac{l-L}{2} \qquad \varrho \operatorname{Sin}\beta = r''$$

$$\varrho \operatorname{Cos}\beta \operatorname{Sin}\left(\lambda - \frac{l+L}{2}\right) = (r' + R)\operatorname{Sin}\frac{l-L}{2} \qquad \mathbf{7}$$

durch deren Combination man offenbar leicht die λ, β, ϱ aus den l, h, r berechnen kann. Nimmt man dagegen die willkürliche Grösse $n = \frac{1}{2}(\lambda + L)$ an, so erhält man, $\varrho \operatorname{Cos}\beta = \varrho'$ und $\varrho \operatorname{Sin}\beta = \varrho''$ setzend, die Formeln

$$r \operatorname{Cos} h \operatorname{Cos}\left(l - \frac{\lambda+L}{2}\right) = (\varrho' + R)\operatorname{Cos}\frac{\lambda - L}{2} \qquad r \operatorname{Sin} h = \varrho''$$

$$r \operatorname{Cos} h \operatorname{Sin}\left(l - \frac{\lambda+L}{2}\right) = (\varrho' - R)\operatorname{Sin}\frac{\lambda - L}{2} \qquad \mathbf{8}$$

welche umgekehrt den heliocentrischen Ort aus dem geocentrischen zu berechnen erlauben. Vergl. auch 412. — Ist l klein, so kann man 3[1] mit Hülfe von 52 : 1, 2 durch

$$l - \Omega = \alpha - \operatorname{Tg}^2\frac{i}{2}\,.\operatorname{Sin} 2\alpha + \ldots \qquad \mathbf{9}$$

und 3[2], da in diesem Falle Sin l = Tg i gesetzt werden darf, durch

$$r' = r\sqrt{1 - \operatorname{Sin}^2 b} = r\left(1 - \tfrac{1}{2}\operatorname{Tg}^2 i\,.\operatorname{Sin}^2\alpha + \ldots\right) \qquad \mathbf{10}$$

ersetzen.

416. Entwicklung einiger betreffender Reihen. — Durch Vergleichung von

$$y = w + x\,.\,\varphi(y) \qquad \text{und} \qquad u = m + e\,.\operatorname{Sin} u \qquad \mathbf{1}$$

kann man nach der Lagrange'schen Reversionsformel (61) eine beliebige Function ψ von u nach Potenzen von e entwickeln. Um z. B. für u selbst eine solche Reihe zu erhalten, hat man $\psi(y) = u$, also $\psi(w) = m$ und $d\,.\,\psi(w) : dw = 1$ zu setzen, und erhält

$$u = m + \frac{e}{1}\,\text{Sin}\,m + \frac{e^2}{2}\,\text{Sin}\,2m + \frac{e^3}{6}\left(\frac{9}{4}\,\text{Sin}\,3m - \frac{3}{4}\,\text{Sin}\,m\right) + \frac{e^4}{24}(8\,\text{Sin}\,4m - 4\,\text{Sin}\,2m) + \ldots \qquad \mathbf{2}$$

Setzt man dagegen $\psi(y) = \text{Cos}\,u$, so erhält man

$$\text{Cos}\,u = \text{Cos}\,m - \frac{e}{1}\,\text{Sin}^2 m - \frac{3e^2}{2}\,\text{Sin}^2 m\,\text{Cos}\,m - - \frac{2e^3}{3}(3\,\text{Sin}^2 m\,\text{Cos}^2 m - \text{Sin}^4 m) - \ldots \qquad \mathbf{3}$$

und mit Hülfe dieser Reihe nach 408:12

$$r = a\left[1 - e\,\text{Cos}\,m + e^2\,\text{Sin}^2 m + \frac{3e^3}{2}\,\text{Sin}^2 m\,\text{Cos}\,m + \ldots\right] \qquad \mathbf{4}$$

wofür man in vielen Fällen die Annäherung $r = a(1 - e\,\text{Cos}\,m)$ substituiren kann, für die man in ältern Werken meist $r = a(1 + e\,\text{Cos}\,m)$ findet, da früher die Anomalie fast immer vom Aphel oder Apogeum aus gezählt wurde. Durch weitere Entwicklung ergibt sich

$$v = m + 2e\,\text{Sin}\,m + \frac{5e^2}{4}\,\text{Sin}\,2m + \frac{e^3}{12}(13\,\text{Sin}\,3m - 3\,\text{Sin}\,m) + \ldots \qquad \mathbf{5}$$

wodurch theils die Mittelpunctsgleichung (408) bestimmt, theils die Lösung der Keppler'schen Aufgabe ohne Hülfe der excentrischen Anomalie ermöglicht wird. Setzt man ferner für die Epoche 1850 I $0{,}0^h$ m. Z. Paris nach Hansen die Excentricität der Erdbahn $e = 0{,}0167712$, die Länge des Perihels $P = 280^0\,21'\,41'',0$, und bezeichnet λ die wahre Länge der Sonne, L aber die Länge einer sich in der Ekliptik gleichförmig bewegenden, gedachten Sonne (408), so dass $P + m = L$ und $\lambda = P + v = L + v - m$ ist, so ergibt sich mit Hülfe von 5

$$\lambda = L + 1244'',31\,\text{Sin}\,L - 67'',82\,\text{Sin}\,2L - 0'',54\,\text{Sin}\,3L + \ldots + 6805{,}56\,\text{Cos}\,L + 25{,}66\,\text{Cos}\,2L - 0{,}90\,\text{Cos}\,3L - \ldots \qquad \mathbf{6}$$

und sodann die Rectascension A der Sonne nach 353:5 durch

$$\text{Tg}\,A = \text{Tg}\,\lambda\,.\,\text{Cos}\,\varepsilon \qquad \text{wo} \qquad \varepsilon = 23^0\,27'\,31'',0 \qquad \mathbf{7}$$

oder nach 52:2 durch die Reihe

$$A = \lambda - 8891'',56\,.\,\text{Sin}\,2\lambda + 191'',65\,\text{Sin}\,4\lambda - 5'',51\,\text{Sin}\,6\lambda + \ldots \qquad \mathbf{8}$$

Für die erwähnte Epoche war aber nach Hansen die mittlere Länge L der Sonne, die mit der Rectascension einer zweiten mittlern, sich gleichförmig im Equator bewegenden, und mit der ersten mittlern Sonne gleichzeitig durch die Equinoctien gehenden, als Zeitregulator

(351) angenommenen, gedachten Sonne übereinstimmt, also die Sternzeit der Culmination dieser Letztern, oder die **Sternzeit im sog. mittlern Mittage** vorstellt, $18^h\ 39^m\ 9^s,261$, — die Länge des tropischen Jahres aber $365^d,2422008$, und daher die mittlere tägliche tropische Bewegung der Sonne $24^h : 365,2422008 = 3^m\ 56^s,555$, die Bewegung in 365^d also $23^h\ 59^m\ 2^s,706 = -57^s,294$, in 366^d aber $+2^m\ 59^s,261$, und die Bewegung in 1^s endlich $0^s,002738$, womit die Möglichkeit gegeben ist, für jede Zeit und den mittlern Mittag jedes Ortes die entsprechende Zeit L, und damit successive nach 6 und 8 die entsprechenden Werthe von λ und A, also auch die sog. **Zeitgleichung** A — L (351) zu berechnen. Es ergibt sich, dass Letztere 4 mal im Jahre Null wird und 4 mal ein Maximum annimmt, nämlich etwa

II 12	IV 15	V 14	VI 14	VII 26	VIII 31	XI 18	XII 24
$+14^m 31^s$	0	$-3^m 53^s$	0	$+6^m 12^s$	0	$-16^m 18^s$	0

ist; ihre Existenz war natürlich schon durch Keppler's zweites Gesetz erwiesen, aber ihre Berechnung führte erst Flamsteed durch, und als bürgerliche Zeit scheint die mittlere Zeit zuerst durch Mallet in Genf eingeführt worden zu sein. [XVII.]

Setzt man $\psi(y) = u$, so erhält man zunächst

$$u = m + \frac{e}{1} \operatorname{Sin} m + \frac{e^2}{1.2} \cdot \frac{d . \operatorname{Sin}^2 m}{dm} + \frac{e^3}{1.2.3} \cdot \frac{d^2 . \operatorname{Sin}^3 m}{dm^2} + \ldots$$

und hieraus geht 2 mit Hülfe von 50 hervor. — Setzt man dagegen $\psi(y) = \operatorname{Cos} u$, also $\psi(w) = \operatorname{Cos} m$ und $d . \psi(w) : dw = -\operatorname{Sin} m$, so erhält man

$$\operatorname{Cos} u = \operatorname{Cos} m - \frac{e}{1} \operatorname{Sin}^2 m - \frac{e^2}{1.2} \cdot \frac{d . \operatorname{Sin}^3 m}{dm} - \frac{e^3}{1.2.3} \cdot \frac{d^2 . \operatorname{Sin}^4 m}{dm^2} - \ldots$$

und hieraus 3. — Statt 4 wird auch zuweilen die daraus leicht abzuleitende Reihe

$$r = a \left[1 - e \operatorname{Cos} m - \frac{e^2}{2} (\operatorname{Cos} 2m - 1) - \frac{3 e^3}{8} (\operatorname{Cos} 3m - \operatorname{Cos} m) - \ldots\right] \quad 9$$

gebraucht. — Setzt man ferner entsprechend 408 : 12

$$\left(\frac{r}{a}\right)^i = (1 - e \operatorname{Cos} u)^i = \psi(y)$$

folglich

$$\psi(w) = (1 - e \operatorname{Cos} m)^i \qquad \text{und} \qquad \frac{d . \psi(w)}{dw} = i . e \operatorname{Sin} m (1 - e \operatorname{Cos} m)^{i-1}$$

so erhält man

$$\frac{r^i}{a^i} = (1 - e \operatorname{Cos} m)^i + \frac{e}{1} . i \operatorname{Sin}^2 m (1 - e \operatorname{Cos} m)^{i-1} + \\ + \frac{e^2}{1.2} . i . \frac{d [\operatorname{Sin}^3 m (1 - e \operatorname{Cos} m)^{i-1}]}{dm} + \ldots \quad 10$$

und somit für $i = -2$ mit Hülfe von 43 und 50

$$\frac{a^2}{r^2} = (1 - e \operatorname{Cos} m)^{-2} - 2 e^2 \operatorname{Sin}^2 m (1 - e \operatorname{Cos} m)^{-3} - \\ - 3 e^3 [\operatorname{Sin}^2 m \operatorname{Cos} m (1 - e \operatorname{Cos} m)^{-3} - e \operatorname{Sin}^4 m (1 - e \operatorname{Cos} m)^{-4}] - \ldots \\ = 1 + 2 e \operatorname{Cos} m + \frac{e^2}{2} (1 + 5 \operatorname{Cos} 2m) + \frac{e^3}{4} (13 \operatorname{Cos} 3m + 3 \operatorname{Cos} m) + \ldots \quad 11$$

oder, wenn man beidseitig mit $\sqrt{1-e^2}\, dm = (1 - \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{8} e^4 - \ldots)\, dm$ multiplicirt, und, nach 408 : 16, 15, 12 unter Annahme von $e = \text{Sin}\, \varphi$

$$\frac{dv}{dn} = \frac{a \,.\, \text{Cos}\, \varphi}{r} \qquad dn = dm + e\, \text{Cos}\, n \,.\, dn$$

$$\frac{dn}{dm} = \frac{1}{1 - e\, \text{Cos}\, n} = \frac{a}{r} \qquad \frac{dv}{dm} = \frac{a^2\, \text{Cos}\, \varphi}{r^2} = \frac{a^2 \sqrt{1-e^2}}{r^2} \qquad \textbf{12}$$

setzend, integrirt, unsere 5. — Aus 5 folgt nach der im Texte angegebenen Weise

$$\lambda = L + \left(2e - \frac{e^3}{4}\right) \text{Sin}\,(L-P) + \frac{5e^2}{4}\, \text{Sin}\, 2\,(L-P) + \frac{13\,e^3}{12}\, \text{Sin}\, 3\,(L-P) + \ldots$$

und hieraus durch Einsetzen der Werthe, sowie, um die Coefficienten in Secunden zu erhalten, durch Multipliciren mit 206265, die 6. — Aus 7 erhält man zunächst

$$A = \lambda - \text{Tg}^2 \frac{\varepsilon}{2}\, \text{Sin}\, 2\lambda + \frac{1}{2}\, \text{Tg}^4 \frac{\varepsilon}{2}\, \text{Sin}\, 4\lambda - \frac{1}{3}\, \text{Tg}^6 \frac{\varepsilon}{2}\, \text{Sin}\, 6\lambda + \ldots$$

und hieraus sodann, analog wie oben verfahrend, die 8. — Setzt man in 8 nach 6

$$\lambda = L + \triangle L \qquad \text{wo} \qquad \triangle L = 1244{,}31 \,.\, \text{Sin}\, L + 6805{,}56\, \text{Cos}\, L - \ldots$$

und somit angenähert

$$\text{Sin}\, n\lambda = \text{Sin}\, nL + n\, \text{Cos}\, nL \,.\, \triangle L \,.\, \text{Sin}\, 1''$$

benutzt die goniometrischen Formeln

$$2\, \text{Sin}\, L \,.\, \text{Cos}\, 2L = \text{Sin}\, 3L - \text{Sin}\, L \qquad 2\, \text{Cos}\, L\, \text{Cos}\, 2L = \text{Cos}\, 3L + \text{Cos}\, L \quad \text{etc.}$$

und dividirt durch 15, um Zeitsecunden zu erhalten, so ergibt sich eine Reihe, welche A direct durch L gibt; so, oder auf ähnliche Weise erhielt z. B. **Brünnow** (s. Astronomie in 324) die sich auf 1850 beziehende Reihe

$$\begin{aligned} A - L = {} & 86^s{,}53 \,.\, \text{Sin}\, L - 596^s{,}64 \,.\, \text{Sin}\, 2L - 3^s{,}77 \,.\, \text{Sin}\, 3L + 13^s{,}23 \,.\, \text{Sin}\, 4L + \ldots \\ & + 434{,}15 \,.\, \text{Cos}\, L + 1{,}69 \,.\, \text{Cos}\, 2L - 18{,}77 \,.\, \text{Cos}\, 3L - 0{,}19 \,.\, \text{Cos}\, 4L + \ldots \end{aligned} \qquad \textbf{13}$$

Delambre (s. Astronomie in 324) aber die Reihe

$$\begin{aligned} A - L = {} & \begin{Bmatrix} 80^s{,}83 \\ 94{,}76 \end{Bmatrix} \text{Sin}\, L - \begin{Bmatrix} 596^s{,}78 \\ 595{,}91 \end{Bmatrix} \text{Sin}\, 2L - \begin{Bmatrix} 3^s{,}48 \\ 4{,}08 \end{Bmatrix} \text{Sin}\, 3L + \begin{Bmatrix} 12^s{,}94 \\ 12{,}80 \end{Bmatrix} \text{Sin}\, 4L + \ldots \\ & + \begin{Bmatrix} 435{,}62 \\ 432{,}17 \end{Bmatrix} \text{Cos}\, L + \begin{Bmatrix} 1{,}67 \\ 1{,}95 \end{Bmatrix} \text{Cos}\, 2L - \begin{Bmatrix} 18{,}79 \\ 18{,}61 \end{Bmatrix} \text{Cos}\, 3L - \begin{Bmatrix} 0{,}88 \\ 0{,}10 \end{Bmatrix} \text{Cos}\, 4L + \ldots \end{aligned} \qquad \textbf{14}$$

wo je die obern Coefficienten für 1810, die untern für 1910 gelten. — Nach den im Texte gegebenen Daten erhält man z. B. für 1865 I $0{,}0^h$ m. Z. Paris, d. h. 15 Jahre (11 à 365 und 4 à 366^d) nach der Epoche, $L = 18^h\, 39^m\, 9^s{,}261 - 11 \times 57^s{,}294 + 4 \times 2^m\, 59^s{,}261 = 18^h\, 40^m\, 36^s{,}071$, — und für 1865 I $5{,}0^h$ z. B. sind noch $5 \times 3^m\, 56^s{,}555 = 19^m\, 42^s{,}775$ beizufügen, so dass 1865 I 5 für Paris die Sternzeit im mittlern Mittage, abgesehen von der durch die Nutation (s. 419, 458) bewirkten kleinen periodischen Veränderung des Frühlingspunctes, $19^h\, 0^m\, 18^s{,}85$ beträgt. Will man letztern Einfluss berücksichtigen, so hat man, da nach 419 und **Peters** das Hauptglied der Nutation in Länge $\triangle\lambda = -17'',25\, \text{Sin}\, \Omega = -1^s{,}15 \,.\, \text{Sin}\, \Omega$ ist, das Berliner-Jahrbuch aber die Länge des aufsteigenden Mondknotens für 1865 I 5 : $\Omega = 215^0\, 50'$ und für 1850 I 0 : $\Omega' = 146^0\, 13'$ gibt, noch die Differenz $-1^s{,}15$ (Sin $215^0\, 50'$ — Sin $146^0\, 13'$) $= + 1^s{,}31$ als Correction anzubringen, wodurch die obige Sternzeit auf $19^h\, 0^m\, 20^s{,}16$ erhöht wird. Für andere Orte der Erde ist sodann diese Zahl noch um $0^s{,}002738$ mal der entsprechenden, in Zeitsecunden ausgedrückten östlichen Länge von Paris zu vermindern, so z. B. für Bern um $3^s{,}35$, für Zürich um $4^s{,}08$, für Berlin um $7^s{,}27$, für Greenwich um $-1^s{,}54$,

etc.; so wäre also z. B. für Bern 1865 I 5 die Sternzeit im mittlern Mittage $19^h\ 0^m\ 16^s,81$. Bei den Tafeln, welche (wie z. B. XVII) nach obigen Grundsätzen für das leichtere Auffinden der Sternzeit im mittlern Mittage construirt worden sind, wird gewöhnlich das einer vollen Nutationsperiode entsprechende Argument gleich 1000, also seine jährliche Veränderung gleich 1000 : 18,6 = 53,8 gesetzt. — Da die tägliche Aenderung der Zeitgleichung zwischen + 30ˢ (XII 23) und — 21ˢ (IX 15) schwankt, so varirt auch die Länge des wahren Tages von $24^h\ 0^m\ 30^s$ bis $23^h\ 59^m\ 39^s$. — Die erste genauere Untersuchung über die schon **Ptolemäus** (vergl. Almagest III 8) nicht unbekannte Zeitgleichung ist in „**Flamsteed**, De inæqualitate dierum solarium dissertatio astronomica. Londini 1672 in 4." enthalten. — Bald nach Genf, wo etwa von 1780 hinweg nach dem Vorschlage von **Mallet** der mittlere Mittag durch einen Glockenschlag verkündet wurde, nahm man auch in England die mittlere Zeit an, und 1798 gab man sich auf dem unter **Zach** in Gotha versammelten Astronomencongresse das Wort, sie in Ephemeriden, bei Beobachtungsdaten, etc., ausschliesslich zu gebrauchen, sowie ihre allgemeine Einführung in's bürgerliche Leben zu befürworten. Letztere gelang 1810 in Berlin, 1816 in Paris, 1853 (mittl. Berner-Zeit) in der Schweiz, etc.

417. Die sog. Störungen der Planetenbewegung. — Vernachlässigt man in 407 die R nicht, bildet 5 . x — 4 . y, und bezeichnet die ersten Differentialquotienten nach der Zeit oder die Geschwindigkeiten nach den Axen mit x′ y′ z′, so erhält man

$$\Sigma f\mu\left(x\frac{dR}{dy} - y\frac{dR}{dx}\right) = \frac{x\,d^2y - y\,d^2x}{dt^2} = \frac{d(xy' - yx')}{dt}$$

und es bestehen somit, wenn man die Grösse links vom Gleichheitszeichen mit $dc' : dt$ bezeichnet, integrirt, und sodann mit 4 . z — 6 . x und 6 . y — 5 . z analog verfährt, die Gleichungen

$$xy' - yx' = c' \qquad zx' - xz' = c'' \qquad yz' - zy' = c''' \qquad 1$$

und aus ihnen folgt ganz entsprechend 408 : 3

$$c'z + c''y + c'''x = 0 \qquad 2$$

nur hat der grosse Unterschied statt, dass jetzt die c sich mit der Zeit verändern, also 2 eigentlich keine Ebene mehr repräsentirt, und nur annäherungsweise, da die Massen der Planeten im Verhältnisse zur Sonnenmasse klein sind, als die Gleichung einer mit der Zeit veränderlichen Ebene betrachtet werden darf. Geht man auch im weitern ganz in ähnlicher Weise wie in 408 vor, dabei

$$\Sigma 2f\mu\left(\frac{dR}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} + \frac{dR}{dy}\cdot\frac{dy}{dt} + \frac{dR}{dz}\cdot\frac{dz}{dt}\right) = -\frac{dh}{dt} \qquad 3$$

$$k^2 = c'^2 + c''^2 + c'''^2$$

setzend, so kömmt man ebenfalls auf

$$dv = \frac{k\,dr}{r\sqrt{2f(1+m)r - hr^2 - k^2}} \qquad 4$$

wo aber h und k mit der Zeit veränderlich sind. Sieht man vorerst hievon ab, so erhält man wie in 408 das Integral

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \operatorname{Cos}(v - w)} \qquad 5$$

wo a und e in durch 408 : 9 bestimmter Weise von h und k abhängen. Differenzirt man aber 5 unter Annahme, es seien auch h, k, w, oder also a, e, w veränderlich, so erhält man

$$\begin{aligned} d[a(1-e^2)] &= dr + e \operatorname{Cos}(v-w)\, dr - r e \operatorname{Sin}(v-w)\, dv \\ &\quad + r \operatorname{Cos}(v-w)\, de + r e \operatorname{Sin}(v-w)\, dw \end{aligned}$$

wo die obere Zeile rechts für sich als Differential einer bei der Integration als constant angenommenen Grösse Null sein muss, und wenn daher die Relation

$$d[a(1-e^2)] = r \operatorname{Cos}(v-w)\, de + r e \operatorname{Sin}(v-w)\, dw \qquad 6$$

besteht, so ist 5 auch noch für variable Werthe von h und k das Integrale von 4, d. h. es ist die Bahn noch eine Ellipse, aber eine Ellipse mit veränderlichen Elementen. Und in der That zeigen die weitern Entwicklungen, dass man dem wirklichen Planeten einen fingirten Planeten in einer solchen elliptischen Bahn mit veränderlichen Elementen beständig so folgen lassen kann, dass der wirkliche Planet nur kleine Oscillationen um den fingirten zu machen scheint. Es hat diess Veranlassung gegeben, die Modificationen, welche die elliptische Bewegung eines Planeten um die Sonne durch die übrigen Planeten erleidet, und welche man von jeher unter dem Namen von **Störungen** zusammengefasst hat, in zwei Kathegorien abzutheilen, — in **seculäre** Störungen, welche jene, übrigens nur langsame Variabilität der Elemente involviren, und in **periodische** Störungen, welche die kleinen Oscillationen in sich fassen, und Laplace hat zeigen können, dass die seculären Störungen die grosse Axe und damit die Umlaufszeit ganz unverändert lassen, — dass Excentricität, Neigung und Länge des Knotens langsam zwischen engen Grenzen schwanken, und nur das Perihel seinen Kreislauf fortsetzt, bis es nach Ablauf vieler Jahrtausende ebenfalls zur alten Lage zurückkehrt, — dass also die Stabilität der Grundcharakter des Sonnensystems ist.

Hat man ein System von Differentialgleichungen zweiter Ordnung

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dx'}{dt} = A + X \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dy'}{dt} = B + Y \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{dz'}{dt} = C + Z \qquad 7$$

die man bei Vernachlässigung von X, Y, Z unter Einführung von sechs Integrationsconstanten a, b, c, e, f, g zu integriren weiss, so frägt es sich, wie man durch die zuerst von **Euler** in seiner Preisschrift von 1748 (s. 407) in Anwendung gebrachte sog. **Variation der Constanten** den vollständigen Gleichungen Genüge leisten kann. Es mag hier diess Problem zur Ergänzung

des im Texte Gesagten auf dem von **Leverrier** (s. Annales in 407) eingeschlagenen Wege in Angriff genommen werden: Gesetzt, man habe bei Vernachlässigung von X Y Z wirklich sechs Integralgleichungen zwischen x y z, x' y' z' und a b c, e f g aufgefunden, und dann dieselben nach den ersten oder nach den zweiten gelöst, so hat man entweder

$$x = f(a, b, c, e, f, g) \qquad x' = f_1(a, b, c, e, f, g) \qquad y = f_2(a, b, c, e, f, g) \ldots \qquad 8$$

oder

$$a = \varphi(x, y, z, x', y', z'), \quad b = \varphi_1(x, y, z, x', y', z'), \quad c = \varphi_2(x, y, z, x', y', z') \ldots \qquad 9$$

erhalten, wo in den sämmtlichen Functionen f und φ nothwendig auch noch die Zeit t erscheint. Differenziren wir nun die Werthe 8 unter der Voraussetzung nach der Zeit, es variren auch die Constanten mit derselben, und bezeichnen durch $\left(\frac{dx}{dt}\right)$, $\left(\frac{dx'}{dt}\right)$, ... diejenigen Theile der vollständigen Derivirten, welche der freien Zeit entsprechen, so erhalten wir

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}\right) + \frac{dx}{da}\cdot\frac{da}{dt} + \frac{dx}{db}\cdot\frac{db}{dt} + \ldots, \quad \frac{dx'}{dt} = \left(\frac{dx'}{dt}\right) + \frac{dx'}{da}\cdot\frac{da}{dt} + \frac{dx'}{db}\cdot\frac{db}{dt} + \ldots$$

etc., und bestimmen wir somit die sechs Grössen $\frac{da}{dt}$, $\frac{db}{dt}$, ... durch die sechs Gleichungen

$$\frac{dx}{da}\,\frac{da}{dt} + \frac{dx}{db}\,\frac{db}{dt} + \ldots = 0, \quad \frac{dy}{da}\,\frac{da}{dt} + \frac{dy}{db}\,\frac{db}{dt} + \ldots = 0, \quad \frac{dz}{da}\,\frac{da}{dt} + \frac{dz}{db}\,\frac{db}{dt} + \ldots = 0 \qquad 10$$

$$\frac{dx'}{da}\,\frac{da}{dt} + \frac{dx'}{db}\,\frac{db}{dt} + \ldots = X, \quad \frac{dy'}{da}\,\frac{da}{dt} + \frac{dy'}{db}\,\frac{db}{dt} + \ldots = Y, \quad \frac{dz'}{da}\,\frac{da}{dt} + \frac{dz'}{db}\,\frac{db}{dt} + \ldots = Z \qquad 11$$

so genügen die Werthe 8 auch noch den vollständigen Gleichungen 7 vollkommen. Wenn aber x, y, etc. Functionen von a, b, etc. sind, so ist

$$dx = \frac{dx}{da}\,da + \frac{dx}{db}\,db + \ldots \qquad dy = \frac{dy}{da}\,da + \frac{dy}{db}\,db + \ldots \quad \text{etc.} \qquad 12$$

und, da a, b, etc. auch Functionen von x, y, etc. sind,

$$da = \frac{da}{dx}\,dx + \frac{da}{dy}\,dy + \ldots \qquad db = \frac{db}{dx}\,dx + \frac{db}{dy}\,dy + \ldots \quad \text{etc.} \qquad 13$$

Substituirt man nun aus 12 in 13, so erhält man z. B.

$$da = \frac{da}{dx}\left(\frac{dx}{da}\,da + \frac{dx}{db}\,db + \ldots\right) + \frac{da}{dy}\left(\frac{dy}{da}\,da + \frac{dy}{db}\,db + \ldots\right) + \ldots$$

und diese Gleichung, welche nothwendig identisch sein, d. h. für jede Werthe von da, db, ... bestehen muss, verlangt die Gleichheiten

$$1 = \frac{da}{dx}\cdot\frac{dx}{da} + \frac{da}{dy}\cdot\frac{dy}{da} + \ldots \qquad 0 = \frac{da}{dx}\cdot\frac{dx}{db} + \frac{da}{dy}\cdot\frac{dy}{db} + \ldots \quad \text{etc.} \qquad 14$$

Multiplicirt man aber die 10 der Reihe nach mit $\frac{da}{dx}$, $\frac{da}{dy}$, $\frac{da}{dz}$, und die 11 mit $\frac{da}{dx'}$, $\frac{da}{dy'}$, $\frac{da}{dz'}$, so gibt die Summe aller dieser Gleichungen mit Hülfe von 14

$$\frac{da}{dt} = \frac{da}{dx'}\cdot X + \frac{da}{dy'}\cdot Y + \frac{da}{dz'}\cdot Z \qquad 15$$

und ähnliche Gleichungen könnte man auch für $\frac{db}{dt}$, etc. anschreiben, so dass es so in sehr einfacher Weise gelungen ist, die aus 10 und 11 zu bestimmenden Grössen zu isoliren. — In dem Falle der planetarischen Störungen können X, Y, Z (vergl. 7 und 407: 4—6) als partielle Differentialquotienten

Einer Function Ω nacb x, y, z angeseben werden, se dass 15 durch

$$\frac{da}{dt}=\frac{da}{dx'}\cdot\frac{d\Omega}{dx}+\frac{da}{dy'}\cdot\frac{d\Omega}{dy}+\frac{da}{dz'}\cdot\frac{d\Omega}{dz} \tag{16}$$

ersetzt werden kann, oder, da Ω wegen 8 als eine Function von a, b, e, e, f, g zu betrachten ist, also

$$\frac{d\Omega}{dx}=\frac{d\Omega}{da}\cdot\frac{da}{dx}+\frac{d\Omega}{db}\cdot\frac{db}{dx}+\ldots \qquad \frac{d\Omega}{dy}=\frac{d\Omega}{da}\cdot\frac{da}{dy}+\ldots \text{ etc.}$$

sein muss, durcb

$$\frac{da}{dt}=\left(\frac{da}{dx'}\cdot\frac{da}{dx}+\frac{da}{dy'}\cdot\frac{da}{dy}+\frac{da}{dz'}\cdot\frac{da}{dz}\right)\cdot\frac{d\Omega}{da}+ \\ +\left(\frac{da}{dx'}\cdot\frac{db}{dx}+\frac{da}{dy'}\cdot\frac{db}{dy}+\frac{da}{dz'}\cdot\frac{db}{dz}\right)\cdot\frac{d\Omega}{db}+\ldots \tag{17}$$

Da ferner unser Ω von x' y' z' unabhängig ist, so muss

$$0=\frac{da}{dx}\left(\frac{d\Omega}{da}\cdot\frac{da}{dx'}+\frac{d\Omega}{db}\cdot\frac{db}{dx'}+\ldots\right)+\frac{da}{dy}\left(\frac{d\Omega}{da}\cdot\frac{da}{dy'}+\frac{d\Omega}{db}\cdot\frac{db}{dy'}+\ldots\right)+ \\ +\frac{da}{dz}\left(\frac{d\Omega}{da}\cdot\frac{da}{dz'}+\frac{d\Omega}{db}\cdot\frac{db}{dz'}+\ldots\right) \tag{18}$$

sein, weil die Ausdrücke in den Klammern nichts anderes als die Differentialquetienten von Ω in Beziebnng auf x' y' z', also Null sind. Subtrahirt man aber 18 von 17, nnd führt das Symbol

$$(a,b)=\left(\frac{da}{dx}\cdot\frac{db}{dx'}-\frac{da}{dx'}\cdot\frac{db}{dx}\right)+\left(\frac{da}{dy}\cdot\frac{db}{dy'}-\frac{da}{dy'}\cdot\frac{db}{dy}\right)+ \\ +\left(\frac{da}{dz}\cdot\frac{db}{dz'}-\frac{da}{dz'}\cdot\frac{db}{dz}\right) \tag{19}$$

ein, se erhält man den Ausdruck

$$\frac{da}{dt}=-(a,b)\cdot\frac{d\Omega}{db}-(a,e)\cdot\frac{d\Omega}{de}-\ldots \tag{20}$$

we bemerkenswerth ist, dass $\frac{d\Omega}{da}$ wegfiel. — Eine wicbtige Eigenscbaft des Symbeles (a, b) ergibt sich, wenn man sein Differential nach der Zeit bildet, d. h. nach 19

$$\left[\frac{da}{dx}\cdot d\frac{db}{dx'}-\frac{db}{dx}\cdot d\frac{da}{dx'}\right]+\frac{db}{dx'}\cdot d\frac{da}{dx}-\frac{da}{dx'}\cdot d\frac{db}{dx}+ \\ \left[\frac{da}{dy}\cdot d\frac{db}{dy'}-\frac{db}{dy}\cdot d\frac{da}{dy'}\right]+\frac{db}{dy'}\cdot d\frac{da}{dy}-\frac{da}{dy'}\cdot d\frac{db}{dy}+ \\ \left[\frac{da}{dz}\cdot d\frac{db}{dz'}-\frac{db}{dz}\cdot d\frac{da}{dz'}\right]+\frac{db}{dz'}\cdot d\frac{da}{dz}-\frac{da}{dz'}\cdot d\frac{db}{dz} \tag{21}$$

aufschreibt. Es ist nämlich, da a nach 9 eine Fnnction ven x y z, x' y' z' nnd t ist,

$$d\cdot\frac{da}{dx'}=\frac{d^2a}{dx'.dt}dt+\frac{d^2a}{dx'.dx}dx+\frac{d^2a}{dx'.dy}dy+\frac{d^2a}{dx'.dz}.dz+ \\ +\frac{d^2a}{dx'^2}dx'+\frac{d^2a}{dx'.dy'}dy'+\frac{d^2a}{dx'.dz'}.dz'$$

eder, wenn man dt absondert, und entsprechend der ersten Integration (vergl. 7) $\frac{dx'}{dt}=A$, etc. setzt,

$$d\cdot\frac{da}{dx'}=\left[\begin{array}{l}\frac{d^2a}{dx'.dt}+\frac{d^2a}{dx'.dx}.x'+\frac{d^2a}{dx'.dy}.y'+\frac{d^2a}{dx'.dz}.z' \\ \quad+\frac{d^2a}{dx'^2}.A+\frac{d^2a}{dx'.dy'}.B+\frac{d^2a}{dx'.dz'}.C\end{array}\right].dt \tag{22}$$

Nun ist das vollständige Differential von a, d. h.

$$\frac{da}{dt}.dt+\frac{da}{dx}dx+\frac{da}{dy}dy+\frac{da}{dz}dz+\frac{da}{dx'}dx'+\frac{da}{dy'}dy'+\frac{da}{dz'}dz'$$

wenn man die der ersten Integration entsprechenden Werthe substituirt, als das Differential einer Constanten Null, also hat man entsprechend 22

$$\frac{da}{dt}+\frac{da}{dx}.x'+\frac{da}{dy}.y'+\frac{da}{dz}.z'+\frac{da}{dx'}.A+\frac{da}{dy'}.B+\frac{da}{dz'}.C=0 \qquad 23$$

oder, wenn man z. B. nach x' differentirt, von dem A, B, C unabhängig sind,

$$\frac{d^2a}{dt.dx'}+\frac{da}{dx}+\frac{d^2a}{dx.dx'}.x'+\frac{d^2a}{dy.dx'}.y'+\frac{d^2a}{dz.dx'}.z'+$$
$$+\frac{d^2a}{dx'^2}.A+\frac{d^2a}{dy'.dx'}.B+\frac{d^2a}{dz'.dx'}=0$$

folglich in Vergleichung mit 22

$$d.\frac{da}{dx'}=-\frac{da}{dx}.dt \quad \text{und analog} \quad d.\frac{da}{dy'}=-\frac{da}{dy}.dt$$
$$d.\frac{da}{dz'}=-\frac{da}{dz}.dt \qquad d.\frac{db}{dx'}=-\frac{db}{dx}.dt \quad \text{etc.} \qquad 24$$

Hieraus folgt aber, dass jeder der in 21 in Klammern stehenden Ausdrücke gleich Null ist. — Entsprechend 22 findet man ferner

$$d.\frac{da}{dx}=\left[\frac{d^2a}{dx.dt}+\frac{d^2a}{dx^2}.x'+\frac{d^2a}{dx.dy}.y'+\frac{d^2a}{dx.dz}.z'+\frac{d^2a}{dx.dx'}.A+\frac{d^2a}{dx.dy'}.B+\frac{d^2a}{dx.dz'}.C\right].dt$$

und, wenn man 23 nach x differentirt, wofür x' y' z' offenbar als constant zu betrachten sind,

$$0=\frac{d^2a}{dt.dx}+\frac{d^2a}{dx^2}.x'+\frac{d^2a}{dy.dx}.y'+\frac{d^2a}{dz.dx}.z'+$$
$$+\frac{d^2a}{dx'.dx}.A+\frac{d^2a}{dy'.dx}.B+\frac{d^2a}{dz'.dx}.C+$$
$$+\frac{da}{dx'}.\frac{dA}{dx}+\frac{da}{dy'}.\frac{dB}{dx}+\frac{da}{dz'}.\frac{dC}{dx}$$

also durch Verbindung beider und per Analogie

$$d.\frac{da}{dx}=-\left[\frac{da}{dx'}.\frac{dA}{dx}+\frac{da}{dy'}.\frac{dB}{dx}+\frac{da}{dz'}.\frac{dC}{dx}\right].dt$$
$$d.\frac{da}{dy}=-\left[\frac{da}{dx'}.\frac{dA}{dy}+\frac{da}{dy'}.\frac{dB}{dy}+\frac{da}{dz'}.\frac{dC}{dy}\right].dt \qquad 25$$
$$d.\frac{da}{dz}=-\left[\frac{da}{dx'}.\frac{dA}{dz}+\frac{da}{dy'}.\frac{dB}{dz}+\frac{da}{dz'}.\frac{dC}{dz}\right].dt$$
$$d.\frac{db}{dx}=-\left[\frac{db}{dx'}.\frac{dA}{dx}+\frac{db}{dy'}.\frac{dB}{dx}+\frac{db}{dz'}.\frac{dC}{dx}\right].dt \quad \text{etc.}$$

und, wenn man diese Werthe in die restirenden Glieder von 21 substituirt, so erhält man dafür

$$\left(\frac{dA}{dy}-\frac{dB}{dx}\right)\left(\frac{da}{dy'}.\frac{db}{dx'}-\frac{da}{dx'}.\frac{db}{dy'}\right)+\left(\frac{dA}{dz}-\frac{dC}{dx}\right)\left(\frac{da}{dz'}.\frac{db}{dx'}-\frac{da}{dx'}.\frac{db}{dz'}\right)+$$
$$+\left(\frac{dB}{dz}-\frac{dC}{dy}\right)\left(\frac{da}{dz'}.\frac{db}{dy'}-\frac{da}{dy'}.\frac{db}{dz'}\right) \qquad 26$$

Sind aber A, B, C die partiellen Differentialquotienten einer und derselben Function U nach x, y, z, wie es bei der Planetenbewegung der Fall ist,

wo nach 407 : 4—6 und 408 : 8

$$A = -\frac{\mu x}{r^3} = -\frac{\mu}{r^2}\cdot\frac{dr}{dx} = \frac{d\left(\frac{\mu}{r}\right)}{dx} \qquad B = \frac{d\left(\frac{\mu}{r}\right)}{dy} \qquad C = \frac{d\left(\frac{\mu}{r}\right)}{dz} \qquad 27$$

so ist

$$\frac{dA}{dy} = \frac{d\left(\frac{dU}{dx}\right)}{dy} = \frac{d^2 U}{dx\,.\,dy} = \frac{d\left(\frac{dU}{dy}\right)}{dx} = \frac{dB}{dx} \quad \text{etc.}$$

Es sind also die sämmtlichen ersten Klammern in 26 gleich Null, also reducirt sich 21 auf Null, oder es hat das Symbol (a, b) die merkwürdige Eigenschaft, dass sein Differential nach der Zeit Null ist, oder dass (a, b) keine freie Zeit enthält. Dasselbe Symbol hat ausserdem z. B. die Eigenschaften, dass offenbar

$$(a, b) = -(b, a) \qquad (a, a) = 0 \qquad 28$$

Würde ferner in einem besondern Falle b keine der Variabeln enthalten, die in a vorkommen, so wäre (a, b) = 0. Würde dagegen h eine Function von Grössen p, q, ... sein, die selbst wieder Functionen von x y z und x' y' z' wären, so hätte man

$$\begin{aligned}(a, b) &= \frac{da}{dx}\cdot\frac{dh}{dx'} - \frac{da}{dx'}\cdot\frac{dh}{dx} + \frac{da}{dy}\cdot\frac{db}{dy'} - \ldots \\ &= \frac{da}{dx}\left[\frac{db}{dp}\cdot\frac{dp}{dx'} + \frac{db}{dq}\cdot\frac{dq}{dx'} + ..\right] - \frac{da}{dx'}\left[\frac{db}{dp}\cdot\frac{dp}{dx} + \frac{db}{dq}\cdot\frac{dq}{dx} + ..\right] + .. \\ &= \frac{db}{dp}\left[\frac{da}{dx}\cdot\frac{dp}{dx'} - \frac{da}{dx'}\cdot\frac{dp}{dx} + ..\right] + \frac{dh}{dq}\left[\frac{da}{dx}\cdot\frac{dq}{dx'} - \frac{da}{dx'}\cdot\frac{dq}{dx} + ..\right] + .. \\ &= (a, p)\cdot\frac{db}{dp} + (a, q)\cdot\frac{dh}{dq} + \ldots.. \qquad 29\end{aligned}$$

etc. — Kehren wir nun zu unserer besondern Aufgabe zurück, so haben wir nach 407 : 1 und 408 : 5, 2, 4, 26, θ' durch θ ersetzend,

$$\begin{aligned}&x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \qquad c'^2 + c''^2 + c'''^2 = k^2 \qquad x'^2 + y'^2 + z'^2 = \frac{2\mu}{r} - h \qquad 30\\ &c' = x y' - y x' \qquad c'' = z x' - x z' \qquad c''' = y z' - z y'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\text{Tg}\,\psi = -\frac{c'''}{c''} \qquad \text{Tg}\,\psi = -\frac{c'''}{c'} \qquad \text{Sin}\,\varphi = \frac{c'''}{\sqrt{c''^2 + c'''^2}} \qquad 31\\ &\text{Sin}\,\theta = \frac{\sqrt{c''^2 + c'''^2}}{k} \qquad \text{Cos}\,\theta = \frac{c'}{k} \qquad \text{Tg}\,\theta = \frac{\sqrt{c''^2 + c'''^2}}{c'}\end{aligned}$$

Bezeichnet ferner r_0 den Radius Vector des Periheis, τ die Durchgangszeit durch dasselbe, und sind v und v_0 die Winkeldistanzen des Planeten und des Periheis von der Knotenlinie, so hat man einerseits nach 408 : 8, 7

$$v - v_0 = \int_{r_0}^{r} \frac{k\,dr}{r\sqrt{2\mu r - h r^2 - k^2}} \qquad 32$$

$$t - \tau = \int_{r_0}^{r} \frac{r\,dr}{\sqrt{2\mu r - h r^2 - k^2}} \qquad 33$$

und anderseits nach 31 mit Hülfe von 408 : Fig. 2

$$r\,.\,\text{Sin}\,v = \frac{z}{\text{Sin}\,\theta'} = \frac{k z}{\sqrt{c''^2 + c'''^2}} \qquad 34$$

$$r\,.\,\text{Cos}\,v = x\,\text{Cos}\,\varphi + y\,\text{Sin}\,\varphi = \frac{c''' y - c'' x}{\sqrt{c'''^2 + c''^2}} \qquad 35$$

Wählen wir nun zu unsern 6 Arbiträren

h k φ θ v_0 τ

welche nach 30—33 der Reihe nach als Functionen von

$$x'\,y'\,z'\,r \qquad c'\,c''\,c''' \qquad c''\,c''' \qquad c'\,k \qquad h\,k\,r\,v \qquad h\,k\,r\,t$$

betrachtet werden müssen, und bedenken dass

$$r \qquad c'\,c''\,c''' \qquad v$$

nach 30 und 34 selbst wieder Functionen von

$$x\,y\,z \qquad x\,y\,z\,x'\,y'\,z' \qquad k\,c''\,c'''\,z\,r$$

sind, so haben wir, da durch Differentiation aus 31—34

$$\frac{d\varphi}{\mathrm{Cos}^2\varphi} = -\frac{dc'''}{c''} + \frac{c'''}{c''^2}\,dc'' \qquad -\mathrm{Sin}\,\theta\,.\,d\theta = \frac{dc'}{k} - \frac{c'\,dk}{k^2}$$

$$dv - dv_z = \frac{k\,dr}{r\,.\,w} \qquad dt - d\tau = \frac{r\,dr}{w} \qquad \text{wo} \qquad w = \sqrt{2\mu r - h r^2 - k^2}$$

$$\mathrm{Sin}\,v\,.\,dr + r\,\mathrm{Cos}\,v\,.\,dv = \frac{k\,dz + z\,dk}{\sqrt{c''^2 + c'''^2}} - \frac{k\,z\,(c''\,dc'' + c'''\,dc''')}{(c''^2 + c'''^2)^{3/2}}$$

und somit

$$\frac{d\varphi}{dc''} = \frac{c'''\,.\,\mathrm{Cos}^2\varphi}{c''^2} \qquad \frac{d\varphi}{dc'''} = -\frac{\mathrm{Cos}^2\varphi}{c''}$$

$$\frac{d\theta}{dc'} = -\frac{1}{k\,.\,\mathrm{Sin}\,\theta} \qquad \frac{d\theta}{dk} = \frac{c'}{k^2\,\mathrm{Sin}\,\theta} = \frac{1}{k\,\mathrm{Tg}\,\theta}$$

$$\frac{dv_0}{dv} = 1 \qquad \frac{dt}{dr} = \frac{r}{w} \qquad \frac{dv_z}{dr} = -\frac{k}{rw} = -\frac{k}{r^2}\,.\,\frac{dt}{dr} \qquad \frac{d\tau}{dr} = -\frac{r}{w} = -\frac{dt}{dr}$$ 36

$$\frac{dv}{dz} = \frac{k}{r\,\mathrm{Cos}\,v\,\sqrt{c''^2 + c'''^2}} = -\frac{k}{c''x - c'''y}$$

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{\mathrm{Tg}\,v}{r} = \frac{k\,z}{r\,(c''x - c'''y)}$$

$$\frac{dv}{dc''} = -\frac{k\,z\,c''}{(c''^2 + c'''^2)^{3/2}\,.\,r\,\mathrm{Cos}\,v} = -\frac{c''\,\mathrm{Tg}\,v}{c''^2 + c'''^2} \qquad \frac{dc'''}{dv} = -\frac{c'''\,\mathrm{Tg}\,v}{c''^2 + c'''^2}$$

folgen, die symbolischen Ausdrücke

$$(r, x') = \frac{dr}{dx} = \frac{x}{r} \qquad (r, y') = \frac{y}{r} \qquad (r, z') = \frac{z}{r}$$ 37

$$(c', x) = -\frac{dc'}{dx'} = y \qquad (c', y) = -x \qquad (c', z) = 0 \qquad (c'', x) = -z$$
$$(c'', y) = 0 \qquad (c'', z) = x \qquad (c''', x) = 0 \qquad (c''', y) = z \qquad (c''', z) = -y$$ 38

$$(c', x') = \frac{dc'}{dx} = y' \qquad (c', y') = -x' \qquad (c', z') = 0 \qquad (c'', x') = -z'$$
$$(c'', y') = 0 \qquad (c'', z') = x' \qquad (c''', x') = 0 \qquad (c''', y') = z' \qquad (c''', z') = -y'$$ 39

$$(c', r) = y\,.\,\frac{x}{r} - x\,\frac{y}{r} = 0 \qquad (c'', r) = 0 \qquad (c''', r) = 0$$ 40

$$(c'', c') = y z' - z y' = c''' \qquad (c', c''') = c'' \qquad (c''', c'') = c'$$ 41

$$(h, z) = -\frac{dh}{dz'} = 2z'$$ 42

Ferner mit Benutzung von 28, 29 und je der schon berechneten Symbole

$$(h, c') = -(c', h) = -(c', x')\,.\,\frac{dh}{dx'} - (c', y')\,\frac{dh}{dy'} - (c', z')\,\frac{dh}{dz'} - (c', r)\,\frac{dh}{dr}$$
$$= y'\,.\,2x' - x'\,.\,2y' = 0 \qquad (h, c'') = 0 \qquad (h, c''') = 0$$ 43

$$(h, r) = -(r, x')\,\frac{dh}{dx'} - (r, y')\,\frac{dh}{dy'} - (r, z')\,\frac{dh}{dz'} - (r, r)\,\frac{dh}{dr} = 2\,\frac{dr}{dt}$$ 44

$$(h, k) = (h, c')\,\frac{dk}{dc'} + (h, c'')\,\frac{dk}{dc''} + (h, c''')\,\frac{dk}{dc'''} = 0$$ 45

$$(h, v) = (h, k)\frac{dv}{dk} + (h, c'')\frac{dv}{dc''} + (h, c''')\frac{dv}{dc'''} + (h, z)\frac{dv}{dz} + (h, r)\frac{dv}{dr}$$

$$= -\frac{2k}{c''x - c'''y}\left(z' - \frac{z}{r}\cdot\frac{dr}{dt}\right) = \frac{2k}{r^2} \tag{46}$$

$$(k, z) = (c', z)\frac{dk}{dc'} + (c'', z)\frac{dk}{dc''} + (c''', z)\frac{dk}{dc'''} = \frac{xc'' - yc'''}{k} \tag{47}$$

$$(k, c') = c'''\cdot\frac{c''}{k} - c''\cdot\frac{c'''}{k} = 0 \qquad (k, c'') = 0 \qquad (k, c''') = 0 \tag{48}$$

$$(k, r) = (c', r)\frac{dk}{dc'} + (c'', r)\frac{dk}{dc''} + (c''', r)\frac{dk}{dc'''} = 0 \tag{49}$$

$$(k, v) = -\frac{xc'' - yc'''}{k}\cdot\frac{k}{c''x - c'''y} = -1 \tag{50}$$

$$(\varphi, c') = (c'', c')\frac{d\varphi}{dc''} + (c''', c')\frac{d\varphi}{dc'''} = c'''\cdot\frac{c'''\,\mathrm{Cos}^2\varphi}{c''^2} + c''\cdot\frac{\mathrm{Cos}^2\varphi}{c''} = 1 \tag{51}$$

$$(\varphi, r) = (c'', r)\frac{d\varphi}{dc''} + (c''', r)\frac{d\varphi}{dc'''} = 0 \tag{52}$$

$$(\theta, r) = (c', r)\frac{d\theta}{dc'} + (k, r)\frac{d\theta}{dk} = 0 \tag{53}$$

$$(x, r) = (y, r) = (z, r) = 0 \tag{54}$$

$$(v, r) = (k, r)\frac{dv}{dk} + (c'', r)\frac{dv}{dc''} + (c''', r)\frac{dv}{dc'''} + (z, r)\frac{dv}{dz} + (r, r)\frac{dv}{dr} = 0 \tag{55}$$

$$(v_0, r) = (h, r)\frac{dv_0}{dh} + (k, r)\frac{dv_0}{dk} + (r, r)\frac{dv_0}{dr} + (v, r)\frac{dv_0}{dv} = 2\frac{dr}{dt}\cdot\frac{dv_0}{dh} \tag{56}$$

$$(c', v_0) = (c', h)\frac{dv_0}{dh} + (c', k)\frac{dv_0}{dk} + (c', r)\frac{dv_0}{dr} + (c', v)\frac{dv_0}{dv} = (c', v) =$$

$$= (c', k)\frac{dv}{dk} + (c', c'')\frac{dv}{dc''} + (c', c''')\frac{dv}{dc'''} + (c', z)\frac{dv}{dz} + (c', r)\frac{dv}{dr} = 0$$

$$(c'', v_0) = (c'', v) = -\frac{k}{c''x - c'''y}\cdot\frac{zc'c''' + x(c''^2 + c'''^2)}{c''^2 + c'''^2} \tag{57}$$

$$(c''', v_0) = (c''', v) = \frac{k}{c''x - c'''y}\cdot\frac{zc'c'' + y(c''^2 + c'''^2)}{c''^2 + c'''^2}$$

$$(h, \varphi) = (h, c'')\frac{d\varphi}{dc''} + (h, c''')\frac{d\varphi}{dc'''} = 0 \qquad (h, \theta) = 0 \tag{58}$$

$$(k, \varphi) = (k, c'')\frac{d\varphi}{dc''} + (k, c''')\frac{d\varphi}{dc'''} = 0 \qquad (k, \theta) = 0 \tag{59}$$

$$(\varphi, \theta) = (\varphi, c')\frac{d\theta}{dc'} + (\varphi, k)\frac{d\theta}{dk} = -\frac{1}{k\,\mathrm{Sin}\,\theta} \tag{60}$$

$$(h, v_0) = -\frac{2k}{r^2} + \frac{2k}{r^2} = 0 \qquad (h, \tau) = -2 \tag{61}$$

$$(k, v_0) = -1 \qquad (k, \tau) = 0 \tag{62}$$

$$(\varphi, v_0) = -\frac{k\,\mathrm{Cos}^2\varphi}{(c''x - c'''y)\cdot c''^2}(c'z + c''y + c'''x) = 0 \qquad (\varphi, \tau) = 0 \tag{63}$$

$$(\theta, v_0) = -\frac{1}{k\,\mathrm{Tg}\,\theta} \qquad (\theta, \tau) = 0 \qquad (v_0, \tau) = \frac{d\tau}{dk} - 2\frac{dv_0}{dh} \tag{64}$$

Differenzirt man 32 nach h und 33 nach k, so erhält man, da v von h und t von k unabhängig ist, dagegen nach 408 die untere Grenze $r_0^2 - 2\frac{\mu}{h}r_0 + \frac{k^2}{h} = 0$ oder $\frac{k^2}{r_0^2} - \frac{2\mu}{r_0} + h = 0$ (allgemeiner gleich einer Constanten α) machen muss, also von beiden so abhängt, dass

$$\frac{d r_0}{d h} = \frac{r_0^2}{2(k^2 - \mu r_0)} \qquad \frac{d r_0}{d k} = \frac{k r_0}{k^2 - \mu r_0} \tag{65}$$

wird,

$$-\frac{d v_0}{d h} = \int_{r_0}^{r} \frac{k r\, d r}{2(2\mu r - h r^2 - k^2)^{3/2}} - \frac{k}{r_0 \sqrt{2\mu r_0 - b r_0^2 - k^2}} \cdot \frac{d r_0}{d h}$$

$$-\frac{d \tau}{d k} = \int_{r_0}^{r} \frac{k r\, d r}{(2\mu r - h r^2 - k^2)^{3/2}} - \frac{r_0}{\sqrt{2\mu r_0 - h r_0^2 - k^2}} \cdot \frac{d r_0}{d k}$$

also (für jeden Werth von α) nach 64 und 65

$$(v_0, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\mu r_0 - h r_0^2 - k^2}} \left(r_0 \frac{d r_0}{d k} - 2 \frac{k}{r_0} \cdot \frac{d r_0}{d h} \right) = 0 \tag{66}$$

Ersetzen wir nun in 20 die Arbiträren a, b, c, e, f, g der Reihe nach durch unsere gegenwärtigen Arbiträren h, k, φ, θ, v_0, τ, so erhalten wir zur Bestimmung der Variationen dieser Letztern mit Hülfe von 45—66

$$\frac{d h}{d t} = (k, h) \frac{d \Omega}{d k} + (\varphi, h) \frac{d \Omega}{d \varphi} + (\theta, h) \frac{d \Omega}{d \theta} + (v_0, h) \frac{d \Omega}{d v_0} + (\tau, h) \frac{d \Omega}{d \tau}$$

$$= 2 \cdot \frac{d \Omega}{d \tau} \tag{67}$$

$$\frac{d k}{d t} = (h, k) \frac{d \Omega}{d h} + (\varphi, k) \frac{d \Omega}{d \varphi} + (\theta, k) \frac{d \Omega}{d \theta} + (v_0, k) \frac{d \Omega}{d v_0} + (\tau, k) \frac{d \Omega}{d \tau}$$

$$= \frac{d \Omega}{d v_0} \tag{68}$$

$$\frac{d \varphi}{d t} = (h, \varphi) \frac{d \Omega}{d h} + (k, \varphi) \frac{d \Omega}{d k} + (\theta, \varphi) \frac{d \Omega}{d \theta} + (v_0, \varphi) \frac{d \Omega}{d v_0} + (\tau, \varphi) \frac{d \Omega}{d \tau}$$

$$= \frac{1}{k \operatorname{Sin} \theta} \cdot \frac{d \Omega}{d \theta} \tag{69}$$

$$\frac{d \theta}{d t} = (h, \theta) \frac{d \Omega}{d h} + (k, \theta) \frac{d \Omega}{d k} + (\varphi, \theta) \frac{d \Omega}{d \varphi} + (v_0, \theta) \frac{d \Omega}{d v_0} + (\tau, \theta) \frac{d \Omega}{d \tau}$$

$$= -\frac{1}{k \operatorname{Sin} \theta} \cdot \frac{d \Omega}{d \varphi} + \frac{1}{k \operatorname{Tg} \theta} \cdot \frac{d \Omega}{d v_0} \tag{70}$$

$$\frac{d v_0}{d t} = (h, v_0) \frac{d \Omega}{d h} + (k, v_0) \frac{d \Omega}{d k} + (\varphi, v_0) \frac{d \Omega}{d \varphi} + (\theta, v_0) \frac{d \Omega}{d \theta} + (\tau, v_0) \frac{d \Omega}{d \tau}$$

$$= -\frac{d \Omega}{d k} - \frac{1}{k \operatorname{Tg} \theta} \cdot \frac{d \Omega}{d \theta} \tag{71}$$

$$\frac{d \tau}{d t} = (h, \tau) \frac{d \Omega}{d h} + (k, \tau) \frac{d \Omega}{d k} + (\varphi, \tau) \frac{d \Omega}{d \varphi} + (\theta, \tau) \frac{d \Omega}{d \theta} + (v_0, \tau) \frac{d \Omega}{d v_0}$$

$$= -2 \frac{d \Omega}{d h} \tag{72}$$

Führen wir aber statt diesen Arbiträren h, k, φ, θ, v_0, τ nach 409 die gewöhnlichen Bahnelemente Ω, i, P, a, e, M ein, und wählen die Epoche als Anfangspunct der Zeit, so haben wir nach 408 : 9, 14

$$h = \frac{\mu}{a} \qquad \text{wo} \qquad \mu = a^3 \cdot n^2 \tag{73}$$

$$k = \sqrt{a \mu (1 - e^2)} = \frac{\mu \sqrt{1 - e^2}}{a n} \tag{74}$$

ferner unmittelbar

$$\varphi = \Omega \qquad \theta = i \qquad v_0 = P - \Omega \tag{75}$$

und da endlich (408:14) $n t = m$, für die Epoche aber $t = -\tau$ und $m = M - P$ ist,

$$\tau = -t = -\frac{m}{n} = \frac{P - M}{n} \tag{76}$$

Hieraus folgen aber durch Differentiation

$$dh = -\frac{\mu \cdot da}{a^2} \qquad 0 = 2a^3 n \cdot dn + 3a^2 n^2 \cdot da$$

$$dk = -\frac{e\sqrt{a\mu(1-e^2)}}{1-e^2} \cdot de + \frac{\sqrt{a\mu(1-e^2)}}{2a} \cdot da$$

$$d\varphi = d\Omega \qquad d\theta = di \qquad dv_0 = dP - d\Omega$$

$$d\tau = \frac{dP - dM}{n} - \frac{P-M}{n^2} dn = \frac{dP - dM}{n} - \frac{\tau}{n} dn$$

und somit

$$\frac{da}{dt} = -\frac{a^2}{\mu} \cdot \frac{dh}{dt} \qquad \frac{dn}{dt} = -\frac{3n}{2a} \cdot \frac{da}{dt} = \frac{3an}{2\mu} \cdot \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{de}{dt} = -\frac{a(1-e^2)}{2e\mu} \cdot \frac{dh}{dt} - \frac{an\sqrt{1-e^2}}{e\mu} \cdot \frac{dk}{dt}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} \qquad \frac{di}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \qquad \frac{dP}{dt} = \frac{dv_0}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} \qquad 77$$

$$\frac{dM}{dt} = \frac{dv_0}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} - n\frac{d\tau}{dt} - \frac{3a(P-M)}{2\mu} \cdot \frac{dh}{dt}$$

Die eingeführte Grösse $\varOmega$ war eine Function von $a\,h\,c\,e\,f\,g$, oder von $h\,k\,\varphi\,\theta\,v_0\,\tau$, oder jetzt von $a\,e\,P\,\Omega\,i\,M$, und hat eigentlich nach 407 den Werth $\Sigma f\mu R$, oder, wenn wir der Einfachheit wegen die Summe durch ihr erstes Glied repräsentiren, den Werth $f\mu' R'$. Anderseits ergibt sich aus 77, dass

$$\begin{array}{lcccccc} & h & k & \varphi & \theta & v_0 & \tau \\ \text{als von} & aMe & e & \Omega PM & i & PM & M \end{array}$$

abhängig zu betrachten sind, und es ist somit

$$\frac{d\varOmega}{dh} = \frac{d\varOmega}{da} \cdot \frac{da}{dh} + \frac{d\varOmega}{de} \cdot \frac{de}{dh} + \frac{d\varOmega}{dM} \cdot \frac{dM}{dh}$$

$$= -\frac{f\mu'}{an^2} \cdot \frac{dR'}{da} - \frac{f\mu'(1-e^2)}{2a^2n^2e} \cdot \frac{dR'}{de} - \frac{3f\mu'(P-M)}{2a^2n^2} \cdot \frac{dR'}{dM}$$

$$\frac{d\varOmega}{dk} = -\frac{f\mu'\sqrt{1-e^2}}{a^2ne} \cdot \frac{dR'}{de} \qquad \frac{d\varOmega}{dv_0} = f\mu' \frac{dR'}{dP} + f\mu' \frac{dR'}{dM} \qquad 78$$

$$\frac{d\varOmega}{d\varphi} = f\mu' \cdot \frac{dR'}{d\Omega} + f\mu' \frac{dR'}{dP} + f\mu' \frac{dR'}{dM}$$

$$\frac{d\varOmega}{d\theta} = f\mu' \cdot \frac{dR'}{di} \qquad \frac{d\varOmega}{d\tau} = -fn\mu' \cdot \frac{dR'}{dM}$$

Substituiren wir aber in 77 für die Variationen der frühern Arbiträren $h\,k\,\varphi\,\theta\,v_0\,\tau$ ihre Werthe aus 67—72, und ersetzen sodann noch die partiellen Differentialquotienten von $\varOmega$ nach 78 durch diejenigen von R', so erhalten wir endlich für die Variationen der Bahnelemente die Werthe

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2nf\mu'}{\mu} \cdot \frac{dR'}{dM} \qquad 79$$

$$\frac{de}{dt} = -\frac{anf\mu'\sqrt{1-e^2}}{e\mu} \cdot \frac{dR'}{dP} - \frac{anef\mu'\sqrt{1-e^2}}{\mu(1-\sqrt{1-e^2})} \cdot \frac{dR'}{dM} \qquad 80$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{f\mu'}{k\,\mathrm{Sin}\,\theta} \cdot \frac{dR'}{di} = \frac{anf\mu'}{\mu\,\mathrm{Sin}\,i\sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{dR'}{di} \qquad 81$$

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{d\varOmega}{dk} + \frac{1}{k} \cdot \frac{1-\mathrm{Cos}\,\theta}{\mathrm{Sin}\,\theta} \cdot \frac{d\varOmega}{d\theta} =$$

$$= \frac{anf\mu'\sqrt{1-e^2}}{e\mu} \cdot \frac{dR'}{de} + \frac{anf\mu'\,\mathrm{Tg}\,\frac{i}{2}}{\mu\sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{dR'}{di} \qquad 82$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{f\mu'}{k \operatorname{Sin}\theta} \cdot \frac{dR'}{d\Omega} - \frac{f\mu' \operatorname{Tg}\frac{\theta}{2}}{k}\left(\frac{dR'}{dP} + \frac{dR'}{dM}\right) =$$

$$= -\frac{a n f \mu'}{\mu \operatorname{Sin} i \sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{dR'}{d\Omega} - \frac{a n f \mu' \operatorname{Tg}\frac{i}{2}}{\mu\sqrt{1-e^2}}\left(\frac{dR'}{dP} + \frac{dR'}{dM}\right) \qquad 83$$

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{d\Omega}{dk} + 2n\frac{d\Omega}{dh} + \frac{\operatorname{Tg}\frac{\theta}{2}}{k} \cdot \frac{d\Omega}{d\theta} - \frac{3s(P-M)}{\mu} \cdot \frac{d\Omega}{d\tau} =$$

$$= -\frac{2f\mu' a^2 n}{\mu} \cdot \frac{dR'}{da} + \frac{a n e f \mu' \sqrt{1-e^2}}{\mu(1+\sqrt{1-e^2})} \cdot \frac{dR'}{de} + \frac{a n f \mu' \operatorname{Tg}\frac{i}{2}}{\mu\sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{dR'}{di} \qquad 84$$

zu deren Gunsten jedoch nun nothwendig auch R' noch weiter entwickelt werden muss: Bezeichnen r' und ϱ' die Projectionen von r und ϱ auf die Ebene der X Y (vergl. Fig. 407), w und ω aber ihre Winkel mit der Axe der X, so ist

$$x = r' \operatorname{Cos} w \qquad y = r' \operatorname{Sin} w \qquad \xi = \varrho' \operatorname{Cos}\omega \qquad v = \varrho' \operatorname{Sin}\omega \qquad \varrho = \sqrt{\varrho'^2 + \zeta^2}$$

und daher mit Hülfe von 407 : 1, 2

$$R = \frac{1}{\sqrt{\varrho'^2 + r'^2 - 2\varrho' r' \operatorname{Cos}(\omega - w) + (\zeta - z)^2}} - \frac{\varrho' r' \operatorname{Cos}(\omega - w) + \zeta z}{(\varrho'^2 + \zeta^2)^{3/2}} \qquad 85$$

Da die Werthe von ϱ', r', ω, w, ζ, z durch die Einwirkung eines Planeten nur kleine Veränderungen erleiden, welche entsprechend obigen Untersuchungen seiner Masse proportional sind, und schliesslich beim Einführen von R in 79—84 noch einmal mit dieser Masse multiplicirt werden muss, so können somit für sie, wenn von den zweiten und höhern Potenzen der störenden Massen Umgang genommen wird, die elliptischen Werthe benutzt werden; da ferner, in Folge der namentlich bei den Hauptplaneten unsers Sonnensystemes sehr geringen Neigungen der Bahnebenen (vergl. XVIII), die Ebene der X Y immer so gelegt werden kann, dass die Grössen ζ und z klein sind, so darf man R nach den Potenzen dieser kleinen Grössen entwickeln, und erhält so aus 85 mit Hülfe des binomischen Lehrsatzes

$$R = \frac{1}{\sqrt{\varrho'^2 + r'^2 - 2\varrho' r' \operatorname{Cos}(\omega - w)}} - \frac{(\zeta - z)^2}{2[\varrho'^2 + r'^2 - 2\varrho' r' \operatorname{Cos}(\omega - w)]^{3/2}} + \ldots$$
$$- \frac{r' \operatorname{Cos}(\omega - w)}{\varrho'^2} + \frac{3r' \operatorname{Cos}(\omega - w)}{2\varrho'^4}\zeta^2 - \ldots - \frac{\zeta z}{\varrho'^3} + \ldots \qquad 86$$

Denkt man sich aber die Bahnebenen in die Ebene der XY niedergelegt, sind ferner $a\,\alpha$ die mittlern Distanzen der Planeten $m\,\mu$ von der Sonne, sowie $M\,\mathcal{M}$ ihre von der Axe der X aus gezählten mittlern Längen zur Epoche, und t die seit der Epoche verflossene Zeit, so ist

$$r' = a(1+s) \qquad \varrho' = \alpha(1+\sigma) \qquad w = nt + M + g \qquad \omega = \nu t + \mathcal{M} + \gamma \qquad 87$$

wo $s\,\sigma\,g\,\gamma$ kleine, von der Excentricität und Neigung der Bahnen abhängige Grössen bezeichnen. — Stellt aber e momentan die Basis der natürlichen Logarithmen vor, n irgend eine Zahl, φ irgend einen Winkel, und i im Exponenten die $\sqrt{-1}$, so hat man, $\alpha > a$ voraussetzend,

$$(a^2 + \alpha^2 - 2a\alpha \operatorname{Cos}\varphi)^{-n} = (\alpha - a.e^{\varphi i})^{-n} . (\alpha - a.e^{-\varphi i})^{-n} =$$
$$= \alpha^{-2n}\left[1 + n\frac{a}{\alpha}.e^{\varphi i} + n'\left(\frac{a}{\alpha}\right)^2 e^{2\varphi i} + \ldots\right]\left[1 + n\frac{a}{\alpha}e^{-\varphi i} + n'\left(\frac{a}{\alpha}\right)^2 e^{-2\varphi i} + \ldots\right]$$
$$= P_0 + P_1 \operatorname{Cos}\varphi + P_2 \operatorname{Cos} 2\varphi + \ldots = \Sigma P_i . \operatorname{Cos} i\varphi \qquad 88$$

wo

$$P_0 = \frac{1}{\alpha^{2n}}\left[1 + n^2\left(\frac{a}{\alpha}\right)^2 + n'^2 \cdot \left(\frac{a}{\alpha}\right)^4 + \ldots\right] \qquad n' = \frac{n(n+1)}{1.2}$$

$$P_1 = \frac{2}{\alpha^{2n}}\left[n\frac{a}{\alpha} + n n'\left(\frac{a}{\alpha}\right)^3 + n' n''\left(\frac{a}{\alpha}\right)^5 + \ldots\right] \qquad n'' = \frac{n(n+1)(n+2)}{1.2.3} \qquad \mathbf{89}$$

etc. Aus 88 folgt durch Differentiation nach φ

$$2 n a \alpha \operatorname{Sin}\varphi \, \Sigma P_i \,.\, \operatorname{Cos} i\varphi = (a^2 + \alpha^2 - 2 a \alpha \operatorname{Cos}\varphi)\, \Sigma\, i P_i \operatorname{Sin} i\varphi$$

oder, wenn man die Gleichheiten

$$2 \operatorname{Cos} i\varphi \operatorname{Sin}\varphi = \operatorname{Sin}(i+1)\varphi - \operatorname{Sin}(i-1)\varphi$$

$$2 \operatorname{Sin} i\varphi \operatorname{Cos}\varphi = \operatorname{Sin}(i+1)\varphi + \operatorname{Sin}(i-1)\varphi$$

benutzt, und sodann die Factoren von $\operatorname{Sin}(i-1)\varphi$ auf beiden Seiten einander gleichsetzt,

$$P_i = \frac{(i-1)(a^2+\alpha^2)P_{i-1} - (i+n-2)\, a\alpha\, P_{i-2}}{(i-n)\, a\alpha} \qquad \mathbf{90}$$

so dass man nur P_0 und P_1 direct nach 89 zu berechnen braucht, und sodann die übrigen P nach der Recursionsformel 90 finden kann. Entsprechend mit 88 und 90 hat man, wenn die Q die Werthe bezeichnen, welche die P beim Uebergang von n in $(n+1)$ annehmen,

$$(a^2 + \alpha^2 - 2a\alpha \operatorname{Cos}\varphi)^{-n-1} = \Sigma\, Q_i \operatorname{Cos} i\varphi \qquad \mathbf{91}$$

$$Q_i = \frac{(i-1)(a^2+\alpha^2)Q_{i-1} - (i+n-1)\, a\alpha\, Q_{i-2}}{(i-n-1)\, a\alpha} \qquad \mathbf{92}$$

und dabei muss offenbar

$$\Sigma\, P_i \operatorname{Cos} i\varphi = (a^2+\alpha^2 - 2a\alpha \operatorname{Cos}\varphi)\, \Sigma\, Q_i \operatorname{Cos} i\varphi$$

sein, woraus sich bei analoger Behandlung wie bei Ableitung von 90 die Relation

$$P_i = (a^2+\alpha^2)Q_i - a\alpha(Q_{i-1} + Q_{i+1}) \qquad \mathbf{93}$$

ergibt. Nun folgt aus 92

$$Q_{i+1} = \frac{i(a^2+\alpha^2)Q_i - (i+n)\, a\alpha\, Q_{i-1}}{(i-n)\, a\alpha} \qquad \mathbf{94}$$

und mit Hülfe hievon gibt 93

$$P_i = \frac{2 n a\alpha\, Q_{i-1} - n(a^2+\alpha^2)Q_i}{i-n} \qquad \mathbf{95}$$

also auch, wenn i in $(i+1)$ übergeht,

$$P_{i+1} = \frac{2 n a\alpha\, Q_i - n(a^2+\alpha^2)Q_{i+1}}{i-n+1} \qquad \mathbf{96}$$

Eliminirt man aber aus 94, 95 und 96 die Grössen Q_{i-1} und Q_{i+1}, so erhält man die Formel

$$Q_i = \frac{(i+n)(a^2+\alpha^2)P_i - 2(i-n+1)\, a\alpha\, P_{i+1}}{n(a^2-\alpha^2)^2} \qquad \mathbf{97}$$

zur Berechnung der Q aus den P. Bezeichnet man die Werthe, welche P und Q für $n = 1/_2$ annehmen, mit A und B, so erhält man nach 88 und 91

$$(a^2+\alpha^2 - 2a\alpha \operatorname{Cos}\varphi)^{-1/_2} = \Sigma\, A_i \operatorname{Cos} i\varphi$$

$$(a^2+\alpha^2 - 2a\alpha \operatorname{Cos}\varphi)^{-3/_2} = \Sigma\, B_i \operatorname{Cos} i\varphi \qquad \mathbf{98}$$

und setzt man überdiess

$$\varphi = \nu t - n t + \mathit{M} - \mathrm{M} \qquad \mathbf{99}$$

so ergibt sich nach 86 und 87

$$\begin{aligned} R = &-\frac{\zeta s}{\alpha^2} + \ldots + \frac{a}{\alpha^2}(\gamma - g)(1 + s - 2\sigma + \ldots)\,\mathrm{Sin}\,\varphi - \\ &-\frac{a}{\alpha^2}\left[1 + s - 2\sigma + \tfrac{1}{2}s^2 - 2s\sigma + 3\sigma^2 + \ldots - \frac{(\gamma-g)^2}{2} - \frac{3\zeta^2}{2\alpha^2} + \ldots\right]\mathrm{Cos}\,\varphi \\ &+ \Sigma\left[\begin{array}{l} A_i + \dfrac{dA_i}{da}as + \dfrac{dA_i}{d\alpha}\alpha\sigma + \dfrac{d^2A_i}{da^2}\cdot\dfrac{a^2s^2}{2} + \dfrac{d^2A_i}{da\,.\,d\alpha}a\alpha s\sigma + \\ + \dfrac{d^2A_i}{d\alpha^2}\cdot\dfrac{\alpha^2\sigma^2}{2} + \ldots - \dfrac{(\gamma-g)^2}{2}i^2A_i + \ldots - \dfrac{B_i}{2}(\zeta - z)^2 + \ldots \end{array}\right]\mathrm{Cos}\,i\varphi \\ &- \Sigma i(\gamma - g)\left(A_i + \frac{dA_i}{da}\,.\,as + \frac{dA_i}{d\alpha}\alpha\sigma + \ldots\right)\mathrm{Sin}\,i\varphi \end{aligned} \qquad \mathbf{100}$$

Nach 87 folgen mit Hülfe von 415 : 2, 9, 10 und 416 : 4, 5, wenn man bei den zweiten Potenzen von e nnd i stehen bleibt,

$$\begin{aligned} s &= \frac{r'}{a} - 1 = (1 - e\,\mathrm{Cos}\,m + e^2\,\mathrm{Sin}^2 m + \ldots)(1 - \tfrac{1}{2}\mathrm{Tg}^2 i\,\mathrm{Sin}^2\alpha + \ldots) - 1 \\ &= -e\,\mathrm{Cos}\,m + \frac{e^2}{2}(1 - \mathrm{Cos}\,2m) - \tfrac{1}{2}\mathrm{Tg}^2 i\,\mathrm{Sin}^2\alpha \\ g &= w - nt - M = \Omega + \alpha - \mathrm{Tg}^2\frac{i}{2}\,\mathrm{Sin}\,2\alpha + \ldots - nt - M = \\ &= v - m - \mathrm{Tg}^2\frac{i}{2}\,\mathrm{Sin}\,2\alpha + \ldots = \\ &= 2e\,\mathrm{Sin}\,m + \tfrac{5}{4}e^2\,\mathrm{Sin}\,2m - \mathrm{Tg}^2\frac{i}{2}\,.\,\mathrm{Sin}\,2\alpha \end{aligned} \qquad \mathbf{101}$$

wo m nnd α die durch 415 : 1, 2 festgestellte Bedentung haben, nnd entsprechende Werthe lassen sich auch für σ nnd γ anfschreiben. Ferner erhält man mit Hülfe von 75 aus 408 : 3, 24

$$z = -\frac{c''}{c'}y - \frac{c'''}{c'}x = \mathrm{Cos}\,\Omega\,\mathrm{Tg}\,i\,.\,y - \mathrm{Sin}\,\Omega\,\mathrm{Tg}\,i\,.\,x$$

oder, da man für Anwendnng auf 100, wo ζ und z nnr im Prodnct oder Quadrat erscheinen, e nnd i vernachlässigen, also

$$x = a\,\mathrm{Cos}\,(nt + M) \qquad y = a\,\mathrm{Sin}\,(nt + M) \qquad \mathbf{102}$$

setzen darf,

$$z = a\,[q\,\mathrm{Sin}\,(nt + M) - p\,\mathrm{Cos}\,(nt + M)] \qquad \mathbf{103}$$

wo

$$p = \mathrm{Tg}\,i\,\mathrm{Sin}\,\Omega \qquad q = \mathrm{Tg}\,i\,\mathrm{Cos}\,\Omega \qquad \mathrm{Tg}\,i = \sqrt{p^2 + q^2} \qquad \mathrm{Tg}\,\Omega = \frac{p}{q} \qquad \mathbf{104}$$

und entsprechende Werthe lassen sich auch für ζ aufschreiben. Führt man diese Werthe für $s\,\sigma\,g\,\gamma\,z\,\zeta$ in 100 ein, und setzt die Producte von Sin. oder Cos. nach den bekannten goniometrischen Formeln in Snmmen oder Differenzen, sowie die Quadrate von Sin. oder Cos. in Cos. des doppelten Winkels nm, so ergeben sch zwei Arten von Gliedern: Die Einen finden sich mit Cos. oder Sin. von Winkeln mnltiplicirt, welche t enthalten nnd sind daher periodischer Natnr, — die Andern haben dagegen keine solchen Factoren. Die Erstern behalten offenbar auch nach der Einführung in 79—84 ihre Natnr, nnd ergeben somit die schon im Texte als **periodisch** bezeichneten Störungen, — die Letztern ergeben dagegen nach dieser Einführung und vollzogener Integration Beträge, welche die freie Zeit als Factor enthalten, somit im Allgemeinen mit der Zeit zuznnehmen scheinen, und daher **seculäre** Störungen genannt worden sind. Beschränken wir uns auf diese Letztern, nnd fassen alle

zu ihnen führenden Glieder von R unter der Bezeichnung R_0 zusammen, so wird mit Hülfe von 89, 90 und 97

$$R_0 = A_0 + \left(a \frac{d A_0}{d a} + \frac{a^2}{2} \cdot \frac{d^2 A_0}{d a^2}\right) \frac{e^2}{2} + \left(\alpha \frac{d A_0}{d \alpha} + \frac{\alpha^2}{2} \cdot \frac{d^2 A_0}{d \alpha^2}\right) \frac{\varepsilon^2}{2} +$$
$$+ \left(2 A_1 + a \frac{d A_1}{d a} + \alpha \frac{d A_1}{d \alpha} + \frac{a \alpha}{2} \frac{d^2 A_1}{d a . d \alpha}\right) \frac{e \varepsilon}{2} \operatorname{Cos}(P - \Pi) -$$
$$- \tfrac{1}{8} \left(a \frac{d A_0}{d a} + a^2 B_0\right) (p^2 + q^2) - \tfrac{1}{8} \left(\alpha \frac{d A_0}{d \alpha} + \alpha^2 B_0\right) (p'^2 + q'^2) +$$
$$+ \frac{a \alpha}{4} B_1 (p p' + q q')$$
$$= \frac{(a^2 + \alpha^2)(a, \alpha) + 3 a \alpha [a, \alpha]}{(a^2 - \alpha^2)^2} -$$
$$- \frac{3 a \alpha [a, \alpha]}{8 (a^2 - \alpha^2)^2} [e^2 + \varepsilon^2 - (p - p')^2 - (q - q')^2] +$$
$$+ \frac{3 e \varepsilon \operatorname{Cos}(P - \Pi)}{2 (a^2 - \alpha^2)^2} \left[a \alpha (a, \alpha) + (a^2 + \alpha^2) [a, \alpha]\right] \qquad \mathbf{105}$$

wo die in letzterm Ausdrucke benutzten Symbole die Bedeutung

$$(a, \alpha) = \alpha \left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{a}{\alpha}\right)^2 + \frac{1}{64}\left(\frac{a}{\alpha}\right)^4 + \frac{1}{256}\left(\frac{a}{\alpha}\right)^6 + \dots\right]$$
$$[a, \alpha] = - \alpha \left[\frac{a}{\alpha} + \frac{1}{8}\left(\frac{a}{\alpha}\right)^3 - \frac{1}{64}\left(\frac{a}{\alpha}\right)^5 - \dots\right] \qquad \mathbf{106}$$

haben. Es geht hieraus hervor, dass R_0 alle Elemente mit Ausnahme von M enthält, und daher für die seculären Störnngen, wenn die durch den Factor Tg $\frac{1}{2}$ einer höhern Ordnung zugewiesenen Glieder weggelassen werden, die allgemeinen Störungsgleichnngen 79—84 in

$$\frac{d a}{d t} = 0 \qquad \text{oder} \qquad a = \text{Constans} \qquad \mathbf{107}$$

$$\frac{d e}{d t} = - \frac{a n f \mu' \sqrt{1 - e^2}}{e \mu} \cdot \frac{d R'_0}{d P} \qquad \frac{d \Omega}{d t} = \frac{a n f \mu'}{\mu \operatorname{Sin} i \sqrt{1 - e^2}} \cdot \frac{d R'_0}{d i} \qquad \mathbf{108}$$

$$\frac{d P}{d t} = \frac{a n f \mu' \sqrt{1 - e^2}}{e \mu} \cdot \frac{d R'_0}{d e} \qquad \frac{d i}{d t} = - \frac{a n f \mu'}{\mu \operatorname{Sin} i \sqrt{1 - e^2}} \cdot \frac{d R'_0}{d \Omega} \qquad \mathbf{109}$$

$$\frac{d M}{d t} = - \frac{2 f \mu' a^2 n}{\mu} \cdot \frac{d R'_0}{d a} + \frac{a n e f \mu' \sqrt{1 - e^2}}{\mu (1 + \sqrt{1 - e^2})} \cdot \frac{d R'_0}{d e} \qquad \mathbf{110}$$

übergehen, — wobei noch erinnert werden mag, dass, wenn die linken Seiten dieser Gleichungen die Gesammtstörungen repräsentiren sollen, natürlich rechts für jeden störenden Planeten ein entsprechendes Glied aufzuschreihen ist. Aus 107 geht ohne weiteres das merkwürdige, zuerst von **Laplace** in seiner Abhandlung von 1773 (vergl. 407) erhaltene Resultat hervor, dass die seculären Störungen unter den dieser Rechnung zu Grunde liegenden Voraussetzungen auf die grosse Axe und also auch auf die Umlaufszeit keinen Einfluss ausüben, während dagegen nach 108—110 bei den sämmtlichen übrigen Elementen ein solcher Einfluss statt hat. Für die genauere Discussion dieser letztern Gleichungen, welche zu den im Texte beigebrachten Resultaten führt, sowie überhaupt für Weiteres ist jedoch hier auf die in 407 verzeichnete Special-literatur zu verweisen. Einzig mag zum Schlusse noch angedeutet werden, dass auch schon die in 241—242 abgeleiteten Sätze leicht einiges hieher Gehörende ergeben: Bezeichnet man das bei einer elliptischen Bewegung in

einem Zeitelemente dt beschriebene Flächenelement mit dF, so hat man nach 408 : 17, wenn der Einfachheit wegen $\mu = 1$ gesetzt wird,

$$dF = \frac{a^2 \sqrt{1-e^2} \cdot \pi}{T} dt = \tfrac{1}{2} \sqrt{a(1-e^2)} \cdot dt \qquad 111$$

und somit, mit Hülfe von 75 und 408 : 24, die in 241 eingeführten Grössen

$$\Delta' = \tfrac{1}{2} \sqrt{a(1-e^2)} \operatorname{Cos} i \cdot dt \qquad \Delta'' = \tfrac{1}{2} \sqrt{a(1-e^2)} \operatorname{Sin} i \operatorname{Cos} \Omega \cdot dt$$
$$\Delta''' = \tfrac{1}{2} \sqrt{a(1-e^2)} \operatorname{Sin} i \operatorname{Sin} \Omega \cdot dt$$

folglich nach dem durch 241 : 3 ausgedrückten Princip der Erhaltung der Flächen

$$\Sigma m \sqrt{a(1-e^2)} \operatorname{Cos} i = c' \qquad \Sigma m \sqrt{a(1-e^2)} \operatorname{Sin} i \operatorname{Cos} \Omega = c''$$
$$\Sigma m \sqrt{a(1-e^2)} \operatorname{Sin} i \operatorname{Sin} \Omega = c''' \qquad 112$$

und, wenn die ausserhalb des Summenzeichens stehenden Ω und i sich auf die unveränderliche Ebene beziehen, nach 242 : 10 und 408 : 24

$$\operatorname{Tg} i \cdot \operatorname{Sin} \Omega = c''' : c' = \Sigma m \sqrt{a(1-e^2)} \operatorname{Sin} i \operatorname{Sin} \Omega : \Sigma m \sqrt{a(1-e^2)} \operatorname{Cos} i$$
$$\operatorname{Tg} i \cdot \operatorname{Cos} \Omega = c'' : c' = \Sigma m \sqrt{a(1-e^2)} \operatorname{Sin} i \operatorname{Cos} \Omega : \Sigma m \sqrt{a(1-e^2)} \operatorname{Cos} i \qquad 113$$

womit die Lage dieser Ebene bestimmt ist. Aus 112[1] folgt ferner, wenn man bei den zweiten Potenzen der e und i stehen bleibt, die Gleichheit

$$c' = \Sigma m \sqrt{a}(1-e^2)^{1/2} \cdot (1 + \operatorname{Tg}^2 i)^{-1/2} = \Sigma m \sqrt{a}(1 - \tfrac{1}{2} e^2 - \tfrac{1}{2} \operatorname{Tg}^2 i)$$
$$= \text{Constans} - \tfrac{1}{2} \Sigma m \sqrt{a} \cdot e^2 - \tfrac{1}{2} \Sigma m \sqrt{a} \cdot \operatorname{Tg}^2 i$$

welche, bei der nach 108 und 109 unter denselben Bedingungen bestehenden Unabhängigkeit zwischen den secularen Variationen von e und i, nur bestehen kann, wenn je für sich

$$\Sigma m \sqrt{a} \cdot e^2 = \text{Const.} \quad \text{und} \quad \Sigma m \sqrt{a} \cdot \operatorname{Tg}^2 i = \text{Const.} \qquad 114$$

so dass, wenn in einem Systeme, wie diess noch gegenwärtig in unserm Sonnensysteme der Fall ist, jede dieser Summen einmal klein war, sie auch klein bleiben muss, also weder die Excentricitäten noch die Neigungen der einzelnen Bahnen fortwährend wachsen können. Und so weiter.

418. Die Störungen der Mondbewegung. Die Existenz zahlreicher Anomalien oder Abweichungen der wirklichen Bewegung des Mondes von einer rein Elliptischen um die Erde, ist schon aus 394 bekannt, und es bleibt hier nur beizufügen, dass dieselben zunächst Veranlassung gaben, das sog. **Problem der drei Körper** aufzustellen, und dass sie, sowie überhaupt alle bis jetzt beobachteten Ungleichheiten als Folgen der allgemeinen Gravitation nachgewiesen werden konnten, wenn es auch zuweilen nicht im ersten Wurfe gelang. So z. B. findet man, von der Epoche 1801 I 1,0^h Par. ausgehend, wo die mittlere Länge des Mondes 118° 17′ 8″,3 betrug, mit Hülfe der mittlern täglichen tropischen Bewegung 360° : 27,32158 = 13° 10′ 35″,04 die einer andern Zeit entsprechende Länge stets etwas zu klein, und zwar, wie wenn gegenwärtig in 100 Jahren eine Beschleunigung von etwa 12″ statt hätte. Während nun Newton diese schon von Halley aus alten Finsternissen nachgewiesene sog. **seculäre Gleichung** als Folge einer durch den Widerstand des

Mittels veranlassten Annäherung des Mondes darstellte, und noch Euler und Lagrange sich vergeblich bemühten, sie aus der Gravitation theoretisch zu bestimmen, zeigte Laplace 1787, dass die Einwirkung der Sonne auf den Mond eigentlich dessen Winkelgeschwindigkeit in der mittlern Distanz um 1/179 vermindere, dass aber der genaue Ausdruck dieser Verminderung ein dem Quadrate der Excentricität der Erdbahn proportionales Glied enthalte, und daher schliesslich die Winkelgeschwindigkeit des Mondes so lange langsam (nach seiner Rechnung jetzt 6″ per Seculum) zunehme, als diese Excentricität abnehme, — dagegen später sich dieses Verhältniss wieder umkehren, und also desswegen keine Mond-Catastrophe zu befürchten sein werde. Die zweite Hälfte der 12″ suchte neuerlich Delaunay, entsprechend Kant's Idee, durch eine vom Gegenschlage der Fluth veranlasste Verzögerung der Erdrotation, — Dufour dagegen durch eine langsame Vermehrung der Erdmasse in Folge meteorischer Niederschläge zu erklären, — während Hansen es noch gar nicht für ausgemacht hält, dass die Theorie wirklich nur 6″ erkläre, und für den Rest eine andere Ursache gesucht werden müsse.

Während **Clairault** noch bei Abfassung seiner Abhandlung von 1745 (v. 407) daran verzweifelte die Mondtheorie auf Grund des Gravitationsgesetzes vollständig entwickeln, und so z. B. von der Bewegung der Apsiden (v. 394) genügende Rechenschaft geben zu können, gelang es ihm bald darauf die wesentlichsten Schwierigkeiten zu überwinden, und seine von der Petersburger-Academie A. 1750 gekrönte Preisschrift „Théorie de la lune. St. Pétersbourg 1752 in 4. (2 ed. Paris 1765)“ bildete den Ausgangspunkt für die grossartigen Arbeiten, welche seither von den vorzüglichsten Geometern auf diesem Gebiete ausgeführt worden sind, — vergleiche z. B., ausser einigen schon in 407 erwähnten Schriften, die Werke „**Euler**, Theoria motuum lunæ. Berolini 1753 in 4., und: Tob. **Mayer**, Theoria Lunæ juxta systema Newtonianum. Londini 1767 in 4.“, welche nebst des Letztern „Tabulæ motuum Solis et Lunæ. Londini 1770 in 4.“ von England mit grossen Preisen bedacht wurden, während Frankreich später die von Joh. Tobias **Bürg** (Wien 1766— Wiesenau bei Klagenfurt 1834; Professor der Mathematik und Adjunkt der Sternwarte in Wien) und Alexis **Bouvard** gemachten neuen Bestimmungen der Mondconstanten reichlich prämirte, und das Bureau des longitudes die darauf gegründeten Tafeln „**Bürg**, Tables de la Lune. Paris 1806 in 4., und: **Burckhardt**, Tables de la Lune. Paris 1812 in 4“ publicirte. Letztere Tafeln basirten bereits auch grossentheils auf den Entwicklungen der „Mécanique céleste (v. 407)“, von denen hier ein kurzer Begriff folgen mag: **Laplace** ging für seine im 3. Bande gegebene Mondtheorie von den Gleichungen 407 : 4 — 6 aus, welche, wenn μ, m, M der Reihe nach die Massen von Mond, Erde und Sonne bezeichnen, und eine Hülfsgrösse

$$Q = f\frac{m+\mu}{r} + f.M.R \qquad 1$$

eingeführt wird, für die durch die Sonne gestörte Bewegung des Mondes um die Erde die Gleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{dQ}{dx} \qquad \frac{d^2y}{dt^2}=\frac{dQ}{dy} \qquad \frac{d^2z}{dt^2}=\frac{dQ}{dz} \qquad 1$$

ergeben. Da aus 1, weil $\xi\, v\, \zeta$ als unabhängig von $x\, y\, z$ zu betrachten sind,

$$\frac{d^2Q}{dx^2}=\frac{f(m+\mu)}{r^3}\left[\frac{3x^2}{r^2}-1\right]+\frac{fM}{d^3}\left[\frac{3(\xi-x)^2}{d^2}-1\right]$$

etc. folgen, so erhält man die Beziehung

$$\frac{d^2Q}{dx^2}+\frac{d^2Q}{dy^2}+\frac{d^2Q}{dz^2}=0 \qquad 3$$

welche, wenn entsprechend 191 : 2 durch

$$x=r\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Cos}\nu \qquad y=r\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Sin}\nu \qquad z=r\operatorname{Sin}\theta \qquad 4$$

Polarcoordinaten eingeführt werden, so dass

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2} \qquad \operatorname{Tg}\nu=\frac{y}{x} \qquad \operatorname{Sin}\theta=\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$\frac{dr}{dx}=\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Cos}\nu \qquad \frac{dr}{dy}=\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Sin}\nu \qquad \frac{dr}{dz}=\operatorname{Sin}\theta \qquad \text{etc.}$$

$$\frac{dQ}{dx}=\frac{dQ}{dr}\cdot\frac{dr}{dx}+\frac{dQ}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dx}+\frac{dQ}{d\nu}\cdot\frac{d\nu}{dx}$$

$$=\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Cos}\nu\cdot\frac{dQ}{dr}-\frac{\operatorname{Sin}\theta\operatorname{Cos}\nu}{r}\cdot\frac{dQ}{d\theta}-\frac{\operatorname{Sin}\nu}{r\operatorname{Cos}\theta}\cdot\frac{dQ}{d\nu} \qquad \text{etc.}$$

werden, in

$$0=r^2\cdot\frac{d^2Q}{dr^2}+2r\cdot\frac{dQ}{dr}+\frac{1}{\operatorname{Cos}^2\theta}\cdot\frac{d^2Q}{d\nu^2}+\frac{d^2Q}{d\theta^2}-\operatorname{Tg}\theta\cdot\frac{dQ}{d\theta} \qquad 5$$

übergeht. Multiplicirt man die Gleichungen 2 der Reihe nach mit $\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Cos}\nu$, $\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Sin}\nu$ und $\operatorname{Sin}\theta$, — oder mit $-r\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Sin}\nu$, $r\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Cos}\nu$ und 0, — oder endlich mit $-r\operatorname{Sin}\theta\operatorname{Cos}\nu$, $-r\operatorname{Sin}\theta\operatorname{Sin}\nu$ und $\operatorname{Cos}\theta$, — und nimmt je die Summe, so erhält man

$$\frac{dQ}{dr}=\frac{d^2r}{dt^2}-\frac{r\cdot d\nu^2}{dt^2}\cdot\operatorname{Cos}^2\theta-r\cdot\frac{d\theta^2}{dt^2} \qquad 6$$

$$\frac{dQ}{d\nu}=\frac{d\left(r^2\frac{d\nu}{dt}\cdot\operatorname{Cos}^2\theta\right)}{dt} \qquad 7$$

$$\frac{dQ}{d\theta}=r^2\cdot\frac{d^2\theta}{dt^2}+r^2\cdot\frac{d\nu^2}{dt^2}\operatorname{Sin}\theta\operatorname{Cos}\theta+\frac{2r\,dr\,d\theta}{dt^2} \qquad 8$$

oder, wenn statt r und θ die neuen Variabeln

$$u=\frac{1}{r\operatorname{Cos}\theta} \qquad s=\operatorname{Tg}\theta \qquad 9$$

einführt, $d\nu$ als constant betrachtet, 7 nach Multiplication mit $d\nu:u^2$ mit Einführung einer Constanten h^2 integrirt, 6 durch $7\cdot\operatorname{Sin}\theta\cdot{}^1\!/_r-6\cdot\operatorname{Cos}\theta$ ersetzt, und in der neuen 6, sowie in 8 mit Hülfe der aus 7 erhaltenen Rotation dt eliminirt,

$$dt=\frac{d\nu}{u^2\cdot K} \qquad \text{wo} \qquad K^2=h^2+2\int\frac{dQ}{d\nu}\cdot\frac{d\nu}{u^2} \qquad 10$$

$$0=\left(\frac{d^2u}{d\nu^2}+u\right)K^2+\frac{dQ}{d\nu}\cdot\frac{du}{u^2d\nu}-\frac{dQ}{du}-\frac{s}{u}\cdot\frac{dQ}{ds} \qquad 11$$

$$0=\left(\frac{d^2s}{d\nu^2}+s\right)u^2K^2+\frac{dQ}{d\nu}\cdot\frac{ds}{d\nu}-us\cdot\frac{dQ}{du}-(1+s^2)\frac{dQ}{ds} \qquad 12$$

wo, nach den Potenzen von ϱ entwickelnd und $m+\mu$ als Massenseinheit einführend,

$$\frac{Q}{f}=\frac{u}{\sqrt{1+s^2}}+\frac{M u'}{\sqrt{1+s'^2}}\left[1+\frac{3}{2}.U^2+\frac{5}{2}U^3+..-\frac{(1+s^2)u'^2}{2(1+s'^2)u^2}\right] \quad 13$$
$$U=\frac{u u' \operatorname{Cos}(\nu-\nu')+u u' s s'-\frac{1}{2}u'^2(1+s^2)}{(1+s'^2)u^2}$$

oder, wenn s' und die Glieder der Ordnungen $Mu'^2 s^4$, $Mu'^4 s^2$ und $M.u'^5$ vernachlässigt werden, und statt $\frac{Q}{f}$ einfach Q geschrieben wird,

$$Q=\frac{u}{\sqrt{1+s^2}}+M u'+\frac{M u'^2}{4 u^2}[1+3\operatorname{Cos}2(\nu-\nu')-2s^2]+$$
$$+\frac{M u'^4}{8u^3}[3(1-4s^2)\operatorname{Cos}(\nu-\nu')+5\operatorname{Cos}3(\nu-\nu')]$$

$$\frac{dQ}{du}+\frac{s}{u}.\frac{dQ}{ds}=\frac{1}{(1+s^2)^{3/2}}-\frac{M u'^2}{2u^2}[1+3\operatorname{Cos}2(\nu-\nu')]$$
$$-\frac{3 M u'^4}{8u^4}[(3-4s^2)\operatorname{Cos}(\nu-\nu')+5\operatorname{Cos}3(\nu-\nu')] \quad 14$$
$$\frac{dQ}{d\nu}=-\frac{3 M u'^2}{2u^2}\operatorname{Sin}2(\nu-\nu')-\frac{M u'^4}{8u^3}[3(1-4s^2)\operatorname{Sin}(\nu-\nu')+15\operatorname{Sin}3(\nu-\nu')]$$
$$\frac{dQ}{ds}=-\frac{us}{(1+s^2)^{3/2}}-\frac{M u'^2 s}{u^2}-\frac{3 M u'^4 s}{u^3}\operatorname{Cos}(\nu-\nu')$$

Würde die Sonne keine Wirkung auf den Mond ausüben, so wäre $M=0$, also nach 14 und 10

$$Q=\frac{u}{\sqrt{1+s^2}} \qquad \frac{dQ}{d\nu}=0 \qquad \frac{dQ}{ds}=-\frac{us}{(1+s^2)^{3/2}} \qquad \frac{dQ}{du}=\frac{1}{\sqrt{1+s^2}} \qquad K=h$$

also nach 10—12

$$dt-\frac{d\nu}{u^2 h}=0 \qquad \frac{d^2u}{d\nu^2}+u-\frac{1}{h^2(1+s^2)^{3/2}}=0 \qquad \frac{d^2s}{d\nu^2}+s=0 \quad 15$$

Der letzten dieser Gleichungen genügt, wenn γ und ϑ zwei Constante sind, die Integralgleichung

$$s=\gamma.\operatorname{Sin}(\nu-\vartheta) \quad 16$$

und zwar bedeutet, wie aus Vergleichung mit 413 : 9 leicht hervorgeht, γ die Tangente der Neigung und ϑ die Länge des aufsteigenden Knotens. Ebenso genügt der zweiten Gleichung 15, wenn e und π zwei Constante sind, die Integralgleichung

$$u=\frac{1}{h^2(1+\gamma^2)}[\sqrt{1+s^2}+e\operatorname{Cos}(\nu-\pi)] \quad 17$$

und zwar bedeuten, da sich 17 für $\gamma=0$ und $s=0$ auf 408 : 27 reducirt, zwei Grössen, welche zunächst von Excentricität und Länge des Perihels abhängen. Mit Benutzung von 16 geht aber 17, da man die höhern Potenzen der kleinen Grösse γ vernachlässigen darf, in

$$u=\frac{1}{h^2(1+\gamma^2)}\left[1+\frac{\gamma^2}{4}+e\operatorname{Cos}(\nu-\pi)-\frac{\gamma^2}{4}\operatorname{Cos}2(\nu-\vartheta)\right] \quad 18$$

über. Da nach den Beobachtungen die Apsiden der Mondbahn sehr merklich vorrücken, die Knoten aber zurückgehen (v. 394), so vermehrt **Laplace** schliesslich noch π um $(1-c)\nu$, ϑ um $(1-g)\nu$, wo c wenig kleiner, g wenig grösser als die Einheit sein soll. Hiedurch gehen aber 16 und 18 in

$$s=\gamma\operatorname{Sin}(g\nu-\vartheta)$$
$$u=\frac{1}{h^2(1+\gamma^2)}[1+\tfrac{1}{4}\gamma^2+e\operatorname{Cos}(c\nu-\pi)-\tfrac{1}{4}\gamma^2\operatorname{Cos}2(g\nu-\vartheta)] \quad 19$$

über, und durch Snhstitution dieser Werthe in die erste 15 erhält man in Verbindung mit gliedweiser Integration

$$t = \text{Const.} + h^2 v \left(1 + \tfrac{3}{2} e^2 + \tfrac{3}{8} \gamma^2\right) - \frac{2 h^2 e}{c} \left(1 + \tfrac{1}{2} e^2 + \tfrac{5}{4} \gamma^2\right) \operatorname{Sin}(c v - \pi)$$
$$+ \frac{3 h^2 e^2}{4 c} \operatorname{Sin} 2 (c v - \pi) - \frac{h^2 e^3}{8 c} \operatorname{Sin} 3 (c v - \pi) + \frac{h^2 \gamma^2}{4 g} \operatorname{Sin} 2 (g v - \vartheta) - \qquad \mathbf{20}$$
$$- \frac{3 h^2 e \gamma^2}{4 (2 g + c)} \operatorname{Sin}(2 g v + c v - 2 \vartheta - \pi) - \frac{3 h^2 e \gamma^2}{4 (2 g - c)} \operatorname{Sin}(2 g v - c v - 2 \vartheta + \pi)$$

wo die Constante, da der Anfangspunkt der Zeit willkürlich ist, gleich Null, nnd der Factor von v (entsprechend der in 408 bei der elliptischen Bewegung gehranchten Bezeichnung)

$$h^2 \left(1 + \tfrac{3}{2} e^2 + \tfrac{3}{8} \gamma^2\right) = \frac{1}{n} = a^{3/2} \qquad \mathbf{21}$$

gesetzt werden kann. Eliminirt man so h aus 18 und 20, — vernachlässigt die Glieder mit e^3 nnd $e \gamma^2$, — schreibt die entsprechenden Gleichnngen für die Sonne auf (wobei $\gamma' = 0$ nnd c' nahe gleich der Einheit), — vergleicht sie mit denen für den Mond, nm recbts v' dnrch v ausdrücken zu können, — nnd setzt endlich $n' = m \, . \, n$, se erhält man

$$n = \frac{1}{a} \left[1 + e^2 + \tfrac{1}{4} \gamma^2 + e \operatorname{Cos}(c v - \pi) - \tfrac{1}{4} \gamma^2 \operatorname{Cos} 2 (g v - \vartheta)\right]$$
$$n t = v - \frac{2 e}{c} \operatorname{Sin}(c v - \pi) + \frac{3 e^2}{4 c} \operatorname{Sin} 2 (c v - \pi) + \frac{\gamma^2}{4 g} \operatorname{Sin} 2 (g v - \vartheta) \qquad \mathbf{22}$$

und

$$u' = \frac{1}{a'} \left[1 + e'^2 + e' \operatorname{Cos}(c' v' - \pi')\right]$$
$$n' t = v' - 2 e' \operatorname{Sin}(c' v' - \pi') + \tfrac{3}{4} e'^2 \operatorname{Sin} 2 (c' v' - \pi') \qquad \mathbf{23}$$

oder

$$v' = m v - 2 m e \operatorname{Sin}(c v - \pi) + \tfrac{3}{4} m e^2 \operatorname{Sin}(2 c v - 2 \pi) +$$
$$+ \tfrac{1}{4} m \gamma^2 \operatorname{Sin}(2 g v - 2 \theta) + 2 e' \left(1 - \tfrac{1}{8} e'^2\right) \operatorname{Sin}(c' m v - \pi') -$$
$$- 2 m e e' \operatorname{Sin}(c v + c' m v - \pi - \pi') - 2 m e e' \operatorname{Sin}(c v - c' m v - \pi + \pi') +$$
$$+ \tfrac{3}{4} e'^2 \operatorname{Sin}(2 c' m v - 2 \pi') \qquad \mathbf{24}$$
$$u' = \frac{1}{a'} \begin{bmatrix} 1 + e' \operatorname{Cos}(c' m v - \pi') + m e e' \operatorname{Cos}(c v - c' m v - \pi + \pi') \\ - m e e' \operatorname{Cos}(c v + c' m v - \pi - \pi') + e'^2 \operatorname{Cos}(2 c' m v - 2 \pi') \end{bmatrix}$$

Durch enccessive Substitntion der durch 19, 22 nnd 24 gegebenen Werthe ven s, n, n' und v' in die 10, 11, 12 und 14, dabei n, nm den durch die Sonne verursachten Störungen Rechnnng zu tragen, einen Zuschlag ven der Form

$$\delta u = A \operatorname{Cos}(2 v - 2 m v) + A_1 e \operatorname{Coe}(2 v - 2 m v - c v + \pi) +$$
$$+ A_2 e' \operatorname{Cos}(2 v - 2 m v - c' m v + \pi') + \ldots . \qquad \mathbf{25}$$

gebend, nnd beständig nacb den Potenzen der e, nnd den Sin. nnd Cos. der Differenzen nnd Vielfachen der $c v$, $g v$, π und ϑ entwickelnd, erhielt **Laplace**

$m = 0{,}0748013$	$c = 0{,}9915480$	$g = 1{,}0040217$
$e = 0{,}0548628$	$e' = 0{,}0168140$	$\gamma = 0{,}0900807$

annehmend, nach ziemlich mühsamer Entwicklung nnd schliesslicher, die Constante ε einführender Integration,

$$n t + \varepsilon = v - 69992'',30 \operatorname{Sin}(c v - \pi) + 1442'',66 \operatorname{Sin} 2 (c v - \pi) +$$
$$+ 1255'',92 \operatorname{Sin} 2 (g v - \vartheta) + 204'',86 \operatorname{Sin}(2 g v - c v - 2 \vartheta + \pi) -$$
$$- 5856'',11 \operatorname{Sin} 2 (1 - m) v - 14461'',28 \operatorname{Sin}(2 v - 2 m v - c v + \pi) + \qquad \mathbf{26}$$
$$+ 453'',58 \operatorname{Sin}(2 v - 2 m v + c v - \pi) + 2106'',09 \operatorname{Sin}(c' m v - \pi') -$$
$$- 415'',16 \operatorname{Sin}(2 v - 2 m v - c' m v + \pi') - \ldots .$$

wo die Coefficienten in Dezimalsekunden ausgedrückt sind. Durch Umkehrung dieser Reihe mit Hülfe der Lagrange'schen Reversionsformel (v. 61) erhielt sodann **Littrow** (v. seine Astronomie in 324) unter Benutzung der in 394 angewandten Bezeichnung und Zugrundelegung der in „Marie-Charles-Théodor de **Damoiseau** (Besançon 1768 — Issy bei Paris 1846; Artillerie-Oberst und Director der Sternwarte der Ecole militaire in Paris), Tables de la lune formés par la seule théorie de l'attraction. Paris 1824 in 4. (Theilung in 400^g; dagegen 1828 in fol in 360^0)" in Beziehung auf die Epoche 1801 I 0, 12^h m. Z. Paris gegebenen Werthe

$$l = 111^0\,33'\,42'',8 + t\left\{\begin{matrix}13^u\ 132^0\,40'\,48'',616\\ 13\,.\,360^0 + 477643'',616\end{matrix}\right\} + \left(\frac{t}{100}\right)^2 .\, 10'',7232 + \\ + \left(\frac{t}{100}\right)^3 .\, 0'',019361$$

$$m = 205^0\,20'\,58'',4 + t\left\{\begin{matrix}13^u\ \ 91^0\ \ 59'\ \ 17'',950\\ 13\,.\,360^0 + 831157'',950\end{matrix}\right\} + \left(\frac{t}{100}\right)^2 .\, 50'',4208 + \\ + \left(\frac{t}{100}\right)^3 .\, 0'',091035 \qquad \mathbf{27}$$

$$\Omega = 13^0\,54'\,54'',0 - t\left\{\begin{matrix}19^0\ \ \ 20'\ \ \ 29'',975\\ 69629'',975\end{matrix}\right\} + \left(\frac{t}{100}\right)^2 .\, 6'',5632 + \\ + \left(\frac{t}{100}\right)^3 .\, 0'',011850$$

$$L = 280^0\,9'\,32'',0 + t\,(360^0 + 27'',530) \qquad M = 0^0\,39'\,7'',0 + t\,(360^0 - 34'',870)$$

wo t die Zeit seit der Epoche in Julianischen Jahren zählt, für die wahre Länge λ und, unter Voraussetzung, dass die mittlere Horizontalparallaxe des Mondes $\pi = 56'\ 58''$ sei, für die entsprechende Horizontalparallaxe $p = a\,u\,\mathrm{Sin}\,\pi$ folgende Reihen:

$$\lambda = l + \mathbf{22640''.\,Sin\,m} + \mathbf{769''.\,Sin\,2\,m} + 87''.\,\mathrm{Sin}\,3\,m + \ldots \\ - 122''.\,\mathrm{Sin}\,(l - L) + \mathbf{2370''.\,Sin\,2\,(l - L)} + \ldots - \mathbf{674''.\,Sin\,M} - \ldots \\ - 412''\,\mathrm{Sin}\,2\,(l - \Omega) + 212''.\,\mathrm{Sin}\,2\,(l - L - m) + \ldots \\ + \mathbf{4590''.\,Sin\,[2\,(l - L) - m]} + 192''\,\mathrm{Sin}\,[2\,(l - L) + m] - \qquad \mathbf{28} \\ - 109''.\,\mathrm{Sin}\,(m + M) + 148''.\,\mathrm{Sin}\,(m - M) + \ldots \\ + 163''\,\mathrm{Sin}\,[2\,(l - L) - M] + 207''\,\mathrm{Sin}\,[2\,(l - L) - m - M] \\ + \ldots$$

$$p = 3421'' + 186''.\,\mathrm{Cos}\,m + 10''\,\mathrm{Cos}\,2\,m + \ldots + 28''\,\mathrm{Cos}\,2\,(l - L) + \\ + 84''.\,\mathrm{Cos}\,[2\,(l - L) - m] + \ldots \qquad \mathbf{29}$$

wo in ersterer Reihe die fettgedruckten Glieder bis auf unbedeutende Unterschiede in den Coefficienten mit 394 : 1 übereinstimmen. Solche Unterschiede hängen zunächst mit den aus verschiedenen Beobachtungsserien etwas verschieden erhaltenen Grundwerthen zusammen; so gibt z. B. **Hansen**, der durch seine Werke „Fundamenta nova investigationis orbitæ veræ quam Luna perlustrat. Gotha 1838 in 4., ferner: Tables de la Lune construites d'après le Principe Newtonien de la Gravitation universelle. Londres 1857 in 4, und: Darlegung der theoretischen Berechnung der in den Mondtafeln angewandten Störungen. Zwei Abhandlungen. Leipzig 1862—1864 in 8." die Kenntniss der Mondbewegung in der neuern Zeit so wesentlich gefördert hat, die sich von 27, auch wenn man die für sie gewählte verschiedene Epoche 1800 I 0,0 m. Z. Greenwich berücksichtigt, merklich unterscheidenden Werthe

$$m = 110^0\,19'\,33'',64 + t'\,(13\,.\,360^0 + 331158'',3715) + \left(\frac{t'}{100}\right)^2 .\, 49'',435 +$$
$$+ \left(\frac{t'}{100}\right)^3 .\, 0'',050073$$

$$\Omega = 33^0\,16'\,31'',15 - t'\,.\,69629'',3961 + \left(\frac{t'}{100}\right)^2 .\; 8'',189 + \left(\frac{t'}{100}\right)^3 .\, 0'',007159$$

30

$$w = 192^0\,7'\,21'',91 + t'\,.\,216115'',2207 - \left(\frac{t'}{100}\right)^2 .\, 44'',323 - \left(\frac{t'}{100}\right)^3 .\, 0'',043759$$

$$M = 0^0\,24'\,28'',22 + t'\,.\,(360^0 - 33'',9218) - \left(\frac{t'}{100}\right)^2 .\, 0'',5612$$

$$W = 246^0\,13'\,50'',28 + t'\,.\,69690'',9809 - \left(\frac{t'}{100}\right)^2 .\, 6'',518 - \left(\frac{t'}{100}\right)^3 .\, 0'',007159$$

wo w und W die Abstände des Mond- und Sonnen-Perigeums vom Mondknoten bezeichnen, so dass $l = m + w + \Omega$ und $L = M + W + \Omega$. — Zum Schlusse mögen noch die grossen Werke über die „Théorie du mouvement de la lune" von **Plana** und **Delaunay** angeführt werden, von den das erstere „Turin 1832, 3 Vol in 4.", erschien, das letztere seit 1860 im Erscheinen begriffen sein soll.

419. Die Gestalt der Himmelskörper, und die Bewegung derselben um ihren Schwerpunkt. Auch die Entwicklung der innern Gründe der Gestaltung der Himmelskörper nach den Gesetzen der Gravitation, die durch diese Gestaltung beeinflusste Einwirkung der andern Himmelskörper, und die hinwieder dadurch hervorgebrachten Modificationen in der Bewegung der Erstern um ihren Schwerpunkt, haben zu einer Menge der interessantesten analytischen Untersuchungen Veranlassung gegeben, wie z. B. zur Theorie der Präcession der Nachtgleichen, durch welche unter Anderm nachgewiesen wurde, dass die einem Planeten entsprechende sog. Lunisolar-Präcession (355) im Allgemeinen seiner Abplattung proportional ist, und sich aus einer Wirkung der Sonne (für die Erde 16" per Jahr) und einer Wirkung jedes Mondes (für die Erde 36" per Jahr) zusammensetzt. Einige hieher gehörende Andeutungen sind schon in 243 und 244 gegeben worden.

Nachdem **d'Alembert** durch seine classischen „Recherches sur la précession des équinoxes et sur la nutation de l'axe de la terre. Paris 1749 in 4." dafür neue Bahn gebrochen, wurde die Präcession in allen grössern Schriften über die Mechanik des Himmels (v. 407) und auch in einzelnen Spezialschriften (v. 355) abgehandelt, und so noch neuerlich von **Jullien** in s. „Mémoire sur le mouvement de la Terre autour de son centre de gravité (A. N. 1030 von 1856)" in folgender Weise: Denkt man sich durch den Schwerpunkt der Erde ein drei Hauptaxen derselben (v. 243) entsprechendes Coordinatensystem so gelegt, dass X der Frühlingsnachtgleichenlinie und Z der Umdrehungsaxe entspricht, — und bezeichnen x' y' z' die darauf bezüglichen Coordinaten eines Elementes dm' der Erde, — x y z die Coordinaten des Schwerpunktes eines entfernten Körpers der Masse m : f, wo $f^{1/2}$ die Gauss'sche Zahl ist, — r und

r' endlich die Distanzen des letztern Punktes vom Schwerpunkte der Erde und vom Punkte dm', so dass

$$\frac{1}{r'^3} = \left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2\right]^{-3/2} =$$
$$= \frac{1}{r^3}\left[1 - 2\,\frac{xx'+yy'+zz'}{r^2} + \frac{x'^2+y'^2+z'^2}{r^2}\right]^{-3/2}$$

oder angenähert, wenn die zweiten Potenzen der kleinen Grössen $x':r$, $y':r$ und $z':r$ vernachlässigt werden,

$$\frac{1}{r'^3} = \frac{1}{r^3}\left[1 + 3\,\frac{xx'+yy'+zz'}{r^2}\right] \qquad 1$$

ist, so hat man entsprechend 407 die Componenten der Anziehung des fernern Körpers auf die Erde nach den drei Axen

$$X = m\int\frac{x-x'}{r'^3}\cdot dm' \qquad Y = m\int\frac{y-y'}{r'^3}\cdot dm' \qquad Z = m\int\frac{z-z'}{r'^3}\,dm' \qquad 2$$

also, wenn L, M, N die dieser Anziehung entsprechenden Drehungsmomente um die Axen X, Y, Z, und $A = B$, C die Letztern entsprechenden Trägheitsmomente der Erde sind, da die Integrale von $x'dm'$, $y'dm'$ und $z'dm'$ entsprechend 133 beim Zusammenfallen des Schwerpunktes mit dem Anfangspunkte, und diejenigen von $x'y'dm'$, $x'z'dm'$ und $y'z'dm'$ nach 243 : 13 für die Hauptaxen verschwinden, nach 284 und 243 : 5

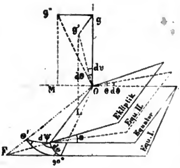
$$L = Zy - Yz = mz\int\frac{y'}{r'^3}\,dm' - my\int\frac{z'}{r'^3}\,dm' =$$
$$= \frac{mz}{r^3}\int y'\left(1+3\,\frac{xx'+yy'+zz'}{r^2}\right)dm' - \frac{my}{r^3}\int z'\left(1+3\,\frac{xx'+yy'+zz'}{r^2}\right)dm'$$
$$= \frac{3myz}{r^5}\int(y'^2 - z'^2)\,dm' = \frac{3myz}{r^5}(C-B)$$
$$M = \frac{3mzx}{r^5}(A-C) \qquad N = \frac{3mxy}{r^5}(B-A) = 0 \qquad 3$$

Am Ende der Zeit dt wirken also auf die Erde, ausser dem schon am Anfange derselben vorhandenen Drehungsmomente $G = C\cdot\varrho$ (wo ϱ die Rotationsgeschwindigkeit der Erde bezeichnet) um die wegen $C > A$ (v. 243 und 244) permanente Rotationsaxe Z, in Folge der Einwirkung des äussern Körpers zwei neue Momente $L\cdot dt$ und $M\cdot dt$ um die Axen der X und Y. — Bezeichnen nun aber a den mittlern Abstand der Erde von der Sonne, e die Excentricität der Erdbahn, n die mittlere Bewegung der Erde in ihrer Bahn, v die geocentrische Länge der Sonne, π die Länge des Perigeums und h das Verhältniss der Erdmasse zur Sonnenmasse, so hat man nach 408 : 11, 6, 9, 14 und den bisherigen Annahmen

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\,\mathrm{Cos}\,(v-\pi)} \qquad r^2\,dv = na^2\sqrt{1-e^2}\,dt \qquad 4$$
$$m(1+h) = n^2a^3 \qquad \text{also} \qquad \frac{m}{r^2}\,dt = \frac{n[1+e\,\mathrm{Cos}\,(v-\pi)]}{(1+h)(1-e^2)^{3/2}}\,dv$$

und somit nach 3

$$L\cdot dt = \frac{3n(C-A)}{(1+h)(1-e^2)^{3/2}}\cdot\frac{yz}{r^2}[1+e\,\mathrm{Cos}\,(v-\pi)]\,dv \qquad 5$$
$$M\cdot dt = \frac{-3n(C-A)}{(1+h)(1-e^2)^{3/2}}\cdot\frac{zx}{r^2}[1+e\,\mathrm{Cos}\,(v-\pi)]\,dv$$



wo, wenn θ die Schiefe der Ekliptik bezeichnet, also die Coordinaten der Sonne

$$x = r \operatorname{Cos} \nu$$
$$y = r \operatorname{Sin} \nu \operatorname{Cos} \theta$$
$$z = r \operatorname{Sin} \nu \operatorname{Sin} \theta$$

sind,

$$\frac{y\,z}{r^2} = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin} \theta \operatorname{Cos} \theta\,(1 - \operatorname{Cos} 2\nu)$$
$$\frac{z\,x}{r^2} = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin} \theta \operatorname{Sin} 2\nu \qquad 6$$

gesetzt werden können. — Trägt man von O aus auf die Axen an L.dt, M.dt und G proportionale Werthe auf, und construirt z. B. an L.dt und G die Resultirende OG', so stellt OG' die Lage dar, welche die Erdaxe unter ausschliesslicher Wirkung dieser Kräftenpaare annehmen würde, somit dv die dadurch bewirkte Drehung der Erdaxe, $d\psi$ die in Folge davon entstehende Verschiebung der Frühlingsnachtgleichenlinie und θ' die neue Schiefe der Ekliptik. Aus dem in der Figur verzeichneten sphärischen Dreiecke, in welchem der von $d\psi$ und dv eingeschlossene Winkel gleich $90^0 - \theta$ ist, folgen

$$\operatorname{Tg} d\psi = \frac{\operatorname{Tg} d v}{\operatorname{Sin} \theta} \qquad \operatorname{Sin} \theta' = \frac{\operatorname{Sin} d v}{\operatorname{Sin} d \psi} \qquad \text{oder nahe} \qquad d\psi = \frac{d v}{\operatorname{Sin} \theta} \qquad \theta' = \theta$$

und aus dem Dreiecke GG'O ebenfalls sehr nahe $d v = GG' : GO = L.dt : G$, also mit Hülfe von 5 und 6

$$d\psi = \frac{L\,dt}{\varrho\, C \operatorname{Sin} \theta} = H \operatorname{Cos} \theta\,(1 - \operatorname{Cos} 2\nu)\,[1 + e \operatorname{Cos}(\nu - \pi)]\,d\nu$$

$$\text{wo} \qquad H = \frac{3}{2\,(1 - e^2)^{3/2}} \cdot \frac{n}{\varrho\,(1 + h)} \cdot \frac{C - A}{C} \qquad 7$$

ist, oder durch Integration, wenn das Glied mit e vernachlässigt wird, und ψ das Gesammtzurückgehen der Nachtgleichenlinie in der Ekliptik in Folge Einwirkung der Sonne seit einer Epoche bezeichnet,

$$\psi = H \operatorname{Cos} \theta\,(\nu - \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin} 2\nu)$$

oder endlich, da das freie ν abgesehen von der Excentricität durch nt ersetzt werden kann,

$$\psi = H\,n \operatorname{Cos} \theta \,.\, t - \tfrac{1}{2} H \operatorname{Cos} \theta \operatorname{Sin} 2\nu \qquad 8$$

Construirt man analog die Resultirende OG'' zu M.dt und G, so ergibt sich daraus eine einfache Drehung des Equators um die Frühlingsnachtgleichenlinie oder eine Abnahme der Schiefe der Ekliptik

$$d\theta = \frac{M\,.\,dt}{G} = - H \operatorname{Sin} \theta \operatorname{Sin} 2\nu\,[1 + e \operatorname{Cos}(\nu - \pi)]\,d\nu$$

und hieraus durch Integration, wenn die frühere Approximation beibehalten wird, die ganze Veränderung seit der Epoche

$$\Delta\theta = \tfrac{1}{2} H \operatorname{Sin} \theta \operatorname{Cos} 2\nu \qquad 9$$

In ähnlicher Weise die Wirkung des Mondes in Rechnung ziehend, auf welchen die 5 ohne Weiteres übertragen werden können, während die 6 durch

$$\frac{y_1 z_1}{r_1^2} = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin} 2\theta \operatorname{Sin}^2 \nu_1 + i \operatorname{Cos} 2\theta \operatorname{Sin} \nu_1 \operatorname{Sin}(\nu_1 - \lambda) -$$
$$- \tfrac{1}{2} i^2 \operatorname{Sin} 2\theta \operatorname{Sin}(\nu_1 - \lambda) [2 \operatorname{Sin} \nu_1 \operatorname{Cos} \lambda - \operatorname{Cos} \nu_1 \operatorname{Sin} \lambda]$$
$$\frac{z_1 x_1}{r_1^2} = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin} \theta \operatorname{Sin} 2\nu_1 + i \operatorname{Cos} \theta \operatorname{Cos} \nu_1 \operatorname{Sin}(\nu_1 - \lambda) - \qquad \mathbf{10}$$
$$- \tfrac{1}{2} i^2 \operatorname{Sin} \theta \operatorname{Sin}(\nu_1 - \lambda) \operatorname{Cos}(\nu_1 + \lambda)$$

zu ersetzen sind, wo i die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik und λ die Länge ihres aufsteigenden Knotens bezeichnen, — erhielt **Jullien**,

$$H_1 = \frac{3}{2(1-e_1^2)^{3/2}} \cdot \frac{n_1}{\varrho(1+h_1)} \cdot \frac{C-A}{C} \qquad \mathbf{11}$$

setzend, und unter $-\alpha$ die mittlere Winkelgeschwindigkeit des Mondknotens verstehend,

$$\psi' = H_1 \left[n_1(1-i^2) \operatorname{Cos}\theta . t - \tfrac{1}{2} \operatorname{Cos}\theta \operatorname{Sin} 2\nu_1 - i \frac{n_1}{\alpha} \cdot \frac{\operatorname{Cos} 2\theta}{\operatorname{Sin}\theta} \operatorname{Sin}\lambda + \frac{i^2}{4} \cdot \frac{n_1}{\alpha} \operatorname{Cos}\theta \operatorname{Sin} 2\lambda \right]$$
$$\Delta\theta' = H_1 \left[\tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}\theta \operatorname{Cos} 2\nu_1 + i \frac{n_1}{\alpha} \operatorname{Cos}\theta \operatorname{Cos}\lambda - \frac{i^2}{4} \cdot \frac{n_1}{\alpha} \cdot \operatorname{Sin}\theta \operatorname{Cos} 2\lambda \right] \qquad \mathbf{12}$$

Von den kleinen Veränderungen, welche die Schiefe der Ekliptik, und durch sie auch die Präcession, vermöge des Einflusses der Planeten erleidet, hier absehend, und auch die in 8, 9 und 12 auftretenden periodischen, unter dem Namen **Lunisolar-Nutation** zusammengefassten Glieder, von welchen die mit α behafteten die eigentliche **Nutation** (v. 355 und 456) darstellen, nicht weiter betrachtend, erhalten wir somit aus 8 und 12 mit Hülfe von 7 und 11 bei Vernachlässigung von e^2 und i^2

$$p = \left(\frac{n^2}{1+h} + \frac{n_1^2}{1+h_1} \right) N t \qquad \text{wo} \qquad N = \frac{3}{2\varrho} \cdot \frac{C-A}{C} \cdot \operatorname{Cos}\theta \qquad \mathbf{13}$$

Bezeichnet man nun die Rotationsaxe eines homogenen Rotationsellipsoides mit 2r, die beiden gleichen Axen mit 2a und das Gewicht einer Volumeneinheit mit D, so hat man nach 243 : 31, 32

$$A = \frac{4\pi a^2 r}{15} (a^2 + r^2) D \qquad C = \frac{8\pi a^4 r}{15} D$$

oder, wenn man die Abplattung

$$\mu = \frac{a - r}{a} \quad \text{einführt, d. h.} \quad r = a(1-\mu) \qquad \mathbf{14}$$

setzt,

$$A = \frac{8 a^5 \pi}{15} (1-\mu)(1 - \mu + \tfrac{1}{2}\mu^2) D \qquad C = \frac{8 a^5 \pi}{15} (1-\mu) D \qquad \mathbf{15}$$

und somit für eine unendlich dünne homogene Schichte

$$\frac{dA}{da} = \frac{8 a^4 \pi}{3} (1-\mu)(1-\mu+\tfrac{1}{2}\mu^2) D \qquad \frac{dC}{da} = \frac{8 a^4 \pi}{3} (1-\mu) D$$

folglich für ein aus ähnlichen homogenen Schichten gebildetes Ellipsoid

$$A = (1-\mu)(1-\mu+\tfrac{1}{2}\mu^2) \frac{8\pi}{3} \int_0^a D a^4 . da \qquad C = (1-\mu) \frac{8\pi}{3} \int_0^a D a^4 . da$$

und somit für jedes beliebige Gesetz, dem D unterliegt

$$\frac{C-A}{C} = \mu(1 - \tfrac{1}{2}\mu) \qquad \text{oder nach 13} \qquad N = \frac{3\mu}{2\varrho}(1 - \tfrac{1}{2}\mu) \operatorname{Cos}\theta \qquad \mathbf{16}$$

Setzt man, um die Formeln 13 und 16 auf die Erde anzuwenden (für t ein Jahr zu $365\tfrac{1}{4}$ Tagen einsetzend), angenähert

$$\mu = {}^1/_{300} \qquad \theta = 23^1/_2{}^\circ \qquad \varrho = 365^1/_4 \,.\, 360 \,.\, 3600'' \qquad h = {}^1/_{355000}$$

$$h' = 80 \qquad n = 360 \,.\, 3600'' \qquad n' = \frac{365^1/_4}{27^1/_3} \,.\, 360 \,.\, 3600''$$

so erhält man ihre jährliche Präcession etwa

$$p = 16'',24 + 35'',31 = 52'',05$$

während **Bessel** durch strengere Rechnung dafür nur 50'',38 fand. — Setzt man dagegen (für t ein Jupiterjahr von 4432 Tagen setzend)

$$\mu = {}^1/_{14} \qquad \theta = 3^\circ \qquad \varrho = \frac{4432}{0,41} \,.\, 360 \,.\, 3600'' \qquad n = 360 \,.\, 3600'' \qquad h = {}^1/_{1048}$$

$$n' = \frac{4432}{1,77}\, 360 \,.\, 3600 \qquad n'' = \frac{4432}{3,55}\, 360 \,.\, 3600$$

$$n''' = \frac{4432}{7,17}\, 360 \,.\, 3600 \qquad n^{IV} = \frac{4432}{16,73}\, 360 \,.\, 3600$$

$$h' = \frac{1000000}{17} \qquad h'' = \frac{1000000}{23} \qquad h''' = \frac{1000000}{33} \qquad h^{IV} = \frac{1000000}{43}$$

so erhält man für die einem Jahre von Jupiter entsprechende Präcession

$$p = 12'' + 1313'' + 443'' + 413'' + 37'' = 2223'' = 0^\circ,313$$

wodurch das auf den Frühlingspunkt von Jupiter bezogene Jahr von 11,86 Erdjahren auf $11^a,34$ gebracht wird.

420. Die Tafeln und Ephemeriden der Wandelsterne. Die sog. Theorie eines Wandelsternes besteht in der Feststellung der zwischen seinen Coordinaten und der Zeit bestehenden Beziehungen, und wenn daher Letztere, sowie die darin vorkommenden Constanten oder Elemente, nach den im Vorhergehenden entwickelten Methoden bestimmt sind, so ist es möglich, für jede Zeit jene Coordinaten zu berechnen. Führt man diese Rechnung für bestimmte Epochen oder für eine Folge von Zeiten aus, so hat man eine Tafel oder Ephemeride des Wandelsternes erstellt, aus der man durch Interpolation (54) auch für zwischenliegende Zeiten dieselben Daten erhalten kann. Vergleicht man sodann die berechneten Oerter mit den zu denselben Zeiten beobachteten Positionen, so erhält man dadurch nicht nur eine Probe für die Richtigkeit der Theorie, sondern in den sich ergebenden Differenzen zugleich auch die Wegleitung, um jene nöthigenfalls zu verbessern. [XVI, XVIII.]

Von astronomischen Jahrbüchern, Kalendern oder Ephemeriden sind seit denjenigen auf 1475 bis 1506, mit welchen (v. 367) 1474 **Regiomontan** diesen Zweig der Literatur so trefflich eröffnete, zunächst im Anschlusse daran und sogar noch unter seinem Namen ebensolche von **Stöffler** und Jakob **Pflaum** von Ulm „Ulmæ 1499 in 4. (Auch Venet. 1504 und später)“ für 1501—1531, dann von Ersterm allein ein „Ephemeridum opus a capite anni 1532 in alias 20 proxime subsequentes elaboratum. Tubingæ 1531 in 4.“ erschienen, welches sodann von Petrus **Pitatus**, Professor der Mathematik und Astronomie in Verona, „Tubingæ 1544 und 1553 in 4“, bis 1562 fortgeführt wurde. Als weitere Fortsetzungen sind die Werke „Johannes **Stadius** (Leonhout bei Antwerpen

1527— Paris 1579; Professor der Mathematik in Löwen und Paris), Ephemerides ab A. 1554—1606, Coloniæ 1556—1581 in 4., — Cyprian **Leovitius** (Leovicia in Böhmen 1524 — Lauingen 1574; Mathematikus des Pfalzgrafen Otto Heinrich) Ephemeridum novum atque insigne opus ab A. 1556—1606 accuratissime supputatum. Augustæ Vindel. 1557 in fol., — und: Giovanni Antonio **Magini** (Padua 1555— Bologna 1617; Professor der Mathematik, Astronomie und Astrologie zu Bologna), Ephemerides cœlestium motuum ab A. 1581—1620. Venet. 1582 in 4., sowie ab A. 1608—1630. Francof. 1610 in 4." zu betrachten, während dagegen mit der von **Keppler**, bereits seinen „Tabulæ Rudolphinæ. Ulmæ 1627 in fol." entsprechenden „Ephemerides novæ motuum coelestium ab A. 1617—1636. Lincii 1617— Sagani 1630 in 4." eine neue Periode begann. An diese Keppler'schen Ephemeriden reihen sich sodann noch „Lorenz Eichstadt oder **Eichstadius** (Stettin 1596— Danzig 1660; Professor der Medizin und Mathematik zu Danzig), Ephemerides coelestium motuum ab A. 1636—1665. Stetini 1634— Dantisci 1644 in 4.,— und Johann **Hecker** (Danzig 16.. — Danzig 1675; Patrizier und Vetter von Hevel), Ephemerides motuum cœlestium ab A. 1666—1680. Gedani 1662 in 4., und nun beginnt mit der von **Picard** berechneten „Connoissance des tempe pour l'année 1679. Paris 1678 in 12" die später theils von ihm, theils von Jean **Lefébure** (Lisieux 1650— Paris 1706; erst Weber in Lisieux, dann, von Picard nach Paris gezogen, Mitglied der Academie), Jacques **Lieutaud** (Arles 1660— Paris 1733; Privatlehrer der Mathematik in Paris), **Godin, Maraldi, Lalande,** Edme-Sébastien **Jeaurat** (Paris 1724— Paris 1803; Ingénieur-Géographie, später Professor der Mathematik an der Ecole militaire zu Paris und Gründer der Sternwarte derselben) und **Méchain** regelmässig fortgesetzte, nach Gründung des „Bureau des longitudes" von diesem dirigirte, nun also seit fast zwei Jahrhunderten ununterbrochene, wichtige Publication, mit welcher dann allerdings später der seit 1767 auf Anregung von **Maskelyne** (v. 367) von dem „Board of Longitude" in London herausgegebene „Nautical Almanac", — das seit 1774, wo **Bode** den Jahrgang 1776 publicirte, von ihm und dann jeweilen später von **Encke** und **Förster** in Berlin bearbeitete „Astronomische Jahrbuch", — etc. concurirten. Gegenwärtig hat wohl von allen solchen Publicationen der „Nautical Almanac", der am frühesten erscheint, und zugleich am reichhaltigsten und billigsten ist, weitaus die grösste Verbreitung, und mag daher hier, den Jahrgang 1871 zu Grunde legend, soweit er sich auf die Wandelsterne bezieht, noch etwas einlässlicher berührt werden: Zunächst sind jedem Monate 20 Seiten eingegeben, auf welchen für die Sonne, gestützt auf die von **Leverrier** (Annales IV) publicirten Sonnentafeln, für jeden wahren Greenwicher-Mittag scheinbare Æ und D, Culminationsdauer des Sonnenradius und Zeitgleichung, für jeden mittlern Mittag wieder scheinbare Æ und D, sodann Länge, Breite und Radius Vector, scheinbarer Halbmesser, Zeitgleichung und entsprechende Sternzeit (v. XVII) gegeben sind, — für den Mond, gestützt auf die Tafeln von **Hansen** (v. 418) für jede Stunde Æ und D, für jede dritte Stunde (zu Gunsten von 367) seine geocentrischen Distanzen von der Sonne und einigen der grössern Planeten oder Sterne, für Mittag und Mitternacht Länge, Breite, Alter, Halbmesser und Horizontalparallaxe, ferner die Zeit der Culmination, sowie die Momente der Phasen, des Apogeums und Perigeums, — endlich für jeden Tag die mittlere Zeit der Culmination des Frühlingspunktes, und die verflossenen Tage sowohl seit Anfang der letzten Julianischen Periode (v. 361 und die zu ähnlichem Zwecke bestimmte XVII[a]), als seit Anfang des Jahres

(sammt Betrag in Jahresbruch), als auch seit dem letzten Frühlingsequinoctium; letztere Anzahl gibt die vom Beobachtungsorte unabhängige **Equinoctialzeit**, in welche jede mittlere Ortszeit übergeht, wenn man zu ihr die für Greenwich gegebene Eqninoctialzeit zufügt, und den Längenunterschied mit Greenwich absieht. — Dann folgt eine Tafel, welche für jeden zehnten Tag die scheinbare Schiefe der Ekliptik, die Horizontalparallaxe der Sonne (die mittlere zu 8",95 angenommen), die Grösse der Aberration, den Betrag der Präcession seit Anfang Jahres, die Differenz zwischen dem wahren und dem ohne Vorhandensein der Nutation bestehenden oder **mittlern** Equinoctium, und die Entfernung des Mondknotens von Letzterm gibt, — eine andere, welche für jeden mittlern Mittag die sog. **Sonnencoordinaten**, d. h. die, wenn R den Abstand der Sonne, ⊙ ihre wahre Länge und e die scheinbare Schiefe der Ekliptik bezeichnet,

$$X = R . \text{Cos} \odot \qquad Y = R . \text{Sin} \odot \text{Cos}\, e \qquad Z = R . \text{Sin} \odot \text{Sin}\, e \qquad \mathbf{1}$$

betragenden Coordinaten derselben in Beziehung auf den Equator und das wahre Frühlingseqninoctium, sowie ihre Reduction auf das mittlere Eqninoctium des ersten Januar gibt. — Es folgen sodann Tafeln, welche für die alten Planeten für jeden Tag, für Uranus und Neptun für jeden vierten Tag geocentrische Æ und D, Entfernung von der Erde und Culminationszeit, ferner heliocentrische Länge, Breite und Radius Vector, — auch für jeden fünften Tag Parallaxe und Halbmesser geben, — wobei für Merkur, Venus und Mars die Tafeln von **Leverrier** (Annales V, VI) zu Grunde gelegt sind, — für Jupiter, Saturn und Uranus „**Bouvard**, Tables de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, construites d'après la théorie de la mécanique céleste. Paris 1821 in 4." mit Berücksichtigung der von John Cough **Adams** (Lancast in Cornwall 1819; Professor der Astronomie und Director der Sternwarte in Cambridge) gegebenen Berichtigung (v. Mem. Astron. Soc. XVII. und Naut. Alm. for 1851), — für Neptun endlich „**Newcomb**, An investigation of the orbit of Neptune, with general tables of its motion (Smiths. Contrib. 1865)". Die kleinen Planeten sind nur durch eine im Anhange gegebene abgekürzte Tafel repräsentirt, — diese Specialität im Allgemeinen dem Berliner-Jahrbuche überlassend. Dagegen sind noch die Elemente für die Finsternisse und Bedeckungen des Erdmondes und der Jupitermonde, die Stellungen dieser Letztern, die Conjunctionen, Elongationen etc. der Planeten, — etc. gegeben, für die Jupitermonde zunächst „**Damoiseau**, Tables écliptiques des satellites de Jupiter. Paris 1836 in 4. — und: W. S. B. **Woolhouse**, New tables for computing the occultations of Jupiters satellites by Jupiter, the transits of the satellites and the shadows (Naut. Alm. for 1835)" benutzend. — Zum Schlusse mögen noch zur Ergänzung der im Vorhergehenden und schon in 418 erwähnten Tafeln noch folgende namhaft gemacht werden: „**Alfons** X (1223— Sevilla 1284; König von Castilien und Leon), Coelestium motuum tabulæ. Venet. 1483 in 4. (Auch Aug. Vind. 1488, Venet. 1492, 1518, etc.), — **Stoeffler**, Tabulæ astronomicæ. Tübingæ 1514 in fol., — Joh. **Schoner**, Tabulæ astronomicæ. Norimbergæ 1536 in 4., — Er. **Reinhold**, Tabulæ prutenicæ coelestium motuum. Wittebergæ 1551 in 4. (Auch 1585), — Philippe van Laensbergh oder **Lansberg** (Gent 1561— Middelburg 1632; Arzt und Prediger zu Antwerpen und zu Ter-Goës auf Zeeland), Tabulæ motuum coelestium perpetuæ. Middelburgi 1632 in fol. (Auch 1633 und 1653), — Maria Cunitz oder **Cunitia** (Schweidnitz 161. — Pitschen 1664; Gemahlin des Arztes Elias von Löwen zu Pitschen in Schlesien), Urania propitia sive tabulæ astronomicæ. Bicini Siles.

1650 in fol. — **La Hire,** Tabulæ astronomicæ, Ludovici magni jussu et munificentia exaratæ. Parisiis 1702 in 4. (2 ed. 1727; auch Ingolst. 1722 und deutsch von J. A. Klimm, Nürnberg 1725), — Jacq. **Cassini,** Tables astronomiques du soleil, de la lune, des planètes, des étoiles et des satellites. Paris 1740 in 4., — **Euler,** Tabulæ astronomicæ Solis et lunæ (Opusc. var. arg. I, 1746), — **Halley,** Tabulæ astronomicæ. Londini 1749 in 4. (Engl. London 1752; franz. 1754—1759), — Tob. **Mayer,** Novæ tabulæ motuum Solis et Lunæ (Comment. Gott. II, 1753), — Jean-Philippe **Loys** de Cheseaux (Lausanne 1718— Paris 1751; Privatgelehrter auf Schloss Cheseaux bei Lausanne; vergl. Bd. 3 meiner Biographien), Tables du soleil et de la lune (Mém. posth. Lausanne 1754 in 4.), — **La Caille,** Tabulæ solares. Parisiis 1758 in 4. (2 ed. durch Hell, Vindobonæ 1763), — Franz von Paula **Triesnecker** (Kirchberg in Oesterreich 1745— Wien 1817; Jesuit; Professor der Astronomie und Director der Sternwarte zu Wien), Tabulæ Mercurii, Martis, Veneris, Solis et Lunæ (Eph. Vindob. 1788—1805), — **Zach,** Tabulæ motuum solis. Gothæ 1792 in 4. (Suppl. 1804), und: Tables abrégées et portatives de la Lune et du Soleil. Florence 1809 in 8., — **Delambre,** Tables du Soleil. Paris 1806 in 4., — **Carlini,** Esposizione di un nuovo metodo di costruire le tavole astronomiche applicato alle tavole del Sole. Milano 1810 in 8., und: Nuove tavole de' moti apparenti del Sole (Effem. Milan. 1833, — **Lindenau,** Tabulæ Veneris, Martis et Mercurii. Gothæ 1810—1813 in 4., — Maximilian **Weisse** (Ladendorf in Nieder-Oesterreich 1798 — Krakau 1863; Professor der Astronomie und Director der Sternwarte zu Krakau), Coordinatæ Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, Saturni et Urani. Cracoviæ 1829 in 4., — **Hansen** und Christian Friis Rottböll **Olufsen** (Kopenhagen 1802— Kopenhagen 1855; Professor der Astronomie und Director der Sternwarte zu Kopenhagen), Tables du Soleil. Kopenhagen 1853 in 4., — Marian **Kowalski** (Dobrzyn 1822; Professor der Astronomie und Director der Sternwarte zu Kasan), Recherches sur les mouvements de Neptune suivies des tables de cette planète Kasan 1855 in 8., — etc."

XLVII. Die Sonne.

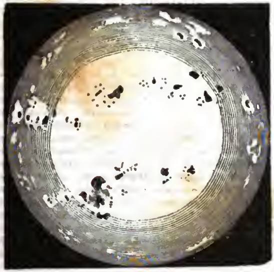
421. Die physische Beschaffenheit der Sonne. Die Alten betrachteten den Centralkörper unsers Sonnensystemes, dem wir mit Licht und Wärme die Hauptbedingungen des Lebens verdanken, als ein reines Feuer, und erklärten einzelne dunkle Stellen, welche sich zuweilen auf der Sonne zeigten, als Durchgänge fremder Weltkörper. Nach Erfindung des Fernrohrs erkannten jedoch die Fabricius, Galilei, Scheiner, Harriot etc., dass die Sonne selbst gar häufig an einzelnen Stellen, sei es durch Schlacken oder Wolken verdunkelt werde, und nach Vervollkommnung der optischen Hülfsmittel lag es klar vor, dass die ganze Sonnenoberfläche oder die sog. **Photosphäre** fast beständig wie mit Schuppen bedeckt erscheint, während an einzelnen Stellen sich meistens graue (durch farbige Gläser sogar schwarz erscheinende) **Flecken** von verschiedener Grösse und Gestalt befinden, in denen man zuweilen noch

dunklere Stellen, sog. **Dawes'sche Centra**, unterscheiden kann, — dass wenigstens die grössern dieser Flecken fast immer mit einem Hofe von mattem Lichte, dem sog. **Halbschatten**, umgeben sind, — an andern Stellen, besonders gegen den Rand hin, sich in Silberlicht glänzende Streifen, sog. **Fackeln**, zeigen. Flecken und Fackeln haben eine gemeinsame Bewegung vom Ostrande nach dem Westrande, welche offenbar von einer Rotation der Sonne bedingt ist, und sie zuweilen, je circa 2 Wochen nach Verschwinden am Westrande, neuerdings am Ostrande in Sicht bringt, — finden sich fast ausschliesslich in einer equatorealen Zone, und sind nach Zahl, Grösse und Form ausserordentlich veränderlich. Bei Flecken, welche in der Mitte der Sonne ziemlich regelmässig von Halbschatten umgeben sind, erscheinen Letztere häufig vorher und nachher auf der von der Mitte abgewandten Seite breiter, und diess führte die Schülen, Wilson und Herschel zu der Annahme, dass wenigstens **diese** Flecken conische Vertiefungen in der Photosphäre seien, — — vielleicht durch Gaseruptionen veranlasst, welche, vom relativ dunkeln Sonnenkerne aufsteigend, dieselbe stellenweise zerreissen. Die seitherigen Ergebnisse der Spectralanalyse (294) fordern jedoch gegentheils einen aus einem glühenden Metallmeere bestehenden Kern, und eine umgebende Atmosphäre voll entsprechender Dämpfe von etwas niedrigerer Temperatur und es ist somit eine neue Theorie aufzustellen, welche zugleich den in 422—424 mitgetheilten Ergebnissen gerecht werden muss; dass diess bis jetzt trotz den Bemühungen der Kirchhoff und Spörer, Faye und Secchi, Gautier und Zöllner, etc., noch nicht vollständig gelungen, darf bei der grossen Mannigfaltigkeit der zu erklärenden Erscheinungen nicht verwundern. (Vergl. 448).

Einzelne der alten Völker beteten bekanntlich „en confondant l'œuvre avec l'ouvrier" die Sonne an, und die Uebrigen waren wenigstens gewohnt, sie als das ungetrübte Weltauge zu betrachten. Wenn sich daher zuweilen einmal, abgesehen von einer Verdunklung (Offuscation) der ganzen Sonne durch Höhenrauch und dergleichen, wie solche z. B. 797 volle 17 Tage angedauert haben soll, — wirklich einzelne schwarze Flecken auf der Sonne zeigten, so hielt man sie für fremde Körper, und wollte so z. B. 807 Merkur 8 Tage, 840 Venus sogar 90 Tage vor der Sonne gesehen haben, — ja noch **Keppler** liess sich täuschen, und hielt einen 1607 V 18/28 auf der Sonne bemerkten Flecken für Merkur, obschon damals dessen Breite grösser als der Sonnenradius war, und sein scheinbarer Durchmesser lange nicht die 50" betrug, welche nach **Schwabe** ein Flecken zum mindesten halten muss, um dem unbewaffneten Auge sichtbar zu werden. Als dagegen bald nachher, muthmasslich an einem Dezember-Morgen 1610, Joh. **Fabricius** das kurz zuvor erfundene Fernrohr benutzen wollte, um den Rand der Sonne in Beziehung auf allfällige Ungleichheiten zu untersuchen, entdeckte er zu seinem grossen Erstaunen auf der Sonne, nahe

an ihrem Ostrande einen schwärzlichen Flecken von nicht geringer Grösse, — konnte an den folgenden Tagen seine Bewegung nach dem Westrande, das Eintreten neuer Flecken am Ostrande, ihr entsprechendes Verrücken, den Austritt des ersten Fleckens am Westrande und sein späteres Wiedererscheinen am Ostrande, etc., beobachten, — daraus die Existenz wirklicher Sonnenflecken und die Realität der schon von Giordano **Bruno** (Nola in Campanien 15..— Rom 1610, wo er II 17 als Irrlehrer verbrannt wurde; Dominicaner, später Lutheraner) geahnten Rotation der Sonne erkennen, — kurz den Stoff für seine classische Schrift „De maculis in Sole observatis, et apparente earum cum Sole conversione, narratio. Witteb. 1611 in 4.“ gewinnen, deren Dedication von 1611 VI 3 datirt ist. — Auch **Harriot** sah (vergl. das 1833 erschienene Suppl. zu den „Miscellaneous Works of Bradley. Oxford 1832 in 4.“) ungefähr gleichzeitig, nämlich 1610 XII 8/18, erste Flecken auf der Sonne, erkannte sie aber nicht als solche, — wollte sodann 1611 I 19/29, wo gerade die Sonne fleckenlos war, seine Beobachtung revidiren, — liess sich durch diesen Nichterfolg abschrecken, und begann nun erst 1611 XII 1/11, also möglicher Weise erst nach Kenntnissnahme der obigen Schrift, eine wirkliche Beobachtungsreihe (vergl. Nr. VI meiner Mittheilungen). — **Scheiner**, der im März 1611 im Beisein seines Schülers **Cysat** Flecken auf der Sonne sah, aber von seinem Provinzial dafür abgekanzelt wurde, etwas sehen zu wollen, von dem sich bei Aristoteles keine Spur finde, fand erst im October wieder den Muth, seine betreffenden Beobachtungen fortzusetzen, schrieb dann aber XI 12, XII 18 und 26 darüber unter dem Namen „Apelles“ drei Briefe an den Rathsherrn Markus **Welser** (1558—1614) in Augsburg, welche dieser sodann Anfang 1612 abdrucken liess und unter Andern **Galilei** zusandte. Dieser Letztere erwiederte 1612 V 4, dass er schon vor 18 Monaten (also 1610 X) Sonnenflecken gesehen und Vielen gezeigt, auch seither deren Bewegung und Veränderlichkeit erkannt habe, und es soll hier die Richtigkeit dieser Behauptung, welche noch jüngst, vergl. „**Plana**, Reflexions sur les objections soulevées par Arago contre la priorité de Galilée pour la double déconverte des tâches solaires noires et de la rotation uniforme du globe du soleil. Turin 1860 in 4.“ aus Briefen Galilei's und seiner Zeitgenossen belegt wurde, keineswegs bestritten werden; aber dann ist anzunehmen, dass **Galilei**, der sonst nicht hinter dem Berge hielt, wenigstens anfänglich die Wichtigkeit seiner Entdeckung übersah, — auch bleibt auffallend, dass er nie Beobachtungen producirte, welche älter als die seiner Concurrenten waren, vergleiche seine „Istoria e dimostrationi intorno alle macchie solari e loro accidenti. Roma 1613 in 4.“, und: **Scheiner**, Rosa ursina, sive Sol ex admirando facularum et macularum suarum phænomena varius. Bracciani 1626—1630 in fol.“ — **Fabricius** entdeckte die Sonnenflecken bei unmittelbarem Sehen nach der aufgehenden Sonne, während er später objective Bilder anwandte, — **Scheiner**, welcher auch der erste war, der sich ein eigenes Instrument zur Beobachtung der Flecken, ein **Helioskop**, herrichtete, benutzte, wie es jetzt noch meist gebräuchlich ist, die schon von Peter **Apian** zur unmittelbaren Beobachtung der Sonne empfohlenen farbigen Plangläser, welche oft auch durch Schieber ersetzt werden, die entweder aus keilförmigen Glasstücken zusammengesetzt sind, von denen nur das Eine farbig ist, — oder aus planen Glasplättchen, von denen das Eine einen abgestufften Russ-Belag erhält, während das Andere zum Decken dient; in neuerer Zeit wurde z. B. von **Foucault** (s. Compt. rend. 1866 IX 3) empfohlen, das Objectiv ausserhalb zu versilbern, — von William Rutter **Dawes** (Christ's

Hospital 1799— Haddenham 1868; erst Arzt, dann Geistlicher, zuletzt Besitzer einer Privatsternwarte zu Haddenham) in die Bildebene eine undurchsichtige Platte mit feiner Oeffnung zu bringen, — von John **Herschel,** das Sonnenlicht am Oculare soweit durch Reflexion zu schwächen, dass es nur noch geringe Abdämpfung erfordere, — von Pater **Cavalleri** mehrfache Reflexion zur Polarisation und Extinction zu benutzen, — etc., vergl. „**Secchi,** Le Soleil. Paris 1870 in 8. (Deutsche selbstständige Ausgabe von H. Schellen. Erste Abtheilung. Braunschweig 1872)". — Die Anwendung der Photographie auf die Sonne ist namentlich durch Warren **De la Rue** in Aufnahme gekommen, — vergl. die eben erwähnte Schrift und die 291 gegebene Literatur. — Zuweilen ist die Sonne wie übersäet mit — und wieder andere Male ganz frei von Flecken; so zählte ich z. B. 1849 I 27 mit Vergrösserung 64 eines Vierfüssers bei 95 Flecken und Punkte, — während ich 1855 VIII 14—X 1 bei fast täglicher Beobachtung mit demselben Instrumente nicht das kleinste schwarze Pünktchen auf der Sonne finden konnte. In der Regel treffen grosse Flecken der Zeit nach mit Fleckenhäufigkeit zusammen, und so sah ich in der fleckenreichen Zeit von 1848 z. B. XII 30 eine dichte Gruppe von nicht weniger als 270", oder da in dieser Distanz etwa 100 Meilen unter dem Winkel von 1" gesehen werden, von 27000 Meilen Länge und 110" = 11000 Meilen Breite; doch kommen auch Ausnahmen vor, zu denen z. B. der von Augustin **Darquier** de Pellepoix (Toulouse 1718— Toulouse 1802; Besitzer einer Privatsternwarte zu Toulouse) in sonst fleckenarmer Zeit 1767 I 30 von freiem Auge gesehene, somit mindestens 50" = 5000 Meilen im Durchmesser haltende Flecken gehörte. — Oft steht, wie die beistehende, von **Tacchini** 1870 IV 8 entworfene Abbildung der Sonne zeigt, ein Flecken mit Hof oder auch ein einzelner schwarzer Punkt ganz allein; aber auch oft sind in demselben Hofe mehrere Flecken enthalten, oder es stehen überhaupt mehrere Flecken und Punkte in so unmittelbarer Nähe, dass das Ganze als Ein Individuum, eine sog. **Gruppe** betrachtet werden muss. Manchmal bleibt ein Flecken Tage lang fast unverändert; manchmal aber wechselt er von einem Tage zum andern seine ganze Gestalt, sei es durch Zerfallen oder umgekehrt durch Zusammenfliessen mit andern Flecken, so total, dass man ihn kaum mehr erkennen kann. Dabei ist interessant, dass der Hauptflecken, oder wie sich Jean **Chacornac**(Lyon



1823; Adjunct der Sternwarten zu Marseille und Paris, jetzt in Ville Urbanne privatisirend) ausdrückt, „le centre primitif d'éruption", der gewöhnlich auch am längsten besteht, im Sinne der Sonnenrotation den Begleitern fast immer vorausgeht (v. Compt. rend. 1865 und meine frühere Note in Bern. Mitth. 1848), und dass auch die Fackeln, wenn solche mit einer Gruppe verbunden sind, in der Regel derselben folgen. Starke und ausgedehnte Fackeln sind meist Vorboten starker Veränderungen; so hatte z. B. 1848 IV 30 die Sonne an verschiedenen Stellen solche Fackeln, und am folgenden Tage fand ich an einer dieser Stellen, wo IV 30 höchstens einige ganz kleine Flecken gestanden hatten, eine grosse Gruppe von etwa 180'' Länge mit zwei Hauptflecken von je 20'' Durchmesser. — Bei directer Betrachtung der Sonne ohne Blendglas, wie sie zuweilen durch Nebel oder Wolkenritzen möglich wird, erschienen mir die Flecken wie gewöhnliche Schlagschatten und bedeutend heller als durchgehende Planeten, — die Höfe in mattem grauem Licht, wie etwa die Mondmeere, — die Fackeln wie Silberstreifen; entschiedene Färbungen (wie sie sich allerdings bei objectiven Bildern an den Rändern der Flecken, aber verrätheriseber Weise auch an mitabgebildeten Faden zeigen) sah ich nie, — dagegen nahm **Schwabe** zuweilen rothbraune Färbungen wahr, welche eine gewisse Verwandtschaft zwischen Flecken und Protuberanzen zu bekunden schienen, und auch **Secchi** sah wiederholt über grössere Flecken wie rothe Schleyer liegen. — Schon Luca **Valerio** (Neapel 1552? — Rom 1618; Professor der Mathematik und Physik zu Rom) und **Scheiner** sprachen aus, dass der Sonnenrand matter als die Mitte der Sonne sei, — **Bouguer** fand, das ein um $^3/_4$ des Radius vom Centrum entfernter Punkt nur $^{35}/_{48}$ der Helligkeit des Centrums habe, — **Chacornac**, dass die Helligkeit bis auf $^3/_{12}$ des Radius fast gleich bleibe, dann aber rasch abnehme und am Rande nur noch $^1/_2$ betrage, — **Secchi**, dass die Fackeln am Rande nicht heller als die Mitte der Sonne seien, und dass über (+) oder unter (—) dem Centrum

in der Distanz	+ 14',90	+ 11',31	+ 1',77	— 10',90	— 14',88
die Radiation	57,39	88,81	99,48	81,32	54,34

Procent von derjenigen am Centrum betrage, — etc., — alles Daten, welche auf eine merkliche Sonnenatmosphäre hinweisen. — Während noch die **Herschel**, **Humboldt** etc., die Idee hatten, es möchte auf der Sonne ein beständiges magnetisches Ungewitter oder Nordlicht bestehen, bringen die neuern Physiker das Leuchten der Sonne ausschliesslich mit ihrer hohen, durch **Waterston**, Jacques **Soret** (Genf 1827; Redactor der Archives) und **Secchi** (v. dessen oben citirte Schrift) aus ihren Versuchen auf Millionen von Graden berechneten und nach „**Zöllner**, Ueber die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne (Ber. der sächs. Ges. 1870)" wenigstens bei 27000 Grade oder etwa 8 mal die Hitze des Knallgasgebläses betragenden Temperatur zusammen, und ersetzen entweder die durch die Radiation verloren gehende lebendige Kraft wie **Mayer** und **Thomson** durch auf die Sonne stürzende Materie, — oder nehmen, weil diese Theorie eine sonst nicht bemerkte namhafte Massenvermehrung zur Folge hätte, mit **Faye** und **Secchi** an, dass die Sonne wirklich, aber, in Folge der beim Uebergange aus dem Zustande der Dissociation frei werdenden Wärme, so langsam erkalte, dass die Wärme-Abnahme auf der Erde erst nach Jahrtausenden bemerklich werden könne. Einzelne mögen auch noch die Idee der Alten festhalten, dass die Sonne ein wirkliches Feuer sei, und fürchten, dass das Brennmaterial bald ausgehen, ja es nothwendig werden dürfte, einen Planeten nach dem andern dafür zu opfern; für diese

mag mit **Littrow** zur Beruhigung bemerkt werden, dass, wenn in der That von der Sonne täglich eine Schichte von einem vollen Fuss Höhe abbrennen würde, ihr scheinbarer Radius dadurch in den 2000 Jahren seit Hipparch erst um die für uns unbemerkliche Grösse von (2000 . 365¼) : (100 . 24735) = ⅓'' abgenommen hätte. — Ueber die Natur der Flecken machten sich schon bald nach der Entdeckung verschiedene Ansichten geltend: Die Einen, wie anfänglich **Scheiner**, nach den unter seinem Präsidium erschienenen „Disquisitiones mathematicæ de controversiis et novitatibus astronomicis. Ingolstadii 1671 in 4.“ zu schliessen, behaupteten, um die bis dahin gelehrte Reinheit der Sonne zu retten, die Flecken werden durch um dieselbe kreisende dunkle Körper veranlasst, und wollten sogar letztere benennen, vergl. „Jean **Tardé**, Borbonia sidera Paris 1620 in 4. (Frans. 1627), und: Charles **Malapert** (Mons 1581— Vittoria 1630; Jesuit; Lehrer der Philosophie und Mathematik zu Pont-à-Mousson und Douay), Austriaca sidera heliocyclica. Duaci 1633 in 4.“, — von den Andern, welche sie nach ihrer, wie beistehende Figur zeigt, zwischen einem vorübergehenden Körper und einem vorüberdrehenden Oberflächentheile



wohl unterscheidenden Erscheinung, auf die Sonne verweisen und an ihrer Rotation theilnehmen lassen mussten, hielten sie Manche, wie z. B. **Marius**, für eine Art Schlacken, welche sich bei dem grossen Sonnenbrande absondern, ja kamen sogar, weil zufällig in dem Kometenjahr 1618 die Sonne meist fleckenfrei war, auf die Vermuthung, es möchten die Kometen aus solchen Schlacken entstehen, welche die Sonne zuweilen auswerfe, um dann „wie ein geputzt Kertzenliecht“ nur wieder um so heller zu leuchten, — Manche aber, wie z. B. **Galilei**, für etwas wolkenartiges, dabei, je nach ihrer Vorstellung von der Sonne, bald mehr an unsere gewöhnlichen Wolken, bald mehr an Rauchwolken oder aufsteigende Dämpfe denkend. In den letztern Jahren seines Lebens sah **Scheiner** die Flecken für Vertiefungen an, und diese Ansicht, welche die Pariser-Memoiren von 1720 in ihrem Berichte über den grossen Flecken, der 1719 XII 21 die Mitte der Sonne passirte, mit der (auch für einzelne neuere Beobachtungen, vergleiche Goldschmidt in Heis Wochenschrift 1860, Schwabe in A. N. 1734, etc., passenden) Notiz: „Elle était si grosse, que quand elle arriva au bord occidental, elle y fit une **échancrure noire**, au lieu que des taches plus petites disparaissent absolument en cet endroit par la raison d'optique“ belegten, und welche **Rost** (vergl. sein Handbuch in 324) dahin ausführte, dass diese „Abgründe“ in Verbindung mit Sonnen-Vulkanen stehen möchten, gewann immer mehr Boden, besonders als Maximilian Ludwig Christoph **Schülen** (1722— Essingen 1790; Prediger zu Essingen in Würtemberg) in den „Stuttgarter-Blättern“ vom October 1771, sowie in seinem „Beitrag zur Dioptrik. Nördlingen 1782 in 8.“, und bald darauf auch Alexander **Wilson** (St. Andrews 1714— Glasgow 1786; erst Pharmacent, dann Schriftgiesser, zuletzt Professor der Astronomie zu Glasgow) in seinen „Observations on the Solar Spots (Phil. Trans. 1774)“ das Factum mittheilte, dass sich zuweilen Flecken zeigen, welche in der Mitte der Sonne einen beidseitig gleich breiten Halbschatten aufweisen, während derselbe (v. Fig. 2) **vor** der Sonnenmitte **links** und **nach** der Sonnenmitte **rechts** breiter erscheine. Auch Will. **Herschel** fand diess Factum, das freilich auch unter der Annahme eintritt, es liege der Kern in der Sonnenfläche

und werde von dem Hofs oder der Penumbra wie von einem Walle eingeschlossen, bestätigt, und stellte in seiner 1801 IV 6 der Roy. Society gelesenen Abhandlung „Observations tending to investigate the Nature of the Sun“ folgende Theorie als Abstract seiner Beobachtungen auf: Die Sonne ist ein dunkler Körper und mit einer transparenten Atmosphäre umgeben, auf welcher die wolkenähnliche Photosphäre schwimmt; zuweilen steigen von dem Sonnenkörper Dämpfe auf und zerreissen die Photosphäre, so dass man auf den relativ dunkeln Sonnenkörper hineinsieht, und so glaubt einen dunkeln Fleck zu sehen, der, wenn man noch rings um ihn etwas von den tiefer liegenden, wolkenartigen Theilen der Photosphäre sieht, von einer Art Hof eingefasst scheint. — Diese bis vor Kurzem allgemein angenommene Theorie verträgt sich in der That mit den meisten Sonnenflecken-Beobachtungen: Nicht nur wiesen **De la Rue**, Balfour **Stewart** und Benjamin **Lœwy** in ihren „Researches on Solar Physics (Phil. Trans. 1865—1870)“ aus zwölfjährigen Zeichnungen und Photographieen nach, dass auf 100 gegen ihre Halbschatten excentrische Flecken bei 86 gegen das Centrum der Sonne hin stehen, — nicht nur erklärte **Faye**, dass man die Vertiefungen Jedermann zeigen könne, wenn man zwei photographische Bilder eines Fleckens, welche der Zeit nach etwa zwei Tage von einander differiren, in ein Stereoskop einführe, — sondern ich selbst glaubte sogar in dem fleckenreichen Jahre 1848 mehrmals dem Bilden von Blasen in der Photosphäre und dem Sichtbarwerden der Sonnenflecken in Folge des Zerspringens dieser Blasen förmlich zuzusehen, — und auch die Wirbel, welche **Dawes**, **Secchi**, **Chacornac**, etc., bei einzelnen grössern Flecken zu sehen glaubten, schienen ganz gut zu ihr zu stimmen; dagegen blieben schon die im Folgenden behandelten periodischen Erscheinungen unerklärt, und die Spectraluntersuchungen von **Kirchhoff** gaben ihr, wie bereits im Texte angedeutet wurde, so ziemlich den Todesstoss, ja veranlassten diesen berühmten Physiker ihr von seinem Standpunkte aus (v. seine „Untersuchungen“ in 294) folgende, auch von Gustav Friedrich Wilhelm **Spörer** (Berlin 1822; Professor der Mathematik zu Anclam) so ziemlich adoptirte Theorie gegenüberzustellen: Die Sonne besteht aus einem flüssigen, in der grössten Glühhitze befindlichen Kern, welcher von einer Atmosphäre von etwas niedrigerer Temperatur umgeben ist, in der sich durch lokale Temperaturerniedrigungen, vielleicht auch durch das Mischen der nach **Secchi's** Temperaturbestimmungen nicht unwahrscheinlichen Equatoreal- und Polar-Ströme, Wolken bilden können; die über einer solchen Wolke liegenden Theile der Atmosphäre werden sich abkühlen, indem ihnen der glühende Sonnenkörper nicht wie früher Wärmestrahlen senden kann, — die Wolke wird nach oben wachsen, undurchsichtig werden und den Kern eines Sonnenfleckens bilden, über dem sich zuweilen, wie es auch in unserer Atmosphäre geschieht, eine dünnere und grössere Wolke bilden kann, die sodann dem Halbschatten entspricht. — Bald nachher sprach **Faye** (v. seine Abhandlungen „Sur la constitution physique du soleil“ in Compt. rend. 1865 u. f.) die auch von **Secchi** mit geringen Modificationen festgehaltene Ansicht aus, dass die Sonnenmasse sich in einem Zustande von allgemeiner physischer und chemischer Dissociation befinde, ein eigentliches Chaos von ganz getrennten Atomen sei; an der Oberfläche ist, wegen der Strahlung, nach **Faye**, die Temperatur etwas geringer, so dass chemische Verbindungen eintreten können, welche aber sofort wieder untersinken und durch andere ersetzt werden, und die sog. Photosphäre nichts anderes ist als eine sich beständig erneuernde leuchtende Wolke; wird Letztere

an irgend einer Stelle durch anfsteigende Strömungen seltweilig unterbrochen, oder durch solche stellenweise Materie an die Oberfläche geführt, bei welcher kein Verbrennungsprocess entstebt, so siebt man auf die eigentliche Sonnenmasse hinein, und glanbt, da diese nur schwach leuchtet, einen Flecken zu sehen; über der Photosphäre aber nimmt **Secchi** eine zwar transparente, aber doch auch einen Theil der Sonnenstrahlen absorbirende und ziemlich stark abgeplattete Atmosphäre an, aus deren unterster, grossentheils aus Wasserstoff bestehender Schichte, der sog. **Chromosphäre** von vielleicht 2000 Meilen Mächtigkeit, die Protuberanzen entspringen. — In der neuesten Zeit ist, im Anschlusse an die von Emile **Gautier** (Genf 1822; eidgen. Genie-Oberst; Neffe von Alfrède in 407) ausgesprochenen Ideen (v. Archives 1863—1869), **Zöllner** in seiner Abhandlung „Ueber die Periodicität und heliographische Verbreitung der Sonnenflecken (Bericht der sächs. Ges. 1870)" zu Ansichten gekommen, welche er selbst in folgenden Worten resümirt: „Die Sonnenflecken sind schlackenartige, durch Wärmeausstrahlung auf der glühendflüssigen Sonnenoberfläche entstandene Abkühlungsprodukte, welche sich in Folge der durch sie selber in der Atmosphäre erzeugten Gleichgewichtsstörungen wieder auflösen; sind diese Störungen nicht nur locale, sondern allgemeiner verbreitete, so ist in Zeiten solcher allgemeiner atmosphärischer Bewegungen die Bildung neuer Flecken wenig begünstigt, weil alsdann der Oberfläche die wesentlichsten Bedingungen zu einer starken Temperaturerniedrigung durch Ausstrahlung fehlen, nämlich die Ruhe und Klarheit der Atmosphäre; erst wenn die Letztere nach Auflösung der Flecken allmälig wieder zur Ruhe gekommen ist, beginnt der Process von Neuem und erhält auf diese Weise, bei den durchschnittlich für lange Zeiträume als constant zu betrachtenden mittlern Verhältnissen der Sonnenoberfläche, einen periodischen Charakter; die räumliche Vertheilung der Flecken ist durch die Zonen grösster atmosphärischer Klarheit bedingt." — Es unterliegt keiner Frage, dass diese neuen Anschauungen, und ganz besonders auch die Letzterwähnten, die schönsten Keime für eine neue Sonnen-Theorie enthalten, wenn sie auch noch nicht über alle Erscheinungen, wie namentlich die in den zwei folgenden Abschnitten Behandelten, alles wünschbare Licht zu verbreiten vermögen; die Aufgabe ist eine so complicirte geworden, dass ihre vollständige Lösung wohl noch längere Zeit in Anspruch nehmen wird. — Zum Schlusse mögen zur Ergänzung der angeführten Literatur noch folgende Schriften Erwähnung finden: **Lalande**, Mémoire sur les taches du soleil et sur sa rotation (Mém. Par. 1776—1778), — **Schröter**, Beobachtungen über die Sonnenfackeln und Sonnenflecken. Erfurt 1789 in 4., — Ludwig **Thilo** (Heidelberg 1789— Frankfurt 1831; Professor der Mathematik und Physik zu Aarau und Frankfurt), De solis maculis ab ipso summo viro Soemmeringio observatis. Francof. 1828 in 4., — **Wöckel**, die Sonne und ihre Flecken. Nürnberg 1846 in 4., — A. **Gautier**, Notice sur quelques recherches récentes astronomiques et physiques, relatives aux apparences que présente le corps du soleil (Bibl. univ. 1852), — R. **Wolf**, Neue Untersuchungen über die Periode der Sonnenflecken und ihre Bedeutung. Bern 1852 in 8. (Auch Bern. Mittheil. 1852), und: Die Sonne und ihre Flecken. Ein Vortrag vor gemischtem Publikum. Zürich 1861 in 8. (Auch Zürch. Viert. 1861), — Joseph Georg **Böhm** (Rozdialowitz in Böhmen 1807— Prag 1868; erst Professor der Mathematik in Salzburg und Insbruck, dann Professor der Astronomie und Director der Sternwarte in Prag), Beobachtungen von Sonnenflecken und Bestimmung der Rotationselemente der

Sonne. Wien 1852 in 4., — Christian Heinrich Friedrich **Peters** (Coldenbüttel bei Flensburg 1813; erst Observator in Neapel und Palermo, jetzt Director der Sternwarte zu Clinton bei New-York), Contribution to the Atmospherology of the Sun (Proc. of the Amer. Assoc. 1855), und: Order of Progress in the Eruptions upon the Solar Surface (Astron. Not. Ann Arbor 1862), — Jul. **Schmidt**, Resultate aus eilfjährigen Beobachtungen der Sonnenflecken. Olmütz 1857 in 4., — **Winnecke**, Ueber die Sonne (Peters, Zeitschr. für pop. Mitth. VI), — **Spörer**, Beobachtungen von Sonnenflecken und daraus abgeleitete Elemente der Rotation der Sonne. Anclam 1862 in 4., ferner: Die Stürme auf der Sonne. Anclam 1863 in 4., und: Zusammenstellung der aus mehrjährigen Beobachtungen gewonnenen Resultate. Anclam 1868 in 4., — Richard Christopher **Carrington**, Observations of the Spots on the Sun from 1853 XI 9 to 1861 III 24 made at Redhill. London 1863 in 4, — **Carl**, Die Sonne. Eine Uebersicht der Resultate, welche die seitherigen Forschungen über den Sonnenkörper ergeben haben. München 1864 in 8., — John **Herschel**, On the Solar Spots (Quart. Journ. of Science 1864 IV), — Paul **Reis**, Gymnasiallehrer in Mainz: Die Sonne. Zwei Vorträge. Leipzig 1869 in 8., — G. B. **Donati**, Director der Sternwarte zu Florenz: Dei fenomeni solari in relazione con altri fenomeni cosmici. Urbino 1869 in 8, — etc.“

422. Die Periodicität in der Häufigkeit der Sonnenflecken. Nachdem man lange geglaubt hatte, es sei die Häufigkeit der Sonnenflecken keinem bestimmten Gesetze unterworfen, zeigte Schwabe 1843, dass nach seinen, seit 1826 regelmässig fortgeführten Beobachtungen dieselben einer Periode von circa 10 Jahren zu unterliegen scheinen, und 1852 gelang es mir, nachzuweisen, dass diese trotzdem damals noch von den meisten Astronomen unbeachtete oder bezweifelte Periodicität sogar seit Entdeckung der Sonnenflecken wirklich immer statt gehabt, und einer mittlern Periode von $11^1/_9{}^a$ unterlegen habe, ja ich konnte nach und nach mit ziemlicher Sicherheit folgende Epochen feststellen:

Minima.				Maxima.			
Epochen.		Differenzen		Epochen.		Differenzen.	
1610,8	± 0,4	8,2	± 1,5	1615,5	± 1,5	10,5	± 1,8
1619,0	1,5	15,0	1,8	*1626,0	1,0	13,5	1,4
1634,0	1,0	11,0	1,4	1639,5	1,0	9,5	1,8
*1645,0	1,0	10,0	2,2	1649,0	1,5	11,0	2,5
1655,0	2,0	11,0	2,8	1660,0	2,0	15,0	2,8
1666,0	2,0	13,5	2,8	1675,0	2,0	10,0	2,5
1679,5	2,0	10,0	2,8	1685,0	1,5	8,0	2,5
1689,5	2,0	8,5	2,8	1693,0	2,0	12,5	2,2
1698,0	2,0	14,0	2,2	1705,5	1,0	12,7	1,4
1712,0	1,0	11,5	1,4	*1718,2	1,0	9,3	1,4
1723,5	1,0	10,5	1,4	1727,5	1,0	11,2	1,4
1734,0	1,0	11,0	1,4	1738,7	1.0	11,3	1,4

Minima.		Maxima.	
Epochen.	Differenzen.	Epochen.	Differenzen.
1745,0 ± 1,0	10,5 ± 1,0	1750,0 ± 1,0	11,5 ± 1,1
*1755,5 0,2	11,0 0,6	1761,5 0,5	8,4 0,6
1766,5 0,5	9,3 0,7	1769,9 0,3	9,6 0,6
1775,8 0,5	9,0 0,7	1779,5 0,5	9,5 0,7
1784,8 0,5	13,7 0,7	1789,0 0,5	15,0 1,1
1798,5 0,5	12,0 0,7	1804,0 1,0	12,8 1,1
*1810,5 0,5	12,7 0,7	*1816,8 0,5	12,7 1,1
*1823,2 0,5	10,6 0,5	*1829,5 1,0	7,7 1,1
*1833,8 0,2	10,2 0,3	*1837,2 0,5	11,4 0,7
*1844,0 0,2	12,2 0,3	*1848,6 0,5	11,6 0,5
1856,2 0,2	11,0 0,3	1860,2 0,2	10,7 0,4
1867,2 0,2		1870,9 0,3	
Mittel	11,114 ± 1,537 ± 0,182	Mittel	11,060 ± 2,002 ± 0,259

wo die mit * bezeichneten Epochen sehr nahe mit den 1852 benutzten übereinstimmen, — die obere Unsicherheit des Mittels die mittlere Abweichung der einzelnen Periode vom Mittel, die untere aber die eigentliche Unsicherheit desselben angibt. Die einzelnen Perioden können somit durchschnittlich um $1^{2}/_{3}{}^{a}$ von der mittlern, jetzt noch um $\pm {}^{1}/_{5}{}^{a}$ unsichern Periode $11^{1}/_{9}{}^{a}$ abweichen, ferner bilden etwa 5 solcher Perioden eine grössere, durch verschieden hohe Maxima und verschieden tiefe Minima charakterisirte Periode, und die Zeiten der Minima's können ziemlich annähernd durch die von mir 1861 aufgestellte Formel

$$E_x = 1799{,}455 + x \, . \, 11{,}153$$
$$+ 1{,}405 \sin\left(302^\circ + x \frac{360}{5}\right) + 1{,}621 \sin\left(290^\circ + x \frac{360}{15}\right) \qquad 1$$

dargestellt werden, in der x die seit 1799 abgelaufenen Perioden zählt. — Zu Gunsten dieser Untersuchung führte ich, um die mit verschiedenen Mitteln und von verschiedenen Beobachtern erhaltenen einzelnen Beobachtungen homogen zu machen, sog. **Relativzahlen** ein, — Produkte, deren einer Factor aus correspondirenden Beobachtungen für jeden Beobachter und jedes Instrument bestimmt wurde, während der andere die mit den Gewichten 10 und 1 in Rechnung gebrachten Abzählungen der Gruppen und Flecken enthielt. Nimmt man die Zeit als Abscisse, die mittlern monatlichen Relativzahlen als Ordinaten, so erhält man für jede Sonnenfleckenperiode eine deren Verlauf darstellende zackige Curve, — und zwar stehen die Hauptzacken nahe gleich weit (etwa $^{2}/_{3}$ Jahre) aus ein-

ander, während die Einhüllenden ihrer Berge und Thäler gegen ein Maximum hin aus einander gehen, gegen ein Minimum hin sich einander nähern. Von andern Resultaten mag z. B. noch angeführt werden, dass sich in den Relativzahlen auch eine dem Erdjahre entsprechende Periode zu zeigen scheint, indem sie einerseits gegen die Equinoctien, anderseits gegen das Perihel hin zunehmen.

Den ihnen wohl bekannten Wechsel in der Häufigkeit der Sonnenflecken hielten die ältern Beobachter für gesetzlos, und so liest man z. B. „Les temps de l'apparition des tâches ne sont nullement réglés (Mém. Par. 1713), — Il semble que les tâches ne suivent aucune loi dans leurs apparitions (Keill von Lemonnier in 324), — etc." Wohl der Erste, der in dieser Sache etwas weiter sah, war Christian **Horrebow** (Kopenhagen 1718— Kopenhagen 1776; Professor der Mathematik in Kopenhagen; Sohn von Peter in 3) der, nachdem er die Sonnenflecken von 1738 hinweg ziemlich regelmässig beobachtet hatte, 1775/76 (v. Thiele in A. N. 1193) Folgendes notirte: „Obgleich zwar aus den Beobachtungen der Flecken noch nichts sicheres erschlossen werden kann, so scheint doch nach einem bestimmten Zwischenraume von Jahren die nämliche Gestalt der Sonne wiederzukehren in Bezug auf die Zahl und Grösse der Flecken. — Die Astronomen haben bis jetzt zu wenig Sorge darauf verwendet, häufige Beobachtungen der Flecken anzustellen, ohne Zweifel, weil es ihnen schien, es können daraus keine Resultate erzielt werden, welche für die Astronomie und Physik von grossem Interesse wären. Es ist jedoch zu hoffen, dass durch fleissige Beobachtung auch in dieser Sache wie in den Bewegungen der übrigen Himmelskörper eine bestimmte Periode werde gefunden werden." Leider fanden es jedoch die meisten Astronomen bequemer statt diese gesunden Ansichten diejenigen zu befolgen, welche **Delambre** (v. Astronomie in 324) bei Besprechung des Problems der Sonnenrotation in den Worten „Il est du nombre de ceux auxquels on ne doit songer qu'une fois dans la vie" niederlegte, und erst **Schwabe** begann 1826 eine regelmässige Serie von Fleckenbeobachtungen (v. Mitth. X), bei welcher er nicht nur viele Flecken graphisch darstellte, sondern namentlich ein fortlaufendes Verzeichniss über die Gruppen führte, so dass er für jeden Monat und jedes Jahr angeben konnte, wie viele Beobachtungstage er erhalten, wie viele Gruppen sichtbar geworden, und an wie vielen Tagen er die Sonne fleckenfrei gefunden. Er erhielt so:

Jahr.	Beob. Tage.	Neue Grupp.	Freie Tage.	Jahr.	Beob. Tage.	Neue Grupp.	Freie Tage.	Jahr.	Beob. Tage.	Neue Grupp.	Freie Tage.
1826	285	118	25	1840	263	152	3	1854	344	67	65
27	298	161	2	41	283	102	15	55	313	38	146
28	292	225	0	42	306	68	64	56	321	34	193
29	261	199	0	43	309	34	147	57	324	98	52
30	214	190	1	44	320	52	111	58	335	188	0
31	251	149	0	45	332	114	29	59	343	205	0
32	264	84	49	46	314	157	1	60	332	211	0
33	257	33	139	47	276	257	0	61	322	204	0
34	275	52	120	48	330	330	0	62	317	160	3
35	239	173	18	49	285	238	0	63	320	124	2
36	190	272	0	50	308	186	2	64	325	130	4
37	170	327	0	51	308	151	0	65	307	93	26
38	203	282	0	52	337	125	2	66	349	46	76
39	205	162	0	53	299	91	4	67	312	25	195
40	263	152	3	54	344	67	65	68	301	101	23

und es ist begreiflich, dass er schon 1843 (s. A. N. 495) darauf aufmerksam machte, es scheine in dem Auftreten der Sonnenflecken eine Periode von circa 10 Jahren zu existiren, — begreiflicher, als dass man seine Angabe kaum beachtete, und er mit Ausnahme von **Schmidt** (seit 1841) und mir (seit 1848) keine Mitarbeiter hatte, bis im Sommer 1852 die in 392 und 423 besprochene Entdeckung plötzlich die Aufmerksamkeit nach dieser Seite hinlenkte. In Folge jener Entdeckung stellte ich mir sodann die Aufgabe zu untersuchen, ob die aus älterer Zeit vorhandenen Beobachtungen und Notizen über das Auftreten der Sonnenflecken sich mit einer solchen Periode vereinigen, ja zur Bestimmung ihrer eigentlichen Länge gebrauchen lassen, und suchte dafür aus einigen hundert Bänden verschiedener Bibliotheken möglichstes Material zusammen. Ich fand nun zunächst, dass nach „**Scheiner**, (v. Rosa ursina in 421), — **Hevel** (v. Selenographia in 393), — **Rost** (v. Handbuch in 824), — Ludovico **Zucconi** (Venedig 1706? — Venedig 1783; Abate in Venedig), De heliometri structura et usu. Venet. 1760 in 4., — Joh. Heinrich **Fritsch** (Quedlinburg 1772— Quedlinburg 1829; Superintendent in Quedlinburg), Beobachtungen über die Sonnenflecken (Berl. Jahrb. 1802—1821), — **Stark**, Meteorologisches Jahrbuch. Augsburg 1815—1836 in 4., — und **Schwabe** (s. obige Reihe und für den Detail Nr. X meiner Mitth.)" bestimmt

1626,0 ± 1,0	1717,5 ± 1,0	1816,8 ± 1,0	1829,5 ± 1,0
	1837,5 ± 0,5	1848,6 ± 0,5	

Maxima, und

1645,0 ± 1,0	1755,5 ± 0,5	1810,5 ± 1,0	1823,2 ± 0,5
	1833,8 ± 0,5	1844,0 ± 0,5	

Minima eingetreten waren, — so dass je aus den 4 letzten, sich folgenden Epochen sich für die Länge der Periode die Werthe

13,2	8,0	11,1	oder durchschnittlich	$10^a,77$
12,7	10,4	10,4	„ „	11,17

ergeben, also die Länge einer allfälligen Periode im Mittel nahe 11^a betragen müsste. — Jede der 4 letzten Epochen mit jeder der frühern vergleichend fand ich so z. B.

$$(1848,6 \pm 0,5) - (1717,5 \pm 1,0) = 131,1 \pm 1,5 = 11\,(11,92 \pm 0,14) =$$
$$= 12\,(10,93 \pm 0,13) = 13\,(10,08 \pm 0,12)$$

(wo ich als Unsicherheit der Differenz die Summe 1,5 der einzelnen Unsicherheiten nahm, während ich sie nur gleich $\sqrt{1,0^2 + 0,5^2} = 1,12$ zu setzen gebraucht hätte), so dass der nächste Werth von 11 hier 10,93 ± 0,13 war, und ähnliche Werthe erhielt ich aus den 15 andern Vergleichungen, aus allen 16 aber als wahrscheinlichsten Werth für die Länge der Sonnenfleckenperiode

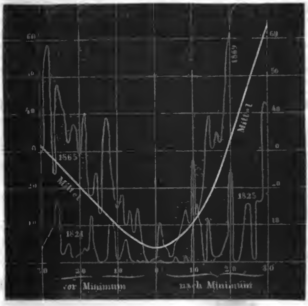
$$T = 11^a,111 \pm 0,038$$

welche ich in der Abhandlung von 1852 (v. 421) publicirte. — In Fortsetzung meiner Sammlung alter Beobachtungen hatte ich sodann das Glück nach und nach theils selbst, theils mit Hülfe von **Carrington**, Observator A. **Wagner** in Pulkowa, **Heis**, **Buys-Ballot**, Professor **Legrand** in Montpellier, Eduard **Schönfeld** (Hildburghausen 1828; Director der Sternwarte in Mannheim), Observator E. **Kayser** in Danzig, **Laugier**, etc., neben zahlreichen kleinern Notizen, verschiedene bis dahin theils ganz unbekannt gebliebene, theils wenigstens unbenutzte oder unpublicirte grössere Beobachtungsreihen von **Harriot** (Beob. 1611—1613; v. 421), Gottfried und Christfried **Kirch** (Beob. 1700—1748, v. Nr. XXIII meiner Mittheilungen), François de **Plantade** (Montpellier 1670—1741 wo er am Pic du midi am Schlagfluss starb; Generaladvocat in

Montpellier; beoh. 1705—1726, v. Mitth. XI), **Rost** (Beob. 1718—1720, v. Mitth. XI), von **Hagen** (zu Halle?; beoh. 1739—1751, v. Mitth. IX), Joh. Kaspar **Staudacher** (Zimmermeister in Nürnberg; beoh. 1749—1799, v. Mitth. IV), **Mallet** (Beob. 1773—1786, v. Mitth. VII) **Bode** (Beob. 1774—1821, v. Mitth. XXIII), Placidus **Heinrich** (Schierling in Bayern 1758— Regensburg 1825; Benedictiner; Professor der Physik zu Ingolstadt und Regensburg; beob. 1781—1818, v. Mitth. VIII), Honoré **Flaugergues** (Viviere 1755— Viviers 1835; Friedensrichter in Viviers und Besitzer einer Privatsternwarte; beob. 1783—1830, v. Mitth. XIII), Jacques **Eynard** (Genf 1772—1847; Besitzer einer Privatsternwarte zu Rolle; beob. 1815—1818, v. Bibl. univ. 1818) C. **Tevel**, (Silberschmid in Middelburg; beob. 1816—1836, v. Mitth. IX), **Bianchi** (Beob. 1816—1817, v. Corr. astr. V), C. H. **Adams** (Edmonton; beoh. 1819—1823, v. Mitth. XIII), **Arago** (Beob. 1822—1830, v. Oeuvres XI und Mitth. XIV), Ch. A. **Schott** (Beob. 1860—1862, v. Mitth. XVI), **Weber** (Peckeloh; beob. 1863—1870, v. Heis Wochenschrift und Mitth. XVI u. f.), etc., aufzufinden, und darauf gestützt die sämmtlichen der im Texte verzeichneten Epochen für Maximum und Minimum mit genügender Sicherheit festzulegen, sowie zur genauern Bestimmung der mittlern Periode, ihrer Schwankung und Unsicherheit zu benutzen. Durch die im Texte besprochenen, schon im Jahre 1850 von mir eingeführten **Relativzahlen** (v. für deren nähere Begründung Bern. Mitth. 1851, Zürch. Viert. 1858 und 1862) wurde es ferner möglich das für mehr als anderthalb Jahrhunderte (1700—1871) ziemlich reichliche, aber etwas heterogene Material in einer einheitlichen Weise zu bearbeiten, und alle einzelnen Jahre durch vergleichbare Zahlen nach ihrem Fleckenreichthum zu charakterisiren, wodurch die folgende Tafel der mittlern **jährlichen** Relativzahlen entstand, in welche die etwas unsichern Bestimmungen in kleinerer Schrift eingetragen wurden:

Jahr	170	171	172	173	174	175	176	177	178
0	5,0	2,5	25,3	40,0	60,0	68,2	48,9	79,4	72,6
1	10,0	0,0	23,8	25,0	35,0	40,9	75,0	73,2	67,7
2	15,0	0,0	20,0	10,0	18,3	33,2	50,6	49,2	33,2
3	21,0	2,2	10,0	5,0	14,6	23,1	37,4	39,8	22,5
4	31,4	9,6	19,4	15,0	5,0	16,4	34,5	47,6	5,0
5	48,6	24,7	34,5	30,0	10,0	7,3	23,0	27,5	21,2
6	25,8	39,9	64,0	58,0	20,0	10,9	17,5	35,2	68,6
7	18,8	52,3	90,0	66,0	35,0	35,0	33,6	63,0	104,8
8	9,7	50,0	80,0	85,0	50,0	55,2	52,2	94,8	107,8
9	7,1	34.0	60,0	78,5	63,8	48,6	108,3	90,2	110,7
Jahr	**179**	**180**	**181**	**182**	**183**	**184**	**185**	**186**	**187**
0	84,4	18,5	0 0	8,9	59,1	51.8	64,5	98,6	137,2
1	53,4	38,6	1,2	4,3	38,8	29,7	61,9	77,4	111,3
2	47,5	57,8	5,4	2,9	22,5	19,5	52,2	59,4	.
3	40,2	65,0	13,7	1,3	7,5	8,6	37,7	44,4	.
4	34,3	75,0	20,0	6,7	11,4	13,0	19,2	47,1	.
5	22,3	50,0	35,0	17,4	45 5	33,0	6 9	32,5	.
6	15,1	25,0	45,5	29,4	96 7	47.0	4,2	17,5	.
7	7,8	15,0	43,5	39,9	111.0	79,4	21,6	8,0	.
8	4,4	7,2	34,1	52,5	82,6	100,4	50,9	40,2	.
9	10,2	3,4	22,5	53,5	68,5	95,6	96,4	84,1	.

Trägt man diese Relativzahlen au einer Zeitscale als Ordinaten auf (v. Fig. 423), so erhält man eine Folge von Wellen, deren Berge und Thäler je für sich eine neue Wellenlinie bestimmen, welche entsprechend dem ersten Correctionsgliede von 1 etwa 5 alte Wellenlinien umfasst; ferner scheint das merkwürdige Gesetz zu bestehen, dass grössere Thätigkeit auf der Sonne kürzere Perioden bedingt, oder dass die Summe der von der Sonne während einer Periode entwickelten Fleckenthätigkeit annähernd constant ist. — Berechnet man entsprechend mittlere **monatliche** Relativzahlen, und construirt auch mit ihrer Hülfe eine Curve, so erhält man, wie es schon im Texte angedeutet ist, und wie es die beistehende Figur speciell für die Minima von 1821/1825 und 1865/69 zeigt, eine zackige Linie. Zieht man je aus den Ordinaten, welche in verschiedenen Perioden gleichen Zeitabständen von der Minimumsepoche entsprechen, das Mittel, so erhält man ein Bild von dem mittlern Verlaufe der Fleckencurve, wie ein solches (gestützt auf die Minima von 1823,



1834, 1844, 1856 und 1867; v. Mitth. XXVII) in die Figur aufgenommen worden ist, und kann damit den Verlauf während einer einzelnen Periode vergleichen. Es ergibt sich hieraus unter Anderm, dass die Sonnenfleckencurve im Allgemeinen, wie diess schon 1852 von mir hervorgehoben wurde, rascher aufsteigt, als niedersinkt, — dass das Aufsteigen bei mittlerm Verlaufe nur 3,7 Jahre, das Absteigen dagegen 7,4 Jahre in Anspruch nimmt, — dass einem verzögerten oder beschleunigten Aufsteigen in der Regel auch ein verzögertes oder beschleunigtes Absteigen entspricht, — etc. — Nach Aufstellung der Sonnenfleckenperiode von $11^1/_9$ Jahren lag mir der Gedanke nahe, sie möchte nicht nur mit dem wenig grössern Jupiterjahre in Beziehung stehen, sondern vielleicht das ganze Phenomen mit einer Rückwirkung der Planeten auf die Sonne zusammenhängen, und nachdem ich wiederholt (v. Mitth. II, V, etc.) betreffende Untersuchungen angestellt und publicirt hatte, stellte ich 1859 (v. Mitth. VIII) unter der Voraussetzung, dass Jupiter den Hauptcharakter

der Sonnenfleckencurve bestimme, Saturn kleine Veränderungen in der Höhe und Länge der Wellen herbeiführe, Erde und Venus aber die Zacken der Curve veranlassen, die für die Jahre 1836 bis 1849 nicht übel passende Formel

$$r = 50{,}31 + 3{,}73 \left[\begin{array}{l} 1{,}68 \,.\, \mathrm{Sin}\, 585^{0}{,}26 \,.\, t + 1{,}00 \,.\, \mathrm{Sin}\, 360^{0}{,}00 \,.\, t + \\ 12{,}53 \,.\, \mathrm{Sin}\quad 30{,}35 \,.\, t + 1{,}12 \,.\, \mathrm{Sin}\quad 12{,}22 \,.\, t \end{array} \right] \qquad 2$$

zur Berechnung der Relativzahlen auf, in welcher die vier Correctionsglieder der Reihe nach den 4 Planeten Venus, Erde, Jupiter und Saturn in der Weise entsprechen, dass die Zahlfactoren ihrer Masse direct und dem Quadrate ihrer mittlern Entfernung von der Sonne umgekehrt proportional, die Winkelfactoren gleich 360° getheilt durch die in Erdjahren ausgedrückten Umlaufszeiten gesetzt wurden, und t gleich der um 1834 verminderten Jahreszahl ist. Ich unterlasse es jedoch sowohl über diesen Versuch, als über die im Texte erwähnte Erdperiode, und als auch über die nicht minder bemerkenswerthen Untersuchungen, welche seither **Schmidt**, **Carrington**, **Fritz**, **De la Rue**, etc. auf diesem Gebiete anstellten, hier näher einzutreten, da alle diese Arbeiten, bei allem Interesse, das sie gewähren, doch bis jetzt, nach meiner Ansicht, noch keine entscheidenden Resultate zur Folge hatten.

423. Der Zusammenhang mit Magnetismus, Nordlicht, Fruchtbarkeit, etc. Im Jahre 1852 fanden Sabine, Gautier und ich unabhängig von einander, dass die von Schwabe angedeutete Sonnenfleckenperiode sich in den erdmagnetischen Störungen und Variationen, sowohl nach Länge, als nach Lage von Berg und Thal, auf das Schönste reproducire, — ja es gelang mir, zu zeigen, dass Letztere nicht nur derselben mittlern Periode und denselben Schwankungen entsprechen, sondern sich sehr angenähert aus den Sonnenflecken-Relativzahlen nach einer Formel berechnen lassen, welche eine gewöhnliche Scalenänderung darstellt. So z. B. erhielt ich aus den von Lamont für 1835—1850 bestimmten Münchner-Variationen, die Formel

$$v = 6',273 + 0',051 \,.\, r \qquad 1$$

wo r die dem betreffenden Jahre entsprechende mittlere Sonnenflecken-Relativzahl bezeichnet, und die nach dieser Formel für die folgenden Jahre 1851—1860 vorausberechneten und publicirten Werthe stimmten durchschnittlich bis auf 0',46 (Max. der Abweichung + 0',72 im Jahre 1851 und — 0',71 im Jahre 1855) mit den nachmals von Lamont bekannt gemachten Beobachtungszahlen zusammen. Später wiesen Fritz und ich nach, dass ebenso die Häufigkeit der Nordlichterscheinungen derjenigen der Sonnenflecken parallel laufe, und dass sich namentlich die grosse Periode von circa 55 Jahren darin sehr entschieden zeige. Die von Herschel vermuthete Relation mit Fruchtbarkeit und mittlerer Jahreswärme muss dagegen noch in Frage gestellt bleiben, — und ebenso bedarf der von Kluge angedeutete Gegensatz der Sonnenflecken- und Erdbeben-Curven wohl noch weiterer Bestätigung.

Während **Lamont** nicht bemerkte, dass die von ihm (s. 392) für die



mittlern jährlichen Declinations-Variationen gefundene Periode grosse Aehnlichkeit mit der Sonnenfleckenperiode von **Schwabe** habe, fiel diess dagegen **Gautier** und mir im Sommer 1852 ziemlich gleichzeitig auf, und da diese Uebereinstimmung zwischen zwei Phänomenen, von denen das Eine bis dahin **nur** der Sonne, das Andere **nur** der Erde anzugehören schien, ausserordentlich merkwürdig und einzig in ihrer Art war, so machte ich sofort an **Humboldt**, **Arago** und **Faradey** Mittheilung von diesem Funde, und hatte die Freude, denselben von allen diesen drei Männern als etwas ebenso Neues als Wichtiges begrüsst zu sehen. Geraume Zeit nachher (für mich durch einen Brief Humboldt's von 1852 IX 10) zeigte sich dann allerdings, dass noch etwas vor **Gautier** und mir, ja sogar unabhängig von **Lamont**, schon **Sabine** dieselbe Entdeckung gemacht und in einer, im Frühjahr 1852 der Roy. Soc. eingereichten Abhandlung niedergelegt hatte: Er basirte auf die (392) benutzten Beobachtungen von Toronto und Hobarton, und zwar stellte er die sich 1841—1848 erzeigenden Störungen auf ähnliche Weisen zusammen, wie es **Lamont** für die Variationen gemacht hatte, — fand darin entsprechend einen regelmässigen Wechsel und wurde zugleich auch der Correspondenz desselben mit dem der Zahlen von **Schwabe** gewahr. Unterdessen führte ich (s. 422) die genauere Bestimmung der Länge der Sonnenfleckenperiode durch, wies ihre Existenz und ihren Parallelismus mit der Variatioosperiode auch in den ältern Beobachtungen nach, und ersetzte in der Formel von **Lamont** (s. 392) die $10^1/_3$ mit Erfolg durch die $11^1/_9$ Jahre. — Im Frühjahr 1859 sagte ich mir, dass, wenn die Häufigkeit der Sonnenflecken und die Grösse der Variation wirklich in einem innigen Causalnexus stehen, sie sich zu einander wie die Ablesungen verhalten müssen, welche man für eine und dieselbe Grösse an verschiedenen Scalen erhält — dass es also gedenkbar sei, die Variationen v aus den Relativzahlen r mittelst einer Formel

$$v = a \cdot r + b \qquad 2$$

berechnen zu können. Dieser Anschauung entsprechend stellte ich zunächst für München (oder Göttingen-München, v. 392) die Formel auf, und als sich diese (v. das im Texte Gesagte und Reihe IV in 392) über Erwarten bewährte, berechnete

ich nicht nur (v. Mitth. XIII u. f.) Göttingen (g) und München je für sich, sondern nach und nach auch die von **Hemmer** für Mannheim (m), — von J. D. **Cassini** und **Arago** für Paris (π), — von George **Gilpin**, Mark **Beaufoy** (London 1764?—1827) und **Airy** für London oder Greenwich (l), — von **Encke** für Berlin, — von **Böhm** und Karl **Hornstein** (Brünn 1824; erst Adjunct der Wiener-Sternwarte, dann Nachfolger von Böhm) für Prag (p), — von **Hansteen** und H. **Mohn** für Christiania, — von Adolf Theodor **Kupffer** (Mitau 1799— Petersburg 1864; Director des physik. Observ. in Petersburg) für Petersburg, Katherinenburg, Barnaoul und Nertschinsk, — von **Sabine** für Toronto und Hobarton, — von **Secchi** für Rom, — von **Buys-Ballot** für Utrecht, — etc., gegebenen, zum Theil in der Tafel

Jahr	178	179	180	181	182	183	184	185	186
0	′—	8′,33 m	7′,14 l	′—	7′,79 l	12′,40 π	8′ 84 p	9′,97 p	10′,05 p
1	9,12 m	12,27 l	7,74 l	—	9,10 π	12,17 π	7,43 p	8,32 p	9,17 p
2	8,11 m	8,87 l	8,58 l	—	8,83 π	—	6,34 p	8,09 p	8,59 p
3	8,77 m	8,43 l	9,16 l	6 56 l	8,18 π	—	6,57 p	7,09 p	8,84 p
4	6,98 m	8,27 l	8,48 l	7,62 l	8,20 π	7,79 g	6,05 p	6,81 p	8,02 p
5	8,56 m	7,48 l	8,72 l	7,66 l	9,67 π	9,57 g	6,99 p	6,41 p	7,80 p
6	14,00 π	8,02 l	—	—	9,76 π	12,34 g	7,65 p	5 98 p	6,63 p
7	15,14 π	8,30 l	—	8 55 l	11,31 π	12 27 g	8,78 p	6,95 p	6,47 p
8	13,48 π	7,44 l	—	8,81 l	11,52 π	12 74 g	10,75 p	7,41 p	7 27 p
9	8,75 m	7,56 l	—	7,77 l	13,74 π	11,03 g	10,27 p	10,37 p	9,44 p

enthaltenen, und in der Figur durch Curven dargestellten, Serien. Die Vergleichung der für dieselbe Station, aber für verschiedene Zeiten erhaltenen Formeln zeigte mir, dass der Factor a gegenwärtig langsam abnimmt, das constante Glied h entschieden zunimmt, — die Vergleichung der für verschiedene Orte, aber für dieselbe Zeiten berechneten Formeln dagegen, dass der Factor a nahezu von der Lage unabhängig ist, während das Glied h von Westen nach Osten abnimmt ($h = 7{,}96$ für Toronto in Länge $-\ 5^h\ 27^m$, $h = 3{,}53$ für Barnoul in Länge $+\ 5^h\ 27^m$), oder allgemeiner nahezu (v. Mitth. XX) dem Quadrate der Distanz von einem in $-\ 4^1/_4{}^h$ und $+\ 73^0$ oder also in der Nähe des magnetischen Poles liegenden Punkte umgekehrt proportional sein dürfte. Berechnet man endlich für einen Ort, indem man in seine Formel die monatlichen Relativzahlen einsetzt, die monatlichen Variationen, so ergeben sich (v. Mitth. XVII) zwischen diesen und den beobachteten, Differenzen, welche nahe den Sinns der entsprechenden Sonnendeclinationen proportional sind, — jedoch immerhin so, dass die in den Equinoctien hervortretenden Maxima und die den Solstitien entsprechenden Minima sich in den neuen Differenzen nur noch entschiedener zeigen, so dass diese gesetzmässig und wahrscheinlich den Max. und Min. der Temperaturoscillationen verwandt sind. Entsprechend wie mit den Declinationsvariationen correspondiren die Sonnenflecken nach den Untersuchungen von **Hansteen** (v. Mitth. IV, Peters Zeitschr. 1, A. N. 1012) auch mit den Variationen der Inclination, während die Variationen der Horizontalintensität (wie es 813 : 3 bei der fast gar nicht variirenden Verticalintensität fordert) gerade den entgegengesetzten Gang zeigen. — Schon bald nach Entdeckung der Sonnenflecken glaubte man einen Einfluss derselben auf die Witterung zu bemerken, und so sagte z. B. **Riccioli**

in seinem „Almagest (v. 393)", dass 1632 von Mitte Juli bis Mitte September „zu welcher Zeit eine aussergewöhnliche Tröckne war" keine Flecken gefunden worden, und dass überhaupt bei hellerm und trockenerm Wetter keine oder wenige Sonnenflecken sichtbar seien, während bei der Kälte im Juni 1642 die Sonne eine Menge Flecken gehabt habe; dagegen bestritten allerdings Andere, wie z. B. **Deschales** in seinem „Mundus mathematicus (v. 3)", diese Ansicht mit gegen sie zeugenden Thatsachen, und später meinte sogar W. **Herschel** durch Vergleichung der ihm bekannten Fleckenstände mit den gleichzeitigen englischen Fruchtpreisen gefunden zu haben, dass gerade die fleckenreichen Jahre die fruchtbarern seien. Als **Gautier** (v. Annal. de chim. et de phys. 1844) die Schwabe'schen Gruppenzahlen für 1826—1843 den entsprechenden mittlern Jahrestemperaturen gegenüberstellte, erhielt er für die fleckenarmen Jahre eine etwas höhere Temperatur, — während die von mir 1859 (s. Mitth. IX) mittelst meiner Relativzahlen auf 1760—1847 ausgedehnte Vergleichung für die reichen Fleckenjahre die Mitteltemperatur 7°,121, für die mittlern 7°,316 und für die armen 7°,250 abwarf, so dass ich schliessen musste, es haben die Flecken höchstens einen minimen Einfluss auf die Jahrestemperatur, wenn auch die übereinstimmenden Resultate der von **Henry** und **Secchi** mit Thermosäulen angestellten Messungen nicht bezweifeln lassen, dass die Flecken etwas weniger Wärme ausstrahlen als benachbarte freie Theile der Sonne. Vergl auch „Carl **Fritsch** (Prag 1812; Adjunct der meteorol. Centralanstalt in Wien), Ueber das Steigen und Fallen der Lufttemperatur binnen einer analogen eilfjährigen Periode, in welcher die Sonnenflecken sich vermindern oder vermehren (Wiener Denkschr. 1854)", sowie für eine von **Main** aus den Oxforder-Beobachtungen abgeleitete, derselben Periode unterliegende Drehung der mittlern Windesrichtung (von Max. zu Min. um 58° von W gegen S) dessen Jahresbericht für 1870. — Das Zusammenfallen von Nordlichtjahren und Fleckenjahren machte ich schon 1852 plausibel (v. die Schrift in 421), und seither ist durch **Fritz** und mich der Parallelismus beider Erscheinungen (v. Mitth. V, XV u. f.) schlagend nachgewiesen worden; ganz besonders tritt, wie die in die Figur eingetragenen, nach dem Cataloge von **Fritz** die Häufigkeit der Nordlichter im mittlern Europa darstellende Curve auf den ersten Blick zeigt, die grosse Periode von circa 55 Jahren beim Nordlichte sehr scharf hervor. — Sehr merkwürdig ist endlich, dass Professor **Emil Kluge** in Chemnitz in seiner Schrift „Ueber Synchronismus und Antagonismus von vulkanischen Eruptionen. Leipzig 1863 in 8." durch Zusammenstellen der Erdbebenregister mit meinen Relativzahlen und Epochen sehr wahrscheinlich machte, dass die an Erdbeben und Eruptionen reichen Jahre auf die Sonnenfleckenminima fallen, und umgekehrt; sogar einzelne Jahreszeiten und Tage geben (v. Mitth. XVII Lit. 204) ganz interessante Vergleichungen.

424. Die Bestimmung der Rotation der Sonne, und der Lage der Flecken auf derselben. Zur Zeit der Entdeckung der Flecken wurde zur Bestimmung der Rotationsdauer der Sonne die Wiederkehr desselben Fleckens abgewartet, und aus den so erhaltenen $27^1/_2{}^d$ unter Berücksichtigung der Bewegung der Erde (nach 24) die Gesuchte durch Rechnung gleich $25^1/_2{}^d$ gefunden. In der neuern Zeit misst man dagegen gewöhnlich zu drei verschiedenen Zeiten die Rectascensionsdifferenzen d a und Declinationsdifferenzen d d des

Fleckens und Sonnenmittelpunktes, und berechnet daraus nicht nur die Rotationsdauer, sondern auch die bei der alten Methode blosser Abschätzung anheimfallende Lage des Sonnenequators und des Fleckens gegen denselben: Bezeichnen nämlich d, a, l Declination, Rectascension, Länge des Sonnenmittelpunktes, und e die Schiefe der Ekliptik, so geben (333 : 4,5)

$$\begin{aligned} db &= \operatorname{Cos} u \,.\, dd - \operatorname{Sin} u \,.\, \operatorname{Cos} d \,.\, da, \quad \text{wo} \quad \operatorname{Sin} u = \operatorname{Sin} e \,.\, \operatorname{Cos} a \\ dl &= \operatorname{Sin} u \,.\, dd + \operatorname{Cos} u \,.\, \operatorname{Cos} d \,.\, da \qquad \operatorname{Tg} u = \operatorname{Tg} e \,.\, \operatorname{Cos} l \end{aligned} \qquad 1$$

die Unterschiede von Flecken und Sonnenmittelpunkt in geocentrischer Breite und Länge, —

$$\operatorname{Tg} \beta = \operatorname{Tg} z \,.\, \operatorname{Sin} v \qquad \lambda = l - v - 180^0 \qquad 2$$

aber, wo die Hülfsgrössen ϱ, z, w, v nach

$$\begin{aligned} \varrho \operatorname{Sin} z &= db & \varrho \operatorname{Cos} z &= dl \\ \operatorname{Sin}(w + \varrho) &= \varrho : h & \operatorname{Tg} v &= \operatorname{Tg} w \,.\, \operatorname{Cos} z \end{aligned} \qquad 3$$

berechnet werden können, und h der scheinbare Halbmesser der Sonne ist, die heliocentrische Breite und Länge des Fleckens. Schreibt man endlich für jede der drei Beobachtungen die Gleichung

$$\operatorname{Sin} \delta = \operatorname{Cos} i \,.\, \operatorname{Sin} \beta - \operatorname{Sin} i \,.\, \operatorname{Cos} \beta \,.\, \operatorname{Sin}(\lambda - \Omega) \qquad 4$$

auf, wo δ die selten über $\pm 30^0$ betragende Entfernung des Fleckens vom Sonnenequator, Ω die etwa $74^0\ 37'$ gleiche Länge des aufsteigenden Knotens des Letztern, und i seine Neigung von circa $6^0\ 58'$ gegen die Ekliptik bezeichnet, so kann man daraus diese drei Grössen, — sodann nach

$$\operatorname{Tg} \alpha = \operatorname{Tg}(\lambda - \Omega) \frac{\operatorname{Cos}(p - i)}{\operatorname{Cos} p} \qquad \text{wo} \qquad \operatorname{Tg} p = \frac{\operatorname{Tg} \beta}{\operatorname{Sin}(\lambda - \Omega)} \qquad 5$$

auch die Rectascensionen des Fleckens zu den drei Beobachtungszeiten t t′ t″, und schliesslich nach

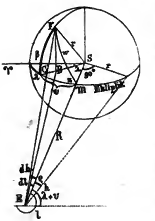
$$T : (t'' - t) = 360^0 : (\alpha'' - \alpha) \qquad 6$$

die etwa $25^d{,}234 = 360 : 14{,}2664$ betragende Rotationsdauer T der Sonne finden. — Die Vergleichung der nach dieser und ähnlichen Methoden durch Peters, Carrington, Spörer, etc. erhaltenen Bestimmungen scheint zu ergeben, dass die aus Flecken grösserer Breite erhaltenen Werthe für die Rotationsdauer ebenfalls grösser werden, — dass die gegen ein Minimum hin am Equator aussterbenden Flecken, nach dem Minimum plötzlich durch Flecken in höhern Breiten ersetzt werden, wie wenn neue Strömungen von den Polen ausgegangen wären, — dass endlich die einzelnen Flecken Eigenbewegungen zeigen, die man nach Spörer durch Stürme auf der Sonne erklären könnte, während sie nach Faye zunächst durch eine regelmässige oscillirende Bewegung hervorgebracht würden.

Für die ältern Methoden zur Bestimmung der Rotationselemente auf „Christian August **Hausen** (Dresden 1693— Leipzig 1743; Professor der Mathematik zu Leipzig), Theoria motus Solis circa proprium axem. Lipsiæ 1726 in 4.", — J. A. **Euler**, De rotatione Solis circa axem ex motu macularum apparente determinanda (Comm. Petrop. 1766), — **Kæstner**, Formulæ analyticæ ad motum Solis circa axem suum computandum (Comm. Gott. 1769—1770), — Placidus **Fixlmillner** (Achleuthen 1721— Kremsmünster 1791; Director der Sternwarte zu Kremsmünster), Decennium astronomicum. Styræ 1776 in 4., und: Acta astronomica Cremifanensia. Styræ 1791 in 4., — **Lambert**, Von der Umwälzung der Sonne um ihre Axe (Berl Jahrb. 1780), — Rudolf **Kysäus** (Koblenz 1817; Oberlehrer zu Siegen), Ueber die Axendrehung der Sonne. Siegen 1846 in 4., — etc.", verweisend, mag hier näher auf die im Texte angedeutete, fast ganz mit der von **Petersen** (v. A. N. 419) übereinstimmende Auflösung dieses Problems eingetreten, und dieselbe auf folgende von mir am Berner-Meridiankreise erhaltenen Positionen eines Fleckens angewandt werden. Ich fand:

1854	d. Beobacht.		nach Berl. Ephemeriden			d. Rechnung nach 1		
	d a	d d	l	d	h	n	d h	d l
VIII 9	+888"	−144"	136°28'53"	15° 54' 18"	948",14	−17°28'1	+118"	+853"
— 14	− 12	− 12	141 16 55	14 25 11	8,98	−18 42,3	− 15	− 7
— 19	−856	+306	146 5 34	12 49 57	9,90	−19 48,5	+ 5	−883

Die Formeln 2 und 3 zur Bestimmung der heliocentrischen Lage des Fleckens gehen aus beistehender Figur, aus der zugleich die räumliche Bedeutung der Hülfsgrössen ϱ, z, w, v klar wird, mit Leichtigkeit hervor; denn aus dem rechtwinkligen Raumdreiecke E — FBS folgen



$$\text{Sin d b} = \text{Sin } \varrho \text{ Sin z}$$
$$\text{Tg d l} = \text{Tg } \varrho \text{ Cos z}$$

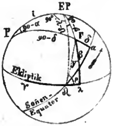
und aus dem ebenen Dreiecke FES

$$\text{Sin } \varrho : \text{Sin } (w + \varrho) = r : R = \text{Tg h}$$

wovon die drei ersten der Formeln 3 einfache Annäherungsformeln sind, während die vierte Formel 3 und die erste Formel 2 unmittelbar aus dem rechtwinkligen Kugeldreiecke FCM hervorgehen, und die zweite Formel 2 ebenfalls aus der Figur folgt. Sie ergeben für unser Beispiel

1854	z	ϱ	w	v	β	λ
VIII 9	7° 52',6	861"	65° 1',5	64° 49',0	7° 8',1	— 107° 32',6
— 14	244 59,0	17	0 59,7	— 0 25,2	—0 54,1	— 88 17,8
— 19	179 40,5	883	68 7,6	— 68 7,6	0 18,1	84 18,1

Die der Formel 4 entsprechenden drei Gleichungen für die drei Beobachtungen



$$\begin{aligned}\sin\delta &= \cos i\,.\sin\beta \;-\sin i\cos\beta\,\sin(\lambda\;-\Omega)\\ &= \cos i\,.\sin\beta'\,-\sin i\cos\beta'\sin(\lambda'\,-\Omega)\\ &= \cos i\,.\sin\beta''-\sin i\cos\beta''\sin(\lambda''-\Omega)\end{aligned}$$

folgen einfach aus dem Dreiecke F. P. EP. Subtrahirt man die erste dieser Gleichungen von der zweiten, und setzt

$$\frac{\beta'+\beta}{2}=a' \qquad \frac{\beta'-\beta}{2}=b'$$

$$\frac{\lambda+\lambda'}{2}-\Omega=c' \qquad \frac{\lambda-\lambda'}{2}=d' \qquad \mathbf{7}$$

$$\operatorname{Ctg} b'\sin d'=F'\sin G' \qquad \operatorname{Tg} a'\cos d'=F'\cos G'$$

$$H'=G'+\frac{\lambda+\lambda'}{2}$$

so erhält man nach und nach

$$\operatorname{Ctg} i=\frac{\cos\beta'\sin(\lambda'-\Omega)-\cos\beta\sin(\lambda-\Omega)}{\sin\beta'-\sin\beta}=$$

$$=\frac{\cos(a'+b')\sin(c'-d')-\cos(a'-b')\sin(c'+d')}{2\cos a'\sin b'}=$$

$$=-(\operatorname{Tg} a'\sin c'\cos d'+\operatorname{Ctg} b'\cos c'\sin d')=F'\sin(\Omega-H') \qquad \mathbf{8}$$

und ebenso, wenn man die erste von der dritten abzieht, sowie

$$\frac{\beta''+\beta}{2}=a'' \qquad \frac{\beta''-\beta}{2}=b'' \qquad \frac{\lambda+\lambda''}{2}-\Omega=c'' \qquad \frac{\lambda-\lambda''}{2}=d'' \qquad \mathbf{9}$$

$$\operatorname{Ctg} b''\sin d''=F''\sin G'' \qquad \operatorname{Tg} a''\cos d''=F''\cos G'' \qquad H''=G''+\frac{\lambda+\lambda''}{2}$$

setzt, ganz entsprechend

$$\operatorname{Ctg} i=F''\sin(\Omega-H'') \qquad \mathbf{10}$$

Durch Gleichsetzung der beiden Werthe von Ctg i erhält man, wenn

$$\frac{H'+H''}{2}-\Omega=e \qquad \frac{H'-H''}{2}=f \qquad \operatorname{Tg}\zeta=\frac{F'}{F''} \qquad \mathbf{11}$$

gesetzt wird,

$$F'\sin(e+f)=F''\sin(e-f)$$

oder die zur Berechnung des aufsteigenden Knotens bequeme Formel

$$\operatorname{Ctg}\left(\frac{H'+H''}{2}-\Omega\right)=\operatorname{Ctg} e=\frac{F''-F'}{F''+F'}\operatorname{Ctg} f=\operatorname{Tg}(45^0-\zeta)\operatorname{Ctg}\frac{H'-H''}{2} \qquad \mathbf{12}$$

und kann sodann mittelst 10 oder 8 auch i wirklich berechnen. Ferner folgen aus obiger Figur

$$\sin\delta=\sin y\,.\sin(p-i) \qquad \operatorname{Tg}\alpha=\operatorname{Tg} y\,.\cos(p-i) \qquad \mathbf{13}$$

$$\operatorname{Tg} p=\operatorname{Tg}\beta\,.\operatorname{Cosec}(\lambda-\Omega) \qquad \operatorname{Tg} y=\operatorname{Tg}(\lambda-\Omega)\operatorname{Sec} p \qquad \mathbf{14}$$

woraus sich p und y und sodann δ bequemer als nach 4 berechnen lässt; zugleich ist damit 5 gegeben, während sich endlich 6 von selbst versteht. Nach diesen Formeln erhält man in dem vorliegenden Beispiele successive

$G' = 89^0\,40',9$	$F' = \overline{0{,}90781}$	$H' = 16^0\,45',7$	$\Omega = 80^0\,33',3$
$G'' = 89\;\;55{,}4$	$F'' = \overline{1{,}19929}$	$H'' = 53\;\;15{,}7$	$i = 7\;\;51{,}0$
$p = 41\;\;37{,}3$	$y = 169^0\,13{,}2$	$\alpha = 171\;\;0{,}3$	$\delta = 5\;\;58{,}0$
$p'' = 179\;\;35{,}0$	$y'' = 46\;\;20{,}2$	$\alpha'' = 318\;\;57{,}7$	$T = 25^d{,}182$

So oder auf ähnliche Weise erhielten:

Berechner	aus Beobachtungen von	d. h.	T	☊ für Equin. d. Beob.	☊ für Equin. 1850	i
Scheiner	1625	Max.	25^d,333	69°,5	72°,7	7°,5
Halley	1676 VII—VIII	vor Min.	25,396	—	—	—
Delambre	1775 VI	vor Min	25,012	80,1	81,2	7,3
Fixlmillner	1767 V—VI	nach Min.	25,654	81,1	82,2	7,1
—	1776 VII—IX	nach Min.	25,566	79,2	60,3	6,3
Lalande	1776	nach Min	25,417	7[illegible],0	79,1	7,3
Biot	1777 XII	nach Min.	25,538	70,7	71,7	6,4
Flaugergues	1605 III—IV	Max.	25,421	76,2	78,8	7,3
Eynard	1815—1816	Max.	25,393	—	—	—
Bianchi	1816 IX—17 III	Max.	25,180	70,5	71,0	7,2
Böhm	1833 V—36 VII	nach Min.	25,521	76,7	76,9	6,9
Laugier	1840	vor Min.	25,340	75,1	75,2	7,1
Kysæus	1840 XII	vor Min.	25,100	76,6	76,7	6,8
Petersen	1840 XII—41 I	vor Min.	24,852	73,5	73,6	8,8
Schwabe	1842 XII—43 VII	vor Min.	25,507	—	—	—
Wolf	1854 VIII	vor Min.	25,182	80,5	80,4	7,8
Carrington	vor 1856, 2	vor Min.	25,110	—	—	—
—	nach 1656, 2	nach Min	25,900	—	—	—
Spörer	1861—1862	Max	25,184	74,1	73,9	6,9
—	1666	vor Min.	25,234	74,4	74,2	8,6
Im Mittel			25,342		76,5	7,0
— — aus Zeiten nach Min. . .			25,599 ± 0,068		78,0 ± 1,8	8,8 ± 0,2
— — — bei Max. . .			25,302 ± 0,051		74,1 ± 1,7	7,2 ± 0,1
— — — vor Min. . .			25,170 ± 0,068		76,9 ± 1,4	7,0 ± 0,2

so dass die Rotationsdauer von einem Minimum bis gegen das nächste Minimum hin sich fortwährend zu vermindern scheint, um dann plötzlich wieder zum alten Werthe zurückzukehren, — während dagegen die Variationen der Länge des Knotens und der Neigung deren Unsicherheiten kaum merklich übersteigen. — Anderseits geht aus den Beobachtungen von **Carrington** folgende Tafel hervor:

Sonnen-Rotationen.	Nördliche Flecken. Anzahl in Breite 0—10	11—20	21—30	31—40	Mittl. Breite.	Südliche Flecken. Anzahl in Breite 0—10	11—20	21—30	32—40	Mittl. Breite.
1854 1—6	19	16	0	0	10°,5	16	8	0	0	8°,7
1854 7—13	14	15	0	0	10,7	17	6	0	0	8,5
1855 14—20	16	4	0	0	8,4	13	5	0	0	7,8
1855 21—27	11	1	0	0	6,5	7	4	0	0	9,2
1856 28—34	10	5	0	0	8,7	2	1	2	1	20,3
1856 35—40	1	0	0	3	25,5	1	0	16	4	28,4
1857 41—47	4	0	14	2	21,0	0	0	29	11	28,4
1857 48—53	8	13	47	5	22,0	0	26	40	2	22,0
1858 : 54—60	5	47	34	5	20,3	2	60	67	9	21,7

Es hatten also die Flecken **vor** dem Minimum von 1856 eine kleine, **nach** dem Minimum eine grosse, dann aber langsam wieder abnehmende Breite, und analog konnte ich aus den Beobachtungen von **Böhm** nachweisen, dass

in den Jahren	1833	1834	1835	1836
die mittlern Breiten	9°,9	25°,0	22°,6	26°,7

betragen hatten. — Drittens ergaben nach **Spörer** Flecken in

nördlicher Breite	die Rotation	südlicher Breite	die Rotation
1°,5	25^d·541	4°,3	25^d,118
6,8	25,214	6,0	25,113
10,9	25,559	12,4	25,374
14,1	25,621	12,8	25,520
16,3	25,661	13,9	25,220
18,1	25,906	15,4	25,770
21,0	25,943	16,2	26,000
24,6	26,120	30,4	26,216

und eine ganz entsprechende Zunahme der Rotationszeit bei Grundlage von Flecken grösserer Breite hatte schon vor ihm auch **Carrington** festgestellt. — Diese drei auf das Schönste zusammenstimmenden Tafeln führten mich zu folgender Ansicht: Die Erscheinung der Sonnenflecken steht mit Strömungen im Zusammenhange, welche von den beiden Polen der Sonne nach ihrem Aequator gehen. Je nach einem Minimum beginnen solche Strömungen, steigern sich bei gegenseitiger Annäherung in ihren, uns erst in mittlern Breiten (—44° Carrington und + 50° Peters sind die grössten gut constatirten Breiten) als Flecken und Fackeln sichtbar werdenden Effekten, bis ein gewisses Max. erreicht ist, und eine Ausgleichung beginnt, welche zur Zeit des Min. vollendet ist. Die dem Equator nahen Flecken **vor** dem Min. sind die letzten Spuren des erlöschenden alten, die **nach** dem Min. in höhern Breiten auftretenden Flecken aber die ersten Wirkungen des neuen Stromes. Zuweilen erlöscht der alte Strom, ehe die Thätigkeit des neuen beginnt, dann gibt es eine längere fleckenlose Zeit, wie z. B. die vom Sommer 1809 bis zum Sommer 1811. Andere Male greifen dagegen die beiden Ströme noch über einander, und dann zeigt die Sonne, wie diess 1838/1834 der Fall war, auch zur Zeit des Min. fast immer Flecken. — Ein von **Bianchi** von 1816 XI bis 1817 III verfolgter Flecken gab ihm bei seinen fünf Erscheinungen die nördlichen Breiten 6° 26′, 8° 22′, 8° 18′, 10° 55′ und 14° 57′, ging also in 4 Monaten um 8°, oder, da ein Breitegrad der Sonne etwa 1680 Meilen beträgt, täglich um 100 Meilen nach Norden. Entsprechend fand auch **Spörer**, dass die meisten Flecken eine Eigenbewegung vom Equator gegen die Pole zeigen, und machte es wahrscheinlich, dass diese Bewegungen mit Winden auf der Sonne zusammenhängen: Er fand nämlich aus Flecken, die bei zwei auf einander folgenden Erscheinungen bei gleichen Längen auch gleiche Breiten zeigten, die muthmasslich wirklichen Werthe für Rotationszeit und täglichen Rotationswinkel

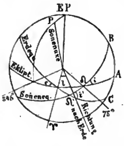
$$T = 25^d\ 4^h\ 24^m = 25^d{,}184 \qquad \xi = \frac{360^0}{T} = 14^0{,}295$$

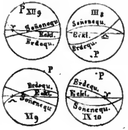
Dagegen erhielt er z. B. aus einem in der Breite —9° stehenden Flecken $T = 25^d{,}325$ oder $\xi = 14^0{,}215$, musste also annehmen, dass dieser Flecken

gegen die Sonne um $d\xi = 0^0{,}080$ surückbleibe, wie wenn er durch einen Sturm aus O verhindert würde, der allgemeinen Bewegung von W nach O vollständig zu folgen. Beträgt der Sonnendurchmesser d Meilen, so ist ein Grad des Parallels der Breite b offenbar $d \,.\, \text{Cos}\, b \,.\, \pi : 360$ Meilen. Beschreibt demnach ein Punkt dieses Parallels in einem Tage $d\xi$ Grade, so legt er in einer Stunde

$$v = \frac{d\xi}{24} \cdot \frac{d \,.\, \text{Cos}\, b \,.\, \pi}{360} = \overline{1{,}8455179} \,.\, d\xi \,.\, \text{Cos}\, b \text{ Meilen} \qquad \mathbf{15}$$

surück, wo $d = 192700$ M. angenommen wurde, — also in unserm Beispiele 5,5 M, so dass der Sturm aus O eine stündliche Geschwindigkeit von 5,5 M. hatte. So aufgefasst, gaben **Spörer** seine zahlreichen Beobachtungen folgende Resultate: In der Equatorealzone $\pm 6^0$ weht W; in den Zonen $\pm 6^0$ bis $\pm 10^0$ bald W bald O; näher gegen den Nordpol herrscht SO, gegen den Südpol NO vor. Den Fleckenmangel in der Equatorealzone kann man sich durch in diesen Gegenden constant herrschende heftige Winde erklären. — Die Beobachtungen von **Carrington** zu Grunde legend, kam dagegen **Faye** in seinen 421 erwähnten Abhandlungen zu dem Schlusse, dass die sich scheinbar erzeigenden Ungleichheiten in der Bewegung der Flecken einerseits davon herrühren, dass die Sonnenflecken bis auf 0,01 Sonnenradien oder 1000 Meilen tiefer als die Sonnenoberfläche liegen, und so von der Erde aus nicht an dem Punkte der letztern gesehen werden, unter welchem sie eigentlich stehen, — und dass sie anderseits in circa 130^d je um ihre mittlere Position (auf der nördlichen Hemisphäre im Sinne der Sonnenrotation, für die südliche im Sinne des Uhrzeigers) eine Ellipse beschreiben, deren grosse Axe nach dem Pole gerichtet sei. — Die Verlängerung der Sonnenaxe trifft nach **Winnecke** nahe auf π Draconis, so dass dieser Stern als Polarstern der Sonne bezeichnet werden könnte. Legt man durch diese Axe und den Ekliptikpol eine Ebene, so steht diese sowohl zum Sonnenequator als zur Ekliptik senkrecht, folglich steht auch umgekehrt die Kante von Sonnenequator und Ekliptik zu jener Ebene und zu ihrer Kante in der Ekliptik senkrecht. Geht die Erde (XII 9) durch den aufsteigenden oder (VI 9) absteigenden Knoten des Sonnenequators, so sieht sie ihn als Gerade, die um 7° gegen die Ekliptik geneigt ist; geht sie dagegen (IX 10) vorn, oder (III 8) hinten, durch den Breitenkreis des Nordpols der Sonne, so stehen die Knoten im Sonnenrande, und sie sieht den Equator unter oder über sich als eine merklich elliptische Linie. Endlich hat man aus den von Ekliptik, den beiden Equatoren und dem Sonnenumfange gebildeten Dreiecken, wenn l die heliocentrische Länge der Erde bezeichnet,





$$\text{Cos}\, i' = \frac{\text{Cos}\, i\, \text{Cos}\,(e + x)}{\text{Cos}\, x} \qquad \text{Tg}\, \Omega' = \frac{\text{Tg}\, \Omega\, \text{Sin} x}{\text{Sin}\,(e + x)}$$

$$\text{wo} \qquad \text{Tg}\, x = \text{Tg}\, i\, \text{Cos}\, \Omega \qquad \mathbf{16}$$

$$\Upsilon A = l + 90^0 \qquad \Omega A = l + 90^0 - \Omega$$

$$\text{Tg}\, AB = \text{Tg}\, i\, \text{Cos}\,(l - \Omega) \qquad \text{Tg}\, AC = \text{Tg}\, e\, \text{Cos}\, l$$

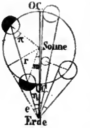
Setzt man $c = 23^{\circ}\,27'$, $\Omega = 75^{\circ}\,8'$ und $i = 7^{\circ}\,9'$, so erhält man $x = 1^{\circ}\,51'$, $i' = 26^{\circ}\,10'$, $\Omega' = 15^{\circ}\,50'$ nnd z B. für $l = 0$ (Herbstequinoctium) $AB = x$ und $AC = e$. — Schliesslich mag noch des von **Buys-Ballot** unternommenen Versuches gedacht werden die wirkliche Rotationszeit der Sonne ohne Hülfe der mit Eigenbewegung begabten Flecken zu finden: Er ging von der Ansicht aus, dass auf der Sonne muthmasslich eine Art Wärme-Pol existire, und sich also ihre Rotation in längern Reihen von Temperaturbestimmungen geltend machen müsse, — fand auch wirklich (s. Pogg. 68 und 84) aus den Beobachtungen von Harlem, Zwanenburg und Danzig eine übereinstimmende Periode von $27^d,682 \pm 0,003$, welche eine Sonnenrotation von $25^d,732$ bedingen würde, — und wies dabei nach, dass uns 1846 I 1, die kältere, 1846 I 15 aber die wärmere Seite der Sonne gegenübergestanden habe, und dass je der ersteren Lage eine durchschnittlich um $0^{\circ},7$ C niedrigere Temperatur als der zweiten entspreche. Einen ähnlichen Versuch machte neuerlich (s. Schlömilch 1871) **Hornstein**, indem er eine in den Veränderungen der magnetischen Declination, Inclination und Intensität aufgefundene Periode von $26^d,33$ mit der synodischen Sonnenrotation identificirte, und daraus eine wirkliche Sonnenrotation von $24^d,55$ ableitete.

XLVIII. Die Planeten, Monde und Ringe.

425. Merkur und Venus. Die beiden Planeten Merkur und Venus, die näher bei der Sonne stehen als die Erde, daher nie in Opposition und nur in eine bestimmte Elongation (28° und 47°), aber vor und hinter die Sonne (untere und obere Conjunction) treten können, heissen **untere Planeten**, und zeigen, wie Copernicus lehrte und Galilei zuerst sah, Phasen wie der Mond, und zwar für jede Elongation zwei wesentlich Verschiedene. Bestimmt man nun z. B. für Venus den Abstand von der Erde so, dass die dadurch bedingten Phasen mit den beobachteten übereinstimmen, so bleibt die Distanz von der Sonne nahe constant, wie es das Copernicanische System bestimmt verlangt, das Ptolemäische (unter Annahme, der Mittelpunct des Epicykels liege, entsprechend den Ansichten der Egypter, in der Sonne) höchstens zulässt. — Der nur geringer Elongation fähige Merkur wird selten bequem sichtbar, — dagegen ist Venus, welche, je nachdem sie vor der Sonne auf-, oder nach der Sonne untergeht, **Morgenstern** (Phosphorus oder Lucifer) oder **Abendstern** (Hesperus) heisst, eine der brillantesten Erscheinungen am Himmel, besonders wenn sie, etwa 36 Tage vor und nach der untern Conjunction, in ihrem grössten Glanze steht. — Schröter sah bei beiden Planeten die Beleuchtungsgrenze zackig, und da er überdiess einen Uebergang von dem beleuchteten zu dem dunkeln Theile, eine Art Dämmerung, bemerkte, so schloss er mit Recht auf hohe Berge und starke Atmosphären; überdiess bestimmte

er durch Verfolgung kleiner Ungleichheiten theils die Merkurrotation zu $24^h\ 5^m$ und die Venusrotation zu $23^h\ 16^m$, — theils wurde ihm wahrscheinlich, dass der Equator der Venus gegen ihre Bahn etwa um 72° geneigt sei, so dass bei ihr die heisse Zone in die kalten eingreifen würde, was wohl fast beständige Stürme hervorrufen müsste.

Ungefähr gleichzeitig mit **Galilei** scheint auch **Marius** die Phasen der Venus beachtet zu haben. — Die grösste **Elongation** (e) oder **Digression**, welche von der Erde aus gesehen einer der untern Planeten von der Sonne annehmen kann, hat unter Voraussetzung von Kreisbahnen seine in der Distanz Sonne-Erde als Einheit ausgedrückte Distanz zum Sinus, und sie ist daher für Merkur Arc Sin 0,387 = 23° und für Venus Arc Sin 0,723 = 46°. Wegen der starken Excentrität der Bahn Merkur's schwankt sie jedoch bei ihm zwischen 17° 36′ und 28° 20′, — bei Venus dagegen nur zwischen 44° 57′ und 47° 18′. — Bezeichnet F den der Grösse der Sichel direct und dem Quadrate der Distanz ϱ des Planeten von der Erde umgekehrt proportionalen Glanz, so ist, wenn R die Distanz Sonne-Erde, mit Hülfe von 165 und 104 : 7, da laut Figur der Winkel der Sichel gleich $180^0 - \pi$ gesetzt werden darf,



$$F = \frac{1}{\varrho^2} \cdot \mathrm{Sin}^2 \frac{180 - \pi}{2} = \frac{(r + \varrho + R)(r + \varrho - R)}{4 r \varrho^2} \qquad 1$$

folglich

$$\frac{dF}{d\varrho} = \frac{1}{4 r \varrho^4} [3R^2 - 3r^2 - \varrho^2 - 4r\varrho] \qquad 2$$

Es wird also F ein Maximum, wenn

$$\varrho^2 + 4r\varrho = 3(R^2 - r^2) \qquad \text{oder} \qquad \varrho = \sqrt{3R^2 + r^2} - 2r \qquad 3$$

Bezeichnet aber η die Elongation, welche diesem ϱ entspricht, so wird

$$\mathrm{Cos}\,\eta = \frac{\varrho^2 + R^2 - r^2}{2R\varrho} = \frac{\varrho}{2R} + \frac{R^2 - r^2}{2R} \cdot \frac{\sqrt{3R^2 + r^2} + 2r}{3R^2 + r^2 - 4r^2} =$$

$$= \frac{2}{3R} \left[\sqrt{3R^2 + r^2} - r \right] \qquad 4$$

und überdiess bestehen, wenn m den heliocentrischen Abstand von der untern Conjunction, t die von derselben aus gezählte Zeit des grössten Glanzes, und T die synodische Umlaufszeit des Planeten bezeichnet, unter Voraussetzung von Kreisbahnen die Proportionen

$$\mathrm{Sin}\, m : \mathrm{Sin}\, \eta = \varrho : r \qquad t : T = m : 360^0 \qquad 5$$

So z. B. findet man für Venus, wenn R = 1, r = 0,723 und $T = 584^d$ gesetzt werden, $\varrho = 0{,}431$, $\eta = 39^0\ 43'$, $m = 22^0\ 23'$ und $t = 36^d$. — Zur Zeit des grössten Glanzes, wie solcher z. B. 1871 VIII 20, wo Venus Abendstern, und XI 1, wo sie Morgenstern war, kürzlich eingetroffen ist, überglänzt Venus weit alle Sterne erster Grösse, — hat schon oft, wie z. B. 1630 in Tübingen, 1716 in London und 1798 in Paris, die abergläubische Menge erschreckt, — und ist oft bei Tage gesehen worden; Nachts vermag sie zu dieser Zeit Schatten zu werfen, ja ihr Licht reicht alsdann nach **Humboldt** in südlichen Breiten

hin einen Sextanten abzulesen. Ueber die Bestimmung des grössten Glanzes der Venus vergleiche z. B. „**Halley,** Venus seen, for many days together in the day time (Phil. Trans. 1716), Johann **Kies** (Tübingen 1713— Tübingen 1781; Professor der Mathematik und Physik in Berlin und Tübingen), Observation sur le plus grand eclat de Venus, en supposant son orbite et celle de la terre elliptique (Mém. de Berl. 1750), — **Lambert,** Vom Glanze der Venus (Berl. Jahrh. 1780), — **Grunert,** Venus im grössten Glanze. (Archiv 1853), etc. — Beim Durchgange Merkur's 1799 V 7 sahen **Schröter, Harding,** etc. auf ihm einen leuchtenden Punkt, — vielleicht einen thätigen Vulkan. — Bei Venus ist widerholt, so schon von William **Derham** (Stoughton bei Worcester 1657— Upminster 1735; Pfarrer zu Upminster), vergl. dessen „Astro-Theology. London 1714 in 8 (5 ed. 1720; deutsch von J. A. Fabricius, Hamburg 1732 und später; franz. Paris 1729 und Zuric 1760; lat. Napoli 1728), dann wieder von Christfr. **Kirch** 1720 VI 7 (Berl. Jahrb. 1812, p. 221) und später von dessen Schüler Andreas **Mayer** (Augsburg 1716— Greifswald 1782; Professor der Mathematik und Physik zu Greifswald) 1759 X 20, vergl. seine „Observationes Veneris Gryphiswaldenses. Gryphiswaldiæ 1769 in 4.", von Friedrich von **Hahn** (Landgut Neuhaus in Holstein 1741— Remplin 1805; mecklenburgischer Erblandmarschall) um 1793 widerholt (Berl. Jahrb. 1796), etc. bei ganz kleiner Sichel die Nachtseite gesehen worden, — ob durch eigenes Phosphoresciren, ob durch Reflexe, oder durch welche Ursachen, konnte noch nicht mit Bestimmtheit ermittelt werden. — Für weitern Detail vergleiche **Schröter,** Aphroditographische Fragmente zur genauern Kenntniss des Planeten Venus. Helmstedt 1796 in 4. (Nachtrag 1811), und: Hermographische Fragmente zur genauern Kenntniss des Planeten Mercur. Göttingen 1815—1816, 2 Th. in 8., — **Beer** und **Mädler,** Beiträge zur physischen Kenntniss der himmlischen Körper im Sonnensysteme. Weimar 1841 in 4., — etc."

426. Mars. Der erste der sog. **obern**, statt zur untern Conjunction, zur Opposition kommenden Planeten, der sich durch sein röthliches Licht auszeichnende Mars, rotirt nach Cassini in $24^h\ 37^m$, und bietet zwei sehr merkwürdige Eigenthümlichkeiten dar: Die Eine bezieht sich auf seine Gestalt, da sonderbarer Weise, während man bei ihm entsprechend seiner Rotation etwa wie bei der Erde die Abplattung $^1/_{300}$ erwarten sollte, Herschel dafür $^1/_{16}$, Arago $^1/_{32}$, Schröter $^1/_{81}$, Kaiser $^1/_{118}$ und nur Bessel keine merkliche Abplattung fand, ohne dass bis jetzt diese Anomalien genügend erklärt werden konnten. Die Andere betrifft die weissen Flecken veränderlicher Grösse, welche schon von Maraldi an den Polen gesehen und dann von Herschel als den Jahreszeiten conforme Schneedecken, also als Zeugnisse von Atmosphäre, Wasser und der Erde entsprechenden klimatischen Verhältnissen nachgewiesen wurden. Da der Mars-Equator um 28° 42′ gegen seine Ekliptik geneigt ist, so stimmt Mars auch in Jahreszeiten und Zonen nahe mit der Erde überein. Nach Phillips scheint die etwas röthliche, nördliche Hemisphäre des Mars ein grosser Continent, — die etwas grünliche, südliche Hemisphäre dagegen ein Meer zu sein.

Für die im Texte angeführte erste Bestimmung der Mars-Rotation vergl. „J. D. **Cassini**, Martis circa proprium axem revolubilis observationes Bononienses. Bonon. 1666 in fol.“; seither erhielt **Herschel** für die Rotation $24^h\ 39^m\ 4^s$, **Mädler** $24^h\ 37^m\ 23^s$, Frederik **Kaiser** (Amsterdam 1808; Professor der Astronomie und Director der Sternwarte zu Leyden) $24^h\ 37^m\ 22^s{,}62$, etc., während ich (s. Mitth. XXII) und **Linsser** ganz übereinstimmend $24^h\ 37^m\ 22^s{,}9$ fanden. — In Beziehung auf die Mars-Abplattung mag dem im Texte Gesagten beigefügt werden, dass die Messung von **Schröter** von 1798, diejenige von **Kaiser** von 1862 datirt. — Für die Flecken, speciell für die Polarflecken des Mars vergl., ausser den 425 erwähnten Beiträgen, „**Maraldi**, Observations sur les taches de Mars (Mém. de Par. 1720), — **Herschel**, On the remarkablea Appearances at the polar-regions of the planet Mars, the inclination of its Axis, the position of its Poles, and its spheroidical Figure Phil. Trans. 1784), — **Secchi**, Osservazioni di Marte fatte durante l'opposizione del 1858 (Mem. dell'Osserv. del Coll. Rom. 1859), — etc.“

427. Jupiter und seine Monde. Jupiter, der nach Cassini in $9^h\ 55^m$ rotirt, und entsprechend die starke Abplattung $^1/_{15}$ zeigt, zeichnet sich theils durch seine Grösse, — theils durch zwei, zuerst von Zucchi gesehene, equatoreale, muthmasslich seiner Atmosphäre angehörende, wenigstens nach Schwabe in Lage, Breite und Tinte veränderliche, dunkle, wie durch parallele Linien gebildete Streifen, — theils durch vier von Galilei, Marius und Harriot fast gleichzeitig gesehene Monde aus, welche ihn in $a = 1{,}76986$, $b = 3{,}55409$, $c = 7{,}16638$ und $d = 16{,}73355$ Tagen beinahe in der Ebene seines Equators umkreisen, und zuerst den bestimmten Beweis geliefert haben, dass die Erde nicht das allgemeine Centrum der Bewegungen ist. Diese vier Monde, deren Umlaufszeiten die merkwürdige Beziehung

$$k = 247 \,.\, a = 123 \,.\, b = 61 \,.\, c = \text{circa}\ 26 \,.\, d = 437^d \qquad \mathbf{1}$$

eingehen, sind durch ihr häufiges Eintauchen in den Schatten Jupiters für Längenbestimmungen zur See wichtig geworden, — und zugleich führte die Thatsache, dass die beobachteten Verfinsterungen sich im Vergleiche zu den Berechneten gegen die Conjunction hin immer mehr verspäten, bis am Ende die Differenz nahe 1000^s beträgt, während die Entfernung der Erde vom Jupiter um circa 40 Millionen Meilen zugenommen hat, Römer auf die Idee, dem Lichte eine Geschwindigkeit von 40000 Meilen beizulegen. Letztere ist durch Struve genauer dahin bestimmt worden, dass das Licht $497^s{,}827 = \overline{2{,}6970785}$ braucht, um die Sonnenweite zu durchlaufen, oder in einem siderischen Jahre $63392 = \overline{4{,}8020330}$ Sonnenweiten, ein sog. **Lichtjahr,** zurücklegen kann.

Die erste Bestimmung der Rotationszeit Jupiter's ergab **Cassini** $9^h\ 56^m$, vergl. seine „Lettere astronomiche al Sign. O. Falconieri soprà le varietà delle macchie osservate in Giove, e loro diurne rivoluzioni. Roma 1665 in fol.“;

er benutzte dazu einen am südlichen Streifen hängenden Flecken. Später erhielt er bald ähnliche, bald kleinere Werthe, ja einmal (1692) sogar nur $9^h 50^m$, so dass diese Flecken, ähnlich wie die der Sonne, eigene Bewegungen verrathen. **Herschel** fand 1778: $9^h 55^m 40^s$ und 1779: $9^h 50^m 48^s$, — **Schröter** 1785: $9^h 56^m 56^s$ und 1786: $9^h 55^m 18^s$, — **Airy** 1834: $9^h 55^m 24^s,2$, — **Mädler** 1862: $9^h 55^m 26^s,5$, — **Schmidt** ebenfalls 1862: $9^h 55^m 28^s,7$ — etc., — und nach **Arago** würde (v. Astr. pop. in 324) das Gesetz bestehen, dass die dem Equator nähern Flecken eine kleinere Rotationsdauer ergeben, also ganz wie man es seither (v. 424) bei der Sonne gefunden hat. — Während **Hevel** in seiner „Selenographia (s 393)“ den Jupiter noch als „Globus satis rotundus“ bezeichnet, fand **Cassini** bei ihm die starke Abplattung von $^1/_{15}$, welche sich auch durch die neuern Messungen bestätigt hat, indem die beiden Axen nach

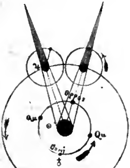
Bessel	2a = 37″,60	2b = 35″,21	also a — b : a = 1 : 15,7
Struve	38,33	35,54	13,7
Secchi	38,36	35,96	16,0
Kaiser	37,54	35,15	15,7

oder im Mittel $^1/_{15,3}$. — Die an die Sonnenflecken-Zonen erinnernden Streifen, welche Jupiter schon in mittlern Fernröhren zu beiden Seiten des Equators zeigt, soll **Torricelli** zuerst bemerkt, jedenfalls **Zucchi** von 1630—1633 beobachtet haben, während **Hevel** 1647 nichts von ihnen wahrnahm; **Cassini** und spätere Astronomen sahen diese Streifen wieder, jedoch nicht immer in gleicher Lage, Ausdehnung und Färbung, — so fand **Herschel** in den 90[er] Jahren einmal Jupiter ganz ohne Streifen, — so sah **Mädler** 1834/1835 den nördlichen Streifen zeitweise verschwinden, — so bemerkte **Schwabe** 1868/1870 bedeutende Veränderungen in Lage und Färbung, — etc. Die stärkern Vergrösserungen der neuern Zeit haben auch gezeigt, dass die nördlich und südlich von den beiden equatorealen Streifen liegenden Zonen noch einmal, gewissermassen in die gemässigten und kalten, von denen letztere etwas dunkler erscheinen, abgetheilt sind, — dass die ganze Oberfläche mit Parallellinien überzogen, wie gefurcht, erscheint, und die grössere oder geringere Feinheit dieser Linien die verschiedenen Tinten bedingt. — **Galilei** sah die vier Monde, welche er Mediceische Gestirne zu nennen vorschlug, zuerst 1610 I 7, vergleiche seinen 1610 III 12 aus Padua dem Grossherzog Cosmos gewidmeten „Sydereus Nuncius. Venet. 1610 in 4. (Auch Francof 1610 in 8., Bononiæ 1655 in 4., etc.),“ — **Harriot**, ohne seine Beobachtung zu publiciren, nur 9 Tage später, — **Marius**, der sie Brandenburgische Gestirne nennen wollte, angeblich schon Ende November 1609, vergl. seine „Practica auf 1612“ und seinen „Mundus jovialis A. 1609 detectus. Norib. 1614 in 4.“ Sie sind auch wirklich schon durch schwache Fernröhren sichtbar, ja der amerikanische Missionär David Tappan **Stoddard** (1818—1857) behauptete (v. Evangelisches Missions-Magazin XI 263), dass man sie in Persien sogar von freiem Auge bemerke. Die Beziehung 1 kann auch auf die Form

$$\frac{K}{a} + 2 . \frac{K}{c} = 247 + 2 . 61 = 3 . 123 = 3 \frac{K}{b} \quad \text{oder} \quad \frac{360}{a} + 2 . \frac{360}{c} = 3 . \frac{360}{b} \quad 2$$

gebracht werden, und von dieser durch **Bradley** schon 1726 entdeckten Beziehung zwischen den mittlern Bewegungen der drei ersten Monde ist sogar seither durch **Laplace** (v. Méc. cel. I 336—344) nachgewiesen worden, dass sie sich nach und nach bilden musste, wenn sie ursprünglich auch nur

annähernd bestand. — Schon **Galilei** dachte daran, die Verfinsterungen der Jupitermonde zur Bestimmung der Meereslänge zu benutzen (v. 366), und pflegte darüber durch Vermittlung seines Freundes Elie **Diodati** (Genf 1576— Paris 16..; Advocat am Parlament zu Paris) mit Spanien und den Generalstaaten Verhandlungen; aber diese Anwendung setzte die Möglichkeit der Vorausberechnung der Zeiten der Ein- und Austritte oder der **Immersionen** und **Emersionen** für einen bestimmten Ort voraus, d. h. zuverlässige Tafeln der Monde, und diese waren damals noch nicht erstelibar, sondern wurden erst zur Noth durch „**Cassini**, Ephemerides Bononienses Mediceorum Siderum Bononiæ 1668 in fol.“ gegeben, — strenge genommen sogar, obschon bereits „Peter Wilhelm **Wargentin** (Sunne Prestgård 1717— Stockholm 1783; Secretär der Academie in Stockholm), Tabulæ pro calculandis ecclipsibus satellitum Jovis (Act. Upsal. 1746; verbessert in Lalande, Astronomie 2 ed.)“ und noch mehr „**Delambre**, Tables pour calculer les éclipses des quatre satellites de Jupiter (Lalande Astronomie 3 ed.)“ ganz ordentliches leisteten, eigentlich erst durch die auf der Theorie von **Laplace** fussenden neuern Tafeln, deren Beste bereits in 420 angeführt wurden. — Der schon im Texte behandelten Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichtes mag noch Folgendes beigefügt werden: Beobachtet man z. B. die Emersion des ersten Mondes bald nach der Opposition von Sonne und Jupiter, und berechnet daraus mit Hülfe der synodischen, der Bewegung Jupiters Rechnung tragenden Umlaufszeit des Trabanten seine folgenden Emersionen, so zeigt sich, dass die beobachtete Zeit der Emersion hinter der Berechneten immer mehr zurückbleibt, bis sich zur Zeit der Conjunction die im Texte angegebene Differenz von circa 1000^s zeigt, welche dann nach der Conjunction entsprechend wieder abnimmt. Die betreffende Vorlage an die Pariser-Academie machte **Römer** 1675 XI 22, vergl. seine „Démonstration touchant le mouvement de la lumière (Ann. Mém. Par. I, X)“; er hatte damals für die Zeit, welche das Licht braucht um die mittlere Distanz der Sonne zu durchlaufen, 11^m = 660^s gefunden, welche sodann sein Schüler **Horrebow** später sogar auf 847^s erhöhte, während in der neuern Zeit **Delambre** aus etwa 1000 Verfinsterungen des ersten Trabanten 493^s,2, d. h. eine nahe an die von **Struve** aus den Aberrationserscheinungen erhaltenen 497^s,8 kommende Zahl, erhielt. Vergleiche 405.



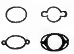
428. Saturn, sein Ring und seine Monde. Der oberste der alten Planeten, der in 10^h 29^m rotirende und entsprechend die starke Abplattung $^1/_{10}$ zeigende Saturn, zeichnet sich durch seinen schon von Galilei und Hevel bemerkten, aber erst von Hugens wirklich erkannten, von W. Ball zuerst getheilt gesehenen Ring aus. Die Dicke dieses, mit Saturn nach Schwabe nicht ganz concentrischen Doppelringes soll nur 10 Meilen betragen, und sich daher sein Ver-

schwinden erklären, wenn seine Ebene durch die Erde oder Sonne geht. Wie er entstanden sein mag, ist mit Sicherheit kaum zu ermitteln, jedoch schwerlich nach der Meinung von Maupertuis oder O. Struve beim Treffen Saturns auf einen Kometenschweif oder chaotische Materie, — weit eher nach der Ansicht Horner's und entsprechend dem bekannten Versuche Plateau's, aus einer durch die Centrifugalkraft von Saturn abgelösten Wassermasse, welche in Dunstform das Maximum der Abplattung annehmen, sowie in Dimension und Theilung veränderlich bleiben konnte. In ähnlicher Weise dürften die Monde der Planeten durch Ablösung entstanden sein, zumal ihre Anzahl im Allgemeinen mit der Abplattung zunimmt, und so bei Saturn 8 beträgt, — und ebenso der dunklere und halbdurchsichtige Ring, welchen Bond 1850 zwischen Saturn und dem innern Ringe entdeckte. Die so eben erwähnten, von Hugens, Cassini, Herschel und Lassell nach und nach entdeckten 8 Saturnsmonde haben die Umlaufszeiten a = 0,94, b = 1,37, c = 1,89, d = 2,74, e = 4,52, f = 15,94, g = 22,50 und h = 79,33^d, welche nach d'Arrest die Relationen

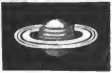
$$494 . a = 340 . b = 247 . c = 170 . d \qquad g = 5e \qquad h = 5f$$

einzugehen scheinen; die äussern und innern Durchmesser der Ringe und Saturn's aber betragen nach W. Struve 40″,09, 35″,29, 34″,47, 26″,67 und 17″,05.

Nach Publication seines „Sydereus Nuncius (v. 427)“ beschäftigte sich **Galilei** auch mit Saturn, — glaubte wiederholt zu seinen beiden Seiten kleinere Kugeln, wie zwei Diener, die den alten Herrn stützen, zu sehen, — wurde jedoch aus seiner Gestalt, welche ihm entsprechend der



beistehenden Figuren zu wechseln schien, nicht recht klug, — entschloss sich darum vorläufig seine Entdeckung nur in dem Anagramme „smaismrmilmepoetalevmibunenugttavlras (v. 32) bekannt zu machen, — und gab erst später nach dem Wunsche von **Keppler**, der sich vergeblich bemüht hatte, dasselbe zu entziffern, die Lösung: „Altissimum planetam tergeminum observavi.“ Als ihm aber sodann 1612 Saturn mehrmals rein nur in elliptischer Form, wie man ihn nach **Stoddard** in Persien von freiem Auge sieht, erschien, glaubte er sich getäuscht zu haben und verlor den Muth zu weiterer Beobachtung. — Die Zeichnungen, welche **Hevel** in seiner „Selenographia (v. 393)“ von Saturn gab, stimmen so ziemlich mit der 3ten und 4ten der obigen überein, und zeigen, dass auch er zu keinem eigentlichen Resultate kam. — Glücklicher war **Hugens**, der seine Saturns-Beobachtungen 1655 III 25



mit Entdeckung eines seiner Monde (des nachmaligen 6ten oder Titan's) begann, und schon nach Jahresfrist bei Abfassung seiner Schrift „De saturni luna observatio nova. Hagæ 1656 in 4.“ den um Saturn schwebenden Ring, und die, durch die verschiedenen Stellungen der Sonne und Erde gegen

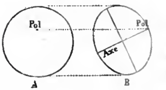
ihn, veranlassten Verschiedenheiten in seiner Erscheinung so weit erkannt hatte, um sie vorläufig in dem Anagramme: „a^7 c^5 d e^5 g h i^7 l^4 m^2 n^9 o^4 p^2 q r^2 e t^5 u^{5u} niederlegen zu können, von dem er dann in seiner zweiten Schrift „Systema Saturninm, sive de causis mirandorum Saturni phænomenon. Hagæ 1659 in 4." nebst allem Detail seiner Beobachtungen und Betrachtungen auch den Schlüssel „Annulo cingitur, tenui, plano, nusquam cohærente, ad eclipticam inclinato" gab. — Von der Ansicht ausgehend, dass es nicht mehr Monde als Planeten geben könne, versäumte **Hugens** nach weitern Saturn-Monden zu suchen, und überliess so **Cassini** das Vergnügen in den Jahren 1671 bis 1684 noch vier Monde (den 8. 5. 4 und 3ten oder Japhet, Rhea, Dione und Thetis) zu finden, welchen sodann **Herschel** 1789 weitere zwei (den 2 und 1ten oder Encelades und Mimas) beifügte, und endlich **Bond** und **Lassell** 1848 zum muthmasslichen Abschlusse noch einen achten (den 7ten in der Reihe von Saturn weg, den Hyperion). — Während **Cassini** sich noch vergeblich bemüht hatte, die Rotationszeit Saturns zu bestimmen, gelang es **Herschel** von 1793 an: Er fand zuerst 10^h 16^m 44^s, schliesslich im Mittel aus verschiedenen Bestimmungen 10^h 29^m 17^s. Ebenso mass **Herschel** 1789 die scheinbaren Durchmesser Saturns, fand für den equatorealen 28'',8, für den polaren 20'',6, also die Abplattung $^1/_{10}$, — dieselbe, welche auch aus den von **Bessel** erhaltenen Durchmessern 17'',053 und 15'',381, und den von **Lassell** erhaltenen 17''453 und 15'',829 hervorgeht, während dagegen die neuern Beobachter eine von **Herschel** vermuthete, nach ihm durch Ablösung einer Equatorealzone erklärbare Unregelmässigkeit in der Gestalt Saturn's nicht finden konnten.— Nach einer Angabe in dem Werke „John Russel **Hind** (Nottingham 1823; erst Observator in Greenwich und auf der Sternwarte von Bishop, jetzt Superintendent des Nautical Almanac), The Solar System. New-York 1852 in 12." wurde die Theilung des Saturn-Ringes schon um 1665 von William **Ball** in Devonshire bemerkt, jedenfalls spätestens um 1675 durch **Cassini**, der dann auch in der Folge nebst seinem Neffen **Maraldi** das Durchgehen der Theilung constatirte. Die von **Schwabe** durch Messungen bewiesene Excentricität des Saturnringes, d. h. das Nichtzusammenfallen seines Mittelpunktes mit demjenigen Saturns deutete schon der Propst Jean-Charles **Gallet** zu Avignon in seinem „Système des apparences de Saturne (Journ. d. Sçav. 1684 VI 12)" an. Dass der Saturnring rotirt, ist wohl ohne weiteres anzunehmen; dagegen ist die von **Herschel** gefundene Rotationszeit von 10^h 12^m 15^s doch muthmasslich etwas zu klein. Noch führe ich an, dass mir die beiden Ringe wiederholt nicht genau in derselben Ebene zu liegen schienen, und dass **Kater**, **Encke**, etc. zuweilen auf dem äussern Ringe noch weitere Theillinien zu sehen glaubten. — In Beziehung auf das über die Entstehung der Monde und Ringe im Texte Gesagte, mag noch erwähnt werden, dass der nach Joseph-Antoine-Ferdinand **Plateau** (Brüssel 1801; Professor der Physik zu Gent) benannte, in seinem „Mémoire sur les phénomènes que présente une masse liquide libre et soustraite à l'action de la pesanteur (Mém. de Brux. 1843)" beschriebene Versuch darin besteht, dass man Oel in eine mit ihm gleich dichte Mischung von Wasser und Weingeist bringt, es darin zu einer Kugel sammelt, durch dieselbe einen rauhen Draht steckt, und nun diesen sammt der adhärirenden Kugel mittelst einer Kurbel rasch umdreht: Die Kugel plattet sich hiebei ab, und wenn die Geschwindigkeit gehörig gesteigert wird, so lösen sich equatoreale Theile ab, die sofort als Kugeln (Monde) oder sogar als Ringe ihre Bewegung selbständig fortsetzen. — Zum Schlusse ist noch zu bemerken,

dass Saturn ähnliche Wechsel von hellern und dunklen Zonen zeigt, wie sie bei Jupiter vorkommen, — dass **Herschel** die Polarzonen im Saturns-Sommer weniger glänzend als im Frühling fand, — dass **Lassell** und **Dawes** zuweilen farbige Zonen zu sehen glaubten, — kurz dass bei Saturn manche Erscheinungen, wie z. B. auch noch das von **Herschel** bemerkte Kleben der Monde, auf eine merkliche Atmosphäre zu schliessen erlauben.

429. Uranus und seine Monde. Als Herschel am 13. März 1781, nachdem man bei 2000 Jahren Saturn als äussersten Planeten betrachtet hatte, in Folge 1779 begonnener consequenter Durchmusterung des Himmels in den Zwillingen einen unbekannten Wandelstern entdeckte, dachten anfänglich weder Er noch Andere an einen neuen Planeten, sondern an einen Kometen, und erst als die beobachteten Oerter sich in keine Parabel fügen wollten, dagegen Lexell und Laplace eine dazu passende Kreisbahn von grossem Radius auffanden, ja es sich zeigte, dass schon Lemonnier und Andere ihn wiederholt als vermeintlichen Fixstern beobachtet hatten, lag der planetarische Charakter so deutlich vor, dass der Findling unter dem Namen Uranus in das Planetensystem eingereiht wurde. Weitere Bestimmungen konnten wegen der grossen Entfernung nicht erhalten werden, — dagegen haben Herschel und Lassell 4 Monde der Umlaufszeiten a = 2,512, b = 4,144, c = 8,706 und d = 13^d,483 aufgefunden, — ja Ersterer noch 4 Andere von circa 6, 11, 38 und 108^d Umlauf zu erkennen geglaubt, die aber seither nicht wieder gesehen werden konnten.

Bald nachdem **Herschel** der Roy. Society 1781 IV 26 in einer „Account of a Comet" betitelten Note seine Entdeckung mitgetheilt hatte, fing sich auch Jean-Baptiste-Gaspard **Bochart** de Saron (Paris 1730— Paris 1794 als Opfer der Schreckenszeit; Mitglied der Pariser-Academie und erster Präsident des Parlaments) mit dem neuen Gestirne zu beschäftigen an, und da es ihm 1781 V 8 nachzuweisen gelang, dass die Periheldistanz desselben mindestens 12 betragen müsse, so setzte sich schon damals bei den französischen Astronomen die Ansicht fest, es habe **Herschel** einen äussern Planeten und nicht einen Kometen entdeckt, — eine Ansicht, welche dann etwas später durch die im Texte erwähnten Untersuchungen von **Lexell** und **Laplace** so fest begründet wurde, dass auch der Entdecker in seiner 1782 XI 7 der Roy. Society gelesenen Abhandlung „On the Diameter and Magnitude of the Georgium Sidus" zu derselben übertrat. Den neuen Planeten nach dem Vorschlage von **Herschel** zu Ehren seines königlichen Gönner's „Georgs-Gestirn", oder nach demjenigen von **Lalande** zu Ehren des Entdeckers „Herschel" zu nennen, fand dagegen keinen Anklang, und nach längerer Controverse siegte endlich der von **Bode** beliebte Name „Uranus". — Einige Astronomen wollten allerdings auch nachher noch behaupten, Uranus sei doch eigentlich ein Comet: Er habe früher eine langgestreckte Bahn durchlaufen, und sei erst in den letzten Jahren durch Einwirkung der Planeten in eine Kreisbahn hineingerathen; aber als **Bode** zeigen konnte, dass mehrere Positionen von sog. verlorenen Sternen in dieselbe

Kreisbahn hineinpassen, also Uranus schon vor langen Jahren unerkannt beobachtet wurde, wie z. B. 1690 XII 13 von **Flamsteed** und 1756 IX 25 von Toh. **Mayer**, so war diess natürlich durchschlagend, und seither hat sich sogar gezeigt, dass Uranus ausser diesen zwei Malen durch **Flamsteed, Bradley** und **Lemonnier** noch mindestens 21 Male vor seiner Entdeckung durch **Herschel**, als vermeintlicher Fixstern beobachtet wurde, ja dass man sogar vermuthen muss, es haben ihn die Bewohner von Otaheiti schon lange vorher als Wandelstern erkannt. — **Herschel** schrieb Uranus eine merkliche Abplattung zu, ja **Mädler** glaubte dieselbe auf $^1/_{10}$ setzen und entsprechend Uranus eine sehr schnelle Rotation beischreiben zu müssen, während **O. Struve** keine Abplattung erkennen konnte. Diese Resultate widersprechen sich jedoch, wie schon **Arago** bemerkte, keineswegs, wenn man annimmt, es habe der letztere Beobachter seine Messungen zu einer Zeit gemacht, wo uns Uranus (wie bei A) seinen Pol zuwandte, ersterer dagegen zu einer Zeit, wo uns Uranus (wie bei B) seine fast in die Ekliptik fallende Axe zukehrt.



— Wilh. **Herschel** fand die jetzigen Monde 3 und 4 (Titania und Oberon) 1787 I 1 auf, und glaubte dann noch 1790 I 18 und II 19, 1794 II 28 und III 26 vier andere, schon im Texte als zweifelhafte bezeichnete, erkannt zu haben, übrigens selbst diese Monde als kaum sichtbar bezeichnend; John **Herschel** und **Lamont** sahen später nur die Monde 3 und 4, dagegen fand **Lassell** ausser ihnen 1851 auf Malta noch die Monde 1 und 2 (Ariel und Umbriel). Höchst merkwürdig ist die von W. **Herschel** aufgestellte, und von **Lassell** nicht widerlegte Behauptung, dass die Uranus-Monde, die sonst unserm Planetensysteme fremde retrograde Bewegung zeigen, wodurch das in 428 angedeutete und in 470 weiter ausgeführte cosmogonische System einen schweren Stand erhält. — Vergl für das Uranus-System und seine Entdeckung die Schriften „**Lalande**, Mémoire sur la planète de Herschel (Mém. Par. 1779 et 1787; deutsch mit Anmerkungen von Hell 1792 in seinen Beiträgen), — **Lexell**, Recherches sur la nouvelle planète (Comm. Petrop. 1783), — **Bode**, Von dem neu entdeckten Planeten. Berlin 1784 in 8, — W. **Herschel**, On the Georgian Planet and its Satellites (Phil. Trans. 1787, 1788, 1797 and 1815), — **Wurm**, Geschichte des neuen Planeten Uranus sammt Tafeln für dessen heliocentrischen und geocentrischen Ort. Gotha 1791 in 8., — J **Herschel**, On the satellites of Uranus (Mem. Astr. Soc. 1834), — **Lamont**, Value of the Mass of Uranus (Mem. Astr. Soc. 1838), und: Ueber Uranus (Münch. Jahrb. 1841), — **Mädler**, Messungen des Uranus am Dorpater Refractor (A. N. 460 von 1842), — **Lassell**, Observations of some satellites of Uranus (A. N. 627 von 1848, 783 von 1851), — etc."

430. Neptun und seine Monde. Kleine Abweichungen zwischen den beobachteten und den mit vollständiger Berücksichtigung der Einflüsse der bekannten Planeten berechneten Uranusörtern führten Bouvard, Bessel, etc. auf die Idee, sie möchten mit einem noch unbekannten äussern Planeten zusammenhängen, und es sollte möglich sein, diesen Letztern aus jenen Wirkungen zu bestimmen. Diese

Aufgabe wurde sodann wirklich von Leverrier und Adams mit Erfolg behandelt, — ja 1846 VIII 31 konnte Ersterer der Pariser Academie anzeigen, dass er jene Uranusstörungen aus dem Gravitationsgesetze erklären könne, wenn er einen Planeten mit den Elementen E = 1847 I 1, a = 36,154, T = 217^a,387, P = 284° 45′, e = 0,10761 und M = 318° 47′ annehme, der jetzt in der Nähe von δ Capricorni stehen und die Masse $^1/_{9300}$ haben müsste, — und IX 23, unmittelbar nach Empfang der Anzeige, fand Galle bei Vergleichung der Bremiker'schen Hora XXI mit dem Himmel den Störefried (Neptun-Leverrier) auf, den Lalande schon 1795 V 10 als vermeintlichen Fixstern beobachtet hatte. Seither haben Bond, Lassell und O. Struve mindestens Einen Mond von 5^d,9 Umlaufszeit gesehen; ob dagegen hinter Neptun noch ein Planet steht, ja eigentlich der von Leverrier Gefundene aus Neptun und diesem resultirt, wird erst später festgestellt werden können. — Es ist für das Sonnensystem charakteristisch, dass alle Planeten Bahnen besitzen, welche bei geringer Excentricität auch ganz geringe Neigungen gegen einander haben, und dass alle aufsteigenden Knoten weit innerhalb eines Quadranten neben einander liegen. Charakteristisch ist auch, dass die innern Planeten sämmtlich klein, dicht, langsam rotirend sind, und mit Ausnahme unserer Erde keine Monde zu haben scheinen, — die äussern sämmtlich das Gegentheil zeigen. Ferner, dass die Umlaufszeiten der Monde immer grösser sind als die Rotationszeiten ihrer Planeten, — die der Planeten grösser als die Rotationszeit der Sonne, — endlich alle Revolutionen (mit allfälliger Ausnahme der Uranusmonde) und Rotationen der Planeten und Monde gleichen Sinn mit der Rotation der Sonne haben. (Verg. 470.)

Schon bei Publication seiner Uranustafeln (v. 420) hatte **Bouvard** die Ansicht ausgesprochen, dass sich nicht sämmtliche Beobachtungen des Uranus durch ein und dasselbe System von Elementen darstellen lassen, — später sogar sich der Annahme eines unbekannten störenden Planeten zugeneigt, und den Plan gefasst, die Bahn desselben durch eine umgekehrte Störungsrechnung zu bestimmen. Nachdem sodann **Bessel** Ende der Dreissiger-Jahre ebenfalls einige Vorbereitungen zur Lösung dieses Problemes getroffen, wurde dasselbe um die Mitte der Vierziger-Jahre fast gleichzeitig von **Adams** und **Leverrier** ernstlich in Angriff genommen: **Adams** legte schon im Sept. 1845 James **Challis** (Bramtree in Exex 1803; Professor der Physik und Astronomie an Cambridge) und im folgenden Monate auch **Airy** erste Resultate seiner Rechnungen vor, und wenn er dieselben auch nicht vor 1847, wo er „An Explanation of the observed Irregularities in the motion of Uranus (Mem. Astr. Soc. XVI)“ publicirte, vollständig abgeschlossen haben mag, so reichten jene doch bereits für **Challis** hin, um am Himmel mit Erfolg nach dem neuen Planeten zu suchen, welchen er dann, wie sich später zeigte, auch

wirklich 1846 VIII 4 und 12 auffand, aber aus Mangel detaillirter Sternkarten jener Himmelsgegend leider nicht sofort erkannte. Unterdessen hatte **Leverrier** (v. 431) 1845 XI 10, 1846 VI 1 und VIII 31 der Pariser-Academie ebenfalls Vorlagen über seine Rechnungen gemacht, — ihr namentlich unter letzterm Datum die im Texte gegebenen Elemente und Positionen mitgetheilt, — sofort auch seine „Recherches sur les mouvements de la planète Herschel dite Uranus. Paris 1846 in 8.“ publicirt, — und endlich **Galle** zu der im Texte erwähnten Entdeckung animirt, welche nicht nur der Mechanik und Topographie des Himmels einen grossartigen Triumph bereitete, sondern auch speziell **Leverrier** und **Galle** grossen Ruhm einbrachte, während, wenigstens anfänglich, **Adams** und **Challis** das reine Nachsehen hatten. Vergl. übrigens für Neptun, seine Entdeckung und Theorie, ausser den 420 erwähnten Schriften von **Newcomb** und **Kowalski**, auch „**Walker**, Memoir on Neptune (Smiths. Contr. 1848), — **Jacobi**, Ueber Leverrier's Entdeckung des Neptun (A. N. 1849), — **Gould**, Report on the history of the discovery of Neptune. Washington 1850 in 8., — **Sidler**, Les inégalités du moyen mouvement d'Uranus dues à l'action perturbatrice de Neptune. Zürich 1854 in 8., — etc. — Für die im Texte berührte Rückläufigkeit der Uranus-Monde vergl. 429.

XLIX. Die Asteroidenringe.

431. Der Asteroidenring zwischen Mars und Jupiter. Nachdem schon ältere Astronomen auf die grosse Lücke zwischen Mars und Jupiter hingewiesen hatten, veröffentlichte Titius 1766 für die Distanzen der Planeten eine annähernde, durch die Formel $(4 + 3 . 2^n)$ dargestellte Zahlenreihe, in der entsprechend jener Lücke für $n = 3$ ein Glied fehlte, während nachträglich der neue Planet Uranus für $n = 6$ in sie passte, — und am Ende des 18. Jahrhunderts wurde von Zach, Schröter, etc. eine eigene Gesellschaft gegründet, um die teleskopischen Sterne des Thierkreises behufs Auffindung des vermissten Planeten durchzumustern. Noch hatte jedoch Letztere kaum ihre Statuten entworfen, als Piazzi am ersten Tage des 19. Jahrhunderts einen kleinen Planeten entdeckte, welcher in die Lücke passte, Ceres benannt und für Gauss die Veranlassung wurde, seine berühmte Theoria motus zu schreiben. Als sodann 1802, 1804 und 1807 Olbers und Harding noch in nahe gleicher Distanz Pallas, Juno und Vesta fanden, so hatte man entweder mit Olbers an einen „catastrophirten“ Planeten, oder mit Huth an einen Asteroidenring zu denken. Letztere Idee siegte natürlich, als von 1845 an durch die Hencke, Hind, de Gasparis, Luther, Goldschmidt, etc. noch viele Dutzende solcher kleiner, nach der Zeit ihrer Entdeckung mit Ordnungsnummern versehener Körper entdeckt wurden, so dass bis jetzt diese Planetenfamilie aus folgenden Gliedern besteht: 1. Ceres (1801). — 2. Pallas (1802). — 3. Juno (1804). — 4. Vesta (1807). —

5. Astræa (1845). — 6. Hebe; 7. Iris; 8. Flora (1847). — 9. Metis (1848). — 10. Hygiea (1849). — 11. Parthenope; 12 Victoria; 13. Egeria (1850). — 14. Irene; 15. Eunomia (1851). — 16. Psyche; 17. Thetis; 18. Melpomene; 19. Fortuna; 20. Massalia; 21. Lutetia; 22. Calliope; 23. Thalia (1852). — 24. Themis; 25. Phocæa; 26. Proserpine; 27. Euterpe (1853). — 28. Bellona; 29. Amphitrite; 30. Urania; 31. Euphrosine; 32. Pomona; 33. Polyhymnia (1854). — 34. Circe; 35. Leukothea; 36. Atalante (1855). — 37. Fides; 38. Leda; 39. Lætitia; 40. Harmonia; 41. Daphne; 42. Isis (1856). — 43. Ariadne; 44. Nysa; 45. Eugenia; 46. Hestia; 47. Aglaja; 48. Doris; 49. Pales; 50. Virginia (1857). — 51. Nemausa; 52. Europa; 53. Calypso; 54. Alexandra; 55. Pandora; 56. Melete (Pseudo-Daphne) (1858). — 57. Mnemosyne (1859). — 58. Concordia; 59. Elpis; 60. Danae; 61. Echo; 62. Erato (1860). — 63. Ausonia; 64. Angelina; 65. Cybele; 66. Maja; 67. Asia; 68. Leto; 69. Hesperia; 70. Panopea; 71. Niobe; 72. Ferronia (1861). — 73. Clytia; 74. Galatea; 75. Euridice; 76. Freja; 77. Frigga (1862). — 78. Diana; 79. Eurynome (1863). — 80. Sappho; 81. Terpsichore; 82. Alcmene (1864). — 83. Beatrix; 84. Clio; 85. Jo (1865). — 86. Semele; 87. Sylvia; 88. Thisbe; 89. Julia; 90. Antiope; 91. Aegina (1866). — 92. Undina; 93. Minerva; 94. Aurora; 95. Arethusa (1867). — 96. Aegle; 97. Clotho; 98. Janthe; 99. Dike; 100. Hecata; 101. Helena; 102. Miriam; 103. Hera; 104. Clymene; 105. Artemis; 106. Dione; 107. Camilla (1868). — 108. Hecuba; 109. Felicitas (1869). — 110. Lydia; 111. Ate; 112. Iphigenia (1870). — 113. Amalthea; 114. Cassandra; 115. .... 116. Peitho; 117. Lomia (1871) — denen sich wahrscheinlich immer noch Einige anschliessen werden, obschon, während die erste Decade zur Zeit der Opposition im Mittel die Grösse 8,4 hat, die folgenden Decaden nur noch die Grössen 9,5, 10,4, 10,9, 11,0, 11,0, 11,2, 11,4, etc. zeigen, und nach Leverrier die ganze Gruppe höchstens $^1/_4$ der Erdmasse ausmachen kann. Charakteristisch für dieses Ringsystem ist die zuerst von d'Arrest nachgewiesene Thatsache, dass die Bahnen sämmtlich in einander eingreifen, und bei solcher Eigenthümlichkeit gewinnt die in 430 angenommene Eintheilung der Planeten in **innere** und **äussere** noch mehr Bedeutung.

Joh. Daniel **Titius** (Konitz in Westpreussen 1729— Wittenberg 1796; Professor der Mathematik und Physik zu Wittenberg) publicirte das im Texte erwähnte und nach ihm benannte, übrigens rein empirische Gesetz in der von ihm „Leipzig 1766" besorgten deutschen Ausgabe von „Charles **Bonnet** (Genf 1720 — Genthod bei Genf 1793; reicher Privatgelehrter; v. Bd. 3 meiner Biographieen), Contemplation de la nature. Amsterdam 1764, 2 Vol. in 8.",

dasselbe fälschlich Christian **Wolf** zuschreibend, der wenigstens in seiner Schrift „Vernünftige Gedanken von den Wirkungen der Natur. Halle 1723 in 8." nur die Planetendistanzen 4, 7, 10, 15, 52, 95, und nicht die aus der Titius'schen Formel für n = (— ∞), 0, 1, 2, 4, 5 folgenden Zahlen 4, 7, 10, 16, 52, 100 gibt, — auch nicht darauf aufmerksam macht, dass in der Reihe das n = 3 entsprechende Glied 28 fehlt, — natürlich so wenig als **Titius** ahnend, dass die n = 6 entsprechende Zahl 196 der Distanz 192 eines später aufzufindenden Planeten sehr nahe kommen, ja sogar noch die n = 7 entsprechende 388 **Leverrier** einen Anhaltspunkt für seine Berechnung des Neptun, der dann allerdings nachträglich die davon stark abweichende Distanz 300 erhielt, geben werde. — Die Aufgabe, welche sich die Gesellschaft Zach-Schröter stellte, wurde von **Quetelet** mit Recht derjenigen „à chercher une aiguille dans une botte de foin" gleichgestellt. — **Piazzi** theilte seine Entdeckung, welche er nicht einem Zufalle, sondern der Vorsicht bei der unternommenen Revision des Himmels jeden Stern mindestens zwei Mal zu beobachten, verdankte, 1801 I 24 sowohl an **Bode** als an **Oriani** zunächst in der Meinung mit, er habe einen kleinen Kometen gefunden; da jedoch seine Briefe, v. „**Bode.** Von dem neuen, zwischen Mars und Jupiter entdeckten achten Hauptplaneten des Sonnensystems. Berlin 1802 in 8.", erst III 20 in Berlin und IV 5 in Mailand anlangten, und er selbst nach II 11 krank geworden war, so hatte der Fündling alle Zeit sich in den Strahlen der Sonne vor weitern Nachforschungen zu sichern, ja es blieb sogar Friedrich **Hegel** (Stuttgart 1770— Berlin 1831; nachmals Professor der Philosophie in Jena, Heidelberg und Berlin; v. sein „Leben" von Rosenkranz, Berlin 1844 in 8.) die Möglichkeit, noch vor Thorschluss in seiner Habilitationsschrift „Dissertatio philosophica de orbitis planetarum. Jenæ 1801 in 8." mit philosophischer Gründlichkeit nachzuweisen, dass zwischen Mars und Jupiter gar keine Lücke existire, und so, wie Herzog **Ernst** von Sachsen-Gotha (1745—1804; v. Beck, Ernst II, Gotha 1854 in 8.) sich ausdrückte, ein „Monumentum insaniæ sæculi decimi noni" aufzurichten Als **Bode**, der von Anfang an in dem neuen Wandelsterne den gesuchten Planeten zwischen Mars und Jupiter zu erkennen glaubte, ferner **Olbers**, **Burkhardt**, etc. nachwiesen, dass die Beobachtungen sich jedenfalls nicht durch eine Parabel, dagegen zur Noth durch einen Kreis oder eine wenig excentrische Ellipse von 2,6—2,8 Radius oder halber grosser Axe darstellen lassen, gab auch **Piazzi** die planetarische Natur zu, und schlug den Namen „Ceres Ferdinandea" vor; dagegen strengten sich **Bode**, **Méchain**, Joh. Sigismund Gottfried **Huth** (Roslau in Anhalt 1763— Dorpat 1818; Professor der Mathematik und Physik zu Frankfurt a/O., Charkow und Dorpat), **Olbers**, etc., auch nach Juli 1801, wo der neue Planet die Sonnennähe passirt haben musste, vergeblich an, ihn wieder am Himmel aufzufinden, und erst als der junge **Gauss** nach neuer, die Voraussetzung kleiner Neigung nicht bedingender Methode, elliptische Elemente und eine Ephemeride berechnet hatte, gelang 1801 X 7 **Zach**, 1802 I 1 **Olbers**, 1802 I 11 **Harding**, etc., die Wiederentdeckung. — Für die folgenden Entdeckungen durch **Olbers**, **Harding**, Karl Ludwig **Hencke** (Driesen 1793— Marienwerder 1866; Postbeamter in Driesen), **Hind**, **de Gasparis**, Robert **Luther** (Schweidnitz 1822; Director der Sternwarte Bilk bei Düsseldorf) Hermann **Goldschmidt** (Frankfurt 1802— Paris 1866; Historienmaler), etc., und die Eigenthümlichkeiten dieses Ringsystemes genügt das im Texte Mitgetheilte; einzig dürfte noch auf das 420 Gesagte hingewiesen, — die Schrift „d'**Arrest**, Ueber das System der

kleineren Planeten zwischen Mars und Jupiter. Leipzig 1851 in 8." erwähnt, — der grossen Bemühungen, welche sich **Littrow** seit Jahren (v. Sitzungsb. und Denkschr. der Wien. Acad.) gegeben hat, um behufs Massenbestimmung die physischen Zusammenkünfte dieser kleinen Körper vorauszubestimmen, gedacht, — und endlich die von **Stampfer** (v. Wien Sitzungsb. 7) zur Bestimmung ihrer Grösse aus dem Glanze aufgestellte Formel

$$\frac{1}{\alpha^{m-1}} = A \cdot \frac{d^2}{r^2 \cdot \varrho^2}$$

mitgetheilt werden, in welcher m die Grössenklasse, d den Durchmesser, r und ϱ die Entfernungen von Sonne und Erde, $\alpha = 2{,}545$ und $A = 0{,}245$ aber zwei Constanten bezeichnen, welche er unter Voraussetzung, dass alle Planeten nahe gleiches Reflexionsvermögen besitzen, aus den alten Planeten ableitete.

432. Venusmond, Vulkan und die problematischen Durchgänge durch die Sonne. Cassini, Short, Horrebow, etc. glaubten wiederholt einen **Venusmond** zu sehen, und Lambert konnte aus ihren Beobachtungen angenäherte Elemente desselben berechnen; aber seither gelang es weder diesen Mond neuerdings aufzufinden, noch jene Erscheinungen in anderer Weise genügend aufzuklären. — In der neuern Zeit zeigte Leverrier, dass man die starke Bewegung des Merkurperihels. am Besten durch Annahme eines intramerkuriellen Asteroidenringes erklären könnte, — ja er glaubte in einem 1859 durch Lescarbault bei seinem Durchgange durch die Sonne beobachteten dunkeln Körper einen dieser Asteroiden, der den Namen **Vulkan** erhalten sollte, erkennen, und provisorische Elemente desselben berechnen zu können; aber auch diese Voraussicht sollte sich nicht bewähren. — Dagegen ist es unzweifelhaft, dass wirklich von Zeit zu Zeit ausser den untern Planeten **dunkle** Körper, die nach ihrer Bewegung durchaus nicht Sonnenflecken sein können, auf der Sonne gesehen werden, und es ist von Werth, solche Thatsachen behufs späterer Discussion zu sammeln.

Den vermeintlichen Venusmond beobachtete **Cassini** 1672 I 25 und 1686 VIII 28, — **Short** 1740 X 23, — Jacques Leibax genannt **Montaigne** (Narbonne 1716— ?; lebte lange in Limoges) 1761 V 3—11, — **Horrebow** 1764 III 3—11, — **Montbaron** zu Auxerre 1764 III 15, 28, 29. Für die diesen Venusmond, den **Friedrich** der Grosse (1712—1786) nach **d'Alembert** benannt wissen wollte, betreffenden Untersuchungen von **Lambert** v. dessen „Essai d'une théorie du satellite de Vénus (Mém. de Berl. 1773)"; er fand, dass ein solcher Mond eine Umlaufszeit von $11^d{,}2$ und eine um 63° gegen die Ekliptik geneigte Bahn von 0,2 Excentricität haben müsste, — ein Resultat, das aber allerdings mehr Arbeit erforderte, als jene Erscheinungen einfach als optische Täuschungen zu bezeichnen, wie es **Hell** beliebte, und (v. 386) auch wohl anstand. — Ueber Durchgänge fremder Körper durch die Sonne gibt folgendes, übrigens nach „**Haase**. Einige Zusammenstellungen als Beitrag zu der Frage, ob ausser Mercur und Venus in dem Raume zwischen Sonne und Erde noch andere planetenartige Körper vorhanden sind. Hannover 1864 in 8. (Auch Peters Zeitschr. 2—3)" noch leicht zu vergrösserndes Ver-

zeichniss einigen Aufschluss, sowie in den beigesetzten Reihen Veranlassung zu etwelchen Betrachtungen:

Datum	Tage seit 1750 1 0	Beobachter	Quelle
1761 VI 6	4175	Scheuten	Bode auf 1778
1762 II Ende	4435 ± 9	Staudacher	Wolf, Mitth. IV
— XI 19	4706	Lichtenberg.	Zach, Ephem. II
1764 V Anf.	5237 ± 2	Hofmann	d^to
1777 VI 17	10030	Messier	Wolf, Mitth. X
1798 I 18	17550	Dangos	Bode auf 1804
1802 X 10	19275	Fritsch	Bode auf 1805
1818 I 6	24842	Lofft	Monthly Not. XX
1819 VI 26	25378	Stark	Met. Jahrbuch
— X 9	25483	d^to	d^to
1820 II 12	25609	d^to	d^to
d^to	d^to	Steinhübel	Wolf, Litt. 178
1823 XII 23	27019	Pons	Zach, Corresp. IX
1826 VII 31	27970	Stark	Met. Jahrbuch
1845 V 11	34829	Capocci	A. N. 549
1847 X 11	35712	Schmidt	Wolf, Mitth. X
1857 IX 12	39336	Obrt	A. N. 1269
1859 III 26	39896	Lescarbault	Compt. rend. 1859
1862 III 20	40986	Lummis	Cosmos 1862 V 23
1865 V 8	42131	Coumbary	Compt. rend. 1865

4175	
	19 × 27,94
4706	
	460 × 27,92
17550	
	261 × 27,93
24842	
	539 × 27,92
39896	
	39 × 27,94
40986	
	41 × 27,93
42131	
37956	= 1359 × 27,929

17550	
	41 × 42,07
19275	
	148 × 41,95
25483	
	3 × 42,00
25609	
	340 × 42,02
39896	
22346	= 532 × 42,000

Die Bedeutung dieser Tafel geht unter Anderem aus Folgendem hervor: Nachdem schon **Herrick** in New-Haven 1847 die Sonne behufs Auffindung eines allfällig innerhalb Merkur stehenden Planeten jeden Tag, aber vergeblich, durchsucht hatte, theilte **Leverrier** im September 1859 der Pariser-Academie mit, dass ihn das Studium der von 1697—1848 beobachteten 21 Eintritte Merkurs in die Sonne zwinge, die seculäre Bewegung des Merkur-Perihels zu vermehren, und hiefür müsse er **entweder** die Venusmasse um $^1/_{10}$ vergrössern, was wegen der Erde nicht angehe, — **oder** er müsse annehmen, dass innerhalb Merkur ein zweiter Asteroidenring existire. Diess veranlasste mich im November in den A. N. ein dem obigen analoges Verzeichniss von Durchgängen fremder Körper durch die Sonne zu publiciren, und bald darauf theilte der Arzt **Lescarbault** in Orgères mit, er habe 1859 III 26 einen schwarzen Punkt in $1^h\ 17^m$ eine vom Centrum 15′,4 entfernte Sehne durch die Sonne beschreiben gesehn. **Leverrier** glaubte nun letztern Durchgang durch einen Planetoiden erklären zu können, dessen Bahn 0,1427 Radius (oder nur $19^d,7$ Umlaufszeit ?), 12° 10′ Neigung und 12° 59′ Länge des aufsteigenden Knotens habe, und bereits war der Name „Vulkan" für ihn vorgeschlagen, als **Liais** (A. N. 1248) die dieser Rechnung zu Grunde liegende Beobachtung anzweifelte, und auch bei der totalen Finsterniss von 1860 VII 18 suchte der ganze Generalstab von **Leverrier** vergeblich nach dem Lieblinge des Herrn und Meisters.

433. Die Sternschnuppen und Feuerkugeln. Die Sternschnuppen (stella cadens, étoile tombante) und Feuerkugeln (globus ardens,

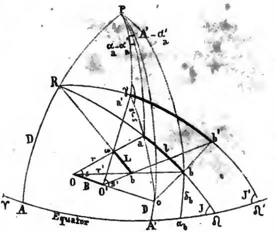
bolide), welche lange fast ganz unbeachtet blieben, sogar nachdem J. J. Scheuchzer 1697 öffentlich zur Beobachtnng aufgefordert, und G. Lynn (v. 366) sie 1727 zn Längenbestimmungen empfohlen hatte, — hielt man erst wirklich für fallende Sterne, — dann für den Irrlichtern entsprechende schweflige Dünste oder brennbare Gase, — seit Chladni, der auch namentlich die Identität der Sternschnuppen und Fenerkngeln betonte, für cosmische Körper, welche beim Eintritte in die Atmosphäre sich bis znm Lenchten erhitzen — Die Farbe ist meist ein in's Gelbe oder Blane spielendes Weiss. Die Bahn, welche mnthmasslich in der Regel gerade ist, sehen wir als Durchschnitt der durch sie und den Beobachter bestimmten Ebene mit dem scheinbaren Himmelsgewölbe, und es sind somit die Punkte, in welchen die wahre Bahn Letzteres schneidet, die sog. **Radiationspunkte**, den von verschiedenen Punkten aus gesehenen scheinbaren Bahnen gemein. — Die nach dem Vorgange von Brandes und Benzenberg in neuerer Zeit durch Heis, Schmidt, Alex. Herschel, etc. häufig aus correspondirenden Beobachtungen bestimmten Höhen und Geschwindigkeiten schwanken Beide etwa zwischen 4 nnd 20 Meilen, — doch scheint in der Regel bei demselben Individnnm die Anfangshöhe erheblich grösser als die Endhöhe zu sein. — Die im Gange einzelner St. und F. als Schlangenlinien, geknickte Bahnen etc., zu Tage tretenden Störungen wollen Coulvier-Gravier und Chapelas mit den Luftströmungen in den höhern Regionen der Atmosphäre in Verbindung bringen, — ja Letztere aus Erstern, welche mit etwa $1^1/_2$ Tage später eintreffenden Barometer-Veränderungen correspondiren sollen, erkennen, und so eine Grundlage für Vorausbestimmnng der Witternng besitzen. — Bei grössern St. und F. tritt häufig vor dem Erlöschen ein Funkensprühen ein, zuweilen ein zweites Aufleuchten — namentlich aber bleibt die Bahn oft nach ihrer ganzen Ausdehnung während längerer Zeit sichtbar, ja diese Art Schweif nimmt zuweilen nachträglich ganz phantastische Formen an. — Die von Coulvier-Gravier längst aufgestellte Behauptung, dass die Häufigkeit der Sternschnnppen von Abend gegen Morgen zunehme, nnd zwar im Jahresmittel von

6^h — 7 —	8 —	9 —	10 —	11 —	12 —	13 —	14 —	15 —	16 —	17 —	18^h
6,5	7,0	6,3	7,9	8,0	9,5	10,7	13,1	16,8	15,6	13,8	13,7

St. gesehen werden, kömmt nach Schiaparelli's neusten Untersnchungen damit überein, dass ein Beobachter durchschnittlich um so mehr St. sehen wird, je höher für ihn der circa um 6^h Abends in nnterer, um 6^h Morgens in oberer Culmination stehende, von der Sonne immer nahe um 6^h nach Westen abliegende Punkt, der sog. **Apex**, steht, nach dem die Bewegungsrichtung der Erde hinweist, —

und einen ganz entsprechenden Grund scheint nach ihm die Thatsache zu haben, dass man (s. 435) durchschnittlich in der zweiten Hälfte des Jahres mehr St. sieht als in der ersten, in dem die D des Apex vom Frühlings- bis zum Herbst-Equinoctium von $-23^1/_2{}^0$ bis $+23^1/_2{}^0$ zunimmt.

Joh. Jakob **Scheuchzer** (Zürich 1672 — Zürich 1733; Professor der Mathematik und Physik in Zürich, sowie Stadtarzt; v. Bd. 1 meiner Biographieen) forderte nicht nur 1697 in seiner „Charta invitatoria" auf, ihm unter Anderm über Feuerkugeln und Sternschnuppen einzuberichten, sondern veröffentlichte auch später in seinen „Naturgeschichten des Schweizerlandes. Zürich 1706—1708, 3 Bde. in 4." eine Menge betreffender Notizen aus älterer und neuerer Zeit; vergl. auch meine „Mittheilungen über Sternschnuppen und Feuerkugeln (Zürch. Viert. 1856)". — Für die Arbeiten von **Chladni** vergl. ausser zahlreichen betreffenden Abhandlungen und Verzeichnissen in den Journalen von Gilbert, Poggendorf und Kastner, seine beiden Hauptwerke „Ueber den Ursprung der von Pallas gefundenen und andern ähnlichen Eisenmassen. Leipzig 1794 in 8.", und: Ueber Feuermeteore und die mit denselben herabgefallenen Massen. Wien 1819 in 8", — für diejenigen seiner Nachfolger: „**Benzenberg** und H. W. **Brandes**, Versuche die Entfernung, die Geschwindigkeit und die Bahnen der Sternschnuppen zu bestimmen. Hamburg 1800 in 8. (Vergl. Berl. Jahrb. auf 1806 und: Brandes, Unterhaltungen. Leipzig 1829 in 8.), — **Benzenberg**, Ueber die Bestimmung der geographischen Länge durch Sternschnuppen. Hamburg 1802 in 8., — **Bessel**, Ueber Sternschnuppen (A. N. 380—381 von 1839), — **Grunert**, die verschiedenen Auflösungen des Sternschnuppenproblems aus einem allgemeinen Gesichtspunkte dargestellt (Archiv I von 1841), — R. A. **Coulvier-Gravier** (1803 — Paris 1868) et Jacques-Frédéric **Saigey** (Montbéliard 1797 — Paris 1871; Literat und Verfertiger physikalischer Instrumente in Paris), Recherches sur les étoiles filantes. Paris 1847 in 8., — **Heis**, die periodischen Sternschnuppen und die Resultate der Erscheinungen, abgeleitet aus den während der letzten 10 Jahre zu Aachen angestellten Beobachtungen. Köln 1849 in 4., — **Wolf**, Ueber eine 1850 VIII 10 in Aachen und Bern beobachtete Feuerkugel (Bern. Mitth. 1851), — **Schmidt**, Resultate aus zehnjährigen Beobachtungen über Sternschnuppen. Berlin 1852 in 8. (Auch A. N. 1756), — **Coulvier-Gravier**, Recherches sur les météores et sur les lois qui les régissent. Paris 1859 in 8., — H. A. **Newton**, Professor in New-Haven: On Shooting Stars (Mem. of Nat. Acad. Washington I 1866), — G. V. **Schiaparelli**, Direktor der Sternwarte zu Mailand: Intorno al corso ed all' origine probabile delle stelle meteoriche Lettere al P. A. Secchi. Roma 1866 in 4. (Aus Bullet. meteor. V), und: Note e riflessioni intorno alla teoria astronomica delle stelle cadenti. Firenze 1867 in 4. (Deutsche Ausgabe durch Georg von Bogulawski, Stettin 1871 in 8.), — **Goulier**, Etudes géometriques sur les étoiles filantes. Metz 1868 in 8. (Aus Mém. de Metz 1866/67), — **Weiss**, Beiträge zur Kenntniss der Sternschnuppen. Wien 1868—1870 (Aus Bd 57 und 62 der Wiener Sitzungsb.), — etc." — In den Sternschnuppen sieht „W. **Knobloch**, Ueber Meteorerscheinungen. Vortrag in Warschau. Berlin 1868 in 8." poröse Metallklümpchen, welche (analog dem Platinschwamm) beim Eintritte in die Atmosphäre Sauerstoff verdichten und dabei theilweise verbrennen. — Bezeichnet ab die wirkliche, ab die von O aus, $a' b'$ die von O' aus gesehene scheinbare Bahn, R aber den



Radiationspunkt, und hat man sowohl in O, als in dem darauf nach 378 : 15 durch B, A' und D' bezogenen **zweiten** Punkte O' die Æ und D der Endpunkte der scheinbaren Bahn, — sei es durch Eintragen in eine Sternkarte, sei es mit Hülfe von dem hiefür durch C. v. **Littrow,** um 1837 eingeführten **Meteoroskop,** einer Art hölzerner Theodolit, durch Messung und Transformation bestimmt, so kann man daraus zunächst nach den Formeln

$$\text{Tg}\,J \,.\, \text{Sin}\,(\Omega - \alpha_a) = \text{Tg}\,\delta_a \qquad \text{Tg}\,J' \,.\, \text{Sin}\,(\Omega' - \alpha'_a) = \text{Tg}\,\delta'_a \tag{1}$$

und

$$\text{Tg}\,\delta_b = \text{Tg}\,J \,.\, \text{Sin}\,(\Omega - \alpha_b) = \text{Tg}\,J \,.\, \text{Sin}\,[\Omega - \alpha_a - (\alpha_b - \alpha_a)]$$
$$= \text{Tg}\,\delta_a\,\text{Cos}\,(\alpha_b - \alpha_a) - \text{Tg}\,J\,\text{Cos}\,(\Omega - \alpha_a)\,\text{Sin}\,(\alpha_b - \alpha_a)$$

oder

$$\text{Tg}\,J \,.\, \text{Cos}\,(\Omega - \alpha_a) = \frac{\text{Tg}\,\delta_a\,\text{Cos}\,(\alpha_b - \alpha_a) - \text{Tg}\,\delta_b}{\text{Sin}\,(\alpha_b - \alpha_a)}$$
$$\text{Tg}\,J' \,.\, \text{Cos}\,(\Omega' - \alpha'_a) = \frac{\text{Tg}\,\delta'_a\,\text{Cos}\,(\alpha'_b - \alpha'_a) - \text{Tg}\,\delta'_b}{\text{Sin}\,(\alpha'_b - \alpha'_a)} \tag{2}$$

die Werthe von Ω, J, Ω', J', — sodann nach den Formeln

$$\text{Tg}\,D = \text{Tg}\,J \,.\, \text{Sin}\,(\Omega - A) = \text{Tg}\,J'\,\text{Sin}\,[\Omega' - \Omega + (\Omega - A)] \tag{3}$$

und der aus ihnen durch Elimination von Tg D hervorgehenden

$$\text{Tg}\,(\Omega - A) = \frac{\text{Sin}\,(\Omega' - \Omega)\,\text{Tg}\,J'}{\text{Tg}\,J - \text{Tg}\,J' \,.\, \text{Cos}\,(\Omega' - \Omega)} \tag{4}$$

die den Radiationspunkt R fixirenden A und D berechnen. Bezeichnet man ferner die Distanzen Oa, O'a, Ob, O'b der Reihe nach mit r, r', ϱ, ϱ', so findet man

$$r = B\,\frac{\text{Sin}\,s'}{\text{Sin}\,(s' - s)} = B\,\frac{\text{Cos}\,D' \,.\, \text{Sin}\,(A' - \alpha'_a) : \text{Sin}\,\gamma}{\text{Cos}\,\delta_a \,.\, \text{Sin}\,(\alpha_a - \alpha'_a) : \text{Sin}\,\gamma} =$$
$$= B\,\frac{\text{Cos}\,D' \,.\, \text{Sin}\,(A' - \alpha'_a)}{\text{Cos}\,\delta_a \,.\, \text{Sin}\,(\alpha_a - \alpha'_a)} \qquad r' = B\,\frac{\text{Cos}\,D' \,.\, \text{Sin}\,(A' - \alpha_a)}{\text{Cos}\,\delta'_a\,\text{Sin}\,(\alpha_a - \alpha'_a)}$$
$$\varrho = B\,\frac{\text{Cos}\,D' \,.\, \text{Sin}\,(A' - \alpha'_b)}{\text{Cos}\,\delta_b \,.\, \text{Sin}\,(\alpha_b - \alpha'_b)} \qquad \varrho' = B\,\frac{\text{Cos}\,D' \,.\, \text{Sin}\,(A' - \alpha_b)}{\text{Cos}\,\delta'_b \,.\, \text{Sin}\,(\alpha_b - \alpha'_b)} \tag{5}$$

und sodann

$$L^2 = r^2 + \varrho^2 - 2\,r\,\varrho\,\text{Cos}\,i = (r - \varrho)^2 + 4\,r\,\varrho\,\text{Sin}^2\,\frac{1}{2} \tag{6}$$

wo

$$\sin^2\frac{l}{2}=\frac{1-\cos l}{2}=\frac{1-[\sin\delta_a\sin\delta_b+\cos\delta_a\cos\delta_b\cos(\alpha_a-\alpha_b)]}{2}$$

$$=\sin^2\frac{\delta_a-\delta_b}{2}+\cos\delta_a\cos\delta_b\sin^2\frac{\alpha_a-\alpha_b}{2} \qquad 7$$

Hat man in O auch noch die Zenithdistanzen z und z' von a und b gemessen, und bezeichnet R den Erdradius, so lässt sich endlich offenbar die Höhe H von a über der Erde aus

$$(R+H)^2=R^2+r^2+2\,R\,r\cos s$$

berechnen, oder, indem man nach H auflöst, und die Wurzel nach dem binomischen Lehrsatze aussieht, sehr angenähert nach

$$H=h+\triangle h \quad \text{wo} \quad h=r\cos z \quad \text{und} \quad \triangle h=\frac{(r^2-h^2)(R-h)}{2\,R^2} \qquad 8$$

und analog diejenige von b. So z. B. erhielt **Weiss**, auf dessen oben citirte Abhandlung für die Ausgleichung und Sicherheitsbestimmung der Beobachtungen und Resultate zu verweisen ist, aus correspondirenden Beobachtungen, welche 1869 VIII 11 in Wien, Brünn, etc. gemacht wurden, dass an jenem Tage ein Hauptradiationspunkt von Sternschnuppen in der rechten Achsel des Perseus oder genauer in dem Punkt A = 49°,9 und D = + 55°,6 lag, und dass diese Sternschnuppen durchschnittlich in einer Höhe von 14 Meilen erschienen, in einer Höhe von 10 Meilen aber verschwanden.

434. Die Meteoriten. Einzelne Sternschnuppen und Feuerkugeln scheinen unsere Atmosphäre unbeschädigt zu passiren, — Andere dagegen gehen in ihr zu Grunde, und fallen als Meteorstaub oder Meteorsteine zur Erde nieder. Früher wurde Letzteres bezweifelt; aber nach und nach mehrten sich die gut constatirten Fälle von Meteoriten, und man unterscheidet sogar gegenwärtig zwei Arten: **Steinmeteoriten**, welche, wie z. B. der 1492 zu Ensisheim Gefallene, aus einer etwa $3^1/_2$ dichten Mengung von Kieselerde und Eisenoxyd bestehen, — und **Eisenmeteoriten**, bei denen, wie z. B. bei dem 1751 zu Agram Gefallenen, die Dichte auf mehr als das Doppelte ansteigt, fast nur gediegenes Eisen vorkömmt, und eine polirte Schnittfläche, bei Behandlung mit Salpetersäure die sog. Widmanstätt'schen Figuren zeigt. Einzelne Male, wie z. B. 1803 bei Aigle im Dép. de l'Orne, fielen förmliche Steinregen.

Ob der heilige Stein zu Mekka wirklich vom Himmel gefallen, ist fraglich, und über andere Stein-Fälle, die sich in der alten und mittlern Zeit ereignet zu haben scheinen, sind die auf uns gekommenen Nachrichten sehr dürftig; dagegen unterliegt es, um nur bei den im Texte erwähnten Beispielen zu bleiben, keinem Zweifel, dass 1492 XI 7 gegen Mittag zu Ensisheim im Elsass mit weit hörbarem Getöse ein Stein von circa $2^1/_2$ Centner niederfiel, der eine schwarzbraune Rinde besass, und von dem noch jetzt ein ansehnliches Fragment in der dortigen Kirche zu sehen sein soll, — und dass 1751 V 26, nachdem man in einem grossen Theile von Deutschland eine Feuerkugel von W nach O ziehen gesehen hatte, bei Agram in Croatien nach starker Detonation zwei Massen niederfielen, von denen die grössere, die bei 71 Pfunde wog, nach

Wien abgeliefert wurde, wo sie später Aloys Beck, Edlem von **Widmannstätten** (1753? — Wien 1849; Direktor des k. Fabrikproducten-Cabinets in Wien) Gelegenheit gab, auf die im Texte erwähnte Weise, die nach ihm benannten, aus einer Menge, sich unter verschiedenen Winkeln kreuzenden Linien, bestehenden, z. B. in „Franz Anton von **Schreibers** (Pressburg 1775— Wien 1852, Director des k. k. Hof-Naturaliencabinets zu Wien), Beiträge zur Geschichte und Kenntniss meteorischer Stein- und Metallmassen. Wien 1820 in fol.“ abgebildeten Figuren darzustellen, welche seither zum Hauptkennzeichen des richtigen Meteoreisens geworden sind. Gegenüber diesen und ähnlichen, obwohl meist in Verbindung mit Feuerkugeln beobachteten, dennoch von Louis **Bourguet** (Nismes 1678— Neuchatel 1742; Professor der Philosophie und Mathematik in Neuchatel) und **Deluc** hartnäckig mit vulkanischen Eruptionen in Verbindung gebrachten Steinfällen (z. B. in Lucé 1768 IX 13, Barbotan 1790 VII 24, Siena 1794 VI 16, etc.), hielt auch die Pariser-Academie das Panner wissenschaftlichen Unglaubens aufrecht, die Wahrheit verkennend, welche später **Arago** in den Worten „Les physiciens qui ne veulent admettre que des faits dont ils entrevoient une explication, nuisent certainement plus à l'avancement des sciences que les hommes auxquels on peut reprocher une trop grande crédulité“ so gut formulirte: Noch als **Chladni** 1794 in seiner 433 erwähnten Schrift überzeugend nachwies, dass die in Sibirien gefundenen Eisenmassen wirklich vom Himmel gefallen sein müssen, und die Mehrzahl der in historischer Zeit beobachteten Steinfälle in Verbindung mit Feuerkugeln statt gefunden habe, fand er, namentlich in Frankreich, wenig Glauben. Erst als, bald nachdem sich Martin Heinrich **Klaproth** (Wernigerode 1743 — Berlin 1817; Professor der Chemie zu Berlin) in seiner 1803 I 27 und III 10 der Berliner-Academie gelesenen Abhandlung „Des masses pierreuses et métalliques tombées de l'atmosphère (Mém. de Berl. 1803)“ entschieden auf Chladni's Seite gestellt hatte, bei der Pariser-Academie die Anzeige einging, es seien 1803 IV 26 bei l'Aigle im Dép. de l'Orne neuerdings Steine gefallen, sandte diese **Biot** dahin um den Thatbestand zu erheben, und er stellte nun, vergl. seine „Relation d'un voyage fait dans le Dép. de l'Orne pour constater la réalité d'un météore observé à l'Aigle. Paris An 11 in 4. (Auch Mélanges I)“ Folgendes fest: Man sah an jenem Tage zu Caen, etc., gegen 1^h Nachmittags eine Feuerkugel, und hörte bei l'Aigle in einem Umkreise von 30 Stunden Radius eine 5—6^m andauernde heftige Explosion, die von einem am sonst hellen Himmel über dieser Gegend stehenden Wölkchen auszugehen schien; unmittelbar darauf fielen 2—3000 Steine von 7—8500^{Gr} Gewicht, von denen wenigstens die grössern heiss waren, nach Schwefel rochen, sich anfänglich leicht brechen liessen, nachher aber hart wurden, und nach der spätern Analyse von **Thénard** Kiesel und Eisenoxyd als Hauptbestandtheile, nebenbei aber auch etwas Magnesia, Nickel und Schwefel enthielten; die sämmtlichen Steine endlich wurden auf einer elliptischen Fläche gefunden, deren grosse, nach N W gerichtete Axe $2^1/_2$ Stunden, deren kleine dagegen nur 1 Stunde betrug. — Von dieser Zeit an wurde der cosmische Ursprung der Meteoriten nicht mehr bezweifelt, und den Zeugen alter, sowie den Erscheinungen neuer Steinfälle grosse Aufmerksamkeit zugewandt. Den gegebenen Beispielen mögen noch folgende beigefügt werden: In dem Toluca-Thale in Mexiko hat man seit 1784 massenweis in unbekannter Zeit gefallenes Meteoreisen gefunden, von dem die einzelnen Stücke von wenigen Lothen bis auf mehrere Centner variren, dagegen, neben wechselnden Mengen von Kobalt, Phosphor, etc., ziemlich

übereinstimmend 90 % Eisen und 7 % Nickel enthalten, ferner häufig steinige Einschlüsse und auf der oxydirten Oberfläche theils Olivin-Körnchen, theils Tröpfchen von Eisenchlorid zeigen, — ebenso 1815 bei Lenarto in Ungarn ein fast zwei Centner schweres Stück, das nach den Untersuchungen von **Graham** aus einer sehr dichten Wasserstoff-Atmosphäre zu uns gekommen zu sein scheint, indem beim Erhitzen eines Stückchens desselben sein dreifaches Volumen Wasserstoff frei wurde; die 1847 VII 14 bei Braunau in Böhmen nach Explosion einer Feuerkugel niedergefallenen Eisenmassen von 42 und 30 ℔ bei 92 % Eisen- und $5\frac{1}{2}$ Nickel-Gehalt, vergl. „Karl Christian **Beinert** (Waltsdorf bei Oels 1793; Apotheker zu Charlottenbrunn in Schlesien), Der Meteorit von Braunau. Breslau 1848 in 8.", erinnern an Agram, — der 1868 I 30 bei Pultusk in Polen gefallene Steinregen dagegen, vergl. „Gerhard von **Rath** (Duisburg 1830; Docent zu Bonn), Ueber die Meteoriten von Pultusk (Festschrift der niederrhein. Gesellschaft zum Jubileum der Universität Bonn)", an denjenigen von l'Aigle; etc. Für Weiteres mag auf die Specialschriften: „Paul Maria **Partsch** (Wien 1791 — Wien 1856; Custos des k. k. Mineraliencabinets zu Wien), Die Meteoriten oder vom Himmel gefallenen Steine und Eisenmassen im k. k. Hof-Mineralien-Cabinet. Wien 1843 in 8., — Karl von **Reichenbach** (Stuttgart 1788 — Leipzig 1869; Hüttenmann und Privatgelehrter, Erfinder des Od und Entdecker des Paraffin, Creosot, etc.), Ueber die Meteoriten (13 Abh. in Pogg. Annal. 1857—1860), — Otto **Buchner**, Die Feuermeteore, insbesondere die Meteoriten. Giessen 1859 in 8., und: Die Meteoriten in Sammlungen, ihre Geschichte, mineralogische und chemische Beschaffenheit. Leipzig 1863 in 8., — P. A. **Kesselmeyer**, Ueber den Ursprung der Meteorsteine. Frankfurt 1860 in 4., — Gustav **Rose** (Berlin 1798; Professor der Mineralogie zu Berlin; Bruder von Heinrich in 250), Beschreibung und Eintheilung der Meteoriten (Berl. Abh. 1863), — Gustav Adolf **Kenngott** (Breslau 1818; Professor der Mineralogie am schweiz. Polytechnikum), Ueber die Meteoriten. Ein Vortrag. Leipzig 1863 in 8., etc.", verwiesen werden. — Die schon von dem Mailändischen Physiker Paolo Maria **Terzago**, bei Anlass eines Steinfalles im Jahre 1650, ausgesprochene, und noch von **Laplace**, **Olbers**, etc., vertretene Ansicht, die Meteorsteine werden von Mondvulkanen ausgeworfen, hat wohl jetzt keine Anhänger mehr; dagegen werden sie allerdings auch jetzt noch nur von den Einen mit den Feuerkugeln identificirt, und als Glieder von ähnlichen Schwärmen kleiner Körper betrachtet, wie wir einen solchen in dem Asteroidenringe zwischen Mars und Jupiter besitzen, und somit als ebenso ursprüngliche Schöpfungen; die Andern, wie namentlich Wilhelm **Haidinger** (Wien 1795 — Wien 1871; Director der k. k. geologischen Reichsanstalt) und seine Schule, glauben dagegen aus der verwandten Zusammensetzung und dem ganzen Gefüge der Meteoriten schliessen zu müssen, sie seien Bruchstücke eines zerstörten Weltkörpers, und die Feuerkugel sei nicht der Meteorit selbst, sondern eine durch ihn in unserer Atmosphäre hervorgebrachte Lichterscheinung. Für **Knobloch**, (v. 433) wird der Meteorstein beim Eintreten in die Atmosphäre dadurch zur Feuerkugel, dass der ausserhalb auf ihn abgelagerte Metallstaub durch das absorbirte Gas zur Verbrennung gelangt, wodurch einerseits die Schmelzrinde erzeugt und andererseits das Zerplatzen des plötzlich erhitzten Steines veranlasst wird.

435. Die Sternschnuppenregen. Während nach 3750 viertelstündlichen, im Ganzen 9961 Sternschnuppen ergebenden Zählungen,

welche ich 1851 bis 1859 veranstaltete, ein einzelner Beobachter in den 12 Monaten durchschnittlich per Stunde

5,5 5,4 5,2 4,6 4,1 5,4 9,8 12,9 7,4 6,4 5,0 4,1

also im Jahresdurchschnitte stündlich etwa 6 St. sieht, nimmt diese Zahl zeitweise auf Hunderte und Tausende zu. Namentlich wurden 1799 und 1833 am 12. November förmliche Sternschnuppenregen gesehen, wie wenn in circa 33 Jahren eine Meteorwolke die Sonne umkreisen, und ihre Bahn die Erdbahn an der Stelle schneiden würde, welche wir XI 12 einnehmen. Diese schon von Olbers gemuthmasste Periodicität wurde von H. A. Newton rückwärts bis zum Jahre 902 ziemlich schlagend nachgewiesen, und seither 1865/67 neuerdings constatirt. — Nicht ebenso dichte, aber dafür constantere Regen zeigen sich um den 10. August, erscheinen schon in der Sage von den feurigen Thränen des heil. Laurentius, und sind seit einigen Dezennien nach Quetelet's Aufforderung regelmässig beobachtet worden; sie lassen sich durch einen ununterbrochenen, aber nicht überall gleich dichten, nach Coulvier-Gravier in 20, nach Schiaparelli aber in circa 108 Jahren um die Sonne rotirenden Meteor-Ring erklären, der die Erdbahn an der Stelle schneidet, wo sich die Erde um VIII 10 befindet. — Bei den Sternschnuppenregen (welche sich auch noch an einzelnen andern Jahrestagen in untergeordneterer Weise einstellen) scheint, wie z. B. Olmsted und Heis schon vor Jahren betonten, die grosse Mehrzahl der St. parallele Bahnen einzuhalten, und so für uns scheinbar von demselben Radiationspuncte auszugehen, der für den Augustschwarm in den Perseus (2^h,9; + 56°), für den Novemberschwarm in den Löwen (10^h,0; + 23°) fällt, so dass man neuerlich vorschlug, erstere St. **Perséides**, Letztere **Léonides** zu nennen.

Für meine Sternschnuppenzählungen vergl. die Berner-Mittheilungen aus den erstern und die Zürcher-Vierteljahrsschrift aus den letztern Fünfzigerjahren. **Coulvier-Gravier** batte in den Jahren 1841—1845 für die 12 Monate die entsprechenden Zahlen

3,6 3,6 2,7 3,7 3,8 3,2 7,0 8,5. 6,8 9,1 9,5 7,2

also im Mittel ebenfalls nahe 6 erhalten. — Der November-Sternschnuppenregen wurde zuerst 1799 XI 11,6 von **Humboldt** zu Cumana, wo man sich an eine ähnliche Erscheinung im Jahre 1766 zu erinnern glaubte, beobachtet, — dann wieder 1832 bis 1834 mit Max. 1833 XI 12,9 m. Z. Par. (X 31,9 a. St.) in Europa und Amerika. Letztere Erscheinung veranlasste **Olbers** ihre muthmassliche Wiederkehr auf 1866 anzukündigen, namentlich aber Nachforschungen, deren Ergebniss, neben verschiedenen kleinern Mittheilungen, welche Denison **Olmsted** (East Hartford in Connecticut 1791— New-Haven 1859; Professor der Mathematik und Physik in New-Haven), Heinrich Ludwig **Boguslawski** (Magdeburg 1789 — Breslau 1851; Director der Sternwarte zu Breslau), Georg Adolf **Erman** (Berlin 1806; Professor der Physik zu Berlin), etc. in den

darauf folgenden Jahren in Sillim. Journ., Astron. Nachr., Pogg. Annal., etc. veröffentlichten, die werthvollen Verzeichnisse „**Quetelet**, Catalogue des principales apparitione d'étoiles filantes (Mém. de Brux. 1839, 1841), — **Herrick**, Contribntion to a history of star-showers of former times (Sillim. Amer. Journ. XI, 1840), — **Chasles**, Snr les apparitions périodiques d'étoiles filantee observées du VI^e au XII^e eiècle (Compt. rend. 1841), und: Edouard-Constant **Biot** (Paris 1803 — Paris 1850; Sohn von J. B. in 131; Ingenieur, epäter Mitglied der Académie des Inscriptions in Paris), Catalogue général des étoiles filantes et des autres météores observés en Chine pendant 24 siècles. Paris 1846 in 4. (Auch Mém. prés. X)" waren. Gestützt auf Letztere wnrde seither H. A. **Newton** (v. 433) zu dem bestimmten Resultate geführt, dass dieser Meteorregen schon in früherer Zeit wiederholt, so z. B. (v. die unten stehende Zusammensteilung) schon 902 X 12,7 a. oder X 17,7 n. St. in Italien gesehen wurde, — dass derselbe je nach

$$365 + \frac{233 \text{ Schalttage} + 31{,}9 - 12{,}7}{1833-902} = 365{,}27$$

Tagen, jedoch in reichem Masse nur nach einem Cyclus von 33,25 Jahren, dann aber in der Regel mehrere Jahre hinter einander, wiederkehre, — und dase gans sicher um 1866/67 neuerdings ein eolches Max. eintreten werde, wie es denn auch wirklich seither 1865 his 1869 in grossartiger Weise heohachtet worden ist. Aie Belege kann die Zneammeneteilung:

Beohachtnngszeit	Ort	Gewähremann	Reducirte Zeiten I	II	III
902 X 12,8 a. St.	Italien	Herrick	X 17,7	XI 0,1	XI 12,7
931 X 14,5 - -	Italien	Quetelet	X 19,5	1,4	13,6
934 X 14,5 - -	China	Biot	X 19,3	1,1	13,3
1002 X 14,5 - -	China	Biot	X 20,3	1,2	12,5
1101 X 16,5 - -	Frankreich ?	Perrey	X 23,5	3,0	13,0
1202 X 19,5 - -	Cairo	Herrick	X 26,4	4,5	13,1
1366 X 21,7 - -	Prag	Bogulawsky	X 29,6	5,4	11,8
1533 XI 3,5 - -	China	Biot	XI 3,3	7,7	11,9
1698 X 29,7 - -	Zürich	Wolf	XI 8,7	10,8	12,8
1799 XI 11,6 n. St.	Cnmana	Humboldt	XI 11,8	12,5	13,2
1833 XI 12,7 - -	New-Haven	Herrick	XI 12,9	13,1	13,8
1867 XI 13,6 - -	Toronto	Newton?	XI 13,8	13,4	13,2

dienen, wo die rednclrten Zeiten folgende Bedeutung hahen: I giht die auf den gregorianischen Kalender und mittlere Zeit Paris rednclrten Daten; II giht die entsprechenden Daten, hei welchen znr Epoche 1850 die Erde denselben Pnnkt ihrer Bahn einnahm, und zwar wurden sie erhalten, indem man für das Jahr n zu dem gregorianischeu Datum, die tägliche Bewegung der Erde in Länge zu 3548″ und die jährliche Präcession zu 50″ angenommen, je $(1850-n) \cdot 50 : 3548 = (1850-n) \cdot 0{,}014$ Tage zufügte; nimmt man endlich an, es seien die II nur darum verschieden, weil der Knoten des Novemberstromes jährlich um x Tage vorrücke, d. h. es seien dieselhen behufe ihrer wirklichen Reduction auf die Epoche 1850 um $(1850-n) \cdot x$ Tage zu vermehren, so findet man nach der Methode der kleinsten Quadrate $x = 0{,}0133 = 1/_{75}$ Tage, und sodann die III, deren Mittel XI $12{,}88 \pm 0{,}16$ ist. — Neben

dem Novemberschwarme ist der zwar nicht so glänzende, dafür aber um so regelmässiger auftretende, schon um die Mitte des vorigen Jahrhunderts von **Musschenbroeck** erwähnte, aber eigentlich erst durch **Quetelet** mit Erfolg hervorgehobene Augustschwarm am merkwürdigsten. Aus der ihn betreffenden, namentlich aus dem gegenwärtigen Jahrhundert noch leicht zu erweiternden Zusammenstellung

Beobachtungszeit	Ort	Gewährsmann	Reducirte Zeiten I	II	III
835 VII 22,5 a. St.	China	Biot	VII 26,2	VIII 9,4	VIII 10,5
926 VII 22,5 - -	China	Biot	27,2	9,1	10,0
1243 VII 26,5 - -	England	Herrick	VIII 2,5	11,0	11,6
1451 VII 27,5 - -	China	Biot	5,2	10,8	11,2
1709 VIII 8,5 n. St.	Zürich	Wolf	8,5	10,5	10,6
1779 VIII 9,5 - -	Neapel	Quetelet	9,5	10,5	10,6
1781 VIII 8,5 - -	Boston	Herrick	8,7	9,7	9,8
1789 VIII 10,5 - -	Apenninen	Quetelet	10,5	11,4	11,5
1799 VIII 9,5 - -	Göttingen	Quetelet	9,5	10,2	10,3
1822 VIII 9,5 - -	New-York	Herrick	9,7	10,1	10,1
1831 VIII 10,5 - -	Westindien	Quetelet	10,7	11,0	11,0
1852 VIII 10,6 - -	Bern	Wolf	10,6	10,6	10,6

geht bei entsprechender Behandlung, wie sie oben für den Novemberstrom durchgeführt worden ist, hervor, dass der Auguststrom die Epoche 1850 VIII 10,65 ± 0,17 hat, und dass sein Knoten jährlich nur um $^1/_{1000}$ Tag vorrückt; dagegen lässt sich aus ihr kaum mit einiger Sicherheit sein Umlauf berechnen, so dass die nach **Schiaparelli** im Texte angegebenen 108 Jahre vielleicht noch eine starke Modification erleiden dürften, und auch die ebendaselbst angeführte, von **Coulvier-Gravier** aus den von ihm beobachteten Häufigkeitszahlen bestimmte Periode von 20 Jahren, mit 1848 als Maximumsepoche, steht wohl noch ebenso in Frage. — Von einigen andern Zeiten reicher Sternschnuppen-Fälle gibt endlich die Zusammenstellung

Gregorianisches Datum	Ort	Gewährsmann	Epoche 1850	Radiationspunkt Æ	D
1839 I 2,5	Bossekop	Quetelet	I 2,6	$15^h,6$	+ 51°
1840 I 2,5	Gand	Quetelet			
1122 IV 11,5	Italien	Chasles	IV 21,2	18,6	+ 35
1838 IV 20,7	Tennesse	Quetelet			
842 V 5,5	Italien	Chasles	V 18,0	18,5?	+ 42?
1782 V 15,4	Rheinthal	Wolf			
1785 VII 27,4	Prag	Quetelet	VII 28,6	22,8	− 8
1849 VII 29,0	Bonn	Schmidt			
1743 X 15,5	England	Herrick	X 17,3	5,4	+ 24
1841 X 17,5	Aachen	Heis			
1741 XII 5,5	Petersburg	Quetelet	XII 7,0	1,4	+ 48
1838 XII 7,0	New-Haven	Herrick			

Aufschluss, wobei zugleich, wie es für die beiden Hauptströme im Texte geschehen ist, nach den Bestimmungen von **Heis**, **Herschel**, **Greg**, etc., der jeder der Erscheinungen vorzugsweise zukommende Radiationspunkt beigefügt worden ist. — Für die zwischen den Sternschnuppenströmen und Kometen bestehenden Beziehungen vergl. 410.

436. Das Zodiakallicht. In mittleren Breiten sieht man im Frühjahr etwa $1^1/_2$ Stunden nach Sonnenuntergang, im Herbst etwa $1^1/_2$ Stunden vor Sonnenaufgang, in der heissen Zone fast täglich zweimal, einen vom Horizonte längs der Ekliptik aufsteigenden, weisslichen, in Länge, Breite und Intensität wechselnden Lichtschimmer, das sog. Zodiakallicht. Obschon noch einigermassen zu den räthselhaften Erscheinungen gehörend, kann man sich dasselbe, wie schon sein erster eigentlicher Beobachter Fatio lehrte, so ziemlich durch einen, die Sonne innerhalb der Erdbahn umschwebenden, senkrecht zur Ekliptik wenig ausgedehnten, aus Milliarden kleiner, die Sonne umkreisender Planetoiden bestehenden Gürtel erklären, der um so sichtbarer wird, je mehr er sich vom Horizont entfernt und je kürzer die Dämmerung ist, d. h. je grösser bei Auf- oder Untergang der Winkel

$$n = \text{Arc Cos} (\text{Sin}\ \varphi\ \text{Cos}\ e - \text{Cos}\ \varphi\ \text{Sin}\ e\ \text{Sin}\ t)$$

wird, welchen Ekliptik und Horizont bilden, oder je kleiner φ ist und je näher für Auf- oder Untergang t an $90^0 = 6^h$ fällt.

Schon die Perser scheinen das Zodiakallicht gekannt zu haben und jedenfalls wurde es von **Tycho**, **Rothmann**, **Keppler**, **Descartes**, etc., ganz besonders aber von Joshua **Childrey** (1623— Upway 1670; Schullehrer in Kent, später Pfarrer zu Upway in Dorsetshire), vergl. seine „Britannia Baconica. London 1661 in 4.“, wiederholt bemerkt, — consequent beobachtet aber allerdings erst von 1683 III 18 hinweg durch Dom. **Cassini**, der darüber die Schrift „Découverte de la lumière céleste qui paroist dans le Zodiaque. Paris 1685 in fol.“ publicirte, und darin die stark abgeplattete Sonnenatmosphäre zu erkennen glaubte, sowie durch Nic. **Fatio**, der darüber eine „Lettre à Mr. Cassini, sur une lumière extraordinaire qui paroît dans le ciel depuis quelques années. Amsterdam 1686 in 8.“ schrieb, und die Erscheinung in der im Texte angegebenen Weise durch einen Gürtel erklärte. Ein solcher Gürtel wird, sei es, dass er nach **Fatio** eine Art planetarischer Ring, sei es, dass er nach **Heis** und „G. **Jones**, Observations on the Zodiacal-Light from 1853 to 1855. Washington 1856 in 4.“ ein zwar nahe in der Ekliptik liegender, aber die Erde umkreisender Nebelring sei, um so sichtbarer sein, je mehr er sich vom Horizonte ablöst und je kürzer die Dämmerung ist, d. h. je grösser der im Texte nach 353 : 9 berechnete Winkel $n = 90^0 - B$ ist, der im Max. für $t = 6^h$ gleich $90 - (\varphi - e)$, im Min. für $t = 18^h$ gleich $90^0 - (\varphi + e)$ ist, also am Equator zwischen $113^1/_2{}^0$ und $66^1/_2{}^0$, bei uns zwischen 66^0 und 19^0 schwankt. — Noch mag angeführt werden, dass **Huth** 1804 das Zodiakallicht fast immer hyperbolisch begrenzt fand, womit auch die schöne Zeichnung so ziemlich übereinstimmt, welche **Horner** (s. Zach, Monatl. Corr. X; Gehler's Wörterbuch: Zodiakallicht) 1803 XII 18 auf dem atlantischen Ocean davon

entwarf, — während ihm **Heis** 1856 III 3 eine elliptische Gestalt von 166° grosser und 33° kleiner Axe zuschreiben musste; endlich dass nach **Angström** im Spectrum des Zodiakallichtes die Nordlichtlinie (v. 392) ebenfalls auftritt, wodurch eine merkwürdige Beziehung zwischen diesen beiden räthselhaften Erscheinungen erwiesen scheint.

L. Die Kometen.

437. Die ältern Ansichten über die Kometen. Schon im Alterthume beachtete man die Kometen, hielt sie aber, mit rühmlicher Ausnahme von Seneca, nicht für Gestirne, sondern für ephemere Produkte unserer Atmosphäre, die alle möglichen Uebel anzeigen; so sollte ein weisslicher Komet auf Krankheiten deuten, ein bläulicher auf Dürre und Hungersnoth, ein goldfarbiger auf den Tod eines Potentaten, etc. Später gaben die Chroniken durch kritiklose Zusammenstellungen diesem Aberglauben neue Nahrung, und statt mit Jeremias X 2 demselben entgegenzutreten, verschmähte es auch die Geistlichkeit nicht, die himmlische Ruthe auszubeuten. Immerhin begannen gegen das Ende des 15. und im 16. Jahrhundert einzelne Astronomen, wie Regiomontan, Appian, Tycho, etc., Positionsbestimmungen von Kometen zu machen, ihre Schweife zu studiren, etc., und im 17. Jahrhundert brach sich nach und nach durch die Bemühungen der Keppler, Cysat, Hevel, Borelli, Bernoulli, Dörfel, etc. die Ansicht Bahn, dass diese Gestirne sich ebenfalls gesetzmässig bewegen, ja entsprechend den Planeten Kegelschnitte um die Sonne beschreiben möchten.

Während **Plinius** in Beziehung auf die Kometen dem crassesten Aberglauben huldigte, sprach sein Zeitgenosse Lucius Annaeus **Seneca** (Corduba in Spanien 2? — Rom? 65; Quästor und Prätor, Lehrer von Nero, der ihn schliesslich zum Tode verdammte) in seinen „Naturalium quæstionum libri VII (Venet. 1522 in 8., Gotting. 1819 in 8., etc.)" aus, dass sie zu den ewigen Gestirnen gehören, und man später die Gesetze ihrer Bewegungen erkennen werde. — Die ersten Herausgeber von Chroniken und Kometenverzeichnissen, wie z. B. Johannes **Stumpf** (Bruchsal 1500 — Zürich 1566; Pfarrer in Bubikon und Stammheim) in seiner „Schweizer-Chronik. Zürich 1547 in fol. (3 A. 1606)", Ludwig **Lavater** (Zürich 1527— Zürich 1586; Pfarrer am Grossmünster in Zürich und Antistes) in seinem „Cometarum omnium fere catalogus qui ab Augusto Imperatore ad annum 1556 apparuerunt. Turici 1556 in 12. (2 A. in deutsch. Sprache „mit Beifügung derjenigen Kometen, welche sowol vor der Geburt des Herren, als auch von 1556 bis 1681 erschienen" durch J. J. Wagner. Zürich 1681 in 12.)", etc., und in ähnlicher Weise die meisten der je nach Auftauchen eines Kometen im 16. und 17. Jahrhundert erschienenen zahlreichen Flugschriften, die sich häufig schon durch ihre Titel, wie z. B. „Christenliche Gedanken und Busswürkende Seufzer", oder „Geistliche Auslegung des Himm-

lischen Ambassadeurs", oder „Wacbende Ruthen am Himmel", etc. zu charakterisiren wussten, stellten Kometenerscheinungen und andere ungefähr gleichzeitige Ereignisse in naivster Weise zusammen. So liest man z. B.: „A. 942 erschien ein Komet, darauff folget ein träffenlicher sterbend und schelmentod an vych und thieren. — A. 1477 war ein Komet, darauff war der stolze Karle von Burgund vor Nantzi erschlagen. — A. 1531, 32 und 33 saho man Kometen, dasumahl brütete der Satan die Wiedertäuffer vollends aus. — A. 1668 war ein Komet, darauff folgont in Westphalen grosser Sterbend unter den Katzen, — etc." Zuweilen folgen sonderbare Betrachtungen über die „eigentliche" Natur der Kometen, wie z. B. „Ein Komet ist eine sehr kunstliche, von dem grossen Künstler, dem allweisen Gott, mit dem Pensel seiner Allmacht eingedunkt in die Farb der Natur an der blaugewelbten Wande des gestirnten Himmels, an einem guldigen Nagel aufgesteckt gemalte Ruthen, womit er, der grundgüttige Himmelsvater, seine verbösserte Erdenkinder wider wil gut machen, und ihnen zu verstehen geben, dass sie sich des Ruhtenschlagens öfters solten erinnern," — selten aber Beobachtungen oder auch nur wirklich lehrreiche Bemerkungen. Solchen Schriften ganz entsprechende Gelegenheitspredigten der Geistlichen, zu denen sie sogar amtlich aufgefordert wurden, und für die ihnen leider Jeremias X 2 „Ihr sollot den Weg der Heiden nicht lernen, und vor den Zeichen des Himmels sollet ihr nicht erschrecken, denn die Heiden fürchten solche" als Text nicht dienlich schien, — Verketzorung Derjenigen, die wie z. B. Pierre **Bayle** (Carlat in Languedoc 1647 — Rotterdam 1706; Professor der Philosophie zu Sédan und Rotterdam) in seiner „Lettre, où il est prouvé par plusieurs raisons tirées de la philosophie et de la théologie, que les Comètes ne sont point le présage d'aucun malheur. Cologne 1682 in 12 (2 A. 1683; 3 A. unter dem Titel „Pensées diverses à l'occasion de la Comète de 1680" Rotterdam 1699, 2 Vol. in 8; deutsch von Gottsched, Hamburg 1741 in 8.)" gegen den Kometen-Aberglauben ankämpften, — Verbreitung erdichteter Wunder, wie z. B. dass 1680 XII 1 eine „unbefleckte" Henne in Rom ein Ey gelegt habe, auf welchem der damalige Komet abgebildet gewesen sei, etc. — paralysirten die Anstrengungen der Astronomen grösstentheils. — Die ersten Positionsbestimmungen scheint **Regiomontan** bei Anlass des Kometen von 1472, auf welchen sich auch die erste gedruckte, nach den Untersuchungen von Joh. Jakob **Wagner** (Zürich 1641 — Zürich 1695; Arzt in Zürich; v. Bd. 3 meiner Biographieen) durch den in Zürich als Arzt lebenden Eberhard **Schleusinger** von Garmanstorf verfasste Kometenschrift „Thurecensis phisitl Tractatus de Cometis. Beronæ (Beromünster) 1473 in fol." bezieht, gemacht zu haben, vergl. die von Joh. **Schoner** herausgegebenen „Scripta Regiomontani. Norimb. 1544 in 4."; sonst ist neben seinem Schüler **Walther** unter den ältern Kometenbeobachtern besonders noch Peter **Apian** zu nennen, der unter Andern den Kometen von 1531 und seine der Sonne entgegengesetzte Schweifrichtung beobachtete, vergl sein „Astronomicon Cæsareum. Ingolst. 1540 in fol.", — ferner Paul **Fabricius** (Lauban in Ober-Lausitz 1529? — Wien 1588; kais. Pfalzgraf, Mathematicus und Leibarzt, sowie Professor in Wien) und Joachim **Heller** (Weissenfels 1518 — Eisleben 1590; erst Professor der Mathematik zu Nürnberg, dann Buchdrucker in Nürnberg und Eisleben), welchen man namentlich die noch in der neuesten Zeit (v. 438) vielfach benutzten Beobachtungen des grossen Kometen von 1556 verdankt, — etc. Man suchte für solche Bestimmungen anfänglich 4 Sterne aus, deren Viereck den Kometen im Durchschnitte der Diagonalen enthielt (vergl. für die betreffende Orts-Berechnung

die von Bessel und Olbers im Berl. Jahrb. für 1821 und 1822 entwickelten Methoden), bis **Tycho** bei dem grossen, sogar am Tage sichtbaren Kometen von 1577 die bessere Methode in Anwendung brachte, je die Winkelabstände von zwei Sternen zu messen. — Schon **Keppler**, der den Schweif als einen durch die Sonnenstrahlen bewirkten Ausfluss aus dem Kometen ansah, schrieb Letzterm eine bestimmte Bahn zu, — ebenso **Cysat**, der, vergl. seine „Mathemata astronomica de loco, motu, magnitudine, et causis Cometæ qui sub finem A. 1618 et initium A. 1619 in coelo fulsit. Ingolstadii 1619 in 4.“, im Allgemeinen an Kreisbahnen um die Sonne dachte, jedoch dem Kometen von 1618 fast eher eine geradlinige Bahn anschreiben musste. **Hevel** sprach sich etwas später für parabolische Bahnen aus, und sein Schüler **Dörfel** wies in seiner „Astronomischen Betrachtung des grossen Kometen, welcher im ausgehenden 1680 und angehenden 1681 Jahr höchst verwunderlich und entsetzlich erschienen ist. Plauen 1681 in 4.“ nach, dass wenigstens dieser Komet wirklich eine parabolische Bahn beschrieben habe, und zwar ihr Brennpunkt in die Sonne gefallen sei. **Borelli** sprach in seiner anonymen Schrift „Del movimento della Cometa di Decembre 1664. Pisa 1665 in 4.“ sogar von elliptischen Bahnen der Kometen, — und Jakob **Bernoulli** machte in seiner Erstlingsschrift „Neu erfundene Anleitung, wie man den Lauff der Comet- oder Schwanzsterne in gewisse grundmässige Gesätze einrichten, und ihre Erscheinung vorhersagen könne. Basel 1681 in 4.“ sogar einen, wenn auch noch nicht sehr glücklichen, auf der Voraussetzung, es seien die Kometen Trabanten eines weit über Saturn stehenden Planeten, beruhenden Versuch, ihre Wiederkehr vorauszuberechnen, dabei für den Kometen von 1680 eine Umlaufszeit von $38^a\ 147^d$ findend. — Zur Ergänzung der schon in 410 und oben gegebenen Kometenliteratur, mögen endlich hier noch, abgesehen von einigen unter den folgenden Nummern zu nennenden Specialschriften, die allgemeinern Werke „**Hevel**, Prodromus cometicus. Gedani 1665 in fol., und: Cometographia. Gedani 1668 in fol., — Stanislaus **Lubienitzky** (Racow bei Krakau 1623 — Hamburg 1675; Polnischer Edelmann), Theatrum cometicum. Amstelodami 1667, 2 Vol in fol (Auch Lugd. Batav. 1681), — **Pingré**, Cométographie. Paris 1783–1784, 2 Vol. in 4., — **Carl**, Repertorium der Kometen-Astronomie. München 1864 in 8., — etc., angeführt werden.

438. Die Periodicität der Kometen. Sobald Newton seine Methoden für die Berechnung der Bahnen entwickelt hatte, erwarb sich Halley das Verdienst, dieselben auf mehrere der bestbeobachteten Kometen anzuwenden; so berechnete er unter Anderm für die Kometen von 1531, 1607 und 1682 parabolische Bahnen, und fand für sie bei annähernd gleichen Zwischenzeiten so ähnliche Elemente, dass ihm die Frage nahe lag, ob nicht diese drei Kometen etwa nur verschiedene Erscheinungen eines und desselben Weltkörpers gewesen seien. Natürlich musste in diesem Falle die Bahn eine geschlossene Linie, also nach dem Gravitationsgesetze eine Ellipse sein, und Halley wiederholte nun seine Berechnungen unter dieser neuen Voraussetzung, — fand wirklich, dass sich die Beobachtungen durch eine bestimmte Ellipse darstellen lassen, welche den Kometen nahe genug an Jupiter und Saturn vorbeiführe, um kleine Differenzen

der Umlaufszeiten durch störende Anziehungen erklären zu können, — und war schliesslich so sicher über die Identität der drei Kometen, dass er 1705 wagen durfte, vorwärts zu schliessen, und eine Wiederkehr auf Ende 1758 oder Anfang 1759 anzukündigen, — unbekümmert um das Achselzucken mancher Zeitgenossen. Die Wiederkehr erfolgte auch wirklich zu der angegebenen Zeit, und seither nochmals 1835, — ja überdiess liessen sich mehrere ältere Kometen ebenfalls als frühere Erscheinungen dieses ersten als periodisch Erkannten, und daher mit vollem Rechte nach Halley Benannten zurückführen. — Sobald die Periodicität Eines Kometen erwiesen war, lag der Gedanke nahe, auch andere Kometen, für die sich ähnliche Elemente ergaben, zu identificiren, so namentlich die Kometen von 1556, 1264 und 975, und ferner die Kometen von 1680, 1106, 531 und 43 v. Chr., — ja es wurde bereits der letztere Komet durch Whiston angeschuldigt, bei einer noch frühern Erscheinung die Sündfluth veranlasst zu haben, — und überhaupt schien die frühere, durch den Halley'schen Kometen so ziemlich beseitigte Kometenfurcht in neuer Gestalt als Furcht **davor** auftauchen zu wollen, es könnte einer der periodischen Kometen bei einer seiner Erscheinungen mit der Erde zusammentreffen und über sie die Schrecken des jüngsten Tages bringen: Der Komet von 1556 ist aber zu der Zeit, wo er unter Voraussetzung der erwähnten Identität hätte wiederkehren müssen, nicht erschienen, — der Komet von 1680 passt nach den spätern Untersuchungen mit den ihm Beigesellten nicht von ferne zusammen, — und die Furcht vor dem Zusammentreffen mit einem Kometen ist nicht nur durch die Wahrscheinlichkeitsrechnung, sondern namentlich auch durch die sofort mitzutheilenden Ergebnisse über die physische Beschaffenheit der Kometen wieder so ziemlich beseitigt worden.

Die von **Halley** berechneten Kometen waren, vergl. seine „Cometographia, seu astronomiæ cometicæ synopsis. Oxoniæ 1705 in fol. (Auch in Phil. Trans. 1705; ferner als Anhang in „Dav. Gregory, Astronomiæ elementa. Ed. 2. Genevæ 1726, 2 Vol. in 4.“; etc.),“ Folgende:

Komet des Jahres	Länge des aufsteigenden Knotens	Neigung	Länge des Perihels	Log. der Perihel-distanz	Durchg. Perih. m. Z. London	Entdecker oder Beobachter
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″		h m	
1337	♊ 24 21 0	32 11 0	♉ 7 59 0	9,609236	VI 2, 6 25	Gregoras
1472	♑ 11 46 20	5 20 0	♉ 15 33 30	9,734584	II 28, 22 23	Regiomontan
1531	♉ 19 25 0	17 56 0	♒ 1 39 0	9,753583	VIII 24, 21 18½	Apian
1532	♊ 20 27 0	32 36 0	♋ 21 7 0	9,706803	X 19, 22 12	Apian
1556	♍ 25 42 0	32 6 30	♑ 8 50 0	9,666424	IV 21, 20 3	P. Fabricius

Komet des Jahres	Länge des aufsteigenden Knotens	Neigung	Länge des Perihels	Log. der Perihel-distanz	Durchg. Perih m. Z. London	Entdecker oder Beobachter
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″		h m	
1577	♈ 25 52 0	74 32 45	♌ 9 22 0	9,263447	X 26, 18 45	Tycho
1580	♈ 18 57 20	64 40 0	♋ 19 5 50	9,775450	XI 28, 15 0	Moestlin
1585	♉ 7 42 30	6 4 0	♈ 8 51 0	0,038850	IX 27, 19 20	Tycho
1590	♍ 15 30 40	29 40 40	♏ 6 54 30	9,760882	I 29, 3 45	Tycho
1596	♒ 12 12 30	55 12 0	♏ 18 16 0	9,710058	VII 31, 19 55	Moestlin
1607	♉ 20 21 0	17 2 0	♒ 2 16 0	9,768490	X 16, 3 50	Kepler
1618	♊ 16 1 0	37 34 0	♈ 2 14 0	9,579498	X 29, 12 23	Kepler
1652	♊ 28 10 0	79 28 0	♈ 28 18 40	9,928140	XI 2, 15 40	Hevel
1661	♊ 22 30 30	32 35 50	♋ 25 58 40	9,651772	I 16, 23 41	Hevel
1664	♊ 21 14 0	21 18 30	♌ 10 41 25	0,011044	XI 24, 11 52	Hevel
1665	♏ 18 2 0	76 5 0	♊ 11 54 30	9,027309	IV 14, 5 15½	Hevel
1672	♑ 27 30 30	83 22 10	♉ 16 59 30	9,843476	II 20, 8 37	Hevel
1677	♏ 26 49 10	79 3 15	♌ 17 37 5	9,448072	IV 26, 0 37½	Hevel
1680	♑ 2 2 0	60 56 0	♐ 22 39 30	7,787106	XII 8, 0 6	G. Kirch
1682	♉ 21 16 30	17 56 0	♒ 2 52 45	9,765877	IX 4, 7 39	Flamsteed
1683	♍ 23 23 0	83 11 0	♊ 25 29 30	9,748343	VII 3, 2 50	Flamsteed
1684	♐ 28 15 0	65 48 40	♏ 28 52 0	9,982339	V 29, 10 16	Bianchini
1686	♓ 20 34 40	31 21 40	♊ 17 0 30	9,511883	IX 6, 14 33	Arnold
1698	♐ 27 44 15	11 46 0	♑ 0 51 15	9,839660	V 8, 16 57	Cassini

zu welcher Tafel beizufügen ist, dass Nicephorus **Gregoras** Geschichtsschreiber und Astronom in Konstantinopel, — Francesco **Bianchini** (Verona 1662 — Rom 1729) päpstlicher Kammerherr und Secretär der Kalender-Congregation in Rom, — und Christoph **Arnold** (Sommerfeld 1650 — Leipzig 1695) ein gelehrter Bauer in der Nähe von Leipzig war. — Die Kometen von 1531, 1607 und 1682 zeigten nun so ähnliche Elemente, und auch wegen

$$1607{,}82 - 1531{,}65 = 76^a{,}17 \qquad 1682{,}70 - 1607{,}82 = 74^a{,}88$$

so nahe gleiche Zwischenzeiten, dass **Halley** sie für identisch halten, die Zwischen- als Umlaufszeiten ansehen, daraus nach dem dritten Keppler'schen Gesetze die aproximative Distanz 17—18 ableiten, und überhaupt die im Texte mitgetheilten Schlüsse wagen durfte. Um den von ihm angedeuteten Einwirkungen der Planeten Jupiter und Saturn Rechnung tragen zu können, entwickelte später Al. **Clairault** die nöthigen Formeln, und als nach denselben und unter seiner Aufsicht der junge **Lalande** und die gelehrte Madame **Lepaute** (Nicole-Reine Etable de la Brière, Paris 1723 — Paris 1788; Frau des Uhrmacher Lepaute in 257) die numerischen Rechnungen ausgeführt hatten, konnte er 1758 XI 14 der Parisor Academie mittheilen, dass der Komet 1759 IV 13 ± 1 Monat zur Sonnennähe zurückkehren werde. Schon bald nach dieser Anzeige, nämlich 1758 XII 25, fand Joh. Georg **Palitzsch** (Prohlitz bei Dresden 1723 — Leubnitz bei Dresden 1788; Bauer und Autodidakt) den erwarteten Kometen wirklich auf, und aus den nun vielfach angestellten Beobachtungen ergab sich 1759 III 12 als Datum des Periheldurchganges. Für die folgende Sonnennähe, welche **Damoiseau** auf theoretischem Wege für 1835 XI 4 vorausgesagt hatte, Otto August **Rosenberger** (Tuckum in Kurland 1800; Professor der Mathematik und Astronomie zu Halle) auf XI 11,

Pontécoulant auf XI 13 und **Lehmann** auf XI 26, — ergab sich, nachdem Etienne **Dumouchel** (Montfort-Lamaury 1773 — Rom 1840; Jesuit; Director der Sternwarte des Collegio Romano in Rom) den Kometen 1835 VIII 6 zuerst am Himmel aufgefunden hatte, aus zahlreichen Beobachtungen XI 16. Ferner hatte schon **Halley** später noch gefunden, dass auch der grosse Komet von 1456, der die vor Belgrad liegenden Heere der Christen und Türken gleichmässig erschreckte, und gegen den, nach einer (allerdings durch Faye als irrig bezeichneten) Sage, Papst **Calixtus** III den Bann aussprach, der Halley'sche war — und seither ist es **Hind, Laugier**, etc. gelungen, mit Hülfe alter chinesischer Beobachtungen denselben auch in den Kometen der Jahre 1378, 1301, 1223, 1145, 1066, 989, 837, 760, 684, 608, 530, 451, 373, 295, 218, 141, 65 und — 11 nachzuweisen. — Als Richard **Dunthorne** (Ramsay 1711— Cambridge 1775; Geistlicher) um die Mitte des vorigen Jahrhunderts und gestützt auf einige Angaben, welche er in einem Manuscripte „Tractatus fratris Egidii de Cometis“ aufgefunden hatte, den Kometen von 1264 berechnete, fand (s. Phil. Trans. 47) er für denselben mit den von **Halley** für den Kometen von 1556 erhaltenen so ähnliche Elemente, dass er vermuthen musste, es möchten die beiden Erscheinungen von 1264 und 1556 Einem Kometen von etwa 292° Umlaufszeit, der somit etwa 1848 wieder erwartet werden dürfte, zugehören. Zu ähnlichen Resultaten war später **Pingré**, und noch in neuerer Zeit **Hind**, gekommen, ja man las sogar 1848 I in den Zeitungen, Letzterer habe wirklich den Erwarteten am Himmel aufgefunden, — es war aber wie sich nachher zeigte, nicht der Komet, sondern eine Ente gewesen. Seither stellte B. **Bomme** in Middelburg, übrigens ebenfalls gestützt auf jene von Vielen bezweifelte, ja von **Hoek** in seiner Dissertation „De Kometen van de Jaren 1556, 1264 en 975, en bare vermeende Identiteit. S'Gravenhage 1857 in 4.“ eher verworfene Identität, sehr einlässliche Studien über den muthmasslichen Einfluss der Planeten auf den Zeitpunkt der erwarteten Wiederkehr an, und erhielt als Resultat den Durchgang durch das Perihel auf 1858 VIII 2 ± 2^a, vergl. seine „Prœve eener Berekening der Storingen in de Loopbaan der Komeet van 1264—1556, tot haren waarschijnlijken Terugkeer (Verh. Nederl. Instit. 1849)“. Der Komet ist jedoch innerhalb dieser Grenze nicht erschienen, — man wollte denn den im Sommer 1857 zur Beängstigung der Leichtgläubigen **erfundenen** Kometen dafür nehmen. — Als man im Frühjahr 1773 zu Paris hörte, **Lalande** gedenke der Academie „Réflexions sur les Comètes qui peuvent approcher de la terre“ vorzutragen, entstand eine grosse Spannung: In der betreffenden Sitzung musste jedoch diese Vorlesung aus Mangel an Zeit unterlassen bleiben, und nun verbreitete sich, ob aus Dummheit oder Bosheit weiss man nicht, das Gerücht **Lalande** habe auf V 12 den Weltuntergang durch Zusammenstoss mit einem Kometen ankündigen wollen, sei aber von der Polizei daran verhindert worden, und dieses blosse Gerücht reichte hin, einen so panischen Schrecken zu verbreiten, dass ganz Paris jenem Tage entgegenjammerte, Todesfälle und Frühgeburten vor Schrecken vorkamen, und unwürdige Geistliche, welche um schweres Geld Absolution anboten, die besten Geschäfte machten. Der schnelle Abdruck von Lalande's Abhandlung (Paris 1773 in 8.), und verschiedene Versuche durch Scherz und Ernst über die Sache aufzuklären, halfen wenig. — Vergl. auch meinen Vortrag „Ueber Cometen und Cometen-Aberglauben. Zürich 1857 in 8.“ (Auch Monatsschr. des wiss. Ver.)“

439. Die Kometen von kurzer Umlaufszeit. Unter den vielen übrigen Kometen, welche im Laufe der Zeiten der Rechnung unterworfen wurden, haben sich manche von entschiedener Periodicität, und darunter mehrere von relativ kurzer Umlaufszeit gefunden, welche seither sichtbar wiedergekehrt sind, so der sog. Encke-Pons'sche Komet von $3^1/_3$ Jahren Umlaufszeit (jetzt bereits 19 mal gesehen), — der Brorsen'sche (3 mal), der De Vico'sche (2 mal) und der Pons-Winnecke'sche (2 mal) von je $5^1/_2$, — der d'Arrest'sche von $6^1/_2$ (3 mal), — der Biela'sche von $6^3/_4$ (6 mal), — und der Möller-Faye'sche von $7^1/_2$ (4 mal). Man ist durch sie dahin belehrt worden, dass wenigstens einzelne Kometen eine Verminderung ihrer Umlaufszeit erleiden, die man, wenn sie nicht etwa nur periodisch ist, durch einen Widerstand des Mittels erklären kann, — dass eine Art von Doppelkometen existirt, ja dass solche vielleicht noch gegenwärtig sich bilden können, — und dass Kometen, welche nahe an Planeten vorbeigehen, zwar nicht merklich auf sie einwirken, dagegen oft umgekehrt von ihnen sehr stark beeinflusst werden.

Als **Encke** den Kometen berechnete, welchen der unermüdliche Kometenjäger Jean-Louis **Pons** (Peyre in Haut-Dauphiné 1761 — Florenz 1831; successive Gehülfe und Adjunkt der Sternwarte zu Marseille, Director der Sternwarten zu Lucca und Florenz) 1818 XI 26 entdeckt hatte, fand er für ihn die kurze Umlaufszeit von $3^1/_3$ Jahren, und dabei grosse Aehnlichkeit seiner Elemente mit denjenigen der Kometen von 1786, 1795 und 1805, — ja, als er um sicher zu gehen, die grosse Arbeit unternahm, den neuen Kometen mit Berücksichtigung der planetarischen Störungen bis 1786 rückwärts zu verfolgen, fand er wirklich die schönste Uebereinstimmung. Nun wandte er sich vorwärts, und bestimmte den nächsten Periheldurchgang seines Kometen auf 1822 V 24, — eine Bestimmung, welche durch die von **Rümker** zu Paramatta in Neu-Süd-Wales erhaltenen Beobachtungen glänzend bestätigt wurde. Bei der nächsten Wiederkehr, für welche **Encke** neuerdings eine Ephemeride vorausberechnet hatte, fand **Harding** den Kometen 1825 VII 26 nur 3' von der Stelle auf, welche ihm **Encke** für jenen Tag angewiesen hatte und so feierte Letzterer bei jedem Wiedererscheinen bis zu seinem 1865 erfolgten Tode je einen neuen Triumph; vergl. seine 8 Abhandlungen „Ueber den Kometen von Pons (Berl. Abh. 1829—1859)." Die schon im Texte berührte, wenigstens bei einzelnen Kometen sich zeigende und während einer längern Periode fortdauernde Verminderung der Umlaufszeit wurde zuerst von **Encke** bei seinem Kometen schlagend nachgewiesen, und durch einen Widerstand des Weltethers zu erklären gesucht. Dass ein widerstehendes Mittel die Dimensionen der Bahn, folglich nach dem dritten Keppler'schen Gesetze auch die Umlaufszeit vermindern müsste, wird schon aus beistehender Figur plausibel, — und wider die Existenz eines solchen Mittels lässt sich am Ende auch



nicht viel einwenden: Hat ja schon **Loys** de Cheseaux einen das Licht schwächenden Weltether vermuthet, da ohne einen solchen, weil muthmasslich nach jeder Richtung ein Stern steht, das ganze Himmelsgewölbe (etwa mit Ausnahme der Planeten, Monde und Sonnenflecken) so hell wie die Sonne erscheinen müsste. Immerhin haben aber schon früher **Bessel**, und neuerdings wieder Faye diese Hypothese bestritten, und behauptet, es könne diese Verkürzung auch eine Folge anderer, z. B. der bei der Schweifbildung thätigen Kräfte sein. — **Babinet** nannte einen Kometen ein „rien visible", und **Faye** speculirte (s. Compt. rend. 1858 XI 29) heraus, der Donati'sche Komet (v. 440) habe nur 0,0043 der Erdmasse, also eine Dichte von nur 0,009 der atmosphärischen Luft, oder des 9fachen der Dichte im Vacuum einer guten Luftpumpe besessen. Um eine solche Massenbestimmung zu machen, kann man mit Giuseppe **Calandrelli** (Zagarola im Kirchenstaat 1749— Rom 1827; Professor der Mathematik und Director der Sternwarte des Collegio Romano) von der Hypothese ausgehen, dass die Kometenatmosphäre bis dahin reiche, wo die Attraction von Sonne und Komet gleich werde, somit die Wirkung der Sonne nur als eine Differentialwirkung auf Oberfläche und Mittelpunkt betrachten: Bezeichnet daher μ das Verhältniss der Masse des Kometen zur Sonnenmasse, r den wahren Radius des Kometen und δ seine Distanz von der Sonne, so ist

$$\frac{\mu}{r^2} = \frac{1}{(\delta - r)^2} - \frac{1}{\delta^2} = \frac{r(2\delta - r)}{\delta^2(\delta - r)^2} = \text{nahe } \frac{2r}{\delta^3} \qquad 1$$

oder es wird, wenn d die Distanz des Kometen von der Erde und φ seinen scheinbaren Radius bezeichnet, also $r = d \, . \, \mathrm{Sin}\, \varphi$ ist,

$$\mu = 2\left(\frac{d \,\mathrm{Sin}\, \varphi}{\delta}\right)^3 \qquad 2$$

Nach dieser von dem römischen Astronomen schon 1808 aufgestellten Formel fand Edouard-Albert **Roche** (Montpellier 1820; Professor der Mathematik zu Montpellier) für den bereits erwähnten Donati'schen Kometen, $\varphi = 75''$ und $\delta = 0{,}9$ d annehmend, die Masse $\mu = 0{,}000000000132$ oder verschwindend klein, und es wird dadurch die Annahme gerechtfertigt, dass ein Komet kaum je einem Planeten gefährlich werden dürfte, während dagegen allerdings umgekehrt der Einfluss eines Planeten auf einen ihm nahe kommenden Kometen sehr bedeutend werden, ja aus diesem Einfluss die Masse des störenden Planeten ermittelt werden kann: So konnte **Encke** aus den Störungen, welche Merkur auf seinen, ihm im August 1835 nahe gekommenen Kometen ausübte, nachweisen, dass die bis dahin nach einer von **Lagrange** 1782 aufgestellten Hypothese zu 1 : 2025810 angenommene Merkursmasse nur 1 : 4686571 betrage, — eine Verhältnisszahl, welche später nach neuen Untersuchungen von **Leverrier**, etc., nur noch wenig abgeändert wurde (v. XVIII), und die frühere abnorme Dichte Merkur's auf eine annehmbare Zahl zurückführte. — Wie weit die Einwirkung grösserer Planeten gehen kann, zeigte der von dem berühmten Kometenjäger Charles **Messier** (Badonviller in Lothringen 1730 — Paris 1817; Astronom der Marine und Mitglied der Pariser-Academie; vergl. die „Notice" von Delambre in Vol. 2 der Mém. de l'Inst.) 1770 VI 14 entdeckte Komet im höchsten Grade: Er zeichnete sich durch eine, sofort ersichtliche, starke Abweichung von einer parabolischen Bahn aus, und als sodann **Lexell** (vergl. Mem. Pet. 1777—1781) entsprechend für ihn eine elliptische Bahn von nur etwas mehr als $5^1/_2{}^a$ Umlaufszeit fand, konnte man kaum begreifen, dass man ihn vorher nie gesehen hatte, geschweige dass man ihn

später zur Zeit der vermuthlichen Wiederkehr trotz allem Suchen nicht finden konnte. Nichts desto weniger musste **Burckhardt** in einem vom Pariser-Institute gekrönten „Mémoire sur la comète de 1770 (Mém. Inst. 1806)" die Arbeit von Lexell vollkommen bestätigen, und endlich gelang es auch **Laplace** (s. Méc. cél. IV) das Räthsel vollständig zu lösen, indem er zeigte, dass der Komet, welcher früher eine ganz andere Bahn hatte, 1767 Jupiter so nahe kam, dass er in die Lexell'sche Bahn abgelenkt wurde, auf dieser sich 1770 der Erde bis auf 14 Millionen Meilen näherte, — 1776 zur Sonne zurückkehrte, aber wegen ungünstigem Stande nicht gesehen werden konnte, — 1779 aber neuerdings so nahe an Jupiter gelangte, dass eine neue Bahnänderung eintrat, welche ihn unserm Gesichtskreise wieder auf die Dauer entführte. Auf ähnliche Weise erhielt nach **Hind** und **d'Arrest** der 1846 II 26 von Th. **Brorsen** (Norburg auf Alsen 1819; Observator der Sternwarte des Freiherrn von Senkenberg in Böhmen) entdeckte Komet seine gegenwärtige Bahn erst im Mai 1842 durch Annäherung an Jupiter, — auch dürfte ihm in der Mitte des folgenden Jahrhunderts eine neue Bahnänderung bevorstehen. — Der von Francesco de **Vico** (Macerata bei Ancona 1805 — London 1848; Jesuit; Director der Sternwarte des Collegio Romano) 1844 VIII 22 zu Rom entdeckte, und seither wieder von **Goldschmidt** 1855 aufgefundene Komet, dürfte nach den Untersuchungen von **Leverrier** mit dem 1678 durch de **La Hire** beobachteten Kometen identisch sein, — ganz bestimmt ist es der von **Winnecke** entdeckte Komet 1858 II mit dem von **Pons** aufgefundenen Kometen 1819 III, — dagegen scheint der von **d'Arrest** 1851 VII 27 entdeckte, und seither wieder von **Maclear** 1851 am Cap, und von **Winnecke** 1870 in Karlsruh aufgefundene Komet, früher nicht bemerkt worden zu sein. — Zu den merkwürdigsten Kometen gehört derjenige, welchen 1826 II 27 Wilhelm von **Biela** (Rosslau am Harz 1782 — Venedig 1856; österreich. Hauptmann und später Platzkommandant von Rovigo), und III 9 unabhängig von ihm auch der Kometenjäger Jean-Felix-Adolphe **Gambart** (Cette 1800 — Paris 1836; Director der Sternwarte zu Marseille) entdeckte. Die theils von den beiden Entdeckern, theils von Thomas **Clausen** (Nübel in Schleswig 1801; Observator in Dorpat), etc., angestellten Berechnungen gaben nicht nur übereinstimmend eine Umlaufszeit von nahe $6^3/_4$ Jahren, sondern erwiesen auch die Identität mit den bereits als unter sich verwandt betrachteten Kometen, welche **Montaigne** 1772 III 8 und **Pons** 1805 XI 10 aufgefunden hatten. Bezüglich der ersten Wiederkehr des Biela'schen Kometen im Jahre 1832 hatte **Olbers** nachgewiesen, dass derselbe X 29 beim Durchgange durch den niedersteigenden Knoten nicht ganz 5 Erdradien innerhalb der Erdbahn stehen, also diese muthmasslich mit seiner Nebelhülle von circa $5^1/_4$ Erdradien streifen werde, und nun ängstigte sich aus Missverständniss das Publikum furchtbar, bis ihm **Littrow** und Andere durch populäre Schriften beibringen konnten, dass die Erde X 29 noch volle 11 Millionen Meilen von dem allfällig durch den Kometen gestreiften Punkte ihrer Bahn abstehe. Bei seiner Erscheinung im Jahr 1845 dagegen bot der Biela'sche Komet ein reelles und höchst merkwürdiges Phänomen: Während er XI 28 u. f. noch gar nichts Auffallendes zeigte, erschien er schon XII 19 etwas länglich, und 1846 I 27 erkannte **d'Arrest** deutlich einen Doppelkopf, — ja noch etwas später sah man zwei deutlich geschiedene Nebelmassen ganz gemüthlich neben einander fortlaufen, sich dabei langsam immer etwas mehr von einander entfernend, — und auch bei der Wiederkehr im August 1852 fanden sich noch beide Theile, wenn auch in

etwas grösserer Distanz von einander, vor. — Seither konnte der Komet weder 1859 noch 1865/1866 aufgefunden werden, und es scheint fast, es habe sich derselbe (v. 440) vollständig aufgelöst. — Der Möller-Faye'sche Komet endlich wurde von **Faye** 1843 XI 22 entdeckt, mit Hülfe der von **Leverrier** berechneten Bahn und Ephemeride 1851 durch **Challis**, und seither noch 1858 durch **Bruhns** und 1865 durch Th. N. **Thiele** wieder aufgefunden. In der neuern Zeit hat Axel **Möller** (v. Astr. Nachr. Vol. 53 u. f) das Patronat dieses Kometen in ähnlicher Weise übernommen, wie s. Z. Encke dasjenige des Pons'schen, und es ist daher mit Recht auch sein Name mit demselben verbunden worden.

440. Die neuern Ansichten über die Kometen. Auch die Kenntniss der physischen Beschaffenheit der Kometen wurde in neuerer Zeit nicht unerheblich gefördert. So konnte bei dem von Donati entdeckten glänzenden Kometen des Jahres 1858 ganz deutlich beobachtet werden, wie auf der, der Sonne zugewandten Seite des Kopfes von Zeit zu Zeit Ausströmungen statt hatten, welche erst seitlich und dann rückwärts abflossen, und so den, in seinem Innern analog der Flamme einen hohlen Raum enthaltenden, von der Sonne abstehenden Schweif bildeten, der sich nach und nach im Kampfe zwischen Trägheit und Anziehung krümmte. Verfliessen zwischen mehreren solchen Ausströmungen erhebliche Zeiten, so bilden sich gewissermassen mehrere getrennte, einen Fächer bildende Schweife, wie diess namentlich bei dem Kometen von 1744 beobachtet wurde. Ferner nahm man bei mehreren Kometen Polarisationserscheinungen wahr, welche auf eigenes Licht schliessen lassen, — bei einigen andern dann freilich wieder entschiedene Phasen, — und in der neusten Zeit haben Spektralversuche wahrscheinlich gemacht, dass wenigstens einzelne Kometen aus intensiv heissen Gasen bestehen. — Immerhin bilden einstweilen noch die Schlüsse, welche aus den Bahnverhältnissen gezogen werden können, die sicherste Basis, und es ist wohl mit Mädler und Hoek anzunehmen, dass nur Einzelne der Kometen speciell unserm Sonnensysteme angehören, — dass diese sämmtlich eine direkte Bewegung und wenig Schweifbildung besitzen, fast ausschliesslich teleskopisch sind, und ihre Perihele ausserhalb Merkur liegen haben; dass dagegen die überwiegende Mehrzahl der Kometen dem grossen Fixsternsysteme zugehört, und zu uns nur auf vorübergehenden Besuch kömmt, — dass bei diesen sehr excentrische, ja parabolische und hyperbolische Bahnen vorherrschen, — dass sie unter allen möglichen Neigungen zur Ekliptik herumlaufen, zum Theil der Sonne sehr nahe kommen, glänzend und stark beschweift sind, — und dass sie unter Umständen dauernd (wie muthmasslich der Halley'sche, v. 438) oder vorübergehend (wie der Lexell-Messier'sche von 1770, v. 439) dem Sonnensystem annexirt

werden können. Die neusten Untersuchungen von Schiaparelli und Weiss endlich machen eine gewisse Verwandtschaft zwischen einzelnen Kometen und den Sternschnuppenschwärmen höchst wahrscheinlich.

Der nach **Donati** benannte Komet 1858 VI wurde von diesem Astronomen 1858 VI 2 entdeckt, bildete sich rasch zu einer der glänzendsten Erscheinungen dieser Art aus, und wurde sowohl nach seinen Bahnverhältnissen als nach seiner physischen Beschaffenheit vielfach beobachtet, untersucht, berechnet und beschrieben, vergl. z. B. die Abhandlungen „George Philipps **Bond** (Sohn und Nachfolger von W. C. Bond in 341; schon 1865 ebenfalls gestorben), Account of the great Comet of 1858 (Annales of the astron. Observ. of Harvard Coll. Vol. 3), und: O. **Struve** und A. **Winnecke**, Pulkowaer-Beobachtungen des grossen Kometen von 1858 (Mém. de Pét. 7ᵉ Sér. Tom 2)". Die beistehende, sich auf 1858 X 5 beziehende Abbildung wurde von Joh. **Koch** in Bern entworfen. Die scheinbare Schweiflänge nahm nach meinen Beobachtungen von IX 27 bis X 5, wo Arcturus ohne Lichtschwächung und stark scintillirend bei $^3/_4{}^h$ etwas über dem Kopfe hinter dem Schweife stand, von 12° bis 33° zu, dann wieder langsam ab. — Während **Leibnitz** in dem Schweife noch 1690 nur einen optischen Effect zu erkennen glaubte, sah **Newton** in demselben durch die



1858 X 5

Sonnenstrahlen zurückgestossene Materie, und diese in neuerer Zeit von **Faye** (v. Compt. rend. 1871 X 9) in etwas modificirter Form wieder aufgenommene Ansicht schien dann namentlich durch den schon im Texte erwähnten, schönen Kometen von 1744 belegt zu werden, welchen Dirk **Klinkenberg** (Harlem 1709 — Harz 1799; Secretär der holländischen Regierung) 1743 XII 9 zuerst sah, — **Heinsius**, vergl. seine „Beschreibung des im Anfang 1744 erschienenen Kometen. Petersburg 1744 in 4.", so sorgfältig beobachtete, und über welchen **Loys** de Cheseaux s. classischen „Traité de la Comète. Lausanne 1744 in 8." schrieb, auf welchen namentlich für die an den Donati'schen Kometen erinnernden Ausströmungen und die Abbildung des fächerartigen Schweifes verwiesen werden mag. Bei dieser Ansicht, sowie bei der verwandten von **Bessel**, nach der bei Annäherung an die Sonne das frühere Gleichgewicht der im Kometen vorhandenen polaren Kräfte gestört würde, hätte der Schweif eine gewisse Permanenz, — während er sich nach den von **Tyndall**, der auch den Kometenkopf sich aus einem dünnen Dampfe niederschlagen lässt, publicirten Ideen (v. Les Mondes 1869, Arch. de Genève 1869, etc.), in dem durch den Kometen vor den auflösenden Wärmestrahlen geschützten Raume durch eine Art Niederschlag des Dampfes auf die fast ungehindert durchgehenden Lichtstrahlen immer neu bildete. — Bestimmtere Ansichten über die Natur des Kometen werden sich erst bilden können, wenn noch eine grössere Reihe von gut constatirten und bei vielen Kometen beobachteten Thatsachen vorliegt; einstweilen wird es am besten sein solche zu sammeln, und es mögen darum auch hier noch einige aufgezählt werden: Der XI 13 von Gottfried **Kirch** zuerst gesehene, bereits in 437 besprochene, von **Encke** in s Abhandlung

„Versuch einer Bestimmung der wahrscheinlichsten Bahn des Cometen von 1680 mit Rücksicht auf die planetarischen Störungen (Zeitschr. f. Astr. Bd. 6)" mit einer Umlaufszeit von mehr als 2000 Jahren bedachte Komet von 1680 zeigte nach **Quetelet** Phasen, war also undurchsichtig. — Der grosse, zuerst von Augustiner-Mönchen in Sicilien gesehene Komet von 1807, für den **Bessel** in s. „Untersuchung über die scheinbare und wahre Bahn des 1807 erschienenen Kometen. Königsberg 1810 in 4." eine Umlaufszeit von 1714 $\pm$ 400 Jahren erhielt, zeigte einen schönen Doppelschweif. — Bei dem Kometen, den **Flaugergues** 1811 III 26 entdeckte, der von den Astronomen bis 1812 VIII 17 verfolgt werden konnte, für den **Argelander** in s. „Untersuchung über die Bahn des grossen Kometen vom Jahre 1811. Königsberg 1823 in 4." eine Umlaufszeit von 3065 $\pm$ 43 Jahren fand, und dem Viele die prachtvolle Witterung und den köstlichen Wein von 1811 zuschrieben, nahm **Herschel** in der den Kopf bildenden Nebelhülle eine deutlich begrenzte planetarische Scheibe von circa 100 Meilen Durchmesser wahr, und **Piazzi** glaubte (s. Corr. astr. 8) durch seinen Schweif mehrere Sterne heller als sonst zu sehen, so z. B. einen von 12. als 9., einen von 7. 8 als 5ter Grösse. Sogar durch Kometenkerne sollen zuweilen Sterne fast ohne Schwächung und namentlich ohne irgendwelche Refraction beobachtet worden sein, was darauf hindeuten würde, dass wenigstens diese Kometen nicht gasförmig waren, sondern wie Staubwolken aus diskreten, durch Zwischenräume getrennten Theilchen bestanden. — Ein Anfang Juli 1819 plötzlich in beträchtlicher Grösse aus den Sonnenstrahlen hervorgetretener Komet ist dadurch merkwürdig, dass er nach der Rechnung 1819 VI 26 vor der Sonne vorüberging, und dass **Stark** ihn muthmasslich während dieser Zeit sah. — Die zuerst 1835 bei Wiederkehr des Halley'schen Kometen durch **Arago** erwiesene, sodann durch **Prazmowski**, etc., auch 1858 bei dem Donati'schen Kometen gefundene Polarisation des Kometenlichtes weist auf reflectirtes, dagegen das von **Donati** und **Secchi** bei den beiden durch Ernst Wilhelm Leberecht **Tempel** (Nieder-Cunersdorf in der Lausitz 1821; Lithograph in Marseille) entdeckten Kometen 1864 I und 1866 I, und noch seither auch von William **Huggins** bei andern Kometen erhaltene Spectrum mit drei hellen Linien auf eigenes Licht und gasige Natur hin. — Die von **Klein** hervorgehobene paarweise Verwandtschaft mancher Kometen, wie z. B.

der Kometen	1857 III	1857 V	1863 I	1863 VI
Periheldurchgang	1857 VII 18	1857 X 1	1863 II 3	1863 XII 29
Länge des Perihels	249° 36'	250° 8'	191° 23'	183° 8'
Länge des aufst. Knotens	23 41	14 58	116 56	105 2
Neigung	58 57	56 3	85 22	83 19
Periheldistanz	0,37	0,57	0,79	1,31
Lauf	R	R	D	D

von welchen der erste und zweite durch **Klinkerfues**, der dritte durch **Bruhns** und der vierte durch Uhrmacher **Bäker** in Nauen entdeckt wurde, macht entweder die Existenz von ursprünglichen Doppel-Kometen wahrscheinlich, oder weist auf eine dem Biela'schen Kometen (v. 439) entsprechende Theilung mancher Kometen hin, — etc. — Nach **Mädler** zählte man 1859 bereits 221 berechnete Kometen, und von diesen hatten ihr

Perihel zwischen	Directe Kometen	Retrograde Kometen	im Ganzen
⊙ und ☿	18	27	45
☿ ♀	26 } . . . 44	40 } . . . 67	66 } . . . 111
♀ ♁	38	22	60
♁ ♂	24 } . . . 62	16 } . . . 38	40 } . . . 100
♂ ♃	8 . . . 8	2 . . . 2	10 . . . 10
Summe	114	107	221

Elliptisch berechnet waren 46 Kometen: Unter diesen zeigten 33 directe Bewegung, und von diesen hinwieder 18 eine kürzere Umlaufszeit als 75 Jahre, die übrigen aber (v. die oben erwähnten Kometen von 1807 und 1811) grossentheils sehr lange, kaum auf wirklich periodische Kometen deutende Umlaufszeiten; dagegen hatten 13 retrograde Bewegungen, und von diesen kehrte nur Einer (der Halley'sche in 438) sichtbar wieder. Eine absolut parabolische Bahn ergab der sehr gut und lange beobachtete Komet 1830 I. Hyperbolisch berechnet waren 9 Kometen, und davon mehrere ziemlich sicher. — Als Mathias **Roller** (v. A. N. 1797) die elliptisch berechneten Kometen nach ihren Apheldistanzen ordnete, erhielt er folgende 4 merkwürdige, den 4 äussern Planeten entsprechende Gruppen:

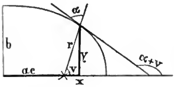
Komet	Apheldistanz	Komet	Apheldistanz
Encke-Pons	4,09	1858 I	10,43
1867 II	4,80	1846 VI	11,10
1819 IV	4,81	Mittel	10,76
1678	4,99	Saturn	10,07
de Vico	5,01		
1766 II	5,47	1866 I	19,14
Winnecke-Pons	5,51	Uranus	20,08
Brorsen	5,62	1852 V	29,63
1776 I	5,65	1812	33,41
d'Arrest	5,71	1815	34,06
Möller-Faye	5,92	1846 IV	34,50
1783	6,06	1847 V	35,07
Biela	6,19	Halley	35,39
Mittel	5,37	Mittel	33,68
Jupiter	5,45	Neptun	30,34

und **Mossotti** fand, dass die Bahnen der meisten Kometen sehr wenig gegen die sog. galaktische Ebene (v. 443) geneigt seien, und die grosse Mehrzahl dieser merkwürdigen Körper aus den Regionen der Milchstrasse (v. 444) zu uns zu kommen scheine. — Zum Schlusse bleibt noch über die merkwürdigen Untersuchungen einzutreten, welche zuerst **Schiaparelli**, dann aber nament-

lich auch **Weiss**, (v. ihre in 433 erwähnten Schriften) über die Verwandtschaft von Kometen und Sternschnuppen-Strömen angestellt haben: Ersetzt man in 408 : 20 einerseits r durch $p : (1 + e \operatorname{Cos} v)$, anderseits a durch $p : (1 - e^2)$, so erhält man die Geschwindigkeit in dem Punkte (r, v) einer um die Sonne beschriebenen Linie zweiten Grades

$$v' = K \sqrt{\frac{1 + 2 e \operatorname{Cos} v + e^2}{p}} \qquad 1$$

wo K, bei Vernachlässigung der Masse des sich bewegenden Körpers gegen die Sonnenmasse, die Gauss'sche Zahl bezeichnet. Bezeichnet ferner α den Winkel der Tangente mit dem Radiusvector, so ist, da aus 143 : 2 leicht die Tangentengleichung



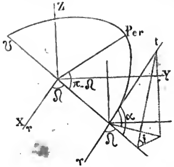
$$y_1 - y = - \frac{e + \operatorname{Cos} v}{\operatorname{Sin} v} (x_1 - x) \qquad 2$$

folgt,

$$\frac{\operatorname{Tg} \alpha + \operatorname{Tg} v}{1 - \operatorname{Tg} \alpha \operatorname{Tg} v} = \operatorname{Tg} (\alpha + v) = - \frac{e + \operatorname{Cos} v}{\operatorname{Sin} v}$$

und hieraus folgen sofort

$$\operatorname{Tg} \alpha = \frac{1 + e \operatorname{Cos} v}{e \cdot \operatorname{Sin} v} \qquad \operatorname{Sin} \alpha = \frac{1 + e \operatorname{Cos} v}{\sqrt{1 + 2 e \operatorname{Cos} v + e^2}} \qquad \operatorname{Cos} \alpha = \frac{e \operatorname{Sin} v}{\sqrt{1 + 2 e \operatorname{Cos} v + e^2}} \qquad 3$$



Wenden wir diese Formeln auf den Durchgang durch einen der Knoten, d. h. für $v = 360^0 - (\pi - ☊)$ beim aufsteigenden, und $v = 180^0 - (\pi - ☊)$ beim absteigenden Knoten an, so ist

$$\operatorname{Cos} (t, x) = \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} ☊ - \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} ☊ \operatorname{Cos} i$$

$$\operatorname{Cos} (t, y) = \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Sin} ☊ + \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Cos} ☊ \operatorname{Cos} i$$

$$\operatorname{Cos} (t, z) = \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} i$$

oder mit Hülfe von 3

$$\operatorname{Cos} (t, x) = \frac{e \operatorname{Sin} v \operatorname{Cos} ☊ - (1 + e \operatorname{Cos} v) \operatorname{Sin} ☊ \operatorname{Cos} i}{\sqrt{1 + 2 e \operatorname{Cos} v + e^2}}$$

$$\operatorname{Cos} (t, y) = \frac{(1 + e \operatorname{Cos} v) \operatorname{Cos} ☊ \operatorname{Cos} i + e \operatorname{Sin} v \operatorname{Sin} ☊}{\sqrt{1 + 2 e \operatorname{Cos} v + e^2}}$$

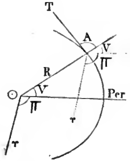
$$\operatorname{Cos} (t, z) = \frac{(1 + e \operatorname{Cos} v) \operatorname{Sin} i}{\sqrt{1 + 2 e \operatorname{Cos} v + e^2}}$$

und man erhält daher mit Hülfe von 1 für die Geschwindigkeitscomponenten nach den drei Axen

$$\frac{dx}{dt} = \pm \frac{K}{\sqrt{p}} [e \operatorname{Sin} v \operatorname{Cos} ☊ - (1 + e \operatorname{Cos} v) \operatorname{Sin} ☊ \operatorname{Cos} i]$$

$$\frac{dy}{dt} = \pm \frac{K}{\sqrt{p}} [e \operatorname{Sin} v \operatorname{Sin} ☊ + (1 + e \operatorname{Cos} v) \operatorname{Cos} ☊ \operatorname{Cos} i] \qquad 4$$

$$\frac{dz}{dt} = \pm \frac{K}{\sqrt{p}} [1 + e \operatorname{Cos} v] \operatorname{Sin} i$$



wo das untere Zeichen dem am absteigenden Knoten bestehenden Gegensatze der Bewegungsrichtung in Beziehung auf das Coordinatensystem entspricht. — Für die Erde ist, wenn wir für sie entsprechend mit grossen Buchstaben bezeichnen, die Geschwindigkeit in der Bahn nach 1

$$V' = \frac{K}{\sqrt{P}} \sqrt{1 + 2 E \operatorname{Cos} V + E^2} \qquad 5$$

während die Richtung nach 3 durch

$$\operatorname{Sin} A = \frac{1 + E \operatorname{Cos} V}{\sqrt{1 + 2 E \operatorname{Cos} V + E^2}} \qquad \operatorname{Cos} A = \frac{E \operatorname{Sin} V}{\sqrt{1 + 2 E \operatorname{Cos} V + E^2}} \qquad 6$$

bestimmt ist, und da nach Figur offenbar $(T, X) = A + V + \Pi$, $(T, Y) = A + V + \Pi - 90^0$, $(T, Z) = 90^0$, so sind ihre Geschwindigkeitscomponenten nach den drei Axen

$$\frac{dX}{dt} = V' \operatorname{Cos}(T, X) = V' [\operatorname{Cos} A \operatorname{Cos}(V + \Pi) - \operatorname{Sin} A \operatorname{Sin}(V + \Pi)]$$

$$= -\frac{K}{\sqrt{P}} [\operatorname{Sin}(V + \Pi) + E \operatorname{Sin} \Pi]$$

$$\frac{dY}{dt} = V' \operatorname{Cos}(T, Y) = \frac{K}{\sqrt{P}} [\operatorname{Cos}(V + \Pi) + E \operatorname{Cos} \Pi] \qquad 7$$

$$\frac{dZ}{dt} = 0$$

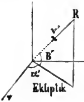
Handelt es sich nur darum, die relative Bewegung eines Körpers zu finden, welcher der Erde in einem seiner Knoten begegnet, so muss nahe $r = R$ oder $p = R(1 + e \operatorname{Cos} v)$ sein. Hat ferner die Begegnung zur Zeit statt, wo die Sonne die geocentrische Länge ⊙ hat, so wird $V + \Pi = ⊙ - 180^0$ und überdiess ist $⊙ = 180^0 + ☊$ oder $⊙ = ☊$, je nachdem die Begegnung im auf- oder absteigenden Knoten statt hat. Für diese Werthe gehen aber 4 und 7, wenn zugleich K, d. h. nach 408 : 20 die Geschwindigkeit der Erde in ihrer mittlern Distanz von der Sonne als Einheit der Geschwindigkeiten gewählt wird, in beiden Fällen in

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{\sqrt{R(1 + e \operatorname{Cos} v)}} [e \operatorname{Sin} v \operatorname{Cos} ⊙ - (1 + e \operatorname{Cos} v) \operatorname{Sin} ⊙ \operatorname{Cos} i]$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{\sqrt{R(1 + e \operatorname{Cos} v)}} [e \operatorname{Sin} v \operatorname{Sin} ⊙ + (1 + e \operatorname{Cos} v) \operatorname{Cos} ⊙ \operatorname{Cos} i] \qquad 8$$

$$\frac{dz}{dt} = \pm \sqrt{\frac{1 + e \operatorname{Cos} v}{R}} \cdot \operatorname{Sin} i$$

$$\frac{dX}{dt} = +\frac{1}{\sqrt{P}} [\operatorname{Sin} ⊙ - E \operatorname{Sin} \Pi] \quad \frac{dY}{dt} = -\frac{1}{\sqrt{P}} [\operatorname{Cos} ⊙ - E \operatorname{Cos} \Pi] \quad \frac{dZ}{dt} = 0 \qquad 9$$



über. — Stürzt aber scheinbar von einem Radiationspunkte der Länge L' und Breite B' ein Körper mit der Geschwindigkeit v' auf die Erde zu, so sind seine Geschwindigkeitscomponenten nach den drei Axen

$$-v' \operatorname{Cos} B' \operatorname{Cos} \alpha' \qquad -v' \operatorname{Cos} B' \operatorname{Sin} \alpha' \qquad -v' \operatorname{Sin} B'$$

und man hat daher, da diese Componenten den

Differenzen der durch 8 und 9 gegebenen Componenten gleich sein müssen,

$$v' \operatorname{Cos} B' \operatorname{Cos} L' = \frac{1}{\sqrt{R(1+e \operatorname{Cos} v)}} [e \operatorname{Sin} v \operatorname{Cos} ⊙ - (1+e \operatorname{Cos} v) \operatorname{Sin} ⊙ \operatorname{Cos} i] + \frac{1}{\sqrt{P}} [\operatorname{Sin} ⊙ - E \operatorname{Sin} \Pi]$$

$$v' \operatorname{Cos} B' \operatorname{Sin} L' = \frac{1}{\sqrt{R(1+e \operatorname{Cos} v)}} [e \operatorname{Sin} v \operatorname{Sin} ⊙ + (1+e \operatorname{Cos} v) \operatorname{Cos} ⊙ \operatorname{Cos} i] - \frac{1}{\sqrt{P}} [\operatorname{Cos} ⊙ - E \operatorname{Cos} \Pi] \qquad \mathbf{10}$$

$$v' \operatorname{Sin} B' = \mp \sqrt{\frac{1+e \operatorname{Cos} v}{R}} . \operatorname{Sin} i$$

oder, wenn man die zwei ersten durch $10^2 \times \operatorname{Cos} ⊙ - 10^1 \times \operatorname{Sin} ⊙$ und $10^2 \times \operatorname{Sin} ⊙ + 10^1 \times \operatorname{Cos} ⊙$ ersetzt, die Gleichungen

$$v' \operatorname{Cos} B' \operatorname{Sin} (L' - ⊙) = \sqrt{\frac{1+e \operatorname{Cos} v}{R}} \operatorname{Cos} i - \frac{1}{\sqrt{P}} [1 - E \operatorname{Cos} (\Pi - ⊙)]$$

$$v' \operatorname{Cos} B' \operatorname{Cos} (L' - ⊙) = \frac{e \operatorname{Sin} v}{\sqrt{R(1+e \operatorname{Cos} v)}} - \frac{E}{\sqrt{P}} \operatorname{Sin} (\Pi - ⊙) \qquad \mathbf{11}$$

$$v' \operatorname{Sin} B' = \mp \sqrt{\frac{1+e \operatorname{Cos} v}{R}} . \operatorname{Sin} i$$

welche offenbar ermöglichen für einen Körper von bekannter Bahn die Coordinaten L' B' seines Radiationspunktes und seine relative Geschwindigkeit v' zu berechnen. So z. B. hat der von **Thatcher** in New-York 1861 IV 4 teleskopisch und IV 28 von **Bäcker** mit freiem Auge entdeckte Komet nach **Oppolzer** in Beziehung auf das Equinoctium 1850 die Elemente

$\pi = 243°,2$	$\Omega = 29°,8$	$i = 79°,8$ (D)
$\log q = 9,96412$	$e = 0,98346$	$T = 415^a,43$

und ging 1861 VI 3, 4 durch das Perihel. Nach diesen Elementen hat man aber für den niedersteigenden Knoten nach oben $⊙ = 29°,8$, $v = -33°,4$ und somit $r = 1,0028$, während nach den Ephemeriden von 1850 die Sonne IV 20 die Länge 29°,8 hatte und ihr Radius Vector $R = 1,0053$ war; da somit $R - r = + 0,002$ ist, so geht also die Erde je IV 20 sehr nahe durch den absteigenden Knoten des Kometen 1861 I, und kann daher möglicher Weise unter diesem Datum mit Partikeln dieses Kometen zusammentreffen. Berechnet man aber für diesen Kometen-Durchgang die 11, so erhält man nach **Weiss**, für die Erde $\Pi = 100°,4$ und $E = 0,01677$ einführend, $L' = 270°,6$, $B' = + 57°,0$ und $v' = 1,58$, so dass also der Radiationspunkt in $270°,4 = 18^h,0$ *R* und $+ 33°,5$ D liegt, und die relative Geschwindigkeit, die Geschwindigkeit der Erde zu 4 g. M. angenommen, 6 g. M. beträgt. Nun liegt aber nach 435 der Hauptradiationspunkt der durchschnittlich IV 21 reichlich fallenden Sternschnuppen in $18^h,6$ *R* und $+ 35°$ D; also liegt es auf der Hand zu denken, es stehen diese April-Sternschnuppen mit dem Kometen 1861 I in engem Zusammenhange. — Macht man umgekehrt die Voraussetzung, es bewegen sich die Sternschnuppenschwärme nach den Keppler'schen Gesetzen um die Sonne, so kennt man von ihrer Bahn, ausser dem Brennpunkte und dem Durchgangspunkte durch die Ekliptik, die diesem Punkte entsprechende, nach dem Radiationspunkte führende Tangente, und kann somit für sie nach den obigen ähnlichen Beziehungen eine parabolische — oder, wenn man noch aus der

Periodicität der Erscheinung auf die Umlaufszeit schliessen zu können glaubt, sogar eine elliptische Bahn berechnen, und dann nachsehen, ob sich ein Komet mit ähnlichen Bahnelementen findet. In dieser letztern Weise ging **Schiaparelli** vor: Für die Perseiden des Augustschwarms die Epoche 1866 VIII 10, 18^h, und entsprechend 435 den Radiationspunkt in $2^h,9$ und $+ 56^0$ annehmend, erhielt er für die Bahn dieses Stromes Elemente, welche, wie die Zusammenstellung

Elemente	Perseiden 1866	Komet 1862 III	Leoniden 1866	Komet 1866 I
Periheldurchgang	VII 23,62	VIII 22,9	XI 10,09	I 11,16
Länge des Perihels	343° 38′	344° 41′	56° 25′	60° 28′
Länge d. aufst. Knotens	138 16	137 27	231 28	231 26
Neigung	64 3	66 25	17 44	17 18
Periheldistanz	0,9643	0,9626	0,9873	0,9705
Excentricität	—	—	0,9046	0,9054
Grosse Halbaxe	—	—	10,340	10,324
Umlaufszeit	—	—	$33^a,250$	$33^a 176$
Lauf	R	R	R	R

zeigt, denjenigen des von **Tuttle** in Cambridge (U. S.) zuerst gesehenen und namentlich von **Oppolzer** berechneten Kometen 1862 III so gleich waren, dass eine Zusammengehörigkeit sehr plausibel erscheinen musste. Auch die für den Kometen gefundene Umlaufszeit von etwas mehr als 100 Jahren stimmte mit der (v. 435) für den Augustschwarm erhaltenen approximativen Umlaufszeit von 108 Jahren befriedigend überein. — **Für den Novemberstrom** die Epoche 1866 XI 13, 13^h, den Radiationspunkt der Leoniden in $10^h,0$ und $+ 23^0$, und nach **Newton** die Umlaufszeit zu 33¼ Jahren annehmend, erhielt er ferner für die Bahn dieses Stromes, wie ebenfalls obige Zusammenstellung zeigt, Elemente, welche denjenigen des von **Tempel** entdeckten und ebenfalls von **Oppolzer** berechneten Kometen 1866 I, auf welchen ihn **Peters** aufmerksam gemacht hatte, so gleich waren, dass an einer Zusammengehörigkeit wieder nicht zu zweifeln war, und auch **Leverrier** kam unabhängig von ihm zu ganz ähnlichen Resultaten. Seither ist es endlich noch **Weiss** und d'**Arrest** gelungen auf analoge Art die, im Hinblicke auf die Erscheinungen am Biela'schen Kometen (v. 439), doppelt merkwürdige Verwandtschaft desselben mit dem Sternschnuppenregen im Dezember darzuthun. Man wird also entweder mit **Schiaparelli** die Kometen als Geschwister der Sternschnuppen, gewissermassen als sich von der Familie emancipirende Glieder, — oder noch eher mit **Weiss** die Sternschnuppen als Kinder der Kometen, gewissermassen als Auf- oder Ablösungsprodukte derselben, zu betrachten haben, womit zugleich das ziemlich sichere Faktum erklärt wird, dass stark geschweifte Kometen bei spätern Erscheinungen nicht mehr mit dem frühern Glanze auftreten.

Das Weltgebäude.

Um Erden wandeln Monde
Erden um Sonnen,
Aller Sonnenheere wandeln
Um eine grosse Sonne:
Vater unser, der Du bist im Himmel.
(Klopstock.)

LI. Die Stellarastronomie.

441. Die Anzahl der Sterne. Was die Anzahl der von freiem Auge sichtbaren Sterne anbelangt, so wurde sie, obschon nach Moses I 15 bereits Abraham den Auftrag dazu erhielt, erst in neuerer Zeit mit einiger Sicherheit bestimmt, und zwar fand Argelander für das mittlere Europa nur 3237, Heis für den Horizont von Münster 4701 solcher Sterne, so dass ihrer am ganzen Himmel 5 bis 6 Tausend sein mögen. Dagegen ist für die Anzahl der teleskopischen Sterne noch keine obere Grenze gefunden worden; doch mag angeführt werden, dass Herschel schon die Anzahl der mit seinem 20füssigen Teleskope sichtbaren Sterne auf 20 Millionen schätzte.

Die im Texte erwähnte Stelle aus dem ersten Buch Moses heisst: „Der Herr sprach zu **Abraham**: Lieber, siehe gen Himmel, und zähle die Sterne." — Die Zählung von **Argelander** ist seiner in 350 erwähnten „Uranometrie" entnommen, — diejenige von **Heis** dessen Abhandlung „De magnitudine relativa numeroque accurato stellarum quæ solis oculis conspiciuntur fixarum. Coloniæ 1852 in 4.", — die **Schätzung** von Herschel dagegen beruht auf den 442 besprochenen Aichungen.

442. Die Aichungen und Zonenbeobachtungen. Als Grundlage aller Studien über die Vertheilung der Sterne sind die sog. Aichungen und Zonenbeobachtungen von grosser Wichtigkeit: Erstere, die W. Herschel einführte, bestehen darin, dass man ein Fernrohr nach und nach auf verschiedene Punkte des Himmels einstellt, je die gleichzeitig im Fernrohr erscheinenden Sterne abzählt, und aus mehreren benachbarten Zählungen in Berücksichtigung der Grösse des Gesichtsfeldes auf die mittlere Dichte der Sterne an der betreffenden Stelle des Himmels schliesst. Die Zonenbeobachtungen

dagegen, die namentlich von Bessel und Argelander durchgeführt wurden, bestehen darin, dass man ein Meridianfernrohr je auf eine bestimmte Declination einstellt, und nun alle Sterne beobachtet, welche während einer gewissen Zeit nach und nach durch das Gesichtsfeld gehen.

Zu den im Texte erwähnten Aichungen wandte **Herschel** ein Teleskop von 18",8 Oeffnung mit Vergrösserung 157 an, dessen Gesichtsfeld in der Zone von + 45° D bis — 30° D, auf die er sich bei dieser Arbeit beschränkte, etwa 500000 mal enthalten war, und zählte 3400 Felder wirklich ab. Es ergab sich daraus z. B., dass in der Zone von + 15 bis — 15° D, in welcher das Gesichtsfeld 215592 mal enthalten war, durchschnittlich 26,995 Sterne auf ein Gesichtsfeld fielen, so dass diese, etwas mehr als $\frac{1}{4}$ des Himmels beschlagende Zone etwa 215592 × 26,995 = 5819000 in diesem Teleskope sichtbare Sterne enthalten möchte, folglich der ganze Himmel bei 20 Millionen derselben. — Nachdem ferner **Lalande** von 1789—1801 den Himmel vom Pole bis zum Wendekreise des Steinbocke durchsucht, und vorerst 5000 Positionen in den Pariser-Memoiren von 1789 und 1790, sodann 50000 weitere in seiner „Histoire céleste française. Paris 1801 in 4." veröffentlicht hatte, bearbeitete **Bessel** von 1821—1825 die Zone von — 15° bis + 15° D, und nach den von ihm erhaltenen, jeweilen in den „Astronomischen Beobachtungen der Königsberger-Sternwarte" publicirten Positionen entwarf sodann **Weisse** einen Katalog „Positiones mediæ stellarum fixarum in Zonis Regiomontanie a Besselio inter — 15° et + 15° Declinationis observatarum ad Annum 1825 reductæ. Petropoli 1846 in 4.", der 31895 Sterne enthält. In den Jahren 1825—1833 bearbeitete sodann **Bessel** die sich unmittelbar anschliessende Zone von + 15 bis + 45° D, welche auch gegen 32000 Sterne enthält, und ebenfalls durch **Weisse** als „Positiones mediæ stellarum inter + 15° et + 45° declinationis. Petropoli 1863 in 4." bearbeitet worden ist. An sie schliesst sich hinwieder nach oben die von **Argelander** publicirte „Durchmusterung des nördlichen Himmels zwischen + 45° und + 80° D zu Bonn in den Jahren 1841 bis 1844 ausgeführt. Bonn 1846 in 4." an, welche von Wilhelm Albrecht **Oeltzen** (Hannover 1824; successive Assistent an den Sternwarten in Wien und Paris) in den Annalen der Wiener-Sternwarte 1851—1852 in zwei Octavbänden zu einem Cataloge verarbeitet, erschienen ist, und die Positionen von 22000 Sternen gibt. Nach unten schliesst sich dann noch eine zweite Arbeit von **Argelander**, seine „Durchmusterung der Himmelszone zwischen 15 und 31° südlicher Declination, zu Bonn in den Jahren 1849—1852 ausgeführt. Bonn 1852 in 4." an, welche etwa 17600 Sterne umfasst. Diese 4 Zonen beschlagen zusammen etwa $\frac{3}{4}$ der Himmelsfläche mit etwas über 100000 Sternen, und seither ist noch für die nördlichste Zone durch **Carrington** ein „Catalogue of 3735 Circumpolar-Stars observed at Redhill in the Years 1854—1856. London 1857 in fol." herausgegeben, ja sogar noch durch den unermüdlichen **Argelander** eine den grössten Theil dieser Zonen (— 2° bis + 90° D) beschlagende Gesammtarbeit, das von 1859—1862 in drei Sectionen erschienene, an 315 Tausend Sterne enthaltende „Bonner-Sternverzeichniss" geliefert worden. — Die Fläche einer Zone zwischen φ_1 und φ_2 Graden ist nach 186

$$Z = 2 r \pi . r (\operatorname{Sin} \varphi_2 - \operatorname{Sin} \varphi_1) = 4 r^2 \pi \operatorname{Sin} \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \operatorname{Cos} \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} \qquad 1$$

Setzt man hier $2 r \pi = 360^0$ oder $4 r^2 \pi = 360^2 : \pi = \overline{4,615461}$, so wird somit

$$Z = \overline{4,615461} \,.\, \mathrm{Sin}\, \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \,.\, \mathrm{Cos}\, \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} \text{ Quadratgrade} \qquad 8$$

Für $\varphi_1 = -15^0$ nnd $\varphi_2 = +45^0$ erhält man hiernach $Z = 19924$ Quadratgrade als Fläche der beiden Bessel'schen Zonen, so dass **Bessel** auf einem Quadratgrade durchschnittlich 3,11 Sterne beobachtete; einzelne derselben mehrfach bestimmend, machte er im Ganzen 75011 Beobachtungen, auf welche er $868^h\ 18^m$ verwendete, so dass er durchschnittlich für Eine Beobachtung $41^s,7$ brauchte. **Argelander** hatte nach **Oeltzen** bei seiner Zone von $+ 45$ bis $+ 80^0$ D für eine vollständige Beobachtung durchschnittlich $43^s,6$ nothwendig, und erhielt im Mittel auf einen Quadratgrad 3,81 Sterne, — bei der Zone $- 15$ bis $- 31^0$ D aber $43^s,5$ nnd 3,26 Sterne. Zu bemerken ist, dass beide Astronomen nnr die Durchgänge selbst beobachteten, die Ablesnngen an den Kreisen dagegen je durch einen Gehülfen besorgen liessen.

443. Die Ausstreuung der Sterne. Als Herschel die Ergebnisse seiner Aichungen ordnete, ergab sich ihm das merkwürdige und durch spätere Arbeiten ähnlicher Art vollkommen bestätigte Gesetz, dass die Häufigkeit der Sterne längs einer bestimmten, der sog. **galaktischen,** Ebene, oder scheinbar längs einem grössten Kreise, dessen Pole in $(12^h\ 47^m;\ +27^0)$ und $(0^h\ 47^m;\ -27^0)$ fallen, am grössten sei, und dass sie von da gegen diese Pole ziemlich regelmässig abnehme, wie wenn die sämmtlichen Sterne ein linsenförmiges System bilden würden, dessen grosse, nach Herschel etwa das 11fache der kleinen betragende Axe jener Ebene angehört. — Ordnet man anderseits z. B. die 314925 Sterne, welche das Argelander'sche Verzeichniss für den nördlichen Himmel aufweist, nach ihrer scheinbaren Grösse, so findet man, dass jede folgende Grössenclasse circa $3^1/_2$ mal so viele Sterne zählt als die vorhergehende, und hieraus scheint zu folgen, dass die Sterne im Allgemeinen nahe von gleicher Grösse und nahe gleich vertheilt sind, und dass uns somit einzelne Sterne zunächst nur darum grösser erscheinen, weil sie näher an uns stehen.

Als **Herschel** aus seinen 3400 Zählungen (v. 442) 683 mittlere Aichungen bildete, erhielt er Zahlen, welche von einem Bruchtheile der Einheit bis auf 588 hinaufgingen, — deren genaueres Studium ihn dann aber auf das im Texte ausgesprochene Gesetz führte. In Verfolgung desselben Weges und unter Beizug der von John **Herschel** am südlichen Himmel gemachten Aichungen erhielt seither F. **May** von Rued, vergl. seine Abhandlung „Ueber die Ausstreuung der Sterne am Himmel (Bern. Mitth. 1853)" für die Distanzen

N 90⁰ — 75 — 60 — 45 — 30 — 15 — 0 — 15 — 30 — 45 — 60 — 75 — 90⁰ S

von der galaktischen Ebene per Feld

2,5 · 5,0 7,7 14,5 23,5 51,0 82,0 59,0 26,2 13,5 9,0 6,6 Vacat

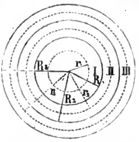
als mittlere Anzahl der Sterne, so dass das Herschel'sche Gesetz sich auf das Schönste bestätigte — Ordnet man die 314925 Sterne, welche, abgesehen von

64 Variabeln und 62 Nebeln, in dem „Bonner-Sternverzeichniss (s. 442)" enthalten sind, nach ihrer Grösse, so erhält man nach **Littrow** (v. A. N. 1487 und 1741) die Uebersichtstafel:

Grösse	Anzahl der Sterne	Quotient
1 — 1,9	10	3,70
2 — 2,9	37	3,51
3 — 3,9	130	2,40
4 — 4,9	312	3,21
5 — 5,9	1001	4,38
6 — 6,9	4386	3,17
7 — 7,9	13823	4,20
8 — 8,9	58095	—
9 — 9,5	237131	
Summe	314925	—
Mittel	—	3,51

aus welcher die im Texte erwähnten Schlüsse hervorgehen. — Obschon die Grössenclassen, namentlich die spätern, gar unbestimmt sind, da nicht nur ihre Abgrenzung willkürlich ist, sondern auch sämmtliche drei Grundlagen zur wirklichen Bestimmung: Diameter, Distanz, und Glanz oder Albedo (v. 283), — fehlen, so lassen doch die vorerwähnten Resultate auf entschiedene Gesetzmässigkeit schliessen, und rechtfertigen die Annahme, dass die Sterne im Allgemeinen gleichmässig vertheilt sind und durchschnittlich gleiche Grösse haben, so dass sie uns zunächst nur um ihrer verschiedenen Distanz willen verschieden hell erscheinen. Als so **Herschel**, durch zwei vollkommen gleiche Spiegeltelescope α Bootis und α Andromedæ betrachtend, fand, es müsse das Objectiv des Erstern bis auf ¼ zugedeckt werden um α Bootis nur noch so hell als α Andromedæ erscheinen zu lassen, oder es sei α Bootis 4 mal so hell als α Andromedæ, so schloss er, es sei α Andromedæ doppelt so weit von uns als α Bootis. Durch viele solche Vergleichungen fand er z. B., dass die Sterne 6ter Grösse etwa 12 mal so weit von uns entfernt seien als die 1ster Grösse; wenn also das Licht (v. 455) schon bei 10 Jahren brauchen möge, um von einem Sterne 1ster Grösse zu uns zu kommen, so brauche es von einem 6ter Grösse bei 120 Jahre. Bis zu den kleinsten Gebilden fortschreitend, welche er mit seinem mächtigen Telescope noch sehen konnte, fand er endlich, dass das Licht bei 2 Millionen Jahre brauche, um von ihnen zu uns zu kommen, dass sie also schon **vor mehr als zwei Millionen Jahren erschaffen worden** seien. Bei gehöriger Sehkraft könnte man somit noch jetzt von einem fernen Sterne aus sehen, was bei uns vor Jahrtausenden geschah, — ein Ereigniss beliebig lang präsent erhalten, wenn man sich mit der Geschwindigkeit des Lichtes entfernen, — umgekehrt durch lange Zeiten getrennte Erscheinungen beliebig rasch nach einander sehen, wenn man sich mit entsprechender Geschwindigkeit nähern würde; — es verschwinden gewissermassen in diesen Verhältnissen Raum und Zeit, ja sie zeigen uns, dass Allgegenwart und Allwissenheit keine leeren Begriffe sind. — Auch **Struve** ging, vergl. seine „Etudes d'astronomie stellaire. St. Pétersbourg 1847 in 8.",

bei betreffenden Untersuchungen von der Annahme gleicher Vertheilung der Sterne aus; damit die weitere Annahme verbindend, dass jede folgende Grössenclasse die dreifache (statt $3^1/_2$ nach oben) Anzahl Sterne in sich fasse, bestimmte er auf folgende Weise die mittlere Entfernung der Sterne der verschiedenen Grössenclassen: Bezeichnen R_1 R_2 R_3 ... die Radien der Kugeln, welche die Sterne 1, 2, 3, ... Grösse einschliessen, r_1 r_2 r_3 ... aber die Radien der Kugeln, welche die einer Grössenclasse zugewiesenen Räume halbiren, so hat man, da die Volumina den dritten Potenzen der Radien proportional sind, offenbar



$$\frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{1}{1+3} \qquad \frac{R_2^3}{R_3^3} = \frac{1+3}{1+3+3^2} \qquad \frac{R_3^3}{R_4^3} = \frac{1+3+3^2}{1+3+3^2+3^3} \cdots \quad 1$$

$$\frac{r_1^3}{R_1^3} = \frac{1}{2} \qquad \frac{r_2^3 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3} = \frac{1}{2} \qquad \frac{r_3^3 - R_2^3}{R_3^3 - R_2^3} = \frac{1}{2} \cdots \quad 2$$

und somit, wenn $R_1^3 = 2$ angenommen wird, $R_2^3 = 8$, $R_3^3 = 26$, ... und $r_1^3 = 1$, $r_2^3 = 5$, $r_3^3 = 17$, ... So fand **Struve** für die mittlern Abstände r der 7 ersten Grössenclassen

1,00 1,71 2,57 3,76 5,44 7,86 11,34

und als er später annahm, dass sich die Sterne längs einer Ebene (der galaktischen Ebene) gleichmässig vertheilen, die unwesentlich verschiedenen Zahlen

1,00 1,80 2,76 3,91 5,45 7,73 11,60

Vergl. auch meine Note „Ueber die Vertheilung der Fixsterne (Bern. Mitth. 1851)".

444. Die Milchstrasse. Schon mit unbewaffnetem Auge sieht man in mondfreien Nächten ein Lichtgewölk, das sich bei verschiedener Breite und Intensität gürtelähnlich um den Himmel zieht, — ungefähr durch die galaktische Ebene halbirt wird, — und sich, wie schon Demokrit ahnte, aber Galilei zuerst sah, als gemeinschaftlicher Schimmer zahlloser kleiner Sterne erweist. Diese sog. Milchstrasse, die schon Keppler als ein grosses Sternsystem betrachtete, ist somit der Hauptrepräsentant der oben betrachteten Sternlinse, und unsere ebenfalls dazu gehörende Sonne stellt annähernd den Mittelpunkt Beider dar.

Im Alterthume hatte man, mit fast einziger Ausnahme des schon im Texte erwähnten griechischen Philosophen **Demokritos** von Abdera (470—362) bizarre Ideen über die Milchstrasse: Die Einen wollten sie in Verbindung mit Milch bringen, welche die Amme des Zeus verschüttet habe, — die Andern mit dem das Himmelsgewölbe umfliessenden Feuer, welches durch die Fuge schimmere, die beim Aufeinandersetzen der beiden Halbkugeln jenes Gewölbes entstanden sei, — etc. — Bemerkenswerth ist, dass schon **Keppler** in seinem „Epitome Astronomiæ Copernicanæ Lentiie 1618 in 12." die im Texte erwähnte Ansicht aussprach. Seither ist die Milchstrasse hauptsächlich durch die beiden **Herschel**, sodann durch **Horner** (c. Mon. Corr. X), — durch

James **Dunlop** (Schottland 17.. — Paramatta 1848?; Director der Sternwarte zu Paramatta), vergl. Phil. Trans. 1828, — durch **Proctor**, vergl. Monthly Notices 30, — etc. beobachtet und studirt worden. — Wohl im Contraste gegen die glänzende Milchstrasse, erscheinen gegen den Südpol hin einige benachbarte Stellen des Himmels so dunkel, dass man sie **Kohlensäcke** genannt hat.

LII. Die Grössen, Farben und Spektren der Fixsterne.

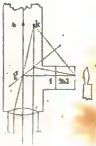
445. Die Sternvergleichungen. Um die Sterne ihrer scheinbaren Grösse nach zu vergleichen, ist nach Argelander in erster Linie das unbewaffnete Auge zu empfehlen, das bei einiger Uebung noch ganz geringe Lichtunterschiede herausfindet; jedoch hat man zu richtiger Beurtheilung sich vor zu grosser Verschiedenheit in Glanz oder Lage, vor Blendungen, etc., zu hüten. Die zu vergleichenden Sterne sind abwechselnd in's Auge zu fassen: Findet man sie beständig gleich, so notirt man a . b; dagegen bezeichnet b . 1 . a, dass b zuweilen heller als a erscheine (erste Stufe), — b . 2 . a dass b immer heller als a (zweite Stufe), — b . 3 . a dass b schon auf den ersten Blick heller (dritte Stufe), — b . 4 . a dass b sogar merklich heller als a (vierte Stufe) gefunden wurde. Mehr als 4 Stufen, — von denen etwa 10 auf eine Grössenclasse gehen, da Argelander dem Arctur 60 und den schwächsten Sternen 6^ter Grösse 0 beilegt, — schätzt man direct nicht mehr zuverlässig, sondern muss Zwischensterne annehmen.

Für den Detail der von **Argelander** zur Bestimmung der Sterngrössen aufgestellten Regeln vergl Schumacher's Jahrbuch für 1844, — auch die 441 erwähnte Schrift von **Heis.** Hier mag dem im Texte Erwähnten nur noch beigefügt werden, dass man für die Sterne der zwei ersten Grössen Dämmerung oder Mondschein anwenden kann, — wenn auch mit Vorsicht, doch immer noch besser als das allmälige Erscheinen nach Sonnenuntergang.

446. Die Sternphotometer. Für die Sterne der ersten Grössenclassen ist die Vergleichung von freiem Auge weniger zu empfehlen, da die hiefür günstigen Bedingungen selten zu erreichen sind, — photometrische Bestimmungen sind in solchem Falle vorzuziehen, und es haben sich darum die Schwerd, Zöllner, etc. durch Construction von bezüglichen Apparaten unverkennbare Verdienste erworben, vor Allen aber Steinheil, der dabei von dem Principe ausging, dass die von einem Sterne auf das Objectiv eines Fernrohrs parallel auffallenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch dasselbe einen Doppelkegel bilden, dessen Scheitel im Brennpuncte liege, — und dass, wenn man durch Verstellen des Oculares gegen

den Brennpunkt das Licht des Sternes gewissermassen ausbreite, man eigentlich nur verschiedene Durchschnitte dieses Kegels sehe, deren Lichtmenge immer dieselbe sei, während die Intensität im umgekehrten Verhältnisse der Fläche stehe, d. h. dem Quadrate der Verschiebung des Oculares aus seiner Normallage proportional sei. Er schlug darum vor, durch Bisection des Objectives und Verbindung seiner Hälften mit drehbaren Prismen zu ermöglichen, die Bilder zweier Sterne auf derselben Ebene neben einander auszubreiten; es genügt sodann, die Stellung so lange zu verändern, bis die Intensitäten gleich werden, und die hiefür nothwendigen Verschiebungen zu messen, um das Helligkeitsverhältniss der beiden Sterne berechnen zu können.

Die Abhandlung von **Steinheil** „Elemente der Helligkeitsmessungen am Sternenhimmel. München 1836 in 4.“ wurde 1835 von der Göttinger-Academie gekrönt. An sie schliessen sich die Abhandlungen s. Schülers Philipp Ludwig **Seidel** (Zweibrücken 1821; Professor der Mathematik zu München) an, theils die „Untersuchungen über die gegenseitigen Helligkeiten der Fixsterne erster Grösse (Münchn. Abh. 1852)“, theils die „Resultate photometrischer Messungen an 208 der vorzüglichsten Fixsterne (Münchn. Abh. 1862 und 1870).“ **Schwerd** scheint über s. Photometer nichts öffentlich bekannt gemacht zu haben; dagegen hat **Zöllner** sein, auf Vergleichung der Sterne (s) mit einem, nach Durchgang durch drei Nicol'sche Prismen, von denen das eine (1) zur optischen Axe des Fernrohrs festbleibt, — die andern (2, 3), zwischen denen eine Bergkrystallplatte (b) steht, durch Drehung Intensität und Farbe des Lichts in messbarer Weise zu verändern erlauben, — durch eine Glasplatte (g) auf denselben Hintergrund projicirten künstlichen Sterne (k) beruhendes Photometer, in einer ersten Schrift „Grundzüge einer allgemeinen Photometrie des Himmels. Berlin 1861 in 4.“ ausführlich dargelegt, und theils in dieser, theils in einer zweiten, schon 283 citirten Schrift viele damit erhaltene interessante Resultate veröffentlicht.



447. Die Farben der Fixsterne. Die Farbe der Fixsterne ist vorherrschend weiss bis gelblich-weiss; doch kommen entschieden auch andere Farben, namentlich roth, vor. So wären nach Doppler etwa 5 Zehntheile der Sterne gelblich-weiss, 2 entschieden weiss, 2 orange und ein letzter Zehntheil roth, blau, etc. Leider ist die subjective Auffassung kaum ganz zu eliminiren; doch scheinen bei einzelnen Sternen Farbenwechsel vorzukommen, und zwar nicht nur bei den sofort zu behandelnden sog. veränderlichen Sternen: So wurde z. B. von den Alten Sirius zu den rothen Sternen gezählt, während er jetzt den weissesten gleichkömmt.

Ausser dem Farbenwechsel bei Sirius, den **Seneca** sogar „röther als Mars“ schildert, während ihn schon die arabischen Astronomen nicht mehr unter den rothen Sternen aufzählen, — scheint ein solcher auch bei einzelnen andern Sternen vorzukommen: So z. B. fand Charles Piazzi **Smyth** (Neapel 1819; Professor der Astronomie und Direktor der Sternwarte zu Edinburg), dass der Doppelstern 95 Herculis aus einem rothen und einem grünen Sterne je 5[ter] Grösse bestehe, während zu andern Zeiten W. **Struve** (1832/33) und **Sestini** (1844/45 und 1856/58) beide als nahe unfarbig und namentlich gleich bezeichneten. — Schon Christian **Doppler** (Salzburg 1803 — Venedig 1853; Professor der Mathematik und Physik zu Prag, Schemnitz und Wien) wollte, vergl. seine Abhandlung „Ueber das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels. Prag 1842 in 4.“, die Farbenverschiedenheiten und namentlich den Farbenwechsel der Gestirne auf Bewegungserscheinungen zurückführen, sich an den, seither von **Mach** (Wien. Ber. 41) experimentel erwiesenen Satz lehnend, dass sich der Ton verändert, wenn sich die Tonquelle mit einer zur Geschwindigkeit des Schalles in endlichem Verhältnisse stehenden Geschwindigkeit bewegt. In Uebereinstimmung mit ihm hat man in der That wohl anzunehmen, dass, wenn die Geschwindigkeit V' eines Gestirnes in endlichem Verhältnisse zur Geschwindigkeit V des Lichtes steht, sich bei Annäherung des Gestirnes, da die Anzahl n der in einer Secunde von dem Gestirne ausgehenden Lichtwellen dieselbe bleibt, also die Längen der Lichtwellen die Proportion

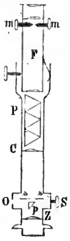
$$\lambda' : \lambda = (V - V') : V$$

eingehen müssen, die Lichtwellen verkürzen, die dasselbe characterisirenden Linien sich dem Violet nähern werden, — bei Entfernung dem Roth. Verschiebt sich also z. B. die Wasserstofflinie F des Sonnenspektrums etwas gegen Violet hin, so kann geschlossen werden, dass die betreffende Stelle der Sonne sich uns nähere, — und umgekehrt; ja es wäre, wie, wenn ich mich recht erinnere, **Zöllner** zuerst hervorgehoben hat, gedenkbar, dass durch Vergleichung der Spektren der beiden Sonnenränder die Rotationszeit der Sonne ermittelt werden könnte. Entsprechend scheint es bereits J. F. **Vogel** (früher Assistent in Leipzig) auf der neuen Sternwarte in Bothkamp gelungen zu sein z. B. bei Sirius eine Verschiebung der Linien gegen Roth nachzuweisen, und daraus auf eine, per Secunde etwa 6 Kilometer betragende Zunahme der Entfernung dieses Sternes von der Erde zu schliessen.

448. Die Spektralanalyse. Schon Fraunhofer kam, nachdem er seine Linien entdeckt hatte, auf die Idee, Fixstern-Spektren zu entwerfen und mit dem Sonnenspektrum zu vergleichen; aber seine Versuche waren noch sehr unvollkommen, und erst seit Entdeckung der eigentlichen Spectralanalyse (294) wurden sie durch Secchi, Janssen, Rutherford, etc., und vor Allem durch Huggins mit wirklichem Erfolge ausgeführt. Nach Letzterm scheinen die Sterne eine ähnliche Constitution wie die Sonne zu haben: Ihr Licht geht von einer intensiv weiss glühenden Masse aus, und durchläuft eine Atmosphäre von absorbirenden Dämpfen, die dunkle Streifen erzeugen, welche z. B. bei α Orionis das Vorkommen von Natrium, Magnesium, Calcium, Eisen und Wismuth vermuthen lassen, — jedenfalls

aber im Allgemeinen nicht unserer Atmosphäre zur Last fallen, da Glaisher bei seinen Ascensionen fand, dass das Spektrum und die Fraunhofer'schen Linien gleichzeitig an Ausdehnung, Zahl und Schärfe zunehmen, je höher man steigt. Wenn in dem Spektrum eines Sternes sich nur feine und gleichmässig vertheilte dunkle Streifen zeigen, so werden wir ihn weiss sehen; wenn dagegen z. B. in dem Rothen und Blauen starke Streifen sind, so wird das Gelbe dominiren oder der Stern gelb erscheinen: So besteht z. B. der Doppelstern β Cygni aus einem orangen Hauptsterne und einem blauen Begleiter, und entsprechend hat das Spektrum des Erstern seine Hauptstreifen im Blauen und Violetten, dasjenige des Letztern dagegen im Gelben, Orangen und Rothen. Farbenänderung wird mit einer andern Vertheilung der Streifen, — Glanzänderung mit einer Veränderung der Häufigkeit oder Dicke der Streifen übereinkommen.

Seine Versuche über Fixsternspektren machte **Fraunhofer** (s. Schumacher's Abhandlungen 2, und Gilbert's Annalen 74) mit einem fünffüssigen Fernrohr, vor dessen Objektiv ein grosses Prisma befestigt war, erhielt aber selbst bei Sternen erster Grösse nur ganz schwache Spektren, und auch als **Lamont** (s. Jahrbuch 1838) damit einige aus ungleichfarbigen Sternen bestehende Doppelsterne analysiren wollte, ging es nicht, — während er dagegen, hinter dem Mikrometer des Münchner-Refractors gegen das Objektiv hin ein kleines Prisma einsetzend, schon bei Sternen 4^{ter} Grösse ein intensives Spektrum erhielt, in welchem sich mehrere dunkle Linien mit Deutlichkeit erkennen liessen. Die neuere Zeit hat jedoch immerhin durch vereinigte Anstrengung der im Texte genannten Astronomen und der Optiker noch viel wirksamere Apparate zu Stande gebracht, so z. B. liefert jetzt **Merz** ein sog. Universal-Spektroskop, das im Wesentlichen folgende Einrichtung hat: Ein kleines Fernrohr (F) mit positivem Ocular und Spitzen-Mikrometer (m) sitzt, zwischen Feder und Schraube gespannt, um es behufs Verfolgung des Spektrums etwas drehen zu können, vor einem Amici'schen (v. 294) Spectralprisma (P), hinter dem eine Collimator-Linse (C) steht, auf welche in ihrer Focalweite die mit einer Schraube (S) zu öffnende oder schliessende Spalte (s) folgt, — dann ein kleines Prisma (p) um durch eine Seitenöffnung (O) einzuführendes Licht zu Vergleichungen anwenden zu können, — zuletzt noch eine, in den vom Objektive des Fernrohrs, welchem das Ganze an Stelle des Oculars vorgeschraubt wird, kommenden Lichtconus etwas eintauchende zylindrische Collectivlinse (Z), welche, wenn die Axe des Zylinders in die Prismenebene fällt, die Höhe des Spectrums vergrössern wird; für Beobachtung der Sonne wird Z entfernt, dagegen für Beobachtung ihrer Protuberanzen (v. 399) zwischen P und C, um die Dispersion zu vergrössern, mit Vortheil noch ein zweites Spectralprisma eingesetzt. —



Die bis jetzt erhaltenen Hauptresultate der Spectralanalyse der Fixsterne finden sich im Texte aufgezählt, und für den eigentlichen Detail mag theils auf einzelne der folgenden Abschnitte, sowie auf die in 294 und 421 citirten Werke von **Schellen** und **Secchi**, — theils auf die Abhandlungen „**Huggins**, On the Spectra of some of the Fixed Stars (Phil. Trans. 1864), und: Further Observations on the Spectra of some of the Stars and Nebulæ (Phil. Trans. 1868), **Secchi**, Sugli spettri prismatici dei corpi celesti. Roma 1868 in 8., — etc." verwiesen, sowie anhangsweise noch bemerkt werden, dass **Huggins**, als er eine Thermosäule successive der Einwirkung von Sirius, Pollux und Arctur aussetzte, er je am Galvanometer merkliche Ausschläge erhielt, wodurch die Wärmeausstrahlung dieser Sterne erwiesen ist.

LIII. Die veränderlichen und neuen Sterne.

449. Der neue Stern von 1572. Tycho Brahe sah 1572 XI 11 in der Cassiopeia einen vorher nie bemerkten, der Venus an Grösse gleichkommenden, aber weiss glänzenden Stern. Er verfolgte denselben angelegentlich, fand im Laufe der folgenden Monate die Position immer genau gleich, dagegen den Glanz rasch abnehmend, indem er im December kaum noch mit Jupiter zu vergleichen, im Februar und März 1573 zu einem Sterne erster Grösse und etwas gelblich geworden war, im April und Mai nur noch etwa in 2., im Juli und August in 3. Grösse glänzte, zu Anfang 1574 sogar nur 5.6 Grösse mit saturnähnlichem bleifarbigem Lichte erschien, und im März ganz unsichtbar wurde. Die früher in das Gebiet der Sage verwiesenen Nachrichten von dem Erscheinen neuer Sterne und deren Wiederverschwinden waren somit rehabilitirt, und eine neue höchst merkwürdige Thatsache constatirt, — ja diese erhielt sogar bald durch das von Bürgi, Keppler, etc., beobachtete Erscheinen eines neuen Sternes im Ophiuchus, der vom Oktober 1604 bis in den Anfang 1606, nachdem er erst alle Sterne erster Grösse überglänzt hatte, bis zum Verschwinden abnahm, ein neues Belege.

Noch vor **Tycho**, der seine Beobachtungen in einer eigenen Schrift „De nova stella A. 1572. Hafniæ 1573 in 4. (Vergl. auch Progymnasmata I. Absol. Pragæ 1602 in 4.)" zusammenstellte, nämlich schon XI 8, sah Francesco **Maurolico** (Messina 1494 — Messina 1575; Geistlicher und Professor der Mathematik in Messina; v. sein „Elogio" durch Scina. Palermo 1808 in 4.), wie **Zach** nachgewiesen hat, den neuen Stern, — ja in Winterthur wurde er, wie ich in einer handschriftlichen Notiz des dortigen Pfarrer Bernhard **Lindauer**, (Bremgarten 1620 — Winterthur 1581) fand, sogar schon XI 7 bemerkt. — Für den neuen Stern von 1604 ist namentlich die Schrift „**Keppler**, De stella nova in pede Serpentarii. Pragæ 1606 in 4." zu vergleichen.

450. Mira der Wunderbare. Im Jahre 1596 sah Dav. Fabricius wiederholt einen ihm früher unbekannten Stern am Halse des Wallfisches von etwa 3 Gr.; später verschwand er ihm wieder, wurde dagegen von Bayer als 0 Ceti in seine 1603 erschienene Uranometria eingetragen, und 1638 von Holwarda neuerdings gesehen. Es lag also ein nur zeitweise sichtbarer Stern vor, und als ihn sodann Hevel und Boulliau consequent beobachteten, ergab sich sogar für ihn eine regelmässige, wenn auch etwas variable Periode von durchschnittlich 332 Tagen, in deren erster Hälfte er von circa 3 Gr. bis zur Unsichtbarkeit, d. h. eigentlich etwa bis zur 10. Gr., abnahm, um dann in der 2. Hälfte nach und nach wieder zu 4., 3. oder gar 2. Gr. zurückzukehren. Die neuern Beobachtungen von Wurm, Argelander, etc. haben diesen Verlauf bestätigt und sein Detail näher kennen gelehrt, namentlich also die Existenz periodisch veränderlicher Sterne ausser Zweifel gesetzt.

David **Fabricius** sah den Stern am Halse des Wallfisches zuerst 1596 VIII 3/13, ferner noch wiederholt im August und September desselben Jahres, ja sogar nach längerer Unsichtbarkeit nochmals im Februar 1609; aber seine Beobachtung war total vergessen, als Johann Foccens **Holwarda** (Holwerden in Friesland 1618 — Franeker 1651; Professor der Philosophie in Franeker) denselben Stern 1638 neuerdings entdeckte; jetzt erst erinnerte man sich wieder an dieselbe, und fand auch, dass **Bayer** genau in derselben Position o Ceti in seine Karten eingetragen hatte. Etwas später unternahm **Hevel**, vergl. seinen „Mercurius in Sole visus A. 1661. Gedani 1662 in fol." in dessen Anhang Beobachtungen aus den Jahren 1648—1662 mitgetheilt werden, consequentere Studien über diesen Stern, und erhielt so merkwürdige Resultate, dass er ihm den Namen **Mira der Wunderbare** beilegte. Diese Beobachtungen mit eigenen verbindend, gab sodann **Boulliau** in seiner Schrift „Ism. Bullialdi ad Astronomos monita duo: primum de stella novâ quæ in colle Ceti ante aliquot annos visa est; alterum de nebulosâ in Andromeda cinguli parte boreâ, ante biennium iterum ortâ. Par. 1667 in 4." eine genaue Beschreibung der **Mira**: Er bestimmte dabei die Länge der Periode zu 333 Tagen oder circa 11 Monaten, bemerkte aber bereits, dass zwar Mira immer zur Unsichtbarkeit komme, dagegen zur Zeit des grössten Glanzes nicht immer gleich hell werde, und dass auch die Länge der Periode etwas variré. Später beobachtete namentlich Gottfried **Kirch** die Mira häufig, zweifelte aber, vergl. seine „Kurze Betrachtung derer Wunder am gestirnten Himmel, welche veranlasset der itzige, recht merkwürdige Komet. Leipzig 1677 in 4.", wegen den bemerkten Unregelmässigkeiten an der Möglichkeit einer Erklärung; doch verfolgten er, seine Frau und Wittwe Maria Margaretha **Winckelmann** (Panitsch bei Leipzig 1670 — Berlin 1720; Schülerin von Arnold in 438), und sein Sohn Christfried den Stern bis 1739 ziemlich regelmässig. In der neuern Zeit wurde Mira von **Wargentin**, **Herschel**, John **Goodrike** (17.. — 1786; Esquire in York), **Wurm**, **Westphal**, **Heis**, **Schmidt**, **Schönfeld** etc., vielfach beobachtet und behandelt, — ganz besonders aber, und noch in der neusten Zeit in der Abhandlung „Beobachtungen und Rechnungen über veränderliche Sterne. Bonn 1869 in 4. (Bonner-Beob. 7)", durch **Argelander**. Gibt man die Helligkeiten

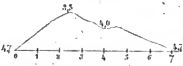
in den durch diesen hochverdienten Astronomen (s. 445) eingeführten Stufen, so nimmt Mira zur Zeit des Max. im Mittel die Helligkeit 29,5 (γ Ceti = 28,3; α Ceti = 35,3) an; jedoch schwankt diese Zahl bei den einzelnen Erscheinungen von 20 (δ Ceti = 22,8) bis 47 (β Aurigæ = 40,6). Im Min. sah man Mira einzelne Male in 9 . 10 Grösse, andere Male gar nicht; doch sind darüber nur wenige Beobachtungen vorhanden. Die Max., deren Distanz zwischen 306 und 367^d oder um etwa $\pm$ 9 % schwankt, konnte **Argelander** ziemlich befriedigend durch die Formel

$$E_x = 1751 \text{ IX } 9{,}76 + x \,.\, 331^d{,}3363 +$$
$$+ 10^d5 \,.\, \text{Sin}\,(86^\circ 23' + x \,.\, \frac{360}{11}) + 18^d{,}2 \,.\, \text{Sin}\,(231^\circ 42' + x \,.\, \frac{360}{88}) +$$
$$+ 33{,}9 \,.\, \text{Sin}\,(170^\circ 19' + x \,.\, \frac{360}{176}) + 65{,}3 \,.\, \text{Sin}\,(\;6^\circ 37' + x \,.\, \frac{360}{264})$$

darstellen, wo x die Anzahl der seit dem Max. von 1751 verflossenen Perioden zählt, — doch wich noch das gut beobachtete Max. von 1840 von dem nach dieser Formel berechneten Max. um volle 25^d ab. Einer Reihe heller Max. (im Mittel 40,3) ging durchschnittlich eine Periode von $340^d{,}3$ voraus, während eine solche von $326^d{,}6$ folgte, — einer Reihe schwacher Max. (23,0) eine Periode von $338^d{,}2$ vor, eine solche von $339^d{,}0$ nach, — während sich im Mittel von 43 Bestimmungen aus je zwei auf einanderfolgenden Max. die Periode $334^d{,}35$ ergab.

451. Die Sterne η Aquilæ und β Persei. Der muthmasslich schon 1612 von Bürgi als veränderlich erkannte, aber erst 1784 durch Pigott seiner Periode von $7^d{,}176$ nach festgestellte Stern η Aquilæ hat einen ziemlich regelmässigen Wechsel von 3 . 4 bis 4 . 5 Gr., und zwar ist seine Lichtcurve der mittlern Fleckencurve der Sonne sehr ähnlich. Der 1667 von Montanari als veränderlich erkannte, aber erst 1782 von Goodricke genauer beschriebene und in neuerer Zeit namentlich von Argelander studirte Stern Algol oder β Persei hat dagegen die Eigenthümlichkeit, dass er seine Periode von $2^d{,}867$ fast ganz in nahe 2 Gr. zubringt, dann in etwa 4^h bis zur 4. Gr. abnimmt, in dieser $\frac{1}{4}^h$ verweilt, und dann in neuen 4^h wieder bis zur 2. Gr. zunimmt. Einen Algol ähnlichen Verlauf scheint ein von Hind 1848 im Krebse entdeckter Veränderlicher zu besitzen.

Die Elemente des Veränderlichen η Aquilæ sind von **Argelander** genauer untersucht und für ihn die beistehende Lichtcurve gefunden worden. **Schönfeld** setzt für ihn in s. „Catalog von veränderlichen Sternen mit Einschluss der neuen Sterne (s. Mannheimer Jahresbericht 32 und 34)“ das Minimum auf



$$1848 \text{ V } 13, 6^h 7^m + x \,.\, 7^d 4^h 14^m 4^s \text{ m.Z.Par.}$$

wo x die Anzahl der seit der Epoche 1843 abgelaufenen Perioden bezeichnet, — und sagt, dass die Periode schwach veränderlich sein dürfte, jedoch die Schwankungen derselben schwerlich eine Minute übersteigen. — Geminiano **Montanari** (Modena 1633 — Padua 1687;

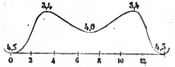
Advocat, später Professor der Mathematik und Astronomie zu Bologna und Padua) entdeckte die Veränderlichkeit von β Persei im Jahre 1669, und gab davon in s. „Discorso academico sopra la sparizione d'alcune stelle, ed altre novità scoperte nel cielo. Bologna 1672 in 4." Nachricht. Die Periode wurde etwa 1784 durch **Palitzsch** auf $2^d\ 20^h\ 48^m\ 50^s$ festgesetzt, zu Anfang dieses Jahrhunderts von **Wurm** zu $2^d\ 20^h\ 48^m\ 58^s{,}5$, für 1842 durch **Argelander** zu $2^d\ 20^h\ 48^m\ 55{,}2^s$, und neuerlich hat **Schönfeld**, die Epoche 0 auf 1800 I 1, 18^h legend, für das Minimum die Formel

$$\text{Epoche E} = 1860\ \text{VI}\ 14,\ 3^h\ 24^m{,}11 + 2^d\ 20^h\ 48^m{,}89808\ (\text{E} - 7700) + $$
$$+ 6^m{,}1204 \left(\frac{\text{E} - 7700}{1000}\right)^2 - 2^m{,}0449 \left(\frac{\text{E} - 7700}{1000}\right)^3$$

aufgestellt.

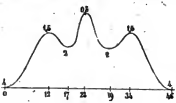
452. Die Sterne β Lyræ und η Argo navis. Der 1784 von Goodricke als veränderlich erkannte Stern β Lyræ hat die Eigenthümlichkeit, dass er in $12^d{,}91$ eine Lichtcurve mit zwei Max. von 3.4 Gr. und zwei Min. von 4 und 4.5 Gr. durchläuft. Der von Baxendell entdeckte Veränderliche R Sagittæ scheint einen ähnlichen Verlauf zu haben, während dagegen der Stern η Argo navis, der oft alle übrigen Sterne erster Grösse überglänzt, dann wieder kaum 4 Gr. hat, und lange für ganz unregelmässig galt, nach meiner Untersuchung im Jahre 1863, muthmasslich einer Periode von circa 46^a unterliegt, und dabei ein Hauptmaximum von 0,5 Gr., ein Hauptminimum 4 Gr., zwei secundäre Max. von 1,5 Gr. und zwei secundäre Min. von 2 Gr. hat.

Die Lichtcurve von β Lyræ wird durch beistehende Figur veranschaulicht. **Argelander**, der sich mit diesem Sterne vielfach beschäftigte, ja zwei Abhandlungen „De stella β Lyræ variabili. Bonnæ 1844 und 1858 in 4." schrieb, stellte für ihn die Formel



$$85812^d = 1834\ \text{XII}\ 12,\ 3^h\ 21^m\ 50^s{,}4 + $$
$$+ 12^d\ 21^h\ 41^m\ 17^s{,}054\ (\text{E} + 144) + $$
$$+ 0^s{,}329444\ (\text{E} + 144)^2 - $$
$$- 0{,}0000149454\ (\text{E} + 144)^3$$

auf, wo sich die 85812 = 1834 XII 12 — 1600 I 1 auf die für die Tage als Ausgangspunkt gewählte Epoche 1600 I 1, die — 144 dagegen auf die 0^{te} oder Normalepoche 1840 I 13 beziehen; für verschiedene Epochen berechnete Formeln zeigten ihm, dass die Periode von 1784 bis 1855 von $12^d\ 21^h\ 24^m\ 11^s$ auf $12^d\ 21^h\ 47^m\ 16^s$ zugenommen habe. — Für den früher als „unregelmässig veränderlich" bezeichneten Stern η Argo navis stellte ich 1863, gestützt auf die durch John **Herschel** in s. „Results of astronomical Observations made during the Years 1834 to 1838 at the Cape of Good Hope. London 1847 in 4." gegebenen, theils eigenen, theils



aus den Jahren 1677—1843 gesammelten Beobachtungen der **Halley, Lacaille, Maclear**, etc., und einigen in den Monthly Notices enthaltenen neuern Aufzeichnungen, die im Texte gegebene Periode und die durch beistehende Figur dargestellte Lichtcurve auf, dabei als Epochen für das

Hauptmaximum	1608	1654	1700	1746	1792	1838	1884
Hauptminimum	1631	1677	1723	1769	1815	1861	1907

annehmend; ich konnte so alle mir damals bekannten Beobachtungen recht befriedigend darstellen, — ja auch die seither von **Winnecke** aufgestellte Ansicht, dass **Bayer**, der η in seiner Uranometrie in 2[ter] Grösse aufführt, sich dabei auf eine etwa 1596 durch **Petrus Theodorus** gemachte Schätzung gestützt habe, verträgt sich mit meiner Theorie, — und sogar die neusten Angaben von J. **Tebbutt** (Monthly Not. 31), dass η 1654 die Gr. 1, 1860 die Gr. 3.4, 1866—1869 die Gr. 6.7 besessen habe, und seither eher etwas in Zunahme begriffen scheine, sprechen, bei der allen Veränderlichen gemeinsamen Eigenthümlichkeit, dass die einzelnen Perioden und Extreme von den mittlern häufig abweichen, wenigstens nicht dagegen; immerhin wird sich erst später etwas Definitives festsetzen lassen.

453. Die veränderlichen Sterne. Ueber die eigentliche Natur der durch die Bemühungen der Hind, Schmidt, Pogson, Schönfeld, etc. bereits in einer Anzahl von mehr als Hundert bekannt gewordenen Veränderlichen ist man noch nicht recht in's Klare gekommen, zumal die äusserordentliche Verschiedenheit der Einzelnen jede Theorie ungemein erschwert. Immerhin denkt man kaum mehr daran, die betreffenden Erscheinungen durch linsenförmige Gestalt, Oberflächenverschiedenheit, etc., erklären zu wollen, sondern hat, nach meinem Vorgange im Jahre 1852, einerseits angefangen, sie mit den Erscheinungen an der Sonne zu vergleichen, und kann anderseits auch um so mehr hoffen, etwa durch die Spektralanalyse auf eine gute Fährte zu kommen, als nach Schönfeld's Zusammenstellung bei $^9/_{10}$ der Veränderlichen roth bis gelb, nur $^1/_{10}$ weiss, und kein Einziger grün oder blau ist.

Nach „**Schönfeld**, Die veränderlichen Sterne. Ein Vortrag (Mannh. Jahresb. 29)" kannte man 1850 erst 24, 1857 schon über 60, und 1863 sogar bei 100 Veränderliche. Die Meisten wurden beim Aufsuchen neuer Planeten oder beim Mappiren des gestirnten Himmels gefunden, so z. B. 19 durch **Hind**, 15 durch **Argelander**, 11 durch Norman Robert **Pogson** (Nottingham 1829; früher Assistent auf verschiedenen englischen Sternwarten, jetzt Astronom zu Madras), 5 durch **Harding**, etc., — nur wenige durch **Schmidt, Baxendell**, etc., bei directem Suchen. Interessant ist, dass die Meisten dieser Veränderlichen, von denen in XIX bei zwei Dutzend unter Angabe der Extreme und wo möglich der Periode aufgeführt sind, schneller an Licht zu-, als abnehmen, wofür beispielsweise auf die Lichtcurve von η Aquilæ in 451 verwiesen werden mag; es scheint diess einen gewissen Gegensatz zu den Erscheinungen an der Sonne zu verrathen, wo sich gegentheils (v. 422) die Fleckencurve ebenso verhält. Nach **Schönfeld** zeigen auch in der Regel diejenigen Veränderlichen, welche den grössten Schwankungen der Periode

unterworfen sind, die grössten Schwankungen der Helligkeiten in identischen Theilen der Periode. — Einige Andeutungen über die Gründe der Veränderlichkeit sind theils im Texte, theils in 448 gegeben worden; es mag ihnen noch beigefügt werden, dass **Faye** die Vorgänge bei den Veränderlichen ganz mit denjenigen bei der Sonne (v. 421) identificirt, — dass er die Abnahme des Lichtes mit Stockungen im Austausche zwischen dem Innern und der Oberfläche zusammenbringt, — ja die Ansicht hat, es möchten diese Stockungen bei einem Gestirne mit der Zeit zunehmen, und dasselbe vielleicht später nur noch momentan bei einer Art Katastrophe neu aufleuchten, und am Ende ganz erlöschen.

454. Die sog. neuen Sterne. Die sog. neuen Sterne von 1572 und 1604 sind, auch abgesehen von fragmentarischen Notizen über ähnliche Erscheinungen früherer Zeit, nicht vereinzelt geblieben; die spätere und neueste Zeit haben uns wiederholt mit Sternen bekannt gemacht, die plötzlich auftauchten, und dann nach verhältnissmässig kurzer Zeit wieder erloschen. Sind es ebenfalls veränderliche Sterne gewesen, — oder waren wir je Zeugen eines Weltbrandes, — oder liegt da eine von den Uebrigen wesentlich verschiedene Art von Selbstleuchtern vor? Erst die Folgezeit wird darüber definitiv entscheiden, — doch hat in der allerneusten Zeit die mittlere Ansicht entschieden etwas Boden gewonnen, indem nach Huggins der 1866 während kurzer Zeit aufleuchtende Stern in der Krone zwei über einander liegende Spektren zeigte, — ein gewöhnliches Sternspektrum mit dunkeln Linien, und ein Spektrum mit hellen, namentlich Wasserstoff-Linien.

Es mag hier noch ein, grösstentheils dem Kosmos von **Humboldt** entnommenes Verzeichniss der im Laufe der Zeiten wahrgenommenen neuen Sterne folgen. Es erschien ein neuer Stern

— 134 im Scorpion zwischen β und ϱ nach chinesischen Berichten. Es ist diess wahrscheinlich der auch von **Hipparch** (v. 355) Gesehene.

+ 123 zwischen α Herculis und α Ophiuchi nach chinesischen Berichten.

173 zwischen α und β Centauri nach chinesischen Berichten; derselbe soll XII 7 erschienen, und acht Monate später wieder verschwunden sein.

369 von III—VIII ohne Angabe der Lage.

386 von IV—VII zwischen λ und φ Sagittarii nach chinesischen Berichten.

389 nahe α Aquilæ drei Wochen lang Von **Cuspinian** beobachtet.

393 III im Schwanze des Scorpions nach chinesischem Berichte.

827, oder doch wenigstens in der ersten Hälfte des 9ten Jahrh. unter der Regierung von **Al Mamoun** zu Babylon, im Scorpion.

945 zwischen Cepheus und Cassiopeia.

1012 Ende V und von da während 3 Monaten im Zeichen des Widders nach dem Zeugnisse des St. Galler-Mönches **Hepidannus**.

1203 im Schwanze des Scorpion's, nach chinesischem Berichte.

1230 Mitte XII—1231 III im Ophiuchus, nach chinesischem Berichte.

1264 zwischen Cepheus und Cassiopeia.

1572 Vergl. 449.

1578 nach chinesischen Berichten ohne Ortsangabe.

1584 VII 1 unweit π Scorpii nach chinesischen Berichten.

1600 von Wilhelm Janszoon **Blaeu** (Alkmaar 1571 — Amsterdam 1638; Gehülfe von Tycho, später Buchdrucker in Amsterdam) als Stern 3 Gr. im Halse des Schwanes gesehen und von **Bayer** als 34 Cygni in s. Uranometrie aufgenommen. Nach 1619 nahm er an Helligkeit ab, verschwand 1621, wurde 1655 von **Cassini** während kurzer Zeit wieder 3 Gr. gesehen, erschien 1665 XI **Hevel** nochmals, aber nie 3 Gr. erreichend, nahm dann langsam an Helligkeit ab, bis er etwa zwischen 1677 und 1682 die 6 Gr. erreichte; seither ist er ziemlich stationär geblieben.

1604 Vergl. 449.

1609 nach chinesischen Berichten ohne Ortsangabe.

1670 VI 20 von dem auch durch andere astronomische Arbeiten verdienten Père **Anthelme** de la Chartreuse de Dijon am Kopfe des Fuchses nahe β Cygni in 3 Gr. gesehen, einige Monate später wieder verschwunden, — dann 1671 III—IV von **Cassini** neuerdings in 4 und 1672 III 29 nochmals in 6 Gr., seither aber nicht wieder gesehen.

1843 IV 28 durch **Hind** im Ophiuchus in 5 Gr. gesehen, nach etwa 2 Jahren zur 11 Gr. ermattet, und seither stationär.

1866 V 4 von **Barker** in Canada etwas unterhalb ε Coronæ in 4 Gr., V 10 im Max. in 2 Gr. gesehen, — von **Schmidt** in Athen V 13 ebenfalls 2 Gr., V 16 nur noch 4 Gr., — von **Argelander** V 21 etwa 7 . 8 Gr., — von **Heis** endlich V 30 noch 8 . 9 Gr. — seither stationär 9 . 10 Gr., wie **Argelander** 1855 V 18 und 1856 III 31 einen wohl damit identischen Stern schätzt, den Stern 2765 der Zone + 26° des Bonner-Sternverzeichnisses. Ueber die ihn betreffenden merkwürdigen Beobachtungen von **Huggins** vergleiche den Text.

Da die von den Chroniken erwähnten Wundersterne von 945 und 1264 mit demjenigen von 1572 ungefähr an derselben Stelle erschienen, und die nahe gleichen Differenzen 1264—945 = 319 und 1572—1264 = 308 ergeben, — ebenso die Wundersterne von 123 und 1230 der Lage nach mit dem von 1604 ungefähr übereinstimmen, und wieder die nahe gleichen Zahlen 1230—123 = 3 × 369 und 1604—1230 = 374 aus ihnen folgen, und alle unsere Kenntniss vom Weltbau mehr für eine dem Schöpfer innewohnende Tendenz der Erhaltung und successiven Umgestaltung, als der plötzlichen Zerstörung spricht, so hat trotz dem im Texte Mitgetheilten immerhin die Ansicht noch viele Berechtigung, dass auch die Sterne von 1572 und 1604 zu den Veränderlichen gehören, und dass sie etwa 1335 und 1980 wieder aufleuchten möchten. — Nach **Argelander** (v. A. N. 1432) kommen dem neuen Sterne von 1572 nach den Messungen von **Tycho** die Positionen 1573: $0^h\ 1^m\ 52^s,4$, + 61° 46′ 23″ und 1865: $0^h\ 17^m\ 19^s,8$, + 63° 23′ 55″ zu, und d'**Arrest** fand in der Position 1865: $0^h\ 17^m\ 15^s$, + 63° 22′,9 einen Stern 10 . 11 Grösse, so dass die Differenz der Positionen kaum ihrer Unsicherheit gleich kömmt, folglich Identität vermuthet werden darf. Dem neuen Stern von 1604 kömmt nach **Schönfeld** 1855,0 + t der Ort $17^h\ 21^m\ 57^s,1 + 3^s,586 . t, - 21^0\ 21',2 - 0',055 . t$ zu. — Merkwürdig ist es, dass die bei den neuen Sternen vorkommenden Jahrzahlen 369, 393, 827, 1012, 1230, 1578, 1609 und 1670 sehr nahe aus 369 + n . 7,75 hervorgehen, wenn man n successive die Werthe 0, 3, 59, 83, 111, 156, 160 und 168 beilegt; dagegen erscheint der darauf von **Montucci** (s. Cosmos 1866 VI 6) gebaute Schluss, es möchten diese sämmtlichen Erscheinungen einer Art Wandelstern von $7^3/_4{}^a$ Umlaufszeit zugehören, wohl mehr als gewagt, zumal der Fuchs (1670) etwas weit vom Scorpion (393) abliegt.

LIV. Die Fixsternparallaxe und die sog. Eigenbewegung der Fixsterne.

455. Die Fixsternparallaxe. Nachdem man längere Zeit bei dem negativen Resultate (405) stehen geblieben war, dass die jährliche Parallaxe bei keinem Sterne auf eine volle Secunde ansteigen, oder die Distanz weniger als 4 Billionen Meilen oder (427) $3^1/_3$ Lichtjahre, eine sog. **Sternweite,** betragen könne, versuchten Bessel, Struve, etc., mit Erfolg einen von W. Herschel angedeuteten Weg, um für die Distanz wenigstens auch eine obere Grenze zu erhalten: Stehen nämlich für einen Beobachter zwei Punkte nahe in einer Geraden, so bewegt sich scheinbar, wenn der Beobachter seitwärts geht, der fernere der beiden Punkte mit ihm, und wenn sich somit bei wiederholter Messung des Abstandes zwischen einem hellen Sterne S_1 und einem ihm nahen schwachen, also muthmasslich fernern Sterne S_2 dieses Verhältniss zeigt, so ist der schwächere wirklich ferner, und zugleich ist die Differenz der Abstände (s. Fig.)

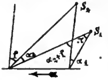
$$\alpha_2 - \alpha_1 = \pi - f \qquad \text{oder} \qquad \alpha_2 - \alpha_1 < \pi$$

also bestimmt etwas, aber muthmasslich um nicht sehr viel kleiner als die der Bewegung des Beobachters entsprechende Parallaxe π des hellern Sternes, so dass sie dieser nahe gleich gesetzt werden, und aus ihr die sog. **jährliche,** d. h. die der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne entsprechende Parallaxe des Sternes berechnet werden darf. So fanden z. B. für die Parallaxe von

61 Cygni	Bessel	0",37	α Lyræ	W. Struve	0",26
—	O. Struve	0,51	—	O. Struve	0,15
—	Auwers	0,56	—	Brünnow	0,21
α Bootis	Peters	0,13	α Centauri	Henderson	0,92
34 Groombr.	Auwers	0,31	α Can. maj.	Henderson	0,23
α Urs. min.	Peters	0,18	p Ophiuchi	Krüger	0,17

etc., und es steht somit 61 Cygni höchstens um 3 Sternweiten oder 10 Lichtjahre, α Lyræ mindestens um 4 Sternweiten, α Centauri aber kaum um viel mehr als Eine Sternweite von der Erde ab, etc.

Die oben erklärte, sonst immer **Herschel** zugeschriebene Methode, will **Arago** schon in einem Passus der berühmten Dialogen von **Galilei** (Giornata terza) angedeutet finden, — ferner in einer Vorlage, welche **Gregory** 1675 der Roy. Soc. machte, — etc. Gewiss ist, dass sie zuerst von **Bessel** und **Struve** mit Erfolg angewandt wurde: **Bessel** wählte zu seiner Bestimmung 61 Cygni, weil er für diesen Doppelstern die starke Eigen-



bewegung (v. 456) von circa 6" fand, während zwei nahe Vergleichsterne keine solche zeigten, — **Struve** α Lyræ als einen der hellsten und somit muthmasslich nächsten Sterne, — später Thomas **Henderson** (Dundee in Schottland 1798 — Edinburg 1844: Director der Sternwarten am Cap und in Edinburgh) α Centauri, weil er Helligkeit und starke Eigenbewegung vereinigte, — etc. — Für den Detail der angeführten Bestimmungen vergl. „**Bessel**, Bestimmung der Entfernung des 61sten Sternes im Schwan (A. N. 365—366, 401—402), — W. **Struve**, Additamentum in mensuras micrometricas stellarum duplicium editas 1837: Disquisitio de parallaxi α Lyræ (Comm. Petr. 1839), — **Henderson**, On the parallax of Sirius and of α Centauri (Mem. Astr. Soc. 11), — **Peters**, Resultate aus den Beobachtungen des Polarsternes am Verticalkreise in Pulkowa (Pet. Bull. 1844), und: Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes (Pet. Mem. 1848), — Daniel Georg **Lindhagen** (Ost-Gothland 1819; Adjunct zu Pulkowa, später Professor der Astronomie zu Upsala), De numero constante aberrationis et parallaxi annua stellæ polaris (Pet. Mem. 1849), — O. **Struve**, Narratio de parallaxi α Lyræ. Petropoli 1852 in 4., und: Nouvelle détermination de la parallaxe de α Lyræ et 61 Cygni (Pet. Bull. 1854), — Adalbert **Krüger** (Marienburg 1832; Observator in Bonn, jetzt Director der Sternwarte in Helsingfors), Bestimmung der Parallaxe des Doppelsternes 70 p Ophiuchi (A. N. 1210—1212), — Arthur **Auwers**, Mitglied der Berliner-Academie: Bestimmung der Parallaxe des Sterns 34 Groombridge durch chronographische Beobachtungen. Berlin 1867 in 4. (Aus Berl. Abh.), — etc."

456. Der scheinbare und mittlere Ort und die sog. Eigenbewegung der Fixsterne. Unter dem **mittlern** Orte eines Sternes versteht man die Coordinaten, welche er zu einer bestimmten Zeit, z. B. der Epoche eines Kataloges oder dem Anfange eines Jahres, abgesehen von Aberration und Nutation, aber natürlich mit Berücksichtigung des Einflusses der Präcession haben würde, — unter **scheinbarem** Orte dagegen die ihm zu irgend einer Zeit zukommenden, von Aberration und Nutation modificirten Coordinaten. Bestimmt man jedoch zu verschiedenen Zeiten die Positionen eines und desselben Fixsternes nach Rectascension und Declination, und reducirt die erhaltenen Oerter unter Berücksichtigung von Präcession, Nutation und Aberration auf eine und dieselbe bestimmte Epoche, so werden sie dennoch nicht genau gleich, sondern es ergeben sich kleine, der Zeit proportionale Differenzen, welche man gewohnt ist, als **eigene Bewegungen** in Rectascension und Declination zu bezeichnen. — Die muthmassliche Bedeutung dieser Eigenbewegung der folgenden Nummer vorbehaltend, mögen hier die unter Berücksichtigung derselben zur Berechnung der scheinbaren Rectascension und Declination eines Sternes für T Jahre nach der Epoche und t Tage (wo t als Jahresbruch zu geben) nach dem Anfange des betreffenden Jahres dienenden Formeln

$$\underset{\text{app.}}{\text{Æ}} = \underset{\text{ep.}}{\text{Æ}} + \left(\text{Præc.} + \frac{\text{Sec. Var.}}{100} \cdot \frac{T}{2} + \text{Eig. Bew.}\right) T + \\ + A a + B b + C c + D d + t \,.\, \text{Eig. Bew.} \qquad \mathbf{1}$$

$$\underset{\text{app.}}{\text{D}} = \underset{\text{ep.}}{\text{D}} + (\text{Præc.} + \frac{\text{Sec. Var.}}{100} \cdot \frac{\text{T}}{2} + \text{Eig. Bew.})\,\text{T} + + \text{A a}' + \text{B b}' + \text{C c}' + \text{D d}' + \text{t . Eig. Bew.} \qquad 2$$

angeführt werden, in denen je die erste Zeile dem mittlern Ort des Sternes zu Anfang des Jahres T entspricht, — die zweite Zeile aber die Correctionen für Präcession, Nutation, Aberration und eigene Bewegung enthält, welche jener Ort erhalten muss, wenn man den scheinbaren Ort zur Zeit t erhalten will. In diesen Formeln, welche offenbar auch zur Bestimmung der eigenen Bewegung führen können, sobald man für zwei Epochen aus Beobachtungen gute Werthe für die Coordinaten ableiten kann, ist

$$\begin{array}{ll} \text{A} = -18'',732\ \text{Cos}\,\odot & \text{B} = -20'',420\ \text{Sin}\,\odot \\ \text{C} = \text{t} - 0'',025\ \text{Sin}\,2\odot - 0,343''\ \text{Sin}\,\Omega + 0,004''\ \text{Sin}\,2\,\Omega & \\ \text{D} = -0'',545\ \text{Cos}\,2\odot - 9'',250\ \text{Cos}\,\Omega + 0'',090\ \text{Cos}\,2\,\Omega & \end{array} \qquad 3$$

$$\begin{array}{ll} \text{a} = \text{Sec}\,\delta\,.\,\text{Cos}\,\alpha & \text{a}' = \text{Tg e}\,.\,\text{Cos}\,\delta - \text{Sin}\,\delta\,\text{Sin}\,\alpha \\ \text{b} = \text{Sec}\,\delta\,.\,\text{Sin}\,\alpha & \text{b}' = \text{Sin}\,\delta\,.\,\text{Cos}\,\alpha \\ \text{c} = 46'',059 + 20'',055\ \text{Sin}\,\alpha\,\text{Tg}\,\delta & \text{c}' = 20'',055\,.\,\text{Cos}\,\alpha \\ \text{d} = \text{Tg}\,\delta\,.\,\text{Cos}\,\alpha & \text{d}' = -\text{Sin}\,\alpha \end{array} \qquad 4$$

wo $\odot$ die wahre Länge der Sonne, Ω die mittlere Länge des Mondknotens und e die Schiefe der Ekliptik je für die Zeit t, — α und δ aber die nach den ersten Zeilen von 1 und 2 berechneten Werthe der mittlern Rectascension und Declination für den Anfang des Jahres bezeichnen.

Die den mittlern Ort zu Anfang Jahres gebenden ersten Zeilen der Formeln 1 und 2 bedürfen wohl höchstens die Erläuterung, dass in ihnen unter „Præc." die nach 355 : 3,4 berechneten, durch die Präcession veranlassten Veränderungen in Æ und D zu verstehen sind; der Betrag der Klammer ist für eine grössere Anzahl von Sternen als jährliche **Variation** der Coordinaten in XIX aufgenommen. Ueber die zweiten, in Verbindung mit 3 und 4 vom mittlern auf den scheinbaren Ort überführenden Zeiten von 1 und 2 ist dagegen noch Verschiedenes zu bemerken: Zunächst ist anzugeben, dass die 3 und 4 dem „Catalogue of Stars of the british Association for the Advancement of Science, containing the mean Right Ascensions and North Polar Distances of 8377 Fixed Stars, reduced to 1850 I 1. London 1845 in 4." entnommen sind, — während der Nautical Almanac

$$\begin{array}{ll} \text{A} = -20'',4451\ \text{Cos}\,\odot\,.\,\text{Cos e} & \text{B} = -20'',4451\ \text{Sin}\,\odot \\ \text{C} = \text{t} - 0,02519\ \text{Sin}\,2\odot - 0,34240\ \text{Sin}\,\Omega + 0,00410\ \text{Sin}\,2\,\Omega - 0,00405\ \text{Sin}\,2☾ & \\ \text{D} = -0,5507\ \text{Cos}\,2\odot - 9,2237\ \text{Cos}\,\Omega + 0,0895\ \text{Cos}\,2\,\Omega - 0,0885\ \text{Cos}\,2☾ & \end{array} \qquad 3'$$

$$\begin{array}{ll} \text{a} = \text{Sec}\,\delta\,.\,\text{Cos}\,\alpha & \text{a}' = \text{Tg e}\,.\,\text{Cos}\,\delta - \text{Sin}\,\delta\,.\,\text{Sin}\,\alpha \\ \text{b} = \text{Sec}\,\delta\,.\,\text{Sin}\,\alpha & \text{b}' = \text{Sin}\,\delta\,.\,\text{Cos}\,\alpha \\ \text{c} = 46,0804 + 20,0552\ \text{Sin}\,\alpha\ \text{Tg}\,\delta & \text{c}' = 20,0552\ \text{Cos}\,\alpha \\ \text{d} = \text{Tg}\,\delta\,.\,\text{Cos}\,\alpha & \text{d}' = -\text{Sin}\,\alpha \end{array} \qquad 4'$$

anwendet. Der Unterschied zwischen den 3, 4 und den 3', 4' liegt zunächst in den angewandten Constanten, dann aber auch theils darin, dass der Cat. bei

A die Grösse 20",420 . Cos e = 18",732 gesetzt, d. h. die Schiefe der Ekliptik für diesen Zweck als constant angesehen hat, theils darin, dass er bei C und D die von der Länge ☾ des Mondes abhängigen Glieder vernachlässigte. — Bezeichnen m und n die nach 355 bei der Präcession, k die nach 405 bei der Aberration auftretenden Constanten, so hat man nach 355 und 405 mit Benutzung von 3 und 4

$$\underset{\text{app.}}{Æ} = \underset{\text{med.}}{Æ} + (m + n \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Tg} \delta) \cdot t - k [\operatorname{Sec} \delta \cdot \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} e \cdot \operatorname{Cos} \odot + \operatorname{Sec} \delta \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} \odot]$$

$$= \underset{\text{med.}}{Æ} + A \cdot a + B \cdot b + t \cdot c$$

$$\underset{\text{app.}}{D} = \underset{\text{med.}}{D} + n \operatorname{Cos} \alpha \cdot t + k \begin{bmatrix} (\operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Sin} \delta \operatorname{Cos} e - \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sin} e) \operatorname{Cos} \odot - \\ - \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Sin} \delta \operatorname{Sin} \odot \end{bmatrix}$$

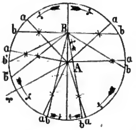
$$= \underset{\text{med.}}{D} + A \cdot a' + B \cdot b' + t \cdot c'$$

Alle übrigen Glieder, welche 1—4 aufweisen, rühren von der Nutation her, und sind den 355 erwähnten Untersuchungen von **Peters** entnommen, — mit Ausnahme natürlich der sich auf die Eigenbewegung beziehenden kleinen Correction. Diese Eigenbewegungen bestimmte schon Tob. **Mayer** auf die im Texte angedeutete Weise für eine grössere Anzahl von Sternen, indem er die von ihm selbst bestimmten Positionen mit denjenigen von **Römer** verglich, — dann aber namentlich **Bessel** unter Anwendung der Bestimmungen von **Bradley**, **Piazzi**, etc., **Argelander** durch Vergleichung eigener Beobachtungen mit entsprechenden von **Bradley**, etc. Es ergab sich so z. B. für den Stern 61 Cygni eine jährliche Bewegung von + 0^s,359 = 5",38 in Æ und + 3",30 in D, — für α Centauri von — 0^s,470 in Æ und + 0",83 in D, — für α Bootis von — 0^s,078 in Æ und — 1",96 in D, — etc.

457. Die fortschreitende Bewegung der Sonne. Die 1761 von Lambert gestellte Aufgabe, aus den scheinbaren Eigenbewegungen der Sterne die Bewegung der Sonne nachzuweisen, löste Herschel 1783 nach folgendem Gedankengange: Steht Jemand auf einer Lichtung mitten in einem Walde, so sieht er die umgebenden Bäume in einer bestimmten gegenseitigen Lage; bewegt er sich aber nach irgend einer Richtung, so scheinen die Bäume zur rechten Hand sich im Sinne des Uhrzeigers zu bewegen, oder ihre Länge nimmt **ab**, — die zur Linken in entgegengesetztem Sinne, oder ihre Länge nimmt **zu**. Aehnlich bei den Sternen, wenn wir uns mit der Sonne in unserm Sternhaufen nach einer bestimmten Richtung fortbewegen, — und wenn diese Verschiebungen für eine gewisse Richtung mit den Eigenbewegungen der Sterne übereinstimmen, so wird umgekehrt der Schluss zu machen sein, dass sich die Sonne wirklich nach dieser Richtung bewegt. — Herschel fand dabei, dass sich der grösste Theil der Eigenbewegungen der Sterne unter der Annahme erklären lasse, es bewege sich die Sonne nach einem Punkte, dem sog. **Apex**, in der Nähe von λ Herculis oder in ($17^h\ 22^m$; + 26° 17'), und spätere Astronomen bestätigten nicht nur je unter Zugrunde-

legung ganz anderer Sterne und neu bestimmter Eigenbewegungen sein Resultat (Argelander fand z. B. 17^h 12^m; $+ 28^0$ $49'$, — O. Struve 17^h 26^m; $+ 37^0$ $45'$, — Galloway 17^h 20^m; $+ 34^0$ $22'$, — Mädler 17^h 27^m; $+ 39^0$ $54'$), sondern machten sogar wahrscheinlich, dass die Bewegung der Sonne und ihres Gefolges per Stunde nicht weniger als etwa 4000 Meilen betrage. In folgenden Jahrhunderten wird man die langsame Veränderung der gegenwärtigen Bewegungsrichtung erkennen, daraus auf die eigentliche Bahn der Sonne schliessen, und ihre Umlaufszeit um einen fernen Schwerpunkt berechnen, d. h. die Aufgabe wirklich lösen können, welche sich Mädler etwas zu frühzeitig bei Bestimmung seiner sog. Centralsonne (Alcyone in den Pleyaden) gestellt hatte.

Der Bremer-Arzt **Biedenburg** sprach schon in einer Abhandlung „Versuch vom Bau der Welt aus den Observationen. Bremen 1730 in 4.“ die ganz bestimmte Ansicht aus, dass sich die Sonne in etwa 25000 Jahren um einen mächtigen Centralkörper bewege. Etwas später schrieb **Lambert** in seinen „Cosmologischen Briefen. Augsburg 1761 in 8.“ mit prophetischem Geiste: „Die scheinbaren Eigenbewegungen der Sterne sind zum Theile reell, zum Theil Folgen der Bewegung unserer Sonne, und es wird später möglich werden, diese beiden Componenten zu trennen, und die Richtung anzugeben, nach der sich unsere Sonne bewegt“, — und seine Prophezeihung erfüllte sich früher als er hatte erwarten dürfen, indem **Herschel** schon 1783 III 6 der Roy. Society eine Abhandlung „On the proper Motion of the Sun and Solar System“ vorlegte, in welcher er gerade jene Aufgabe löste, ungefähr folgenden Gedankengang befolgend: Wenn sich die Sonne von A nach B bewegt, so werden diejenigen Sterne, welche, von A aus gesehen, scheinbar in a erscheinen, von B aus gesehen in b stehen, — die in der Richtung der Bewegung liegenden scheinen ans einander, die in der entgegengesetzt liegenden zusammenzugehen, — auf der einen Seite der Bewegungsrichtung (links) nehmen die Rectascensionen zu, namentlich für die nähern und für die von der Bewegungsrichtung unter rechtem Winkel abliegenden Sterne, — auf der andern Seite (rechts) ab.



Nun zeigt sich in den Eigenbewegungen der Sterne wirklich ähnliches; so z. B. hat **Argelander** in seinem Sterncataloge „DLX stellarum fixarum positiones mediæ. Helsingforsiæ 1835 in 4.“ zwischen $10\frac{1}{2}$ und $11\frac{1}{2}^h$, sowie zwischen $22\frac{1}{2}$ und $23\frac{1}{2}^h$ je 8 nicht mehr als 10^0 vom Equator entfernte Sterne, und von diesen haben die ersten im Mittel $- 0^s{,}0173$, die zweiten $+ 0^s{,}0181$ jährliche Bewegung in Rectascension. Es werden also diese Bewegungen für 11^h und 23^h nahe gleich gross, aber entgegengesetzt; ferner liegt in Beziehung auf die Bewegungsrichtung 11^h (wegen —) rechts, 23^h (wegen +) links, und es hat somit eine Bewegung gegen $\frac{1}{2}(11 + 23) = 17^h$ statt. So fand in der That **Herschel** mit Benutzung der von **Mayer** (s. 456) bestimmten Eigenbewegungen den im Texte angeführten Apex in der Nähe von λ Herculis, und

auch **Prevost** gab in seiner, 1783 VII 3 der Berliner-Academie gelesenen, sodann anticipando in dem 1783 erschienenen Jahrgange 1781 der Berliner-Abhandlungen gedruckten Abhandlung „Sur le mouvement progressif du centre de gravité de tout le système solaire" einen ähnlichen Punkt in (15^h 20^m; $+ 25^0$). Zu den im Texte erwähnten neuern Bestimmungen ist beizufügen, dass **Argelander** aus den Sternen s. oben erwähnten Cataloges den Apex in (17^h 19^m; $+ 32^0$ 29') fand; dann aber damit den von **Lundahl** aus 147 in s. Cataloge nicht enthaltenen Sternen gefundenen Punkt (16^h 50^m; $+ 14^0$ 26') verband, und so die im Texte mitgetheilte Bestimmung erhielt, — sowie dass Thomas **Galloway** (Lanarekshire 1796 — London 1851; Lehrer der Mathematik zu Sandhurst, später bei einer Versicherungsgesellschaft zu London bethätigt) seine Bestimmung auf Sterne der südlichen Hemisphäre basirte. Ausser jenen Bestimmungen ist ferner zu erwähnen, dass **Gauss** fand, es falle der Apex in das von den Punkten (17^h 15^m, $+ 30^0$ 40'; 17^h 15^m, $+ 30^0$ 57'; 17^h 17^m, $+ 31^0$ 9'; 17^h 20^m, $+ 30^0$ 32') bestimmte Viereck, — dass **Airy** und **Dunkin** aus den im „Radcliffe Catalogue (s. 458)" gegebenen Eigenbewegungen den Apex in (17^h 4^m; $+ 39^0$) erhielten, — etc. — Endlich ist noch zu bemerken, dass **Mädler**, vergl. seine Schriften „Die Centralsonne. Dorpat 1846 in 8. (2 A. Mitau 1847), und: Untersuchungen über die Fixsternsysteme. Mitau 1847—1848, 2 Bde. in fol.", zwar nicht gerade behauptete, dass die Alcyone die Centralsonne sei, aber doch wenigstens nachzuweisen suchte, dass der Schwerpunkt des Sternsystemes, zu welchem wir mit unserer Sonne gehören, in die Pleyaden falle, — sich namentlich darauf stützend, dass Letztere fast frei von Eigenbewegung seien, und die eigene Bewegung der Fixsterne im Allgemeinen um so grösser sei, je weiter sie von den Pleyaden abliegen. Seine Untersuchungen fanden jedoch in den Abhandlungen „**Peters**, Ueber Prof. Mädler's Untersuchungen über die eigenen Bewegungen der Fixsterne (Bull. Pet 1848), — **Kowalski**, Sur les lois du mouvement propre des étoiles du Catalogue de Bradley (A. N. 1266), — etc." eine scharfe, fast vernichtende Kritik.

458. Die Sterncataloge und Ephemeriden. Ein Sterncatalog hat für eine bestimmte Epoche für eine Anzahl Sterne den mittlern Ort, und überdiess die nöthigen Daten zu geben, um daraus für andere Zeiten je den mittlern oder scheinbaren Ort berechnen zu können, d. h. die Betreffnisse der Präcession und ihrer seculären Veränderung, so weit bekannt die eigene Bewegung, und die nach 456:4 zu berechnenden Werthe der a, b, c, d, welche, wenn sie für die Epoche berechnet sind, offenbar für viele Jahre vor und nach derselben brauchbar bleiben. Die für ein bestimmtes Jahr auf Grund der Cataloge berechnete Ephemeride hat dagegen für eine kleinere Reihe von Sternen (die sog. Zeitsterne) den entsprechenden mittlern Ort, und z. B. für jeden 10. Tag den scheinbaren Ort zu geben, — ferner zu Gunsten der Reduction anderer Sterne, z. B. ebenfalls für jeden 10. Tag, die nach 456:3 zu berechnenden Werthe der mit der Zeit veränderlichen, dagegen für alle Sterne gleichen Grössen A, B, C, D.

Nebst Hinweisung auf den unter XIX gegebenen kleinen Sterncatalog, und die schon in 349, 420, 442 und 457 erwähnten Ephemeriden und Sternverzeichnisse mögen hier noch folgende betreffende Publicationen citirt werden: „**Halley**, Catalogus stellarum australium. Londini 1679 in 4. (Franz. Paris 1679), — **La Caille**, Coelum australe stelliferum. Parisiis 1763 in 4. (Neue engl. Ausg. des Cataloges, London 1847 in 8.), — Tob. **Mayer**, Fixarum zodiacalium catalogus novus (Opera ed. Lichtenberg, Gott. 1775 in 4.), — **Zach**, MCCL stellarum zodiacalium catalogi novi ex observationibus virorum de la Lande et Barry. Gothæ s. a. in 4., — Caroline Lucretia **Herschel** (Hannover 1750 — Hannover 1848; Schwester und Gehülfin von Wilhelm), Catalogue of Stars taken from Flamsteed's observations. London 1798 in fol., — **Piazzi**, Præcipuarum stellarum inerrantium positiones mediæ ineunte seculo XIX. Panormi 1803 in fol. (2 A. 1814), — **Bessel**, Tabulæ Regiomontanæ reductionum observationum ab A. 1750 usque ad A. 1850 computatæ. Regiom 1830 in 8., — Sir Thomas Macdougall **Brisbane** (Bishopton 1770 — Makerstoun 1860; General, Gouverneur von Jamaica, etc., zuletzt Privatmann auf seinem Landsitze Makerstoun in Schottland), A. Catalogue of 7385 stars chiefly in the southern hemisphere. London 1835 in 4., — Stephen **Groombridge** (1755? — Blackheath bei London 1832; Tuchhändler in London und Besitzer einer Sternwarte in Blackheath), Catalogue of Circumpolar Stars, edited by G. B. Airy. London 1838 in 4., — Marian Wolfgang **Koller** (Feistritz in Krain 1792 — Wien 1866; Professor der Physik und Director der Sternwarte in Cremsmünster, später Ministerialrath in Wien), A. Catalogue of 208 fixed Stars. (Mem. Astr. Soc. XII), — **Rümker**, Mittlere Oerter von 12000 Fixsternen für den Anfang von 1836. Hamburg 1843 in 4." (Forts. 1850), — Fr. **Baily**, The Catalogues of Ptolemy, Ulugh Beigh, Tycho Brahe, Halley, Hevelius, deduced from the best Authorities. (London 1843) in 4. und: A. Catalogue of those (47390) Stars in the Histoire céleste françoise of Jer. Delalande for which Tables of reduction to the Epoch 1800 have been published by Prof. Schumacher. London 1847 in 8. — **Airy**, Catalogue of the places of 1439 stars referred to 1840 I 1, deduced from the observations made at Greenwich from 1836 to 1841. London 1843 in 4, ferner: Catalogue of 2156 stars formed from the observations made during Twelve Years from 1836 to 1847 at Greenwich. London 1849 in 4., ferner: Catalogue of 1576 Stars formed from the observations during Six Years from 1848 to 1853 at Greenwich and reduced to the Epoch 1850. London 1856 in 4, ferner: Seven-Year Catalogue of 2022 stars deduced from observations made at Greenwich from 1854 to 1860 and reduced to the Epoch 1860. (London 1862) in 4., und: New Seven-Year Catalogue of 2760 Stars, deduced from observations made at Greenwich from 1861 to 1867, and reduced to the Epoch 1864. (London 1868) in 4., — Giuseppe **Bianchi** (Modena 1791 — Modena 1866; Director der Sternwarte in Modena), Posizioni medie delle 220 stelle principali di Piazzi, ridotte all 1840 (Mem. Soc. Ital. 1844), — Jakob Philipp **Wolfers** (Minden 1803; Professor in Berlin), Tabulæ reductionum observationum astronomicarum A. 1860 usque ad 1880 respondentes. Additæ sunt Tabulæ Regiomontanæ A. 1850—1860 respondentes ab Ill. Zech continuatæ. Berolini 1858 in 8., — Manuel John **Johnson** (? 1805 — Oxford 1859; Radcliffe Observer), The Radcliffe Catalogue of 6317 stars chiefly circumpolar, reduced to the Epoch 1845,0. With Introduction by R. Main. Oxford 1860 in 8., — O. **Struve**, Tabulæ quantitatum Besselianarum pro annis 1750 ad 1874. Petropoli 1861—1867 in 8., — **Lamont**, Verzeichniss

von 9412 Aequatorialsternen zwischen + 3 und — 3° Declination, reducirt auf den Anfang des Jahres 1850. München 1866 in 8., — Verzeichniss der Fundamentalsterne für die allgemeine Beobachtung der Sterne des nördlichen Himmels bis zur Grösse 9 (Astr. Viert. III, IV), — Friedrich Emil von **Asten**, Observator in Pulkowa: Neue Hülfstafeln zur Reduction der in der Histoire céleste française enthaltenen Beobachtungen (Astr. Viert. III Suppl.), — **Auwers**, Tafeln zur Reduction von Fixstern-Beobachtungen für 1726—1750 (Astr. Viert. IV Suppl.), — etc."

LV. Die Doppelsterne.

459. Die sog. Fixsterntrabanten. Die ältern Astronomen, ja noch Cassini und Bradley, kannten nur sehr wenige einander ganz nahe stehende oder sog. **Doppelsterne**, wie z. B. ζ Ursæ majoris, γ Virginis, α Geminorum, etc., und wandten auch diesen keine besondere Aufmerksamkeit zu, da sie dieselben nur als **optische**, d. h. nur für unsern Standpunkt scheinbar nahe Sterne, nicht als **physische**, d. h. wirklich Zusammengehörige betrachteten. Lambert hatte dann wohl um 1760 wiederholt versucht, richtigere Begriffe über binäre Systeme zu verbreiten, und ungefähr gleichzeitig war von Michell auf die Unwahrscheinlichkeit hingewiesen worden, dass die zahlreichen Sternsysteme überhaupt nur in zufälliger Gruppirung und nicht auf innerer Beziehung beruhen; aber dennoch wurde Christian Mayer nicht nur fast verlacht, als er ernstlich nach solchen Doppelsternen suchte, und die bestimmte Ansicht aussprach, dass die betreffenden Sterne, von denen er nach und nach etwa 80 Paare aufgefunden hatte, wirklich verbunden, gewissermassen die Einen Begleiter oder **Trabanten** der Andern sein möchten, — sondern seine Beobachtungen und Ansichten wurden sogar von Pater Hell, Nicol. Fuss, etc. bitter kritisirt.

Die „Cosmologischen Briefe" von **Lambert** sind schon in 457 citirt worden; dagegen sind hier die Abhandlungen „John **Michell**, Pfarrer zu Tornhill in Yorkshire (17.. — 1793), An inquiry into the probable parallax and magnitude of the fixed stars from the quantity of light, which they afford us (Phil. Trans. 1767). und: On the means of discovering the distance, magnitude, etc., of the fixed stars, in consequence of the diminution of the velocity of their light (Phil. Trans. 1784) zu erwähnen, — ferner die Schriften von Chr. **Mayer**: „Gründliche Vertheidigung neuer Beobachtungen von Fixsterntrabanten, welche zu Mannheim auf der kurf. Sternwarte entdeckt worden sind. Mannheim 1778 in 8. und: De novis in coelo sidereo phænomenis in miris stellarum fixarum comitibus Manhemii detectis. Manhemii 1779 in 4.", in deren ersterer er die Streitartikel wörtlich abdrucken liess, mit welchen er und **Hell** in der Mannheimer-Zeitung und im Wiener-Diarium gegen einander auftraten, — endlich „Nic. **Fuss**, Reflexions sur les satellites des étoiles. St. Pétersbourg (1780) in 4. (Auch Comm. Petrop. 1780, und deutsch in Bode's Jahrb. 1785)."

460. Die Arbeiten Herschel's. Bald nach Christian Mayer unternahm jedoch Herschel mit kräftigern optischen Mitteln und seiner ungewöhnlichen Energie ebenfalls systematisch nach doppelten und vielfachen Sternen zu suchen, und hatte binnen wenigen Jahren die für optische Doppelsterne ganz unwahrscheinliche Anzahl von 97 Paaren gefunden, welche er nur mit den mächtigsten Instrumenten trennen konnte (erste Classe), — 102, welche zwar eine merkliche, aber nicht über 5″ gehende Distanz besassen (zweite Classe), — 114 von 5 bis 15″, 132 von 15 bis 30″, 137 von 30 bis 60″ (dritte bis fünfte Classe), — und noch 121, welche wenigstens nicht weiter als 2′ von einander entfernt waren (sechste Classe). Dabei hatte er die glückliche Idee, je den schwächern Stern durch Polarcoordinaten auf den hellern und dessen Declinationskreis zu beziehen, — konnte so frühere und spätere Positionen mit einander vergleichen, — und dadurch mit Bestimmtheit für eine nicht geringe Zahl von Doppelsternen wenigstens einen Theil der scheinbaren Bahn des Einen um den Andern festlegen, somit die wirkliche Existenz von physischen Doppelsternen nachweisen.

Wilhelm **Herschel** unternahm seine Arbeit über die Doppelsterne gegen das Ende der 70[er] Jahre, und konnte schon 1782 I 10 der Royal Society einen ersten „Catalogue of Double Stars“ vorlegen, von dessen 269 Nummern der Reihe nach

24 38 46 44 51 66

auf die von ihm eingeführten, im Texte definirten Classen fielen. Er fügte sodann 1784 XII 9 ein reiches Supplement bei, durch welches die einzelnen Klassen den im Texte angegebenen Bestand erhielten, deren Gesammtzahl 703 er sodann nach und nach noch bis auf 846 erhöhte. Ferner konnte er 1803 VI 9 in einem „Account of the Changes that have happened during the last 25 years in the relative Situation of Double Stars“ noch selbst, wie schon im Texte angedeutet wurde, aus seinen Beobachtungen einige Schlüsse ziehen, wenn auch immerhin das Hauptverdienst derselben darin besteht, für künftige Untersuchungen eine breite Basis erstellt, und der Astronomie ein neues Gebiet erschlossen zu haben. — Vergl. auch „John **Herschel**, A Synopsis of all Sir William Herschel's micrometrical measurements and estimated positions and distances of the Double Stars described by him (Mem. Astr. Soc. XXXV, 1867).“

461. Die neuern Arbeiten. Was Herschel begonnen hatte, wurde durch seinen Sohn, durch die South, Secchi, etc. unermüdet fortgesetzt, vor Allem aber durch Wilh. Struve, der nicht weniger als 2640 Systeme doppelter und vielfacher, höchstens 32″ distanter Sterne catalogisirte und vermass, von denen etwa 60 % aus gleichfarbigen und meist weissen, die übrigen aus verschiedenfarbigen, doch nicht gerade complementären Sternen bestanden, — und wenigstens 4 % schon ihm sichere Positionsveränderungen zeigten, obschon

die Hauptbenutzung des von ihm gesammelten Materials erst spätern Geschlechtern möglich werden wird. — In der neusten Zeit haben ferner, von einer Untersuchung von Bessel über die Eigenbewegungen ausgehend, Peters, Auwers, etc. nachgewiesen, dass es muthmasslich auch Sonnensysteme gibt, wo zwar nur Eine Sonne herrscht, dagegen schwach leuchtende oder sogar dunkle Begleiter von relativ so bedeutender Grösse vorkommen, dass diese Sonne eine für uns noch merkliche Bewegung um den Schwerpunkt des ganzen Systemes besitzt, — ja Clark scheint bei Sirius einen solchen Begleiter wirklich gefunden zu haben.

Von den beiden grossartigen Werken, welche wir Wilh. **Struve** verdanken, seinen „Stellarum duplicium et multiplicium mensuræ micrometricæ. Petrop. 1837 in fol. (Addit. 1840), und: Stellarum fixarum imprimis duplicium et multiplicium positiones mediæ pro epocha 1830. Petrop. 1852 in fol.“, weist schon das erstere für die Distanzen

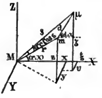
0—1″	1—2″	2—4″	4—8″	8—12″	12—16″	16—32″
91	314	535	582	352	231	535

Doppelsterne, also im Ganzen 2640 Systeme auf, von denen (v. 402) bereits für mehrere, dem Gravitationsgesetze entsprechende Bahnen berechnet werden konnten. Als ferner **Secchi** in den Jahren 1856—1858 etwa 1000 der Struve'schen Doppelsterne neuerdings vermass, fand er, vergl. seine „Misure di stelle doppie (Mem. dell' Osserv. del Coll. Rom. 1859)“, viele Veränderungen, und nur bei den 4 ersten Struve'schen Classen 35 + 63 + 51 + 26 = 175 Sternenpaare, bei denen unzweifelhafte Bewegung vorlag. Vergleiche ferner „James **South** (London 1785 — Kensington 1867; erst Arzt, dann Privatastronom zu Kensington), Observations on the best mode of examining the double stars, together with a Catalogue (Mem. Astr. Soc 1, 1822), und: Observations of the apparent distances and positions of double and triple stars, made 1821—1825 (Phil. Trans. 1824, 1826), — John **Herschel**, Description of new double and triple stars (Mem. Astr. Soc. 2 u. f.), — **Dawes**, Observations of double stars (Mem. Astr. Soc 5 u. f.), — **Bessel**, Beobachtungen der gegenseitigen Stellungen von Doppelsternen (Berl. Abh. 1833; Astr. Nachr. 1833 u. f.), — W. S. **Jacob**, Double stars observed at Poonah (Mem. Astr. Soc. 16 u. f.), — **Wichmann**, Beobachtungen von Doppelsternen in den Jahren 1833—1847 mit dem Königsberger-Heliometer (A. N Erg. 1849), — **Engelmann**, Messungen von 90 Doppelsternen am sechsfüssigen Refractor der Leipziger-Sternwarte. Leipzig 1865 in 8., — etc.“ — Gestützt auf den von **Bessel** in s. Abhandlung „Ueber die Veränderlichkeit der eigenen Bewegungen der Fixsterne (A. N 514 u. f, 1844)“ geleisteten Nachweis, dass die aus den gegenseitigen Anziehungen der Sterne hervorgehenden Veränderungen ihrer eigenen Bewegung im Laufe weniger Jahrhunderte keine für unsere Beobachtungen merkliche Grösse erreichen können, also der Nachweis einer Veränderlichkeit in der Bewegung eines einfachen Sternes zu der Annahme nöthige, dass er mit einem oder mehreren in seiner Nähe befindlichen, für uns aber unsichtbaren Sternen zu einem System verbunden sei, — führten namentlich **Peters** in seiner Habilitationsschrift „Ueber die eigene Bewegung des Sirius. Königsberg 1851 in 4. (A. N. 745 u. f.)“ und **Auwers** in seiner Doctordissertation

„Untersuchungen über veränderliche Eigenbewegungen. Erster Theil: Bestimmung der Elemente der Procyonbahn. Königsberg 1862 in 4. (Ein 2^{ter}, Sirius betreffender Theil erschien 1868 als Public. VII der astron. Gesellsch.)" die Untersuchung an den beiden schon durch ihren grossen Meister als besonders verdächtig bezeichneten Sternen durch, und erhielten dabei die im Texte angedeuteten Resultate, — speciell Ersterer für Sirius 50, Letzterer für Procyon 40 Jahre als Umlaufszeit um den Schwerpunkt des betreffenden Systemes. — Den **Clark** in Boston 1862 I 31 mit einem selbst verfertigten Refractor von 18" Oeffnung gelungenen Fund haben seither **Bond, Rutherford, Chacornac, Struve**, etc. bestätigt, und **Auwers** hat den Nachweis geliefert, dass, wenn die Masse des Begleiters gleich der Hälfte der Sirius-Masse angenommen wird, die aus der Theorie folgenden Distanzen und Positionen des Begleiters mit den aus Beobachtung erhaltenen auf das Schönste übereinstimmen.

462. Die Bahnen der Doppelsterne. Herrscht in einem Doppelsternsysteme das Gravitationsgesetz, so beschreibt eigentlich jeder der Sterne eine Ellipse um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt; aber, wenn man nur die relative Bewegung in's Auge fasst, so scheint auch der Eine eine Ellipse um den Andern zu beschreiben, und es sind durch Savary, Encke u. A. geometrische Methoden aufgestellt worden, nach denen man aus einigen Positionsbestimmungen diese relativen Bahnen wirklich berechnen, und aus der Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung die Richtigkeit des fundamentalen Grundsatzes nachweisen kann. So z. B. bewegt sich der Begleiter von ζ Herculis in etwas mehr als 36 Jahren um seinen Hauptstern in einer Ellipse, deren halbe grosse Axe uns unter dem Winkel von 1",2 erscheint, und welche die Excentricität 0,45 hat, ja es hat dieser Stern schon mehr als einen Umlauf vor den Augen seiner terrestrischen Beobachter vollendet.

Bezeichnet man die Massen zweier Sterne mit m und μ, ihre Coordinaten in Beziehung auf ein beliebiges rechtwinkliges Coordinatensystem mit x y z und ξ υ ζ, ihren Abstand endlich mit d, so sind die Differentialgleichungen der Bewegung des ersten Sternes in Folge Anziehung des zweiten nach dem Gravitationsgesetze



$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\mu}{d^2}\operatorname{Cos}(d, x) \qquad \text{oder} \qquad \frac{d^2x}{dt^2} - \frac{\mu(\xi - x)}{d^3} = 0$$

und

$$\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{\mu(\upsilon - y)}{d^3} = 0 \qquad \frac{d^2z}{dt^2} - \frac{\mu(\zeta - z)}{d^3} = 0$$

und die des zweiten entsprechend

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{m(\xi - x)}{d^3} = 0 \qquad \frac{d^2\upsilon}{dt^2} + \frac{m(\upsilon - y)}{d^3} = 0 \qquad \frac{d^2\zeta}{dt^2} + \frac{m(\zeta - z)}{d^3} = 0$$

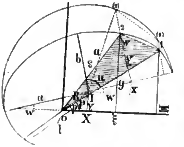
also die Differentialgleichungen der relativen Bewegung des zweiten um den ersten

$$\frac{d^2(\xi - x)}{dt^2} + \frac{(\mu + m)(\xi - x)}{d^3} = 0$$
$$\frac{d^2(\upsilon - y)}{dt^2} + \frac{(\mu + m)(\upsilon - y)}{d^3} = 0 \qquad 1$$
$$\frac{d^2(\zeta - z)}{dt^2} + \frac{(\mu + m)(\zeta - z)}{d^3} = 0$$

so dass diese (s. 408) eine elliptische ist, und somit auch die scheinbare Bahn, an welcher wir unsere Messungen vornehmen. In letzterer Bahn, welche durch Projection auf eine, zur Gesichtslinie nach dem als ruhend betrachteten Sterne senkrechten Ebene entsteht, nimmt jedoch dieser, welchen wir von nun an als Anfangspunkt der Coordinaten wählen wollen, nicht mehr den Brennpunkt ein, und es entsteht die Doppelaufgabe **zuerst** aus 4 zu den Zeiten t_1 t_2 t_3 t_4 gemessenen Distanzen ϱ_1 ϱ_2 ϱ_3 ϱ_4 des beweglichen Sternes und den entsprechenden Positionen p_1 p_2 p_3 p_4 gegen eine als Axe der X gewählte Gerade die scheinbare Ellipse zu bestimmen, und **sodann** diejenige Ellipse aufzusuchen, von welcher die scheinbare eine Projection, und der Anfangspunkt der Coordinaten die Projection des Brennpunktes ist. Um diese Doppelaufgabe zu lösen, hat man zunächst

$$\xi = \varrho \,\mathrm{Cos}\, p \qquad \eta = \varrho \,\mathrm{Sin}\, p \qquad 2$$

und somit, wenn man den Anfangspunkt der Coordinaten mit 0, die respectiven Oerter des Sternes mit 1, 2, 3, 4, und die doppelten Flächen der durch diese Punkte bestimmten Dreiecke oder Vierecke mit den in Klammern gesetzten Nummern der Eckpunkte bezeichnet,



$$(012) = \xi_2 \eta_2 + (\eta_2 + \eta_1)(\xi_1 - \xi_2) - \xi_1 \eta_1$$
$$= \eta_2 \xi_1 - \eta_1 \xi_2 =$$
$$= \varrho_1 \varrho_2 \,\mathrm{Sin}\,(p_2 - p_1)$$
$$(013) = \varrho_1 \varrho_3 \,\mathrm{Sin}\,(p_3 - p_1)$$
$$(014) = \varrho_1 \varrho_4 \,\mathrm{Sin}\,(p_4 - p_1) \qquad 3$$
$$(023) = \varrho_2 \varrho_3 \,\mathrm{Sin}\,(p_3 - p_2)$$
$$(024) = \varrho_2 \varrho_4 \,\mathrm{Sin}\,(p_4 - p_2)$$
$$(034) = \varrho_3 \varrho_4 \,\mathrm{Sin}\,(p_4 - p_3)$$

anderseits aber

$$(123) = (012) + (023) - (013) \qquad (124) = (012) + (024) - (014)$$
$$(134) = (013) + (034) - (014) \qquad (234) = (023) + (034) - (024) \qquad 4$$

und noch

$$(1234) = (123) + (134) = (124) + (234) \qquad 5$$

so dass alle diese Doppelflächen als bekannte Zahlen zu betrachten sind. Bezeichnet man ferner die zwei Punkte verbindende Sehne mit ihren in eine Klammer gesetzten Nummern, so hat man

$$(12)^2 = (\xi_2 - \xi_1)^2 + (\eta_2 - \eta_1)^2, \quad (13)^2 = (\xi_3 - \xi_1)^2 + (\eta_3 - \eta_1)^2, \text{ etc.} \qquad 6$$

Sind a, b die Halbaxen der scheinbaren Bahn, u, x, y die excentrischen Anomalien und Mittelpunktscoordinaten der Positionen, und bezeichnet I den Mittelpunkt, so hat man

$$x = a \,\mathrm{Cos}\, u \qquad y = b \,\mathrm{Sin}\, u$$

folglich entsprechend 3

$$(I\,12) = a\,b \,\mathrm{Sin}\,(u_2 - u_1) \qquad (I\,13) = a\,b \,\mathrm{Sin}\,(u_3 - u_1)$$
$$(I\,14) = a\,b \,\mathrm{Sin}\,(u_4 - u_1) \qquad (I\,23) = a\,b \,\mathrm{Sin}\,(u_3 - u_2) \qquad 7$$
$$(I\,24) = a\,b \,\mathrm{Sin}\,(u_4 - u_2) \qquad (I\,34) = a\,b \,\mathrm{Sin}\,(u_4 - u_3)$$

Ferner entsprechend 4

$$\begin{aligned}(123) &= ab\left[\operatorname{Sin}(u_2-u_1)+\operatorname{Sin}(u_3-u_2)-\operatorname{Sin}(u_3-u_1)\right]= \\ &= 2ab\operatorname{Sin}\frac{u_3-u_2}{2}\left[\operatorname{Cos}\frac{u_3-u_2}{2}-\operatorname{Cos}\left(\frac{u_3+u_2}{2}-u_1\right)\right]= \\ &= 4ab\operatorname{Sin}\frac{u_2-u_1}{2}\operatorname{Sin}\frac{u_3-u_1}{2}\operatorname{Sin}\frac{u_3-u_2}{2} \\ (124) &= ab\left[\operatorname{Sin}(u_2-u_1)+\operatorname{Sin}(u_4-u_2)-\operatorname{Sin}(u_4-u_1)\right]= \\ &= 4ab\operatorname{Sin}\frac{u_2-u_1}{2}\operatorname{Sin}\frac{u_4-u_1}{2}\operatorname{Sin}\frac{u_4-u_2}{2} \\ (134) &= ab\left[\operatorname{Sin}(u_3-u_1)+\operatorname{Sin}(u_4-u_3)-\operatorname{Sin}(u_4-u_1)\right]= \\ &= 4ab\operatorname{Sin}\frac{u_3-u_1}{2}\operatorname{Sin}\frac{u_4-u_1}{2}\operatorname{Sin}\frac{u_4-u_3}{2} \\ (234) &= ab\left[\operatorname{Sin}(u_3-u_2)+\operatorname{Sin}(u_4-u_3)-\operatorname{Sin}(u_4-u_2)\right]= \\ &= 4ab\operatorname{Sin}\frac{u_3-u_2}{2}\operatorname{Sin}\frac{u_4-u_2}{2}\operatorname{Sin}\frac{u_4-u_3}{2}\end{aligned} \qquad 8$$

Ferner entsprechend 5

$$\begin{aligned}(1234) &= ab\left[\operatorname{Sin}(u_2-u_1)+\operatorname{Sin}(u_3-u_2)+\operatorname{Sin}(u_4-u_3)-\operatorname{Sin}(u_4-u_1)\right] \\ &= 4ab\operatorname{Sin}\frac{u_3-u_1}{2}\operatorname{Sin}\frac{u_4-u_2}{2}\operatorname{Sin}\left(\frac{u_4+u_2}{2}-\frac{u_3+u_1}{2}\right)\end{aligned} \qquad 9$$

und endlich entsprechend 6

$$\begin{aligned}(12)^2 &= (x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2 = a^2(\operatorname{Cos}u_2-\operatorname{Cos}u_1)^2+b^2(\operatorname{Sin}u_2-\operatorname{Sin}u_1)^2 \\ &= 4\operatorname{Sin}^2\frac{u_2-u_1}{2}\left[a^2\operatorname{Sin}^2\frac{u_2+u_1}{2}+b^2\operatorname{Cos}^2\frac{u_2+u_1}{2}\right] \\ (13)^2 &= 4\operatorname{Sin}^2\frac{u_3-u_1}{2}\left[a^2\operatorname{Sin}^2\frac{u_3+u_1}{2}+b^2\operatorname{Cos}^2\frac{u_3+u_1}{2}\right] \quad \text{etc.}\end{aligned} \qquad 10$$

Setzt man die nach dem Vorhergehenden bekannten Grössen

$$\sqrt{\frac{(134)(234)}{(123)(124)}}=\operatorname{Ctg}\zeta \qquad \sqrt{\frac{(124)(234)}{(123)(134)}}=\operatorname{Ctg}\zeta_1 \qquad \sqrt{\frac{(124)(134)}{(123)(234)}}=\operatorname{Ctg}\zeta_2 \qquad 11$$

so dass also die ζ ebenfalls bekannt sind, so erhält man aus den 8

$$\frac{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(u_4-u_3)}{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(u_2-u_1)}=\operatorname{Ctg}\zeta \qquad \frac{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(u_4-u_2)}{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(u_3-u_1)}=\operatorname{Ctg}\zeta_1 \qquad \frac{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(u_4-u_1)}{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(u_3-u_2)}=\operatorname{Ctg}\zeta_2 \qquad 12$$

und somit, wenn

$$\begin{aligned}&\tfrac{1}{4}(u_4+u_3+u_2+u_1)=\varepsilon \qquad &&\tfrac{1}{4}(u_4-u_3-u_2+u_1)=\alpha \\ &\tfrac{1}{4}(u_4-u_3+u_2-u_1)=\beta \qquad &&\tfrac{1}{4}(u_4+u_3-u_2-u_1)=\gamma\end{aligned} \qquad 13$$

oder

$$\begin{aligned}&\tfrac{1}{2}(u_2-u_1)=\beta-\alpha \qquad &&\tfrac{1}{2}(u_3-u_1)=\gamma-\alpha \qquad &&\tfrac{1}{2}(u_4-u_1)=\gamma+\beta \\ &\tfrac{1}{2}(u_3-u_2)=\gamma-\beta \qquad &&\tfrac{1}{2}(u_4-u_2)=\gamma+\alpha \qquad &&\tfrac{1}{2}(u_4-u_3)=\beta+\alpha\end{aligned} \qquad 14$$

gesetzt wird,

$$\begin{aligned}&\operatorname{Tg}(45^0+\zeta)=\frac{\operatorname{Ctg}\zeta+1}{\operatorname{Ctg}\zeta-1}=\frac{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(u_4-u_3)+\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(u_2-u_1)}{\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(u_4-u_3)-\operatorname{Sin}\frac{1}{2}(u_2-u_1)}=\frac{\operatorname{Tg}\beta}{\operatorname{Tg}\alpha} \\ &\operatorname{Tg}(45^0+\zeta_1)=\frac{\operatorname{Tg}\gamma}{\operatorname{Tg}\alpha} \qquad \operatorname{Tg}(45^0+\zeta_2)=\frac{\operatorname{Tg}\gamma}{\operatorname{Tg}\beta}\end{aligned} \qquad 15$$

oder

$$\begin{aligned}&\frac{\operatorname{Tg}\beta}{\operatorname{Tg}\alpha}=\frac{1+\operatorname{Tg}\zeta}{1-\operatorname{Tg}\zeta} \qquad \text{folglich} \qquad \operatorname{Tg}\zeta=\frac{\operatorname{Sin}(\beta-\alpha)}{\operatorname{Sin}(\beta+\alpha)} \\ &\operatorname{Tg}\zeta_1=\frac{\operatorname{Sin}(\gamma-\alpha)}{\operatorname{Sin}(\gamma+\alpha)} \qquad \operatorname{Tg}\zeta_2=\frac{\operatorname{Sin}(\gamma-\beta)}{\operatorname{Sin}(\gamma+\beta)}\end{aligned} \qquad 15'$$

oder endlich

$$\operatorname{Tg} 2\zeta = \frac{2 \operatorname{Tg} \zeta}{1 - \operatorname{Tg}^2 \zeta} = \frac{2 \operatorname{Sin}(\beta - \alpha) \operatorname{Sin}(\beta + \alpha)}{\operatorname{Sin} 2\alpha \,.\, \operatorname{Sin} 2\beta} \qquad 15''$$

$$\operatorname{Tg} 2\zeta_1 = \frac{2 \operatorname{Sin}(\gamma - \alpha) \operatorname{Sin}(\gamma + \alpha)}{\operatorname{Sin} 2\alpha \operatorname{Sin} 2\gamma} \qquad \operatorname{Tg} 2\zeta_2 = \frac{2 \operatorname{Sin}(\gamma - \beta) \operatorname{Sin}(\gamma + \beta)}{\operatorname{Sin} 2\beta \,.\, \operatorname{Sin} 2\gamma}$$

so dass, wenn Eine der drei Grössen $\alpha \beta \gamma$ bekannt, nach 15 auch die übrigen beiden und nach 14 alle Differenzen der excentrischen Anomalien gefunden werden können, — ja sogar, da nun nach 9 und 15''

$$\begin{aligned} (1234) &= 4ab \operatorname{Sin}(\gamma - \alpha) \operatorname{Sin}(\gamma + \alpha) \operatorname{Sin} 2\beta \\ &= 4ab \operatorname{Sin}^2(\beta - \alpha) \operatorname{Sin} 2\gamma \operatorname{Ctg} \zeta \,.\, \operatorname{Ctg} 2\zeta \,.\, \operatorname{Tg} 2\zeta_1 \\ &= 4ab \operatorname{Sin}^2(\gamma - \beta) \operatorname{Sin} 2\alpha \operatorname{Ctg} \zeta_2 \,.\, \operatorname{Ctg} 2\zeta_2 \,.\, \operatorname{Tg} 2\zeta_1 \\ &= 4ab \operatorname{Sin}^2(\beta + \alpha) \operatorname{Sin} 2\gamma \operatorname{Tg} \zeta \,.\, \operatorname{Ctg} 2\zeta \,.\, \operatorname{Tg} 2\zeta_1 \end{aligned} \qquad 16$$

wird, auch $a \times b$. — Denkt man sich die Ellipsenpunkte 1, 2 nach (1), (2) auf den Kreis verlegt, (s. Fig. 2), so ist, wenn die u in Minuten ausgedrückt sind, die Fläche des durch sie bestimmten Kreisausschnittes gleich $\frac{1}{2} a^2 . (u_2 - u_1)$. Sin 1', die Fläche des Sehnendreieckes aber $\frac{1}{2} a^2 . \operatorname{Sin}(u_2 - u_1)$, also die Fläche des Kreisabschnittes $\frac{1}{2} a^2 [(u_2 - u_1) \operatorname{Sin} 1' - \operatorname{Sin}(u_2 - u_1)]$, also, da b : a der Cosinus des Projectionswinkels ist, diejenige des elliptischen Abschnittes $\frac{1}{2} ab [(u_2 - u_1) \operatorname{Sin} 1' - \operatorname{Sin}(u_2 - u_1)]$. Nun ist die in der wirklichen Bahn beschriebene Fläche der Zeit proportional, also auch, da 0 die Projection des Brennpunktes ist, die Doppelfläche des durch $\varrho_1\ \varrho_2$ bestimmten Sectors der scheinbaren Bahn, und man hat daher, wenn k die doppelte Flächengeschwindigkeit in Letzterer bezeichnet, mit Benutzung von 14

$$\begin{aligned} k(t_2 - t_1) &= (012) + ab[(u_2 - u_1) \operatorname{Sin} 1' - \operatorname{Sin}(u_2 - u_1)] \\ &= (012) + ab[2(\beta - \alpha) \operatorname{Sin} 1' - \operatorname{Sin} 2(\beta - \alpha)] \end{aligned}$$

und ebenso 17

$$\begin{aligned} k(t_3 - t_2) &= (023) + ab[2(\gamma - \beta) \operatorname{Sin} 1' - \operatorname{Sin} 2(\gamma - \beta)] \\ k(t_4 - t_3) &= (034) + ab[2(\beta + \alpha) \operatorname{Sin} 1' - \operatorname{Sin} 2(\beta + \alpha)] \end{aligned}$$

also drei Gleichungen, in welchen ausser k nur noch Eine der drei Grössen $\alpha \beta \gamma$ unbekannt ist, so dass sie zu ihrer Bestimmung mehr als ausreichen. So z. B. bildete **Encke** in e. Abhandlung „Ueber die Berechnung der Bahnen der Doppelsterne (Berl. Jahrb. 1832)", welcher die vorstehende Entwicklung grösstentheils entnommen ist, aus den von **Herschel**, **Struve** und **South** für den Doppelstern 70 p Ophiuchi die vier Normalörter

t	p	ϱ
1779,77	0° 0'	4'',40
1803,38	122 32	2,70
1820,20	288 9	4,17
1823,27	296 55	4,85

und hieraus folgen nach 3, 4, 5, 11

(012) = + 10,01579	(123) = 30,24770	ζ = 81° 17' 47'',3
(013) = − 17,43508	(124) = 30,32560	ζ_1 = 45 12 13,9
(014) = − 19,02817	(134) = 4,67553	ζ_2 = 44 43 21,1
(023) = + 2,79683	(234) = 4,59763	Tg (45° + ζ) = − 0,134021
(024) = + 1,28164		Tg (45 + ζ_1) = − 2,448786
(034) = + 3,08244	(1234) = 34,92323	Tg (45 + ζ_2) = 2,314900

Bezeichnet man daher den Ausdruck $[2x \operatorname{Sin} 1' - \operatorname{Sin} 2x] : 4x \operatorname{Sin}^2 x$, für welchen **Encke** a. a. O. eine Tafel gegeben hat, mit $\psi(x)$, so erhält man aus 17, wenn man je einen der Ausdrücke 16 für ab substituirt,

$$k_1 = \frac{(1234)\,\mathrm{Tg}\,2\zeta\,.\,\mathrm{Tg}\,\zeta\,.\,(\beta-\alpha)}{(t_2-t_1)\,.\,\mathrm{Tg}\,2\zeta_1\,.\,\mathrm{Sin}\,2\gamma}\,\psi(\beta-\alpha) + \frac{(012)}{t_2-t_1} = \qquad 18$$

$$= \overline{8{,}333596}\,.\,\frac{\beta-\alpha}{\mathrm{Sin}\,2\gamma}\,.\,\psi(\beta-\alpha) + 0{,}42422$$

$$k_2 = \frac{(1234)\,\mathrm{Tg}\,2\zeta_2\,.\,\mathrm{Tg}\,\zeta_2\,.\,(\gamma-\beta)}{(t_3-t_2)\,.\,\mathrm{Tg}\,2\zeta_1\,.\,\mathrm{Sin}\,2\alpha}\,.\,\psi(\gamma-\beta) + \frac{(023)}{t_3-t_2} = \qquad 19$$

$$= -\overline{0{,}179192}\,.\,\frac{\gamma-\beta}{\mathrm{Sin}\,2\alpha}\,.\,\psi(\gamma-\beta) + 0{,}16628$$

$$k_3 = \frac{(1234)\,.\,\mathrm{Tg}\,2\zeta\,.\,\mathrm{Ctg}\,\zeta\,.\,(\beta+\alpha)}{(t_4-t_3)\,.\,\mathrm{Tg}\,2\zeta_1\,.\,\mathrm{Sin}\,2\gamma}\,.\,\psi(\beta+\alpha) + \frac{(034)}{t_4-t_3} = \qquad 20$$

$$= \overline{7{,}589418}\,.\,\frac{\beta+\alpha}{\mathrm{Sin}\,2\gamma}\,.\,\psi(\beta+\alpha) + 1{,}00405$$

Setzt man nun in erster Annäherung die u gleich den p, d. h. macht man nach 13 eine erste Annahme $\alpha = -28^\circ 26'$, so erhält man nach 15, 18, 19

$\beta = +36^\circ 24' \quad \gamma = +89^\circ 32\frac{1}{2}' \quad k_1 = 1{,}17481 \quad k_2 = 0{,}78930 \quad k_1 - k_2 = 0{,}38551$

während eine zweite Annahme $\alpha = -24^\circ 0'$

$\beta = +31^\circ 18' \quad \gamma = +89^\circ 32\frac{1}{2}' \quad k_1 = 0{,}91877 \quad k_2 = 0{,}96774 \quad k_1 - k_2 = -0{,}04897$

gibt, und somit die Regula falsi die bessere Annahme

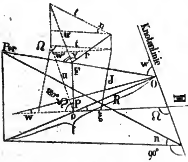
$$\alpha = -24^\circ 0' + 0{,}04897\,\frac{-24^\circ 0' + 28^\circ 26'}{-0{,}43448} = -24^\circ 30'$$

für welche sodann 15 und 18—20

$\beta = +31^\circ 49' \quad \gamma = +89^\circ 33' \quad k_1 = 0{,}94097 \quad k_2 = 0{,}94491 \quad k_3 = 1{,}01460$

folgen, somit schon eine ganz ordentliche Uebereinstimmung erhalten wird Um eine vollständige Uebereinstimmung zu erhalten, müssen jedoch die Beobachtungsdaten selbst innerhalb ihrer Fehlergrenze etwas abgeändert werden, und so fand **Encke**, dass wenn er $t_4 = 1823{,}27085$ und $\rho_4 = 4{,}746$ setze, nunmehr die Werthe

(014) = − 18,62018	(234) = 4,55901	log k = 9,996494
(024) = + 1,25416	(1234) = 34,44909	log a b = 1,066736
(034) = + 3,01634	$\zeta = 81^\circ 43' 6'',8$	$\alpha = -25^\circ 40' 17'',9$
(124) = 29,89008	$\zeta_1 = 44\ \ 0\ \ 1{,}5$	$\beta = +32\ \ 47\ \ 54{,}1$
(134) = 4,20189	$\zeta_2 = 46\ \ 20\ \ 24{,}0$	$\gamma = +92\ \ 4\ \ 44{,}0$



vollständig correspondiren. — Bezeichnen X Y die Coordinaten des Mittelpunktes der Projection und ist w der Winkel ihrer grossen Axe mit der Axe der ξ, so hat man

$$\xi - X = a\,\mathrm{Cos}\,u\,\mathrm{Cos}\,w - b\,\mathrm{Sin}\,u\,\mathrm{Sin}\,w$$
$$\eta - Y = a\,\mathrm{Cos}\,u\,\mathrm{Sin}\,w + b\,\mathrm{Sin}\,u\,\mathrm{Cos}\,w \qquad 21$$

und somit, wenn

$$A = a\,\mathrm{Cos}\,s\,\mathrm{Cos}\,w - b\,\mathrm{Sin}\,s\,\mathrm{Sin}\,w$$
$$B = a\,\mathrm{Sin}\,s\,\mathrm{Cos}\,w + b\,\mathrm{Cos}\,s\,\mathrm{Sin}\,w \qquad 22$$
$$A' = a\,\mathrm{Cos}\,s\,\mathrm{Sin}\,w + b\,\mathrm{Sin}\,s\,\mathrm{Cos}\,w$$
$$B' = a\,\mathrm{Sin}\,s\,\mathrm{Sin}\,w - b\,\mathrm{Cos}\,s\,\mathrm{Cos}\,w$$

gesetzt werden, mit Hülfe von 13

$$\tfrac{1}{4}(\xi_1 + \xi_2 - \xi_3 - \xi_4) = \tfrac{1}{4}\, a\,(\mathrm{Cos}\, u_1 + \mathrm{Cos}\, u_2 - \mathrm{Cos}\, u_3 - \mathrm{Cos}\, u_4)\,\mathrm{Cos}\, w -$$
$$- \tfrac{1}{4}\, b\,(\mathrm{Sin}\, u_1 + \mathrm{Sin}\, u_2 - \mathrm{Sin}\, u_3 - \mathrm{Sin}\, u_4)\,\mathrm{Sin}\, w$$
$$= a\,(\mathrm{Cos}\, s\,\mathrm{Sin}\,\alpha\,\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Cos}\,\gamma + \mathrm{Sin}\, s\,\mathrm{Cos}\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,\gamma)\,\mathrm{Cos}\, w -$$
$$- b\,(\mathrm{Sin}\, s\,\mathrm{Sin}\,\alpha\,\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Cos}\,\gamma - \mathrm{Cos}\, s\,\mathrm{Cos}\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,\gamma)\,\mathrm{Sin}\, w$$
$$= A\,\mathrm{Sin}\,\alpha\,\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Cos}\,\gamma + B\,\mathrm{Cos}\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,\gamma$$

$$\tfrac{1}{4}(\xi_1 - \xi_2 - \xi_3 + \xi_4) = - A\,\mathrm{Cos}\,\alpha\,\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,\gamma - B\,\mathrm{Sin}\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Cos}\,\gamma \qquad 23$$
$$\tfrac{1}{4}(\eta_1 + \eta_2 - \eta_3 - \eta_4) = A'\,\mathrm{Sin}\,\alpha\,\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Cos}\,\gamma + B'\,\mathrm{Cos}\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,\gamma$$
$$\tfrac{1}{4}(\eta_1 - \eta_2 - \eta_3 + \eta_4) = - A'\,\mathrm{Cos}\,\alpha\,\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,\gamma - B'\,\mathrm{Sin}\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Cos}\,\gamma$$

Hieraus folgt aber

$$\tfrac{1}{4}(\xi_1 + \xi_2 - \xi_3 - \xi_4)\,\mathrm{Sin}\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,\gamma + \tfrac{1}{4}(\xi_1 - \xi_2 - \xi_3 + \xi_4)\,\mathrm{Cos}\,\alpha\,\mathrm{Sin}\,\gamma =$$
$$= A\,\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,(\alpha + \gamma)\,\mathrm{Sin}\,(\alpha - \gamma)$$

oder

$$A = \frac{\xi_1 - \xi_3}{4\,\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,(\alpha - \gamma)} + \frac{\xi_2 - \xi_4}{4\,\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,(\alpha + \gamma)} = - c\,\mathrm{Cos}\, C\,\mathrm{Cos}\,\beta + d\,\mathrm{Cos}\, D\,\mathrm{Cos}\,\beta$$

und analog

$$B = \frac{\xi_1 - \xi_3}{4\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,(\gamma - \alpha)} + \frac{\xi_2 - \xi_4}{4\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,(\gamma + \alpha)} = c\,\mathrm{Cos}\, C\,\mathrm{Sin}\,\beta + d\,\mathrm{Cos}\, D\,\mathrm{Sin}\,\beta \qquad 24$$
$$A' = \frac{\eta_1 - \eta_3}{4\,\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,(\alpha - \gamma)} + \frac{\eta_2 - \eta_4}{4\,\mathrm{Sin}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,(\alpha + \gamma)} = - c\,\mathrm{Sin}\, C\,\mathrm{Cos}\,\beta + d\,\mathrm{Sin}\, D\,\mathrm{Cos}\,\beta$$
$$B' = \frac{\eta_1 - \eta_3}{4\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,(\gamma - \alpha)} + \frac{\eta_2 - \eta_4}{4\,\mathrm{Cos}\,\beta\,\mathrm{Sin}\,(\gamma + \alpha)} = c\,\mathrm{Sin}\, C\,\mathrm{Sin}\,\beta + d\,\mathrm{Sin}\, D\,\mathrm{Sin}\,\beta$$

wo mit Berücksichtigung von 6

$$\eta_1 - \eta_3 = (13)\,\mathrm{Sin}\, C \qquad \eta_2 - \eta_4 = (24)\,\mathrm{Sin}\, D \qquad \frac{(13)}{2\,\mathrm{Sin}\, 2\beta\,\mathrm{Sin}\,(\gamma - \alpha)} = c \qquad 25$$
$$\xi_1 - \xi_3 = (13)\,\mathrm{Cos}\, C \qquad \xi_2 - \xi_4 = (24)\,\mathrm{Cos}\, D \qquad \frac{(24)}{2\,\mathrm{Sin}\, 2\beta\,\mathrm{Sin}\,(\gamma + \alpha)} = d$$

gesetzt worden. Man hat somit

$$(a + b)\,.\,\mathrm{Sin}\,(s + w) = a\,\mathrm{Sin}\, s\,\mathrm{Cos}\, w + a\,\mathrm{Cos}\, s\,\mathrm{Sin}\, w + b\,\mathrm{Sin}\, s\,\mathrm{Cos}\, w + b\,\mathrm{Cos}\, s\,\mathrm{Sin}\, w$$
$$= B + A' = d\,\mathrm{Sin}\,(\beta + D) + c\,\mathrm{Sin}\,(\beta - C)$$
$$(a + b)\,.\,\mathrm{Cos}\,(s + w) = d\,\mathrm{Cos}\,(\beta + D) - c\,\mathrm{Cos}\,(\beta - C) \qquad 26$$
$$(a - b)\,.\,\mathrm{Sin}\,(s - w) = d\,\mathrm{Sin}\,(\beta - D) + c\,\mathrm{Sin}\,(\beta + C)$$
$$(a - b)\,.\,\mathrm{Cos}\,(s - w) = d\,\mathrm{Cos}\,(\beta - D) - c\,\mathrm{Cos}\,(\beta + C)$$

und analog erhält man mit Hülfe der 21

$$R\,.\,\mathrm{Cos}\, P = X = \tfrac{1}{2}(\xi_1 + \xi_3) + (c\,\mathrm{Cos}\, C\,\mathrm{Cos}\, 2\beta - d\,\mathrm{Cos}\, D)\,\mathrm{Cos}\,(\gamma - \alpha) \qquad 27$$
$$R\,.\,\mathrm{Sin}\, P = Y = \tfrac{1}{2}(\eta_1 + \eta_3) + (c\,\mathrm{Sin}\, C\,\mathrm{Cos}\, 2\beta - d\,\mathrm{Sin}\, D)\,\mathrm{Cos}\,(\gamma - \alpha)$$

so dass man nach 25—27 successive C D c d, a b s w und R P finden kann. So z. B. erhält man in dem obigen Beispiel

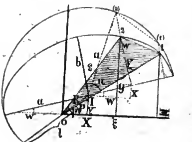
$C = 51^\circ 57' 13'',0 \qquad c = \overline{0,494393}$

$D = 118\ 57\ \ 10,0 \qquad d = \overline{0,648965}$

$a = \overline{0,617892} \qquad b = \overline{0,448845}$

$w = 130^\circ 13' 50'',3 \qquad R = \overline{0,206086}$

$P = 336^\circ 35' 19'',5$



wodurch die projicirte Ellipse vollständig gegeben ist. — Ist O der gemeinschaftliche Mittelpunkt der wahren und der projicirten Ellipse, und bezeichnen a′ b′ die Halbaxen der wahren Ellipse, a′e′ = a′ Sin φ′ ihre Excentricität, n die Neigung

der beiden Ebenen, Ω nnd w' die Winkel der Knotenlinie mit Σ nnd a' nnd l die Prnjection von a', an hat man

$$\frac{R}{l} = \sin \varphi' = \frac{1}{a'} \sqrt{a'^2 - b'^2} \qquad \frac{1}{l} \sqrt{l^2 - R^2} = \cos \varphi' = \frac{b'}{a'} \qquad 28$$

$$a\,b\,\pi = a'\,b'\,\pi \,.\, \cos n \qquad \text{oder} \qquad a\,b = a'\,b' \cos n \qquad 29$$

$$-a' \cos w' = l \cos(\Omega - P) \qquad a' \sin w' \cos n = l \sin(\Omega - P) \qquad 30$$

Ferner ist nach 143 : 11,7

$$\frac{1}{l^2} = \frac{1}{a^2} \cos^2(P - w) + \frac{1}{b^2} \sin^2(P - w) \qquad 31$$

für den beiden Ellipsen gemeinschaftlichen, in die Knntenlinie fallienden Radius

$$\frac{1}{a'^2} \cos^2 w' + \frac{1}{b'^2} \sin^2 w' = \frac{1}{a^2} \cos^2(\Omega - w) + \frac{1}{b^2} \sin^2(\Omega - w) \qquad 32$$

und für die beiden auf die Knotenlinie senkrechten Radien, von denen der eine die Projection des andern ist,

$$\frac{1}{a'^2} \sin^2 w' + \frac{1}{b'^2} \cos^2 w' = \left[\frac{1}{a^2} \sin^2(\Omega - w) + \frac{1}{b^2} \cos^2(\Omega - w)\right] \cos^2 n \qquad 33$$

Nach 31 kann man l berechnen, und bat somit znr Bestimmung der fünf Unbekannten a', b' oder φ', n, Ω und w' oder der Länge des Perihels $\pi = w' + \Omega$ die fünf Gleichungen 28, 29, 30, 32 nnd 33, welche zwar zur wirklichen Berechnung nach umgestaltet werden müssen, was **Encke** in folgender Weise bewirkte: Ans 30 folgt dnrch Quadriren und Addiren

$$\cos^2 w' + \sin^2 w' \,.\, \cos^2 n = l^2 : a'^2 \qquad 34$$

und somit mit Hülfe von 28, wenn man $(32 \,.\, \cos^2 n + 33)\, a'^2 b'^2 + 34 \,.\, b'^2$ bildet

$$b'^2 + b'^2 \cos^2 n = a^2 + b^2 - R^2 \qquad 35$$

Ferner mit Hülfe von 35, 29, 28 und 31

$$b'^4 \,.\, \sin^4 n = (a^2 + b^2 - R^2)^2 - 4\, a^2\, b^2\, (l^2 - R^2) : l^2$$
$$= [a^2 - b^2 - R^2 \cos 2(P - w)]^2 + R^4 \,.\, \sin^2 2(P - w) \qquad 36$$

Ferner durch Multiplication der beiden 30 einerseits, sowie der 32 und 33 andererseits

$$a'^2 \,.\, \sin 2\, w' \,.\, \cos n = l^2 \sin 2(P - \Omega)$$
$$(a'^2 - b'^2) \sin 2\, w' \cos n = (a^2 - b^2) \sin 2(w - \Omega)$$

oder, wenn man diese Prodnkte durch einander dividirt, 28' benutzt, nnd $P - \Omega$ in $(P - w) + (w - \Omega)$ umsetzt,

$$\frac{a^2 - b^2 - R^2 \cos 2(P - w)}{\cos 2(w - \Omega)} = \frac{R^2 \sin 2(P - w)}{\sin 2(w - \Omega)} \qquad 37$$

Wenn daher

$$a^2 - b^2 - R^2 \cos 2(P - w) = m \cos 2(w - \Omega)$$

gesetzt wird, so muss auch

$$R^2 \sin 2(P - w) = m \sin 2(w - \Omega)$$

sein, nnd hiefür gibt 36

$$b'^4 \sin^4 n = m^2 \qquad \text{oder} \qquad m = b'^2 \sin^2 n$$

so dass also

$$a^2 - b^2 - R^2 \cos 2(P - w) = b'^2 \sin^2 n \cos 2(w - \Omega)$$
$$R^2 \sin 2(P - w) = b'^2 \sin^2 n \sin 2(w - \Omega) \qquad 38$$

Man kann hierans $w - \Omega$ oder also Ω, ferner $b'^2 \,.\, \sin^2 n = b'^2 - b'^2 \cos^2 n$ oder also mit Zuzug von 35 : b' nnd n berechnen, — sodann nach 29 anch a', und endlich nach 30 anch noch w' oder π. — Ist k' die doppelte Flächengeschwindigkeit in der wahren Ellipse, und U die Umlaufszeit, so hat man

$$k' = k \,.\, \mathrm{Sec}\, n \qquad U = \frac{2a'b'\pi}{k'} = \frac{2ab\pi}{k} \qquad \textbf{39}$$

und wenn μ' die mittlere Bewegung in Graden bezeichnet, so verhält sich

$$\mu' : 360^0 = k' : 2a'b'\pi \qquad \text{so dass} \qquad \mu' = \frac{k'}{2a'b'\pi} \,.\, 360^0 = \frac{k}{2ab\pi} \,.\, 360^0 \qquad \textbf{40}$$

Legt man (s. Fig. 3) durch den Brennpunkt der wahren Bahn und seine Projection je eine Parallele zur Knotenlinie, und bezieht einen Punkt (r, v) und seine Projection (ξ, η) auf diese Parallelen, so erhält man

$$u = u' = r\,\mathrm{Cos}\,(v - w') \qquad t = t'\,\mathrm{Cos}\,n = r\,\mathrm{Sin}\,(v - w')\,\mathrm{Cos}\,n$$
$$\xi = u\,\mathrm{Cos}\,\Omega + t\,\mathrm{Sin}\,\Omega \qquad \eta = u\,\mathrm{Sin}\,\Omega - t\,\mathrm{Cos}\,\Omega$$

und somit

$$\xi = r\,\mathrm{Cos}\,v\,(\mathrm{Cos}\,w'\,\mathrm{Cos}\,\Omega - \mathrm{Sin}\,w'\,\mathrm{Sin}\,\Omega\,\mathrm{Cos}\,n) +$$
$$+ r\,\mathrm{Sin}\,v\,(\mathrm{Sin}\,w'\,\mathrm{Cos}\,\Omega + \mathrm{Cos}\,w'\,\mathrm{Sin}\,\Omega\,\mathrm{Cos}\,n)$$
$$\eta = r\,\mathrm{Cos}\,v\,(\mathrm{Cos}\,w'\,\mathrm{Sin}\,\Omega + \mathrm{Sin}\,w'\,\mathrm{Cos}\,\Omega\,\mathrm{Cos}\,n) +$$
$$+ r\,\mathrm{Sin}\,v\,(\mathrm{Sin}\,w'\,\mathrm{Sin}\,\Omega - \mathrm{Cos}\,w'\,\mathrm{Cos}\,\Omega\,\mathrm{Cos}\,n)$$

Bezeichnet man die 4 Klammern der Reihe nach mit I, II, III, IV, so findet man

$$\xi \,.\, IV - \eta \,.\, II = r\,\mathrm{Cos}\,v \,.\, [\,I \,.\, IV - II \,.\, III] = -r\,\mathrm{Cos}\,v\,\mathrm{Cos}\,n$$
$$\xi \,.\, III - \eta \,.\, I = r\,\mathrm{Sin}\,v\;\; [II \,.\, III - I \,.\, IV] = r\,\mathrm{Sin}\,v\,\mathrm{Cos}\,n$$

Führt man hier aus 2 die Werthe von ξ und η ein, — benutzt die bekannten Formeln

$$r\,\mathrm{Cos}\,v = a'\,(\mathrm{Cos}\,n' - \mathrm{Sin}\,\varphi') \qquad r\,\mathrm{Sin}\,v = b'\,\mathrm{Sin}\,u'$$

wo u' die excentrische Anomalie in der wahren Ellipse bezeichnet, — und setzt

$$b'\,\mathrm{Sin}\,w' = l'\,\mathrm{Sin}\,(Q - \Omega) \qquad b'\,\mathrm{Cos}\,w'\,\mathrm{Cos}\,n = l'\,\mathrm{Cos}\,(Q - \Omega) \qquad \textbf{41}$$

so erhält man, wenn man die erste Gleichung mit b', die zweite mit a' multiplicirt, und 30 benutzt,

$$\mathrm{Cos}\,u' = \frac{l'}{ab}\,\varrho\,\mathrm{Cos}\,(p - Q) + \frac{R}{l} \qquad \mathrm{Sin}\,u' = \frac{l}{ab}\,\varrho\,\mathrm{Sin}\,(p - Q) \qquad \textbf{42}$$

Bezeichnet man endlich die mittlere Anomalie zur Zeit t mit m und die Durchgangszeit durch das Perihel mit T, so ist einerseits

$$m = u' - e'\,\mathrm{Sin}\,n' = n' - \frac{R}{l}\,\mathrm{Sin}\,u' \qquad \textbf{43}$$

und anderseits

$$m = (t - T) \,.\, \mu' \qquad \text{oder} \qquad T = t - (m : \mu') \qquad \textbf{44}$$

so dass nun auch noch die Durchgangszeit durch das Perihel gegeben ist. In dem oben durchgerechneten Beispiele fand so **Encke**

$\Omega = 122^0\,47'\,54'',7$	$\log b' = 0{,}591921$	$\mu' = 4^0\,52'\,62'',2$
$n = 46\;\;24\;\;56{,}9$	$\log a' = 0{,}636332$	$U = 78{,}862^a$
$\varphi' = 25\;\;28\;\;19{,}8$	$\log k' = 0{,}158010$	$T = 1806{,}877$
$\pi = 166\;\;56\;\;44{,}5$		

wodurch nun sämmtliche Elemente den benutzten Daten entsprechend bestimmt sind, — jedoch nicht zu übersehen ist, dass **Mädler** bei Ausschluss der von 1818—1823 gemachten und Zuzug der von 1825—1847 erhaltenen Beobachtungen wesentlich andere Elemente, so z. B. $U = 92^a$ und $T = 1810{,}8$ fand. — Es bleibt zu erwähnen, dass noch etwas vor Encke durch **Savary** eine Abhandlung „Sur la détermination des orbites que décrivent autour de leur centre de gravité deux étoiles très rapprochées l'une de l'autre (Conn. d. temps 1830)" publicirt wurde, — dass fast gleichzeitig John **Herschel** in seinem Paper „On the investigation of the orbits of revolving Double stars (Mem. Astr. Soc. V, 1833)" eine graphische Methode zu solchen Bestimmungen bekannt machte, — dass Antoine-Joseph-François **Yvon-Villarceau** (Vendôme 1813; Astronom an

der Pariser-Sternwarte) neben vielen andern betreffenden Arbeiten ebenfalls eine „Méthode pour le calcul des orbites des étoiles doubles (Compt. rend. 1852)" gab, — dass **Klinkerfues** noch seither „Ueber eine neue Methode die Bahnen der Doppelsterne zu berechnen. (Göttingen 1855 in 4.)" schrieb, — etc. Endlich mögen noch folgende Beispiele von Doppelsternbahnen gegeben werden:

Name	U		a'	e'	T	Berechner
ζ Herculis	36°	130^d	1'',254	0,448	1830,0	Villarceau
ζ Cancri	58	343	1,030	256	1815,5	Winnecke
ξ Ursæ maj.	61	109	2,295	404	1817,1	Mædler
η Coronæ	67	113	1,201	401	1846,7	Villarceau
α Centauri	77	0	15,500	950	1851,5	Jacob
τ Ophiuchi	87	13	0,818	037	1840,1	Mädler
λ Ophiuchi	95	321	0,847	477	1791,2	Hind
ω Leonis	133	128	0,954	360	1876,4	Klinkerfues
γ Virginis	169	178	3,863	881	1836,3	Mädler
δ Cygni	178	256	1,811	607	1862,9	Hind
σ Coronæ	478	15	3,900	642	1829,5	Mädler
α Geminorum	632	99	6,300	240	1699,3	Hind

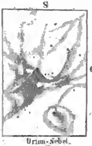
welchen noch mehrere Bahnen anderer Sterne, namentlich aber Neuberechnungen derselben Bahnen beigefügt werden könnten, die zum Theil, in ähnlicher Weise wie es oben für p Ophiuchi verzeigt worden ist, wesentlich verschiedene Resultate ergeben haben; so fand, um noch ein Beispiel dieser Art anzuführen, **Winnecke** in s. Dissertation „De stella η coronæ borealis duplici. Berolini 1856 in 8." für diesen Stern U = 43°,115, a' = 0'',957, e' = 0,286 und T = 1850,3.

LVI. Die Sternhaufen und Nebel.

463. Die ersten Entdeckungen. Als Galilei sein Fernrohr auf die schon den Alten unter dem Namen der Pleyaden bekannte Sterngruppe auf dem Rücken des Stiers richtete, sah er ausser den von Jenen aufgezählten 9 Sternen „Celeno, Electra, Taygeta, Maja, Asterope, Merope, Alcyone, Atlas, Pleyone" noch viele Andere, und bald fand er auch in den Hyaden am Kopfe des Stiers, in der sog. Krippe im Krebs, am Schwertgriffe des Perseus, etc. noch mehrere ähnliche, zum Theil noch viel dichtere Sternhaufen. — Ungefähr gleichzeitig entdeckte Marius in der Andromeda eine neblichte Stelle, welche ihm den Eindruck eines durch ein Hornblättchen gesehenen Lichtes machte, und ihre Position gegen die umliegenden Sterne nicht veränderte, — und bald darauf wurde ein noch viel glänzenderer Himmelsnebel unter dem Gürtel des Orion entdeckt, den Cysat 1619 zu Vergleichungen mit dem damals sichtbaren Kometen

benutzte, und mit dem sich später Hugens ernstlich befasste. An sie reihten sich die gegen den Südpol hin liegenden, später von Lacaille einlässlicher beschriebenen sog. Magelhaens-Wolken, — ein 1665 von Ihle im Schützen aufgefundener Nebel, — ein 1714 von Halley im Herkules gesehener Uebergang von Sternhaufen zu Nebel, — und einige wenige andere verwandte Objecte an.

In den Pleyaden, die etwa einen Quadratgrad beschlagen, unterscheidet das unbewaffnete Auge je nach s. Schärfe 6 bis 11 Sterne; **Bradley** beobachtete und catalogisirte in denselben 15, — **Jeaurat** (vergl. Mém. Par. 1779 und Conn. d. temp 1784) sogar 64 Sterne, — **Rümker** (s. A. N. 432) und **Bessel** (vergl. seine in 347 erwähnte Abhandlung) wiederholten diese Aufnahmen mit noch grösserer Schärfe und Vollständigkeit, — und eine von **Schmidt** entworfene Karte verzeigt bei 200 Sterne. Während sich aber **Bessel** mit dieser Gruppe Jahre lang zu beschäftigen hatte, gelang es in der neusten Zeit **Rutherford** in Einer Nacht, ja eigentlich in 3—4 Minuten, ein ganz gutes photographisches Bild zu erhalten, auf welchem die relative Lage der Sterne scharf abgemessen werden konnte; die schöne Uebereinstimmung der so erhaltenen Zahlen mit den Bessel'schen zeugt sowohl für die Schärfe einer solchen Aufnahme, als für die Unveränderlichkeit oder wenigstens sehr langsame Veränderung dieser Gruppe. — Der Sternhaufen im Perseus, der etwa $1/2^{0}$ im Durchmesser hat, ist schon dem freien Auge als eine Art Lichtnebel bemerklich, und bildet in schwächern Fernröhren eines der schönsten Objekte am Sternhimmel; **Krüger** hat in s. Abhandlung „Der Sternhaufen h Persei. Helsingfors 1865 in 4. (Abb. d. Finnisch Soc.)" einen Catalog von 43 Sternen desselben gegeben. — **Marius** entdeckte den Nebel in der Andromeda, wie er selbst im Vorworte zu s. „Mundus jovialis (s. 427)" erzählt, am 15. Dez. 1612; dagegen ist leider durch **Cysat**, der den schönen Nebel im Orion in s. Kometenschrift von 1619 (s. 437) zuerst anführte, nicht ausdrücklich gesagt worden, ob er selbst und wann er denselben entdeckte, — immerhin bleibt desswegen natürlich die, auch noch von neuern Schriftstellern wiederholte Angabe, es sei diess glänzende Gebilde erst 1656 durch **Hugens** aufgefunden worden, falsch, während dagegen diesem letzterwähnten Astronomen das Verdienst bleibt, dasselbe in s. „Systema Saturnium (s. 428)" zuerst genauer beschrieben und abgebildet, und sich so an die Spitze derjenigen Männer gestellt zu haben, welchen wir seither betreffende Arbeiten von immer grösserer Vollkommenheit verdanken, — vergl. mit den ältern Arbeiten der **Legentil** (Mém. Paris 1759), Professor **Lefébure** in Lyon (Rozier, Observations 1783), Wilhelm **Herschel** (Phil. Trans. 1784—1811. etc., die neuern von John **Herschel** (Mem. Astr. Soc. 1826, und: Cape of Good Hope Observ. 1847) **Lamont** (Ueber die Nebelflecken. München 1837 in 4.), **Bond** (Mem. Amer. Acad. 1848; Annals of Harvard College Vol V), **Lassell** (Mem. Astr. Soc. 1854), O. **Struve** (Mem. Petersb. 1862), **Secchi** (Firenze 1868), **Rosse** und s. Sohn Lord **Oxmantown** (Phil. Trans. 1868), etc. — Die erst von den



Orion-Nebel.

portugiesischen und holländischen Schifffahrern als „Cap. Wolken" bezeichneten, später zu Ehren des Weltumseglers **Magelhaens** mit dessen Namen belegten zwei reichen Gruppen von Nebel:, Sternhaufen und einzelnen Sternen, welche am südlichsten Himmel in einer sonst auffällig sternarmen Gegend stehen, wurden zuerst von **Lacaille** in s. Abhandlung „Sur les étoiles nébuleuses du ciel austral (Mem. Par. 1755)" näher beschrieben, seither aber namentlich von John **Herschel** mit grosser Sorgfalt im Detail studirt und abgebildet (v. oben angef. Werk). — Den Nebel im Schützen soll nach Einigen schon **Hevel** entdeckt haben; da ihn jedoch dessen Schüler **Kirch** ganz bestimmt Abraham **Ihle**, über den ich sonst leider keine Angaben finden konnte, zuschreibt, so ist kaum ein Zweifel möglich. — Für den Sternhaufen im Hercules v. 468.

464. Die Arbeiten von Messier und Herschel. Nach der Mitte des 18. Jahrh. wurde Messier durch die oft nicht geringe Schwierigkeit, auf den ersten Blick einen Kometen von einem Nebel zu unterscheiden, darauf geführt, einen ersten Katalog von Nebeln und Sterngruppen anzulegen, der immerhin 103 Nummern enthielt. Bald folgte dann W. Herschel mit einem Verzeichnisse von 1000 und zwei Supplementen von zusammen 1600 Nummern, und theilte zugleich diese merkwürdigen Objecte in 8 Classen ein: Helle, lichtschwache, und sehr lichtschwache Nebel, — planetarische Nebel und Nebelsterne, — sehr grosse Nebel, — sehr dicht gedrängte, zerstreute und grob zerstreute Sternhaufen.

Vergleiche „**Messier**, Catalogue des nébuleuses et des amas d'étoiles, que l'on découvre parmi les étoiles fixes sur l'horizon de Paris (Mém. Par. 1771; mit einigen Zusätzen auch Conn. d. temps 1784), — **Herschel**, Catalogue of One Thousand new Nebulæ and Clusters of Stars (Phil. Trans. 1786; Supplemente 1789 und 1802)."

465. Die neusten Arbeiten. Seit W. Herschel hat zunächst sein Sohn John diese Arbeiten weiter geführt, dieselben während längerem Aufenthalte am Cap auch auf den, in dieser Beziehung so reichen südlichen Himmel ausgedehnt, und noch kürzlich einen Generalcatalog von 5079 Nummern gegeben. Neben ihm beschäftigten sich mit den Nebeln hauptsächlich Lamont, O. Struve, Lassell, Secchi, etc., vor Allem aber d'Arrest, der die Catalogisirung fortsetzte, und Lord Rosse, der mit seinem mächtigen Teleskope Einzelne im Detail studirte und darstellte.

Für die Arbeiten von John **Herschel** vergleiche ausser s. bereits mehrfach erwähnten Werke über s. Beobachtungen am Cap namentlich s. „Observations of Nebulæ and Clusters made at Slough 1825—1833. London 1833 in 4." und s. „General Catalogue of Nebulæ and Clusters of Stars (Phil. Trans. 1864)," — für die Arbeiten der übrigen im Texte genannten Astronomen theils die in 463 bereits gemachten, theils die in 466—468 noch folgenden Angaben. Hier mögen nur beiläufig noch die Schriften „James **Dunlop** (17.. — Paramatta 1848?; Director der Sternwarte zu Paramatta in Australien), Catalogue of Nebulæ and

Clusters of Stars in the southern Hemisphere (Phil. Trans. 1828), — J. J. **Littrow**, Sterngruppen und Nebelmassen des Himmels. Wien 1835 in 8., — Earl of **Rosse**, Observations of some of the Nebulæ (Phil. Trans. 1844, 1850), — **Secchi**, Observations d'étoiles doubles et de nébuleuses (A. N. 1018 von 1856), — d'**Arrest**, Resultate aus Beobachtungen der Nebelflecken und Sternhaufen. Erste Reihe. Leipzig 1856 in 4, und: Siderum nebulosorum observationes Havnienses. Havniæ 1867 in 4., — H. C. **Vogel**, Beobachtungen von Nebelflecken und Sternhaufen am Equatoreal der Leipziger-Sternwarte. Leipzig 1867 in 8., — etc." Erwähnung finden.

466. Die veränderlichen Nebel. Da man leider noch keinen sichern Massstab für die jeweilige Durchsichtigkeit der Luft hat, so ist es fast unmöglich, kleine Schwankungen in der Helligkeit der Nebel zu constatiren; aber dennoch ist es zum Mindesten sehr wahrscheinlich, dass einzelne Nebel, wie namentlich ein 1852 von Hind im Stier Entdeckter, in ähnlicher Weise wie einzelne Sterne veränderlich, also kaum ferne Sternhaufen, sondern eher in Bildung begriffene Einzelsterne sind.

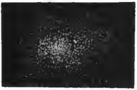
Als Beispiele von muthmasslich veränderlichen Nebeln mögen folgende aufgeführt werden: **Hind** entdeckte 1852 X 11 im Stier in der Nähe eines Sternes 10 Gr. (1862,0 : $4^h\ 13^m\ 15^s{,}6$; $+\ 19^0\ 11'\ 37''$) mit einem eilfüssigen Fernrohr einen schwachen, von **Herschel** nicht catalogisirten Nebel. Er wurde 1854 auch von **Chacornac** in Marseille gesehen, — ja 1855 XI — 1856 I von d'**Arrest** in Leipzig schon mit 6füssigem Fernrohr bei Mondschein; dagegen fand ihn **Auwers** 1858 I — III mit dem Königsberger-Heliometer kaum, — d'**Arrest**, 1861 X 3 mit dem 16füssigen Kopenhagener-Refractor gar nicht, und auch **Chacornac**, **Lassell**, **Hind** und **Secchi** fahndeten zu Anfang 1862 vergeblich mit den kräftigsten Instrumenten auf ihn, — nur **Winnecke** und **Struve** konnten ihn 1861 XII 29 und 1862 III 22 in Pulkowa sehen. Gleichzeitig wurde auch der Stern schwächer, so dass ihn d'**Arrest** 1862 II 16 nur noch 13.14 Gr. schätzte. — Als zweites Beispiel mag folgende Beobachtung von **Chacornac** dienen: Er sah 1854 I 26—31 in der Nähe von ζ Tauri einen Stern 11 Gr. (1852: $5^h\ 28^m\ 35^s$; $+\ 21^0\ 7'\ 18''$), ohne in der Nähe einen Nebel zu bemerken; 1855 X 19 und XI 10 sah er dagegen, dass sich der Stern auf einen kleinen Nebel projicirte, und 1856 I 27 erschien ihnen sogar dieser Nebel ziemlich glänzend. Um so erstaunter war er 1862 XI 20 diesen Nebel gar nicht mehr zu finden, während der Stern s. Glanz 11 Gr. nicht im mindesten verändert hatte.

467. Die Doppelnebel. Während W. Herschel der Gedanke an physische Doppelnebel noch zu ferne lag, sprach ihn schon sein Sohn unzweideutig aus, und seither fand d'Arrest über ein Hundert Doppelnebel auf, von denen eine grosse Anzahl physisch verbunden sein dürfte. Bei einzelnen dieser Doppelnebel hat man auch in der That schon Andeutungen relativer Bewegung gefunden, und man wird vielleicht in späteren Jahrhunderten die Bahnen von Doppelnebeln ebenso wie jetzt die der Doppelsterne berechnen.

Für den Ausspruch von John **Herschel** vergl. dessen in 465 angeführte Abhandlung von 1833, — für die ersten Funde von d'**Arrest** neben den ebendaselbst citirten Abhandlungen die A. N. 1366. — Als Beispiel von Doppelnebeln, bei denen man eine relative Bewegung angedeutet findet, führt d'**Arrest** namentlich einen von **Lassell** (Mem. Astr. Soc. XXIII, Tab. 11, Nr. 9) abgebildeten Doppelnebel an.

468. Die Natur und Ausstreuung der Sternhaufen. Schon vor den allerneuesten Arbeiten kannte man nach den beiden Herschel circa 650 Sternhaufen, und es ist daher, — auch abgesehen davon, dass Einzelne durch ihre Abrundung nach Aussen und durch ihr Verdichten nach Innen entschieden den Charakter eines Ganzen an sich tragen, — kaum anzunehmen, dass sie zufällige Anhäufungen von Sternen sind, sondern sie werden wohl als Systeme betrachtet werden müssen, die einen ganz bestimmten Organismus besitzen. Bis aber die Folge der Beobachtungen, die Constatirung von relativen Bewegungen, welche auf Rotation um einen Schwerpunkt hindeuten, etc., uns Bestimmteres gelehrt haben wird, dürften noch Jahrhunderte hingehen. Interessant ist es, dass die grosse Mehrzahl der Sternhaufen in der Milchstrasse und ihrer nächsten Umgebung zu Hause scheint, und einen scheinbaren Durchmesser von 4 bis 12′ besitzt, — und dass nach Huggins Spektraluntersuchungen wenigstens einzelne Sternhaufen ein continuirliches Spektrum geben, bei dem das Rothe und ein Theil des Orangen fehlen.

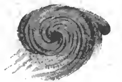
Manche in der neuern Zeit mit aller Sicherheit als Sternhaufen gesehene Gebilde, betrachtete man früher als Nebel; so beschrieb noch **Messier** den circa 8′ im Durchmesser haltenden, bereits oben (s. 463) erwähnten Sternhaufen im Herkules als einen Nebel, während man jetzt bei ihm Tausende von Sternen unterscheidet, obschon er gegen die Mitte hin noch immer auch für die stärksten Fernröhren kaum löslich ist. — Für die Grösse und Ausstreuung der Sternhaufen vergl. „F. **May** von Rued. Die Himmelsnebel (Bern. Mitth. 1850)“, ferner „R. A. **Proctor**, Distribution of the Nebulæ (Monthly Notices 29)“ — für die Arbeiten von **Huggins**, ausser zahlreichen Abhandlungen in den Phil. Trans. von 1864 und folgenden Jahren (v. 448), dessen „Spectrum Analysis, applied to the heavenly bodies. A. discourse delivered at Nottingham before the British Association 1866 (Franz. durch Moigno, Paris 1866; deutsch durch Klinkerfues, Leipzig 1869).“


Sternhaufen im Herkules.

469. Die Natur und Ausstreuung der Nebel. Die sog. Nebel, von denen man schon vor den allerneuesten Arbeiten nach den beiden Herschel bei 3400 kannte, finden sich nicht wie die Sternhaufen zunächst nur bei der Milchstrasse, sondern im Gegentheil sporadisch

am ganzen Himmel, ja gegen die Pole der Milchstrasse hin fast häufiger als sonst. Dabei sind sie, wie schon des ältern Herschel's Eintheilung (464) andeutet, sehr manigfaltiger Art: Es gibt sog. planetarische Nebel, die auf ihrer ganzen Fläche ein gleichmässiges Licht zeigen, — und dann wieder Nebel, deren Licht sich nach Innen mehr oder weniger condensirt, so dass man oft kaum weiss, ob man einen Nebel mit Kern oder einen Stern mit Nebelhülle vor sich hat, — ferner Nebel, bei welchen, entsprechend dem unten abgebildeten, von Lord Rosse in den Jagdhunden Entdeckten, wie von einer Art Centrum strahlige Spiralbündel auslaufen, etc. Die meisten Nebel haben nur scheinbare Durchmesser von 10 bis 30″, und oft kreisrunde, elliptische, ringförmige, etc., überhaupt regelmässige Gestalt; aber dann sind wieder andere sehr ausgedehnt und unregelmässig geformt, — dabei bald, wie der Orion-Nebel oder die zwei Wolken, grosse Flächen bedeckend, und an Conglomerate von Nebeln, Sternen etc. mahnend, — bald nur in schmalen Streifen sich weit hin ziehend, etc. Diese grosse Verschiedenheit der Nebel macht es wahrscheinlich, dass auch ihre Natur sehr verschieden ist: Die Einen mögen ferne Sternhaufen oder Milchstrassen sein, welche nur wegen ihrer grossen Entfernung für unsere optischen Mittel unlöslich geblieben sind, — die Andern sind vielleicht, wie schon W. Herschel dachte, werdende Welten, vielleicht aber auch fertige Gebilde, für welche wir noch kein Analogon besitzen. Entsprechend scheinen nach Huggins Spectraluntersuchungen einzelne Nebel (so derjenige in der Andromeda) den Sternhaufen (468) verwandt zu sein, während Andere als enorme Massen von Gas oder leuchtenden Dünsten zu denken sind, da sie (wie z. B. der Orion-Nebel) Spektren mit hellen Linien geben. —

Da die Helligkeit eines Gegenstandes, der unter einem merklichen Winkel gesehen wird, für alle Distanzen constant ist, so kann ein Nebel noch in Entfernungen sichtbar bleiben, wo s. Kern bereits verschwindet, und es dürften somit manche uns als planetarisch erscheinende Nebel dennoch einen Kern zeigen, wenn wir näher an sie herantreten könnten. Uebrigens ist mit Sicherheit zu erwarten, dass die Untersuchung der Nebel mit den mächtigsten Fernröhren, wie sie durch die beiden **Rosse** (vergleiche namentlich die in 465 citirte Arbeit, welcher die hier beistehende Abbildung des Spiralnebels in den Jagdhunden entnommen wurde) begonnen worden ist, in Verbindung mit spektroskopischen Analysen, wie sie **Huggins** mit so grossem Erfolg angebahnt hat, in relativ kurzer Zeit die wichtigsten Aufschlüsse bringen wird. So ist schon (abgesehen von den unter 468 erwähnten Arbeiten von **May** und **Proctor**) die daher rührende Zusammenstellung



Gegenstände	Spectrum contin.	Spectrum Linien
Sternhaufen	10	0
Wahrscheinlich aufgelöste Nebel	10	0
„ auflösbare „	5	6
„ nicht auflösbare Nebel	0	4
Summa	25	10

von ausserordentlichem Interesse für das Studium der im Texte berührten Nebelclassen.

470. Die Entstehung des Weltgebäudes. Ueber Zweck, Plan und Schöpfung des Weltgebäudes, oder auch nur unsers Sonnensystemes, wissen wir eigentlich Nichts; doch liegt wenigstens für Letzteres (v. 430) die Idee eines gemeinschaftlichen Ursprungs nahe: Denkt man sich mit Laplace, es habe sich die rotirende und glühende Sonnenatmosphäre ursprünglich über die ganze Planetenregion ausgedehnt, so konnte sich in Folge der Centrifugalkraft von der equatorealen Zone eine sofort Kugelgestalt oder Ringform annehmende Masse (Planet im ersten, Asteroidenring im zweiten Falle) ablösen. Eine solche Kugel erhielt dann theils die dem Mittelpunkte eigenthümliche Rotationsgeschwindigkeit nunmehr zur Revolutionsgeschwindigkeit, — theils nahm sie, weil die äussern Theile einen Ueberschuss von Geschwindigkeit besassen, eine Rotation in gleichem Sinne an, die bei Contraction durch Abkühlnng (gewissermassen durch Umsetzen der Entfernung in Winkelgeschwindigkeit) gesteigert werden, und zur Bildung von Monden oder Ringen führen konnte. Analog kühlte sich die übrig bleibende Sonnenmasse langsam ab, rotirte entsprechend immer schneller, bis eine neue Ablösung provocirt wurde, etc. — Möglich, dass sich ähnliche Bildungsweisen in den übrigen Sonnensystemen, ja im ganzen Weltgebäude geltend machten, und zum Theil noch statt haben.

Je unsicherer die Thatsachen, desto ergiebiger ist das Feld für die reine Speculation, und so ist seit den ältesten Zeiten von allen Gebieten der Astronomie keines so vielfach durch die Philosophen ausgebeutet worden als das Vorliegende. Es kann jedoch natürlich hier auf ihre so ziemlich fruchtlosen Bemühungen nicht näher eingetreten, sondern höchstens im Hinblicke auf 406—407 an **Descartes** erinnert werden: Dieser grosse Philosophe hatte erst (s. Whewell's Geschichte II 139) ein System auf die Annahme eines leeren Raumes basirt, dann aber auf einen Wink s. Freundes Marin **Mersenne** (Soultière 1588 — Paris 1648; Minorit in Paris, doch viel auf Reisen) hin, dass der leere Raum in Paris nicht mehr Mode sei, plötzlich die grosse Wahrheit gefunden, dass das ganze Universum mit Materie angefüllt sei, die sich entsprechend den verschiedenen Sonnensystemen in Wirbel eingetheilt habe, welche auf einander einwirken, und nur die Kometen ungenirt circuliren lassen.

Sein System, für welches z. B. seine „Opera omnia. Amstelodami 1659—1692, 8 Vol. in 4" oder die Specialschrift „Les principes de la philosophie. Tradu. du lat. Paris 1724 in 8." zu vergleichen, fand zur Zeit merkwürdigen Beifall, und die Pariser-Academie hielt dasselbe lange gegenüber **Newton** fest, ja ihr Secretär Bernard le Bovier de **Fontenelle** (Rouen 1657 — Paris 1757) suchte es noch im höchsten Alter durch s. „Théorie des tourbillons cartésiens. Paris 1752 in 12." zu stützen, wohl nicht ahnend, dass sein späterer Nachfolger **Delambre** über den Gefeierten das strenge Urtheil abgehen werde: „**Descartes** renouvelait la méthode des anciens Grecs, qui dissertaient à perte de vue, sans jamais rien observer, et sans jamais rien calculer; mais erreur pour erreur, roman pour roman, j'aimerais encore mieux les sphères solides d'**Aristote**, que les tourbillons de **Descartes**. Avec ces sphères on a du moins fait des planétaires qui représentent en gros les mouvements célestes, on a pu trouver des règles approximatives de calcul; on n'a jamais pu tirer aucun parti des tourbillons ni pour le calcul, ni pour les machines." — Ganz anders ging **Kant** in s. „Naturgeschichte und Theorie des Himmels, oder Versuch von der Verfassung und dem mechanischen Ursprunge des ganzen Weltgebäudes nach Newtonischen Grundsätzen abgehandelt. Königsberg 1755 in 8." zu Werke; er basirte auf Thatsachen, und kam so unter Anderm zu einer ganz ähnlichen Theorie von der Entstehung unsers Sonnensystemes wie sie im Texte nach **Laplace**, der beim Niederschreiben s. „Exposition (v. 407)" von Kant's Ansichten kaum etwas wissen mochte, entwickelt ist. Der wesentlichste Unterschied beider Theorieen besteht darin, dass der französische Mathematiker die Rotationsbewegung als gegeben annahm, der deutsche Philosophe dagegen sich abmühte ihre innere Nothwendigkeit nachzuweisen, anstatt mit **Newton** in dem Hinzutreten eines excentrischen Stosses zur ursprünglichen fortschreitenden Bewegung einen seitlichen Anfang zuzugehen, den „Finger Gottes" zu erkennen. — Vergleiche „**Zeuner**, La formation des corps célestes. Lausanne 1869 in 8. (Extr. de la bibl. univ.)", — Carl Sebastian **Cornelius** (Ronshausen in Cur-Hessen 1820; Professor der Physik zu Halle), Ueber die Entstehung der Welt, mit besonderer Rücksicht auf die Frage: ob unserm Sonnensysteme, namentlich der Erde und ihren Bewohnern, ein zeitlicher Anfang zugeschrieben werden muss. Halle 1870 in 8., — etc."

471. Die Organisation des Weltgebäudes. Nach den Ideen und Forschungen der Kant, Lambert, Herschel, etc. haben wir etwa anzunehmen, dass eine Reihe dunkler Körper (Planeten), von denen Einzelne noch untergeordnete Begleiter (Monde, Ringe) besitzen, Andere unter sich zu einem Ringsysteme verbunden sind (Asteroiden), — mit ein oder mehreren Selbstleuchtern (Sonnen, Doppelsterne) ein System von organischem Zusammenhange (Sonnensystem) bilden. Viele Tausende solcher Sonnensysteme sind zu einem Systeme höherer Ordnung (Sternhaufen) vereinigt, — Myriaden solcher Sternhaufen neuerdings zu einem höhern System (Milchstrasse), wobei die einzelnen Elemente sich, wie die Planeten im Sonnensysteme, gegen eine Ebene (die galaktische Ebene) anhäufen mögen, — und solcher Systeme gibt es wieder Zahllose, die Theile eines grössern Ganzen

sind, und so fort bis in's Unendliche. Alle diese Systeme sind zunächst ursprünglichen Gesetzen, voraus dem Gravitationsgesetze, unterworfen, — doch ist auch ein neues schöpferisches Eingreifen nicht ungedenkbar.

Nach **Lambert** (v. seine cosmologischen Briefe in 457) gehört unser Sonnensystem mit allen über $1\frac{1}{2}$ Millionen zählenden Sternen, welche wir nach allen Richtungen zerstreut am Himmel erblicken, zu einem sphärischen Sternhaufen von circa 150 Siriusdistanzen Durchmesser mit dunkelm Centralkörper. Ein System solcher Sternhaufen, die Milchstrasse, hat die Form einer Scheibe von verhältnissmässig geringer Dicke, dagegen einen Durchmesser von vielleicht 15000 Siriusdistanzen. Weitere Systeme als die Milchstrasse hält er für möglich, aber sie können von uns kaum mehr aufgefasst werden. „Es ist hie", wie **Kant** nach Entwicklung ähnlicher Ideen in s. „Naturgeschichte (v. 470)" sagt, „kein Ende, sondern ein Abgrund einer wahren Unermesslichkeit, worin alle Fähigkeit der menschlichen Begriffe sinkt, wenn sie gleich durch die Hülfe der Zahlwissenschaft erhoben wird." — Für die Ansichten von **Herschel** vergleiche ausser dem in 443 u. f. Beigebrachten seine Abhandlung „On the Construction of the Heavens (Phil. Trans. 1784 u. f.; deutsche Ausgabe von J. W. Pfaff, Dresden 1826 in 8.)", — für eine von ihnen ausgehende, und die allmälige Entwicklung und Umgestaltung der Welten in eine Parallele zu derjenigen unserer irdischen Organismen zu bringen versuchende, jedenfalls ganz interessante Studie „Heinrich **Baumgärtner**, Natur und Gott. Leipzig 1870 in 8."

472. Die Dauer des Weltgebäudes. Nach den Ergebnissen der Mechanik des Himmels ist im Weltgebäude Alles von einer weisen Hand so geordnet, dass zunächst das Princip der Erhaltung vorherrscht; aber wir beobachten auch Lebenserscheinungen, und wo wir Leben sehen, finden wir nicht minder Tod und Wiedergeburt, und so wird muthmasslich dennoch nach Tausenden von Jahrtausenden unsere jetzige Welt absterben, um einer neuen Platz zu machen. Wann diess statt haben und was folgen wird, wissen wir allerdings eben so wenig, als wann und wie unser gegenwärtige Wohnplatz geschaffen wurde, — wissen wir ja kaum, wohin unser Schiff heute treibt, geschweige, was die Räume bergen, denen wir morgen zusteuern; aber wir dürfen dennoch getrost auf dem unbekannten Weltmeere fahren, denn wir besitzen ein, wenn nicht aller Anschein trügt, noch ganz solides Schiff und vor Allem einen erprobten Fährmann.

„Wo immer in dem unermesslichen Gebiete der Schöpfung Wachsthum und Zunahme bemerkt wird, da sieht man auch Abnahme und Tod", so schliesse ich mit den Worten meines unvergesslichen Lehrers **Littrow**; „wo immer im Wechsel der Dinge Fortgang ist, da ist auch Untergang, und was einen Anfang genommen hat, muss nach den ewigen Gesetzen der Natur, in der Folge der Zeiten, auch sein Ende finden. Alles, was Körper und sonach sterblich ist, eilt, wenn es seine Zeit gedauert und seine Bestimmung erfüllt hat, der

Auflösung entgegen, von der es durch keine Kraft zurückgehalten werden kann. Sowie auf den Gipfeln unserer Berge und in den Abgründen der Erde die Versteinerungen und Ueberreste der Thiere und Pflanzen einer längst verschwundenen Vorwelt zerstreut liegen, so werden auch einst die morschen Trümmer des grossen himmlischen Baues in dem Weltraume zerstreut werden. Die Sonne wird erlöschen und die zahllosen Sterne des Himmels werden vergehen, und an ihrer Stelle werden sich andere erheben, die auch wieder, wenn sie ausgeblüht haben, abfallen werden, wie welke Blätter, mit denen die Winde spielen, und dieselbe Welle, die sie so lange getragen, und endlich auch heruntergezogen hat in die Tiefe des Weltenmeeres, dieselbe Welle wird aus dem Abgrunde der ewigen Nacht andere Sonnen und Sterne heraufführen, immer neue Schöpfungen, im ewigen Wechsel, von immer neuem Untergange gefolgt. **Einer** nur, den kein Name nennt, steht hoch und unverändert über diesem Ocean der Welten, der zu den Füssen seines Thrones wogt, — Er allein kennt keinen Wechsel, keine Grösse ausser sich, — und Er, vor dem der Tod einer ganzen Welt gleich dem der Milbe ist, wird, von allem, was da war und werden wird, allein unwandelbar und ewig bleiben.“

Einleitung zu den Tafeln.

XIII. Bessel'sche Refractionstafel. — Für $z = 62^0\,0'$, den auf 0 reducirten Barometerstand 725^{mm} und die Lufttemperatur 22^0 gibt sie z. B.

$$r = 108'',2\,(1 - 0{,}035 - 0{,}043) = 99'',8$$

und ist in dieser Abkürzung etwa bis auf 80^0 Zenithdistanz ganz brauchbar, — für höhere Zenithdistanzen nur noch bei mittlern Temperaturen.

XIV. Ortstafel.

XV^a. Tafel für die Gestalt der Erde, und Bode's Tafel für Auf- und Untergang. — Die erstere Tafel ist Encke's Jahrbuch für 1852 enthoben: φ bezeichnet die Polhöhe, v die geocentrische Breite (s. 377), ϱ die Entfernung vom Centrum, N die Normale bis zur Umdrehungsaxe, die beiden letztern in Beziehung auf den Radius des Equators als Einheit durch siebenstellige Logarithmen gegeben.

XV^b. Dämmerungstafel. Sie gibt nach Petit (A. N. 1279) wie lange die Sonne bei verschiedenen Declinationen und Polhöhen braucht um 18^0 unter den Horizont zu gehen.

XV^c Höhentafel. Sie gibt für $\varphi = 47^0\,23'$ die Werthe von h nach der Formel

$$\text{Sin h} = \text{Sin}\,\varphi\,.\,\text{Sec x}\,.\,\text{Sin}\,(d + x) \quad \text{wo} \quad \text{Tg x} = \text{Ctg}\,\varphi\,.\,\text{Cos a}$$

XVI^a Declination und Radius der Sonne. Verschiedene Angaben über Sonne und Mond.

XVI^b Wahre Länge der Sonne, Culminationsdauer ihres Radius und Länge des Mondknotens.

XVI^c Länge des halben Tagbogens.

XVI^d Sonnenuhrtafel. Sie gibt für 352 : 1 den Werth von Tg x.

XVII. Zeittafel. — Die Berechnung der Sternzeit im mittlern Mittage wird durch folgendes Beispiel klar: Die erste Tafel gibt für

Juli 10	7^h	10^m	$58^s,8$	N_1 . . .	28
3 Tage		11	49,7	N_2 . . .	563
Corr. für 1868 . . .		3	41,3		591
Corr für $N_1 + N_2$			— 0,6	. . . also für	
Bern 1868, Juli 13. . .	7^h	26^m	$29^s,2$		
Corr. für Zürich . .			— 0,7	. . . oder für	
Zürich 1868, Juli 13 . .	7^h	26^m	$28^s,5$		

Die zweite Tafel enthält ausser der Zeitgleichung ein leichtes Mittel, die zwischen zwei Daten verflossene Anzahl von Tagen zu berechnen So ist z. B. nach ihr

$$\begin{array}{l} 1865 \text{ VII } 3 = 42003 + 181 + 3 = 42187^{d} \\ 1789 \text{ V } 17 = 14245 + 135 + 2 = 14382 \\ \hline 1865 \text{ VII } 3 - 1789 \text{ V } 17 \quad = 27805 \end{array} \text{ also ist}$$

XVIII. Planeten- und Kometen-Tafel. Die Elemente sind den Berechnungen und Zusammenstellungen von Leverrier, Galle und Littrow entnommen.

XIX[a]. Sterntafel. — Die mit * bezeichneten Sterne sind dem Nautical Almanac, die übrigen den in XX unter 1845 und 1862 erwähnten Catalogen entnommen. Var. bezeichnet die Summe von Präcession und Eigenbewegung, — Cum. Sternhaufen, — Neb. Nebel, — U. C. untere Culmination, — O. El. und W. El. die beiden Elongationen, deren Auffindung die beigeschriebenen (für $\varphi = 47^0\,23'$ berechneten) Azimuthe und Zenithdistanzen erleichtern. Bei den veränderlichen Sternen sind die Max. und Min. Grössen, sowie die Periodenlängen beigeschrieben.

XIX[b]. Hülfstafel für die Meyer'sche Formel ($\varphi = 47^0\,23'$). Vergl. 342 : 6. Da die Differentialquotienten von

$$\frac{\text{Sin}(\varphi \mp d)}{\text{Cos } d} \text{ und } \frac{\text{Cos}(\varphi \mp d)}{\text{Cos } d} \text{ nach } \varphi \text{ gleich } \frac{\text{Cos}(\varphi \mp d)}{\text{Cos } d} \text{ und } -\frac{\text{Sin}(\varphi \mp d)}{\text{Cos } d}$$

sind, so enthält sie zugleich die Mittel um sie, wenigstens für kleinere Declinationen, auch für benachbarte Breiten brauchbar zu machen.

XX. Historisch-literarische Tafel.

XXI. Statistische Tafel.

XXII. Immerwährender gregorianischer Kalender.

XXIII. Epakte, Sonntagsbuchstabe und Ostern.

XXIV. Römischer und französischer Kalender.

$$r = \alpha\,(1 - \beta - \gamma).$$

Zenithdistanz z.	Mittl. Refract. α.	Zenithdistanz z.	Mittl. Refract. α.	Zenithdistanz z.	Mittl. Refract. α	Barometer bei 0° in Mill.	β	Lufttemperatur in Cent.	γ
0°	0,0″	57° ′	1′28,7″	2° 30′	6′53,3″	695	0,075	— 15°	— 0,094
5	5,1	58	32,1	40	7 1,7	96	74	— 14	89
10	10,2	59	35,8	50	10,5	97	73	— 13	85
15	15,5	60	39,7	83 0	19,7	98	71	— 12	81
16	16,6	61	43,8	10	29,2	99	70	— 11	77
17	17,7	62	1 48,2	20	7 39,2	700	0,069	— 10	— 0,073
18	18,8	63	52,8	30	49,5	01	67	— 9	69
19	19,9	64	57,8	40	8 0,3	02	66	— 8	65
20	21,0	65	2 3,2	50	11,6	03	65	— 7	61
21	22,2	66	8,9	84 0	23,3	04	63	— 6	57
22	23,3	67	2 15,2	10	8 35,6	705	0,062	— 5	— 0,053
23	24,5	68	21,9	20	48,4	06	61	— 4	49
24	25,7	69	29,3	30	9 1,9	07	59	— 3	45
25	26,9	70	37,3	40	16,0	08	58	— 2	42
26	28,2	71	46,1	50	30,9	09	57	— 1	38
27	29,4	72	2 55,8	85 0	9 46,5	710	0,055	0	— 0,034
28	30,7	73	3 6,6	10	10 3,3	11	54	1	30
29	32,0	74	18,6	20	21,2	12	53	2	26
30	33,3	75	32,1	30	39,6	13	51	3	23
31	34,7	76	47,4	40	58,6	14	50	4	19
32	36,1	77	4 4,9	50	11 18,3	715	0,049	5	— 0,015
33	37,5	78 0	25,0	86 0	38,9	16	47	6	12
34	38,9	20	32,4	10	12 0,7	17	46	7	08
35	40,4	40	40,2	20	23,7	18	45	8	05
36	41,9	79 0	48,5	30	48,3	19	43	9	— 0,001
37	43,5	10	4 52,8	40	13 15,0	720	0,042	10	0,002
38	45,1	20	57,2	50	43,7	21	41	11	06
39	46,7	30	5 1,7	87 0	14 14,6	22	39	12	09
40	48,4	40	6,4	10	47,8	23	38	13	13
41	50,2	50	11,2	20	15 23,4	24	37	14	16
42	51,9	80 0	5 16,2	30	16 0,9	725	0,035	15	0,020
43	53,8	10	21,3	40	40,7	26	34	16	23
44	55,7	20	26,5	50	17 23,0	27	33	17	26
45	57,7	30	32,0	88 0	18 8,6	28	31	18	30
46	59,7	40	37,6	10	58,0	29	30	19	33
47	61,8	50	5 43,3	20	19 51,9	730	0,029	20	0,036
48	64,0	81 0	49,3	30	20 50,9	31	27	21	40
49	66,3	10	55,4	40	21 55,6	32	26	22	43
50	68,7	20	6 1,8	50	23 6,7	33	25	23	46
51	71,2	30	8,4	89 0	24 24,6	34	23	24	49
52	73,8	40	6 15,2	10	25 49,8	735	0,022	25	0,052
53	76,5	50	22,3	20	27 22,7	36	21	26	56
54	79,3	82 0	29,6	30	29 3,5	37	19	27	59
55	82,3	10	37,2	40	30 52,3	38	18	28	62
56	85,4	20	45,1	50	32 49,2	39	17	29	65
57	88,7	30	6 53,3	90 0	34 54,1	740	0,015	30	0,068

Observatorium.	Länge oder Mittags-Unterschied.	Breite oder Polhöhe φ	Höhe über dem Meere.	Mittlere Temp. in C. Jahr.	Winter.	Sommer.
	h m s	° ′ ″	m			
Altona . . .	0 30 25	53 32 45	—	11,5	2,8	20,8
Athen . . .	1 25 34	37 58 8	120	17,1	8,6	25,7
Berlin . . .	0 44 14	52 30 16	39	8,6	— 0,8	17,3
Bern	0 20 25	46 57 9	572	7,8	— 0,9	15,8
Bilk	0 17 44	51 12 25	—	—	—	—
Bonn	0 19 3	50 43 45	47	—	—	—
Breslau . . .	0 58 49	51 6 56	140	8,1	— 1,0	17,3
Brüssel . . .	0 8 6	50 51 11	58	10,2	2,5	18,2
Cambridge E. .	— 0 8 58	52 12 52	—	—	—	—
— U. S.	— 4 53 58	42 22 49	64	9,2	— 2,6	21,2
Cap	1 4 33	— 33 56 3	—	19,1	14,8	23,4
Christiania . .	0 33 33	59 54 44	24	5,2	— 4,9	15,5
Dorpat . . .	1 37 33	58 22 47	73	3,9	— 6,4	16,0
Genf	0 15 16	46 11 59	407	9,2	0,6	17,7
Gotha . . .	0 33 34	50 56 5	308	7,3	— 1,3	15,5
Göttingen . .	0 30 26	51 31 48	132	9,1	0,6	17,6
Greenwich . .	— 0 9 21	51 28 39	47	9,4	3,2	15,7
Hobarton . .	9 40 1	— 42 53 12	32	11,3	5,6	17,3
Königsberg . .	1 12 39	54 42 50	22	6,2	— 3,3	15,9
Leipzig . . .	0 40 9	51 20 20	106	8,0	— 0,1	15,7
Lissabon . . .	— 0 45 55	38 42 24	—	16,4	11,4	21,6
Madrid . . .	— 0 24 4	40 24 30	608	14,1	6,6	23,5
Mailand . . .	0 27 45	45 28 1	146	12,8	2,1	22,7
Moskau . . .	2 20 55	55 45 20	146	3,6	— 10,3	16,8
München . .	0 37 5	48 8 45	526	8,9	— 0,4	17,4
Münster . . .	0 21 10	51 57 52	63	9,5	2,2	16,8
Neapel . . .	0 47 39	40 51 47	55	16,4	9,8	23,8
Neuenburg . .	0 18 29	46 59 54	488	9,0	— 0,2	17,9
Oxford . . .	— 0 14 23	51 45 36	—	9,4	3,2	15,5
Palermo . . .	0 44 4	38 6 44	—	—	—	—
Paris	0 0 0	48 50 13	64	10,8	3,3	18,1
Pulkowa . .	1 51 57	59 46 19	—	—	—	—
Rio	— 3 1 33	— 22 53 51	—	23,2	20,4	26,1
Rom	0 40 34	41 53 52	53	15,4	8,1	22,9
St. Jago . . .	— 4 51 53	— 33 26 25	—	—	—	—
Toronto . . .	— 5 26 48	43 39 35	103	6.9	— 3,1	17,7
Turin	0 21 28	45 4 6	230	11,7	0,7	22,0
Washington .	— 5 17 32	38 53 39	35	12,7	2,3	21,7
Wien . . .	0 56 10	48 12 36	156	10,1	0,2	20,3
Zürich . . .	0 24 51	47 22 40	470	8,9	— 0,4	18,1

Für Bern ist:	$\log \sin \varphi = 9{,}8637914$	$\log \cos \varphi = 9{,}8341691$
Für Genf	$\log \sin \varphi = 9{,}8583909$	$\log \cos \varphi = 9{,}8401981$
Für Neuenburg	$\log \sin \varphi = 9{,}8641157$	$\log \cos \varphi = 9{,}8337969$
Für Zürich	$\log \sin \varphi = 9{,}8667801$	$\log \cos \varphi = 9{,}8306922$

Ort.	Länge oder Mittags-Unterschied. h m	Breite oder Polhöhe φ ° ′	Höhe über dem Meere. m
Aarau	0 23	47 24	387
Aegeri	0 25	47 10	727
Airolo	0 25	46 32	1179
Andermatt	0 25	46 38	1444
Basel	0 21	47 33	275
Bellinzona	0 27	46 12	222
Brieg	0 23	46 18	684
Calcutta	5 44	22 33	25
Chaux-de-fonds	0 18	47 6	980
Chur	0 29	46 51	599
Copenhagen	0 41	55 41	27
Davos	0 30	46 48	1556
Dissentis	0 26	46 43	1159
Einsiedeln	0 26	47 8	909
Engelberg	0 24	47 49	1024
Ferro	−1 20	27 45	—
Florenz	0 36	43 47	71
Frauenfeld	0 26	47 34	406
Freiburg	0 19	46 48	598
Glarus	0 27	47 3	472
Jerusalem	2 11	31 48	805
Kasan	3 7	55 47	91
Kassel	0 29	51 19	157
Konstantinopel	1 47	41 0	88
Lausanne	0 17	46 31	528
Leyden	0 9	52 9	—
Lugano	0 27	46 0	275
Luzern	0 24	47 5	438
Mannheim	0 24	49 29	100
Mexiko	−6 46	19 26	2277
Obergestelen	0 24	46 31	1356
Paramatta	−8 26	−33 49	—
Peking	7 37	39 54	—
Pesth	1 7	47 29	70
Porrentruy	0 19	47 15	440
Prag	0 48	50 5	192
Saanen	0 19	46 29	1023
St. Gallen	0 28	47 26	648
St. Moritz	0 30	46 31	1856
Schaffhausen	0 25	47 42	393
Sitten	0 20	46 14	536
Solothurn	0 21	47 13	426
Stockholm	1 3	59 21	97
Strassburg	0 22	48 35	146
Trogen	0 29	47 25	925
Utrecht	0 11	52 5	—
Winterthur	0 26	47 30	441

See-Höhen.	m
Bodensee	398
Genfersee	375
Luganer-See	271
Neuenb.-See	435
Oberalpsee	2031
Sempachersee	507
Thunersee	560
Vierwaldst.-See	437
Zuger-See	417
Zürcher-See	409

Höhen v. Bergpässen	
Brenner	1336
Furka	2436
Gemmi	2302
Gotthard	2114
Grimsel	2183
Julier	2287
Lukmanier	1917
Montcénis	2067
Oberalp	2052
St. Bernhard	2472
Simplon	2010
Splügen	2117

Berg-Höhen.	
Brocken	1140
Chasseral	1609
Chaumont	1172
Chimborasso	6530
Dhawalagiri	8176
Faulhorn	2683
Glärnisch	2913
Hohe Rhone	1232
Jungfrau	4167
Montblanc	4810
Monte Rosa	4638
Pic v. Teneriffa	3710
Pilatus	2123
Rigi	1800
Röthifluh	1398
Säntis	2508
Titlis	3239
Tödi	3623
Uto	873
Vesuv	1198

φ		φ − υ		log ϱ 9,999	log N 0,000	Grad im Meridian.	Grad des Parallels.
		′	″			t	t
40°	0	11	19,8	4027	5997	56962,8	43808,1
	30		21,8	3902	6122	967,7	486,9
41	0		23,6	3777	6247	972,7	162,4
	30		25,2	3651	6373	977,6	42834,6
42	0		26,6	3525	6499	982,6	503,5
	30		27,8	3399	6625	987,6	169,1
43	0	11	28,8	3273	6752	56992,5	41831,5
	30		29,6	3146	6878	997,5	490,7
44	0		30,1	3019	7005	57002,5	146,7
	30		30,5	2892	7132	007,5	40799,6
45	0		30,7	2766	7259	012,5	449,4
	30		30,6	2639	7386	017,5	096,0
46	0	11	30,3	2512	7512	57022,5	39739,6
	10		30,2	2470	7555	024,2	620,1
	20		30,0	2427	7597	025,8	500,3
	30		29,8	2385	7639	027,5	380,1
	40		29,6	2343	7682	029,2	259,6
	50		29,4	2300	7724	030,8	138,8
47	0	11	29,1	2258	7766	57032,5	39017,6
	10		28,8	2216	7808	034,2	38896,1
	20		28,5	2174	7850	035,8	774,3
	30		28,2	2132	7893	037,5	652,1
	40		27,9	2089	7935	039,1	529,6
	50		27,5	2047	7977	040,8	406,8
48	0	11	27,1	2005	8019	57042,4	38283,7
	10		26,7	1963	8061	044,1	160,2
	20		26,2	1921	8103	045,8	036,4
	30		25,8	1879	8145	047,4	37912,3
	40		25,3	1837	8187	049,1	787,8
	50		24,8	1795	8229	050,7	663,1
49	0	11	24,2	1753	8271	57052,4	37538,0
	10		23,7	1711	8313	054,0	412,6
	20		23,1	1669	8355	055,7	286,8
	30		22,5	1627	8396	057,3	160,8
	40		21,9	1586	8438	059,0	034,4
	50		21,2	1544	8480	060,6	36907,7
50	0	11	20,5	1502	8522	57062,3	36780,7
	30		18,4	1377	8647	067,2	397,9
51	0		16,0	1252	8771	072,1	012,2
	30		13,4	1128	8895	077,0	35623,8
52	0		10,7	1005	9018	081,9	232,6
	30		7,7	0881	9141	086,7	34838,7
53	0	11	4,5	0759	9264	57091,5	34442,2
	30		1,1	0637	9386	096,3	042,9
54	0	10	57,5	0515	9507	101,1	33641,1
	30		53,7	0395	9627	105,9	236,7
55	0		49,7	0275	9747	110,6	32829,7
	30		45,4	0155	9866	115,3	420,2

Bode's Tafel für Auf- u. Untergang.

D + −	Polhöhe 46°	47°	48°
°	m	m	m
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	2
4	4	3	3
5	5	4	4
6	6	5	4
7	7	6	5
8	9	8	6
9	10	9	7
10	11	10	8
11	12	10	9
12	13	11	9
13	15	12	10
14	16	13	11
15	17	15	13
16	18	16	13
17	20	18	14
18	21	19	15
19	23	20	16
20	24	21	17
21	26	23	19
22	28	25	20
23	30	26	21
24	32	28	23
25	34	30	25
26	37	32	27
27	39	34	29
28	42	37	31
29	45	39	33
30	48	42	35

Diese Tafel gibt an, um wie viel ein nördlicher Stern später auf- und früher unter-, — ein südlicher früher auf- und später untergehe, als in Berlin; so z. B. sagt sie, dass die Sonne am längsten Tage unter 47° um 27m später aufgehe, als in Berlin.

D	φ								
	40°	45°	46°	47°	48°	49°	50°	55°	60°
	m	m	m	m	m	m	m	m	m
— 24°	99,9	109,5	111,8	114,2	116,8	119,7	122,7	141,9	172,6
— 23	98,9	108,1	110,4	112,8	115,3	118,0	121,0	139,2	167,7
— 22	98,0	106,9	109,2	111,5	113,9	116,4	119,4	136,8	163,4
— 21	97,1	105,9	108,1	110,3	112,6	115,1	117,9	134,7	159,8
— 20	96,4	105,0	107,1	109,2	111,5	113,9	116,6	132,8	156,5
— 19	95,7	104,2	106,2	108,3	110,5	112,9	115,5	131,1	153,7
— 18	95,1	103,4	105,4	107,5	109,6	112,0	114,5	129,5	151,5
— 17	94,5	102,7	104,6	106,7	108,8	111,1	113,5	128,1	149,4
— 16	93,9	102,1	104,1	106,0	108,1	110,3	112,6	127,0	147,5
— 15	93,4	101,6	103,4	105,3	107,4	109,6	111,9	126,0	145,9
— 14	93,0	101,0	102,8	104,7	106,8	109,0	111,2	125,1	144,6
— 13	92,6	100,5	102,3	104,1	106,2	108,4	110,6	124,4	143,6
— 12	92,2	100,0	101,8	103,7	105,8	107,9	110,1	123,8	142,7
— 11	91,9	99,7	101,5	103,3	105,5	107,5	109,7	123,4	142,1
— 10	91,7	99,4	101,3	103,0	105,2	107,3	109,5	123,0	141,6
— 9	91,5	99,2	101,1	102,9	105,0	107,1	109,3	122,8	141,3
— 8	91,4	99,1	100,9	102,8	104,8	106,9	109,2	122,6	141,2
— 7	91,4	99,0	100,9	102,7	104,8	106,9	109,2	122,6	141,3
— 6	91,4	99,0	100,9	102,7	104,8	106,9	109,2	122,8	141,7
— 5	91,4	99,1	101,0	102,8	104,9	107,0	109,4	123,1	142,3
— 4	91,4	99,3	101,1	103,0	105,1	107,2	109,6	123,5	143,1
— 3	91,5	99,5	101,3	103,3	105,3	107,5	109,9	124,0	144,0
— 2	91,6	99,8	101,6	103,6	105,6	107,9	110,3	124,7	145,2
— 1	91,9	100,1	102,0	104,1	106,1	108,4	110,7	125,5	146,6
0	92,3	100,5	102,5	104,6	106,7	109,0	111,4	126,5	148,2
1	92,7	101,0	103,1	105,2	107,4	109,7	112,2	127,7	150,3
2	93,0	101,6	103,8	105,8	108,1	110,5	113,1	129,1	152,7
3	93,4	102,2	104,4	106,5	108,9	111,4	114,0	130,7	155,5
4	93,9	102,9	105,1	107,3	109,7	112,3	115,1	132,4	158,8
5	94,5	103,7	106,0	108,3	110,7	113,3	116,4	134,4	162,7
6	95,2	104,6	107,0	109,3	111,9	114,6	117,7	136,6	167,4
7	96,0	105,6	108,0	110,5	113,3	116,1	119,2	139,2	172,9
8	96,8	106,7	109,2	111,9	114,8	117,8	121,0	142,3	179,7
9	97,5	108,0	110,6	113,4	116,4	119,6	122,9	145,7	188,3
10	98,4	109,4	112,1	115,0	118,1	121,6	125,0	149,7	199,7
11	99,5	110,9	113,7	116,7	120,0	123,7	127,4	154,3	216,8
12	100,7	112,6	115,5	118,7	122,2	126,0	130,2	159,8	268,7
13	102,0	114,5	117,5	120,8	124,7	128,7	133,3	166,5	
14	103,3	116,5	119,8	123,3	127,5	131,9	136,8	175,0	
15	104,8	118,8	122,3	126,2	130,7	135,5	140,8	186,1	
16	106,5	121,3	125,1	129,4	134,3	139,5	145,5	202,5	
17	108,3	124,1	128,3	133,0	138,3	144,1	151,1	251,9	
18	110,2	127,3	131,9	137,0	142,9	149,8	157,8		
19	112,3	130,9	136,0	141,7	148,4	156,3	166,0		
20	114,7	134,9	140,7	147,3	155,1	164,6	176,9		
21	117,3	139,7	146,2	154,0	163,4	175,4	193,0		
22	120,2	145,3	152,9	162,3	174,4	191,3	240,6		
23	123,5	152,0	161,2	173,0	190,2	238,7			
24	127,1	160,0	171,9	188,9	237,2				

s	d 0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
0h 0m	42° 37′	47° 37′	52° 37′	57° 37′	62° 37′	67° 37′	72° 37′	77° 37′	82° 37′
10	42 34	47 33	52 33	57 32	62 32	67 30	72 29	77 26	82 20
20	42 25	47 23	52 22	57 20	62 18	67 15	72 10	77 2	81 44
30	42 10	47 8	52 5	57 2	61 57	66 50	71 40	76 23	80 49
40	41 49	46 46	51 41	56 35	61 27	66 16	71 0	75 33	79 42
50	41 23	46 17	51 10	56 0	60 48	65 32	70 8	74 29	78 22
1 0	40 51	45 42	50 32	55 19	60 2	64 40	69 8	73 19	76 56
10	40 13	45 2	49 49	54 31	59 9	63 41	68 0	72 0	75 24
20	39 31	44 16	48 59	53 37	58 10	62 35	66 47	70 37	73 50
30	38 43	43 25	48 3	52 37	57 5	61 23	65 27	69 8	72 12
40	37 51	42 29	47 3	51 32	55 55	60 7	64 4	67 37	70 34
50	36 55	41 29	45 59	50 24	54 42	58 47	62 37	66 4	68 55
2 0	35 54	40 25	44 51	49 11	53 24	57 24	61 8	64 29	67 15
10	34 50	39 16	43 38	48 14	52 1	55 57	59 35	62 51	65 33
20	33 41	38 4	42 22	46 34	50 36	54 27	58 1	61 12	63 52
30	32 30	36 49	41 4	45 11	49 9	52 56	56 26	59 34	62 12
40	31 15	35 31	39 42	43 45	47 40	51 22	54 49	57 54	60 31
50	29 57	34 10	38 17	42 17	46 7	49 46	53 40	56 13	58 49
3 0	28 36	32 46	36 49	40 46	44 33	48 9	51 30	54 31	57 7
10	27 13	31 20	35 19	39 13	42 57	46 31	49 50	52 50	55 26
20	25 48	29 51	33 48	37 39	41 21	44 52	48 9	51 8	53 45
30	24 21	28 20	32 14	36 3	39 43	43 12	46 28	49 27	52 4
40	22 51	26 48	30 40	34 26	38 4	41 31	44 46	47 45	50 24
50	21 20	25 15	29 4	32 48	36 24	39 50	43 5	46 4	48 44
4 0	19 47	23 40	27 28	31 10	34 44	38 9	41 23	44 23	47 5
10	18 13	22 3	25 50	29 30	33 3	36 28	39 42	42 42	45 27
20	16 38	20 26	24 11	27 50	31 22	34 47	38 1	41 2	43 49
30	15 1	18 48	22 31	26 9	29 41	33 5	36 20	39 22	42 11
40	13 23	17 9	20 51	24 28	27 59	31 23	34 39	37 43	40 34
50	11 45	15 29	19 10	22 47	26 18	29 43	32 59	36 5	38 59
5 0	10 6	13 49	17 29	21 5	24 37	28 2	31 19	34 27	37 24
10	8 26	12 8	15 48	19 24	22 56	26 22	29 40	32 50	35 50
20	6 45	10 27	14 6	17 42	21 14	24 41	28 1	31 14	34 16
30	5 4	8 46	12 25	16 1	19 34	23 2	26 24	29 39	32 44
40	3 23	7 4	10 43	14 20	17 53	21 23	24 46	28 4	31 13
50	1 42	5 23	9 2	12 40	16 14	19 45	23 10	26 31	29 43
6 0	0 0	3 41	7 21	10 59	14 35	18 7	21 35	24 58	28 14

d 45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	s
87°37′	87°23′	82°23′	77°23′	72°23′	67°23′	62°23′	57°23′	52°23′	0ʰ 0ᵐ
86 50	86 43	82 12	77 17	72 19	67 21	62 22	57 22	52 23	10
85 42	85 42	81 44	77 2	72 10	67 15	62 18	57 20	52 22	20
84 17	84 23	81 2	76 38	71 55	67 5	62 12	57 17	52 20	30
82 43	82 56	80 10	76 6	71 35	66 52	62 4	57 12	52 18	40
81 3	81 22	79 7	75 26	71 9	66 35	61 53	57 6	52 15	50
79 23	79 48	77 58	74 40	70 38	66 14	61 39	56 58	52 12	1 0
77 42	78 12	76 44	73 47	70 2	65 50	61 24	56 49	52 8	10
76 0	76 36	75 25	72 50	69 22	65 23	61 6	56 38	52 3	20
74 17	74 58	74 3	71 49	68 38	64 53	60 46	56 27	51 58	30
72 35	73 21	72 41	70 45	67 51	64 20	60 25	56 14	51 52	40
70 55	71 46	71 19	69 39	67 2	63 45	60 2	56 0	51 46	50
69 14	70 10	69 55	68 31	66 10	63 8	59 37	55 45	51 39	2 0
67 32	68 33	68 29	67 20	65 16	62 29	59 9	55 28	51 32	10
65 51	66 57	67 3	66 9	64 20	61 47	58 41	55 11	51 24	20
64 11	65 23	65 38	64 57	63 21	61 4	58 12	54 53	51 15	30
62 31	63 48	64 12	63 44	62 24	60 20	57 41	54 34	51 6	40
60 51	62 13	62 46	62 30	61 24	59 34	57 9	54 14	50 57	50
59 12	60 38	61 20	61 15	60 23	58 47	56 35	53 53	50 47	3 0
57 33	59 4	59 54	60 0	59 20	57 59	56 0	53 31	50 37	10
55 54	57 31	58 29	58 45	58 18	57 11	55 26	53 9	50 27	20
54 16	55 58	57 3	57 30	57 15	56 21	54 49	52 46	50 16	30
52 39	54 25	55 38	56 15	56 12	55 31	54 13	52 23	50 5	40
51 2	52 54	54 14	55 0	55 9	54 40	53 36	51 59	49 53	50
49 26	51 23	52 50	53 46	54 6	53 50	52 59	51 35	49 42	4 0
47 51	49 53	51 27	52 32	53 2	52 59	52 21	51 10	49 30	10
46 17	48 23	50 5	51 18	51 59	52 8	51 43	50 45	49 18	20
44 43	46 55	48 43	50 5	50 56	51 16	51 4	50 19	49 5	30
43 10	45 27	47 22	48 52	49 53	50 25	50 25	49 54	48 53	40
41 38	44 0	46 2	47 40	48 51	49 34	49 46	49 28	48 40	50
40 7	42 34	44 42	46 28	47 49	48 43	49 8	49 2	48 27	5 0
38 36	41 9	43 23	45 17	46 48	47 52	48 29	48 36	48 14	10
37 7	39 45	42 5	44 7	45 47	47 2	47 50	48 10	48 1	20
35 39	38 22	40 48	42 58	44 47	46 12	47 12	47 44	47 48	30
34 12	36 59	39 33	41 49	43 47	45 22	46 34	47 18	47 35	40
32 46	35 38	38 18	40 42	42 48	44 33	45 56	46 52	47 22	50
31 21	34 19	37 4	39 35	41 50	43 45	45 18	46 27	47 9	6 0

Datum		1871	72	73	74	Rad.	Datum		1871	72	73	74	Rad.
		° ′	′	′	′	′ ″			° ′	′	′	′	′ ″
Jan.	0	—23 6	7	4	5	16 18	Juli	0	23 12	9	10	11	15 46
	5	—22 38	40	35	36	18		5	22 49	45	47	48	46
	10	—21 59	61	54	57	18		10	22 17	11	13	15	46
	15	—21 9	12	3	6	18		15	21 35	27	30	32	46
	20	—20 9	12	2	6	17		20	20 43	35	37	40	47
	25	—19 0	3	.52	.55	17		25	19 43	33	36	40	47
Febr.	0	—17 25	29	16	20	16 16	Aug.	0	18 20	9	13	16	15 48
	5	—15 58	62	48	53	15		5	17 3	.50	.54	.58	48
	10	—14 23	28	13	18	14		10	15 38	25	29	34	49
	15	—12 43	48	32	37	13		15	14 8	.54	.58	3	50
	20	—10 58	63	47	52	12		20	12 32	17	21	26	51
	25	— 9 8	14	.57	2	11		25	10 50	35	40	45	52
März	0	— 8 1	.44	.26	.55	16 10	Sept.	0	8 43	27	32	38	15 53
	5	— 6 6	.49	.54	0	9		5	6 54	37	42	48	55
	10	— 4 10	.52	.57	3	8		10	5 1	.44	.49	.55	56
	15	— 2 12	.53	.59	5	6		15	3 6	.49	.55	0	57
	20	— 0 13	+ 5	— 1	— 6	5		20	1 10	.53	.58	4	58
	25	+ 1 45	+63	+57	+52	4		25	— 0 47	64	59	53	60
April	0	4 6	23	18	12	16 2	Oct.	0	— 2 44	61	56	50	16 1
	5	6 1	18	13	7	1		5	— 4 40	57	52	46	3
	10	7 53	70	65	59	15 59		10	— 6 35	52	47	41	4
	15	9 42	59	54	48	58		15	— 8 27	44	39	34	5
	20	11 28	43	38	33	57		20	—10 17	33	28	23	7
	25	13 8	23	18	14	55		25	—12 3	19	14	9	8
Mai	0	14 43	57	53	48	15 54	Nov.	0	—14 4	19	14	9	16 10
	5	16 12	25	21	17	53		5	—15 39	52	48	44	11
	10	17 35	47	43	39	52		10	—17 7	20	16	12	12
	15	18 50	60	57	54	51		15	—18 28	39	36	32	13
	20	19 57	66	63	60	50		20	—19 40	51	47	44	14
	25	20 55	64	61	58	49		25	—20 44	53	50	47	15
Juni	0	21 54	60	58	56	15 48	Dec.	0	—21 38	46	43	41	16 16
	5	22 32	37	36	34	48		5	—22 22	28	26	24	16
	10	23 1	4	3	2	47		10	—22 55	59	58	57	17
	15	23 19	21	20	20	47		15	—23 17	19	18	18	17
	20	23 27	27	27	27	46		20	—23 27	27	27	27	18
	25	23 25	23	24	24	46		25	—23 25	24	24	25	18

Je nach 4 Jahren wiederholen sich nahe dieselben Declinationen. Minuten mit . gehören zu dem vorhergehenden Grade.

Sonne.	Distanz 20667000 Meilen.	Parallaxe 8″,58	(386).
	Durchmesser 192600 Meilen =	112 Erdd. = 1922″	(356 386).
	Masse 355000 Erde.	Dichte 0,254 Erde = $1\frac{1}{4}$	(414).
	Sider. Umlauf 365,25637.	Trop. Umlauf 365,24220	(351,355).
Mond.	Distanz 51805 Meilen.	Equ. Parallaxe 57′2″,0	(385).
	Durchmesser 466 Meilen = $\frac{3}{4}$ Erdd. = 1867″		(357,385).
	Masse $\frac{1}{80}$ Erde.	Dichte 0,62 Erde = $3\frac{1}{2}$	(395).
	Sider. Mon. 27^d,32166.	Synod. Mon. 29^d,53059	(357).
	Drac. Mon. 27, 21222.	Anomal. Mon. 27,55460	(394).
	Mittl. Länge 1800 1 $0,0^h$ Greenw.	335° 43′ 26″,71	
	Mittl tägl. trop. Bewegung	13 10 35 ,0286	
	Excentricität 0,05484.	Neigung 5° 8′ 40″	(357,394).

Datum		1871	72	73	74	Rad.	Datum		1871	72	73	74	Rad.
Jan.	0	279° 41′	26′	72′	57′	71°	Juli	0	98° 12′	55′	41′	27′	69°
	5	284 46	31	78	63	71		5	102 58	101	87	73	69
	10	289 52	37	84	69	71		10	107 44	87	73	59	68
♒	15	294 57	43	89	74	70		15	112 30	73	59	46	68
	20	300 3	.48	34	20	70	♌	20	117 16	60	46	32	68
	25	305 8	.53	39	25	69		25	122 3	46	32	18	67
Febr.	0	311 14	.59	45	30	68	Aug.	0	127 47	90	77	63	67
	5	316 18	4	49	35	68		5	132 34	78	64	50	66
	10	321 21	7	53	38	67		10	137 22	66	51	38	66
♓	15	326 24	10	56	41	67		15	142 10	54	40	26	65
	20	331 27	13	58	44	66	♍	20	146 59	102	89	75	65
	25	336 29	14	60	46	66		25	151 48	92	78	64	65
März	0	339 29	75	61	46	66	Sept	0	157 36	80	66	52	64
	5	344 30	76	61	47	65		5	162 27	71	57	43	64
	10	349 29	.76	61	46	65		10	167 18	63	48	34	64
♈	15	354 29	74	60	45	65		15	172 11	55	41	27	64
	20	359 27	73	58	44	65	♎	20	177 4	48	34	20	64
	25	4 24	70	55	41	64		25	181 58	102	88	74	64
April	0	10 20	65	51	36	64	Oct.	0	186 52	97	83	69	64
	5	15 15	60	46	32	65		5	191 48	93	79	64	65
	10	20 10	55	41	26	65		10	196 44	89	75	61	65
♉	15	25 4	49	34	20	65		15	201 42	87	72	58	65
	20	29 57	101	87	73	65	♏	20	206 40	85	71	56	66
	25	34 49	93	79	65	66		25	211 39	84	70	55	66
Mai	0	39 40	85	71	56	66	Nov.	0	217 38	84	70	55	67
	5	44 31	75	61	47	66		5	222 39	85	71	56	67
	10	49 21	65	51	37	67		10	227 41	86	72	57	68
	15	54 10	55	40	26	67		15	232 43	89	74	60	69
♊	20	58 59	103	89	75	68	♐	20	237 46	91	77	63	69
	25	63 47	91	77	63	68		25	242 49	95	81	66	70
Juni	0	69 33	76	62	48	68	Dez.	0	247 53	99	85	70	70
	5	74 20	63	50	36	69		5	252 57	104	89	74	71
	10	79 7	50	36	22	69		10	258 2	49	34	19	71
	15	83 53	97	83	69	69		15	263 8	54	39	25	71
♋	20	88 40	83	69	55	69	♑	20	268 13	59	45	30	71
	25	93 26	69	55	41	69		25	273 19	65	51	36	71

Je nach 4 Jahren wiederholen sich nahe dieselben Längen. Minuten mit . gehören zu dem vorhergehenden Grade.

Die mittlere Länge des aufsteigenden Mondknotens an 1 0 beträgt

1870 . . .	119° 23′,9	1877 . . .	343° 59′,6	1884 . . .	208° 38′,4
1871	100 4,2	1878	324 39,9	1885	189 15,5
1872	80 44,5	1879	305 20,1	1886	169 55,8
1873	61 21,6	1880	286 0,4	1887	150 36,1
1874	42 1,9	1881	266 37,5	1888	131 16,4
1875	22 42,2	1882	247 17,8	1889	111 53,5
1876	3 22,5	1883	227 58,1	1890	92 33,8

Die Abnahme der Länge in einem Julianischen Jahre beträgt 19°,34150, — diejenige in einem gemeinen Jahre 19° 19′,71, in einem Schaltjahre 19° 22′89, in einem Tage 3′,1773.

D		φ								
		23½°	40°	45°	47°	48°	50°	55°	60°	66½°
0°	0'	6ʰ 0ᵐ	6ʰ 0ᵐ	6ʰ 0ᵐ	6ʰ 0ᵐ	6ʰ 0ᵐ	6ʰ 0ᵐ	6ʰ 0ᵐ	6ʰ 0ᵐ	6ʰ 0ᵐ
	30	1	2	2	2	2	2	3	3	5
1	0	2	3	4	4	4	5	6	7	9
	30	3	5	6	6	7	7	9	10	14
2	0	3	7	8	9	9	10	11	14	18
	30	4	8	10	11	11	12	14	17	23
3	0	5	10	12	13	13	14	17	21	28
	30	6	12	14	15	16	17	20	24	32
4	0	7	13	16	17	18	19	23	28	37
	30	8	15	18	19	20	22	26	31	42
5	0	9	17	20	22	22	24	29	35	46
	30	10	19	22	24	25	26	32	38	51
6	0	10	20	24	26	27	29	35	42	56
	30	11	22	26	28	29	31	37	46	7 1
7	0	12	24	28	30	31	34	40	49	6
	30	13	25	30	32	34	36	43	53	10
8	0	14	27	32	35	36	39	46	56	15
	30	15	29	34	37	38	41	49	7 0	20
9	0	16	31	36	39	41	43	52	4	26
	30	17	32	39	41	43	46	55	7	30
10	0	18	34	41	44	45	49	58	11	36
	30	18	36	43	46	48	51	7 1	15	41
11	0	19	38	45	48	50	54	4	19	46
	30	20	39	47	50	52	56	8	23	52
12	0	21	41	49	53	55	59	11	26	57
	30	22	43	51	55	57	7 1	14	30	8 3
13	0	23	45	53	57	59	4	17	34	8
	30	24	46	56	7 0	7 2	6	20	38	14
14	0	25	48	58	2	4	9	23	42	20
	30	26	50	7 0	4	7	12	27	46	26
15	0	27	52	2	7	9	15	30	51	32
	30	28	54	4	9	12	17	33	55	38
16	0	29	56	7	12	14	20	37	59	45
	30	30	58	9	14	17	23	40	8 3	52
17	0	31	59	11	17	19	25	44	8	59
	30	32	7 1	14	19	22	28	47	12	9 6
18	0	33	3	16	22	25	31	51	17	13
	30	34	5	18	24	27	34	54	22	21
19	0	34	7	21	27	30	37	58	26	29
	30	35	9	23	29	33	40	8 2	31	38
20	0	36	11	25	32	35	43	5	36	47
	30	37	13	28	35	38	46	9	41	57
21	0	38	15	30	37	41	49	13	47	10 8
	30	39	17	33	40	44	52	17	52	20
22	0	40	19	35	43	47	55	21	58	33
	30	42	21	38	45	50	58	25	9 3	49
23	0	43	23	40	48	53	8 2	29	9	11 10
	30	44	26	43	51	55	5	34	15	12 0

Für negative Declinationen geht der halbe Tagbogen in den halben Nachtbogen über.

Polhöhe	Stundenwinkel s				
φ	$1^h = 15^\circ$	$2^h = 30^\circ$	$3^h = 45^\circ$	$4^h = 60^\circ$	$5^h = 75^\circ$
40°	0,1722	0,3711	0,6427	1,1138	2,8989
41	1758	3788	6561	1363	4484
42	1793	3863	6691	1590	4972
43	1827	3938	6820	1813	5453
44	1861	4011	6947	2032	5925
45° 0′	0,1895	0,4082	0,7071	1,2247	2,6390
10	1900	4094	7092	2283	6466
20	1906	4106	7112	2318	6543
30	1911	4118	7133	2354	6619
40	1917	4130	7153	2389	6695
50	1922	4141	7173	2424	6771
46 0	0,1927	0,4153	0,7193	1,2459	2,6846
10	1933	4165	7214	2494	6921
20	1938	4176	7234	2529	6997
30	1944	4188	7254	2564	7071
40	1949	4200	7274	2598	7146
50	1954	4211	7294	2633	7220
47 0	0,1960	0,4223	0.7314	1,2667	2,7295
10	1965	4234	7333	2702	7368
20	1970	4245	7353	2736	7442
30	1976	4257	7373	2770	7516
40	1981	4268	7392	2804	7589
50	1986	4279	7411	2838	7662
48 0	0,1991	0,4291	0,7431	1,2872	2,7735
10	1996	4302	7452	2905	7807
20	2002	4313	7470	2939	7879
30	2007	4324	7490	2972	7951
40	2012	4335	7509	3006	8023
50	2017	4346	7528	3039	8095
49 0	0,2022	0,4357	0,7547	1,3072	2,8166
10	2027	4368	7566	3105	8237
20	2032	4379	7585	3138	8308
30	2038	4390	7604	3171	8379
40	2043	4401	7623	3203	8449
50	2048	4412	7642	3236	8519
50°	0,2053	0,4423	0,7660	1,3268	2,8589
51	2082	4487	7771	3461	9004
52	2111	4550	7880	3649	9409
53	2140	4611	7986	3833	9806
54	0,2168	0,4671	0,8090	1,4013	3,0193
55	2195	4729	8192	4188	0571
56	2221	4786	8290	4359	0940
57	2247	4842	8387	4526	1300
58	0,2272	0,4896	0,8480	1,4689	3,1650
59	2297	4949	8572	4847	1990
60	2320	5000	8660	5000	2321

Sternzeit im mittlern Mittage.

℞ d. m. Sonne.	h m s	N_1	℞ d. m. Sonne.	h m s	N_1
Jan. 0	18 37 56,7	0	Juli 0	6 31 33,2	27
5	18 57 39,5	1	5	6 51 10,6	27
10	19 17 22,3	1	10	7 10 58,8	28
15	19 37 5,0	2	15	7 30 41,6	29
20	19 56 47,8	3	20	7 50 24,3	30
25	20 16 30,6	4	25	8 10 7,1	30
Febr. 0	20 40 9,9	5	Aug. 0	8 33 46,5	31
5	20 59 52,7	5	5	8 53 29,2	32
10	21 19 35,5	6	10	9 13 12,0	33
15	21 39 18,3	7	15	9 32 54,8	33
20	21 59 1,0	7	20	9 52 37,6	34
25	22 18 43,8	8	25	10 12 20,3	35
März 0	22 30 33,5	9	Sept. 0	10 35 59,7	36
5	22 50 16,2	10	5	10 55 42,4	36
10	23 9 59,0	11	10	11 15 25,2	37
15	23 29 41,8	11	15	11 35 7,9	38
20	23 49 24,5	12	20	11 54 50,7	39
25	0 9 7,3	13	25	12 14 33,5	40
April 0	0 32 46,6	13	Oct 0	12 34 16,2	40
5	0 52 29,4	14	5	12 53 59,0	41
10	1 12 12,1	15	10	13 13 41,8	42
15	1 31 54,9	15	15	13 33 24,5	42
20	1 51 37,7	16	20	13 53 7,3	43
25	2 11 20,4	17	25	14 12 50,1	44
Mai 0	2 31 3,2	18	Nov. 0	14 36 29,4	45
5	2 50 46,0	18	5	14 56 12,2	45
10	3 10 28,8	19	10	15 15 54,9	46
15	3 30 11,5	20	15	15 35 37,7	47
20	3 49 54,3	21	20	15 55 20,5	48
25	4 9 37,1	21	25	16 15 3,3	48
Juni 0	4 33 16,4	22	Dez. 0	16 34 46,1	49
5	4 52 59,2	23	5	16 54 28,9	50
10	5 12 42,0	24	10	17 14 11,7	51
15	5 32 24,8	24	15	17 33 54,4	51
20	5 52 7,6	25	20	17 53 37,2	52
25	6 11 50,4	26	25	18 13 20,0	53
1ᵈ	+ 3 56,6		4ᵈ	+ 15 46.2	
2	+ 7 53,1		5	+ 19 42,8	
3	+ 11 49,7		6	+ 23 39,3	
		N_2			N_2
1861	+ 2 29,2	185	1871	+ 0 49,4	725
1862	+ 1 31,9	239	1872	+ 3 48,6	778
1863	+ 0 34,6	293	1873	+ 2 51,3	832
1864	+ 3 33,9	347	1874	+ 1 54,0	886
1865	+ 2 36,6	401	1875	+ 0 56,7	940
1866	+ 1 39,3	455	1876	+ 3 56 0	994
1867	+ 0 42,0	509	1877	+ 2 58,7	47
1868	+ 3 41,3	563	1878	+ 2 1,4	101
1869	+ 2 44,0	617	1879	+ 1 4,1	155
1870	+ 1 46,7	671	1880	+ 4 3,4	209

$N_1 + N_2$	s
0	+ 0,0
20	+ 0,1
40	+ 0,3
60	+ 0,4
80	+ 0,5
100	+ 0,6
120	+ 0,7
140	+ 0,8
160	+ 0,9
180	+ 1,0
200	+ 1,0
220	+ 1,0
240	+ 1,1
260	+ 1,1
280	+ 1,0
300	+ 1,0
320	+ 1,0
340	+ 0,9
360	+ 0,8
380	+ 0,7
400	+ 0,6
420	+ 0,5
440	+ 0,4
460	+ 0,3
480	+ 0,1
500	— 0,0
520	— 0,1
540	— 0,3
560	— 0,4
580	— 0,5
600	— 0,6
620	— 0,7
640	— 0,8
660	— 0,9
680	— 0,9
700	— 1,0
720	— 1,0
740	— 1,0
760	— 1,0
780	— 1,0
800	— 1,0
820	— 1,0
840	— 0,9
860	— 0,8
880	— 0,7
900	— 0,6
920	— 0,5
940	— 0,4
960	— 0,3
980	— 0,1

Sternzeit.	Abzug zur Verwandl. in m. Z.
h	m s
1	0 9,830
2	0 19,659
3	0 29,489
4	0 39,318
5	0 49,148
6	0 58,977
7	1 8,807
8	1 18,637
9	1 28,466
10	1 38,296
11	1 48,125
12	1 57,955
13	2 7,784
14	2 17,614
15	2 27,443
16	2 37,273
17	2 47,103
18	2 56,932
19	3 6,762
20	3 16,591
21	3 26,421
22	3 36,250
23	3 46,080
24	3 55,909
1ᵐ	0,164
2	0,328
3	0,491
4	0,655
5	0,819
6	0,983
7	1,147
8	1,311
9	1,474
10ˢ	0,027
20	0,055
30	0,082
40	0,109
50	0,137

Die Sternzeit im m. M. ist um n . 0,ˢ0027379 zu vermindern, wenn ein Ort nˢ östlich von Bern liegt; für Zürich um 0,73.

In Schaltjahren hat man im Jan. und Febr. v. Datum 1 Tag abzuziehen.

Tage seit 1750. I 0.

I o	d	I o	d	I o	d
1750	0	1795	16436	1840	32871
1	365	6	16801	1	33237
2	730	7	17167	2	33602
3	1096	8	17532	3	33967
4	1461	9	17897	4	34332
1755	1826	1800	18262	1845	34698
6	2191	1	18627	6	35063
7	2557	2	18992	7	35428
8	2922	3	19357	8	35793
9	3287	4	19722	9	36159
1760	3652	1805	20088	1850	36524
1	4018	6	20453	1	36889
2	4383	7	20818	2	37254
3	4748	8	21183	3	37620
4	5113	9	21549	4	37985
1765	5479	1810	21914	1855	38350
6	5844	1	22279	6	38715
7	6209	2	22644	7	39081
8	6574	3	23010	8	39446
9	6940	4	23375	9	39811
1770	7305	1815	23740	1860	40176
1	7670	6	24105	1	40542
2	8035	7	24471	2	40907
3	8401	8	24836	3	41272
4	8766	9	25201	4	41637
1775	9131	1820	25566	1865	42003
6	9496	1	25932	6	42368
7	9862	2	26297	7	42733
8	10227	3	26662	8	43098
9	10592	4	27027	9	43464
1780	10957	1825	27393	1870	43829
1	11323	6	27758	1	44194
2	11688	7	28123	2	44559
3	12053	8	28488	3	44925
4	12418	9	28854	4	45290
1785	12784	1830	29219	1875	45655
6	13149	1	29584	6	46020
7	13514	2	29949	7	46386
8	13879	3	30315	8	46751
9	14245	4	30680	9	47116
1790	14610	1835	31045	1880	47481
1	14975	6	31410	1	47847
2	15340	7	31776	2	48212
3	15706	8	32141	3	48577
4	16071	9	32506	4	48942

1885	49308	1890	51134	1895	52960
6	49673	1	51499	6	53325
7	50038	2	51864	7	53691
8	50403	3	52230	8	54056
9	50769	4	52595	9	54421

Mittlere Zeit im wahren Mittage (Zeitgleichung).

			h	m				h	m
Jan	0	0	0	3	Juli	0	181	0	3
	5	5		6		5	186		4
	10	10		8		10	191		5
	15	15		10		15	196		6
	20	20		11		20	201		6
	25	25		13		25	206		6
Febr.	0	31		14	Aug.	0	212		6
	5	36		14		5	217		6
	10	41		15		10	222		5
	15	46		14		15	227		4
	20	51		14		20	232		3
	25	56		13		25	237		2
März	0	59		13	Sept.	0	243		0
	5	64		12		5	248	23	59
	10	69		11		10	253		57
	15	74		9		15	258		55
	20	79		8		20	263		53
	25	84		6		25	268		52
April	0	90		4	Oct.	0	273		50
	5	95		3		5	278		49
	10	100		1		10	283		47
	15	105		0		15	288		46
	20	110	23	59		20	293		45
	25	115		58		25	298		44
Mai	0	120		57	Nov.	0	304		44
	5	125		57		5	309		44
	10	130		56		10	314		44
	15	135		56		15	319		45
	20	140		56		20	324		46
	25	145		57		25	329		47
Juni	0	151		57	Dec.	0	334		49
	5	156		58		5	339		51
	10	161		59		10	344		53
	15	166	0	0		15	349		55
	20	171		1		20	354		58
	25	176		2		25	359	0	0

In der die Tage des Jahres enthaltenden Columne ist für Schaltjahre vom 0ten März an jede Zahl um eine Einheit zu vermehren; so z. B. entspricht nach ihr der 109te Tag des Jahres in gemeinen Jahren dem 19., in Schaltjahren dem 18. April.

	☿	♀	♁	♂	Asteroiden.	♃	♄	♅	♆
M	327° 15′ 20″,4	245° 33′ 14″,7	100° 46′ 43″,5	83° 40′ 31″,3	. . . .	160° 1′ 20″,3	14° 50′ 40″,6	28° 26′ 41″,5	334° 36′ 29″,6
P	75 7 13 ,9	129 27 14 ,5	100 21 21 ,5	333 17 53 ,7	0—360	11 54 53 ,1	90 6 12 ,0	168 16 45 ,0	50 16 39 ,1
ΔP	+5″,678	−0″,774	+11″,464	+16″,006	. . . .	+6″,452	+16″,779	+2″,889	+53″,125
☊	46° 33′ 8″,8	75° 19′ 52″,3	. . . .	48° 23′ 53″,1	0—360	98° 54′ 20″,5	112° 21′ 44″,0	73° 14′ 14″,4	130° 7′ 45″,3
Δ☊	−7″,593	−20″,346	. . . .	−22″,244	. . . .	−13″,359	−18″,809	−31″,494	−10″,479
e	0,2056048	0,0068433	0,0167703	0,0932611	0,04—0,34	0,0482388	0,0559956	0,0465775	0,0091740
Δe	+0,990	−5,397	−4,244	+9,500	. . . .	+13,162	−24,217	−2,691	+0,557
i	7° 0′ 7″,7	3° 23′ 34″,8	. . . .	1° 58′ 2″,3	0° 41′—34° 43′	1° 18′ 40″,3	2° 29′ 28″,1	0° 46′ 29″,9	1° 47′ 0″,9
Δi	+0″,063	+0″,045	. . . .	−0″,024	. . . .	−0″,200	−0″,089	+0″,025	+0″,336
a	0,3870988	0,7233322	1,0000000	1,5236914	2,20—3,42	5,202798	9,538852	19,182639	30,03386
a′	9,65—6,36	15,06—14,86	21,03—20,33	34,45—28,57	. . . .	112,8—102,4	208,3—186,2	424,9 - 378,3	626,9—615,5
a″	31—11	36—5	. . . .	74—17	. . . .	134—81	229—165	436—357	648—594
T	87^d,96926 0^a,2408	224^d,70079 0^a,6152	365^d,25636 1^a,0000	686^d,97979 1^a,8808	3^a,27—5^a,71	4332^d,5848 11^a,8616	10759^d,2198 29^a,4566	30686^d,8208 84^a,0145	60117^d,37 164^a,6151
T′	87^d,96843	224^d,69544	365^d,24220	686^d,92972	1193—2310	4330^d,5936	10746^d,9487	30587^d,2094	59736^d,26
T″	0^a 115^d 21^h	1^a 218^d 16^h	. . . .	2^a 48^d 23^h	. . . .	1^a 33^d 15^h	1^a 12^d 20^h	1^a 4^d 7^h	1^a 2^d 5^h
μ	14732″,5573	5767″,8074	3548″,3304	1886″,6559	1086—561	299″,2661	120″,5923	42″,3707	21″,4208
d	17″,26	22″,96	17″,14	6″,14	. . . .	38″,34	18″,00	4″,28	2″,54
d′	12,9—4,5	65,2—9,5	. . . .	25,6—3,5	. . . .	50,7—30,8	21,5—15,5	4,7—3,9	2,7—2,4
D	0,390	0,969	1,000	0,545	. . . .	11,64	10,00	4,79	4,45
D′	670	1666	1719	938	58—0	20004	17214	8226	7658
m	1 : 4316550	1 : 412150	1 : 354020	1 : 2994800	. . . .	1 : 1048	1 : 3502	1 : 20900	1 : 20000
m′	0,08	0,86	1,00	0,12	. . . .	338	101	17	18
δ	1,403	0,956	1,000	0,737	. . . .	0,232	0,112	0,173	0,208

		τ	P	q	T	a	e	☊	i
Encke . . .	D	1786 I 31	156° 38′ 0″	0,33482	3a,281	2,208	0,84836	334° 8′ 0″	13° 36′ 0″
		1835 VIII 26	157 23 29	0,34444	3,314	2,223	0,84504	334 34 59	13 21 15
		1862 II 6	158 0 50	0,33990	3,302	2,217	0,84671	334 30 50	13 5 0
de Vico . .	Dir.	1844 IX 2	342 30 48	1,18642	5,459	3,100	0,61737	63 39 48	2 54 46
Brorsen . .	Dir.	1846 II 25	116 28 15	0,65010	5,581	3,146	0,79339	102 40 58	30 55 53
Pons . . .	Dir.	1819 VII 19	274 40 51	0,77364	5,618	3,160	0,75519	113 10 46	10 42 48
Lexell . . .	Dir.	1770 VIII 14	356 16 27	0,67431	5,626	3,163	0,78684	131 59 34	1 34 31
d'Arrest . .	Dir.	1851 VII 9	322 54 42	1,17337	6,390	3,444	0,65927	148 23 37	13 55 8
Biela . . .	Dir.	1826 III 18	109 45 50	0,90252	6,720	3,560	0,74657	251 28 12	13 33 51
Faye . . .	Dir.	1843 X 7	49 34 19	1,69258	7,442	3,812	0,55596	209 29 19	11 22 31
Olbers . . .	Dir.	1815 IV 26	149 1 56	1,21285	74,0	17,634	0,93122	83 28 34	44 29 55
Halley. . .	R	1682 IX 15	301 55 37	0,58289	77,5	18,170	0,96792	51 11 18	17 44 45
		1759 III 12	303 10 28	0,58452	76,9	18,088	0,96768	53 50 27	17 36 52
		1835 XI 16	304 31 32	0,58657	76,3	17,988	0,96739	55 9 59	17 45 5
Donati . . .	Retr.	1858 IX 30	36 12 38	0,57849	1880	152,3	0,99620	165 19 22	63 1 47
Flangergues .	Retr.	1811 IX 12	75 0 34	1,03542	3069	211,0	0,99549	140 24 44	73 2 21

Es bezeichnet: M mittlere Länge zur Epoche, — P Länge des Perihels, △P jährliche siderische Aenderung, — ☊ Länge des aufst. Knotens, △☊ jährliche siderische Aenderung, — e Excentricität, △e jährliche Aenderung der 7 Dezim., — i Neigung, △i jährliche Aenderung, — a halbe grosse Axe, — a′ Entfernung von der Sonne in Mill. Meilen, — a″ Entfernung von der Erde in Mill. Meilen, — T siderische, T′ tropische, T″ synodische Umlaufszeit, — μ mittlere tägliche tropische Bewegung, — d scheinbarer Durchmesser in Beziehung auf die Sonne, d′ scheinbarer Durchmesser in Beziehung auf die Erde, — D wahrer Durchmesser, — D′ wahrer Durchmesser in Meilen, — m Masse im Verhältniss zur Sonne, m′ zur Erde, — δ Dichte im Verhältniss zur Erde, — τ Durchgang durch das Perihel, — q Periheldistanz.

Nr.	Grösse	Rectascension 1870.	Rectascension Var.	Bezeichnung.	Declination Var.	Declination 1870.
		h m s	s		"	° ' "
• 1	2	0 1 40,2	3,09	α Andromedæ, Sirrah	19,9	28 22 22
		1 —		δ Urs. min. W. El.; w = 174° 59′; z = 42° 30′	—	
• 2	3.2	6 32,5	3,08	γ Pegasi	20,0	14 27 38
3	3.4	12 48,1	3,05	ι Ceti (Wallfisch)	20,0	— 9 32 42
•49	3	18 52,9	3,28	β Hydri (Wasserschl.)	20,2	—77 59 14
	6	19 57,5	3,08	10 Ceti	20,0	— 0 46 12
50	2	20 —		α Phœnicis (Phönix)		—43 1 —
•	6	23 24,3	3,06	12 Ceti	19,9	— 4 40 33
	6.5	28 33,3	3,08	13 Ceti	19,9	— 4 18 32
• 4	2-3.2	33 8,7	3,36	α Cassiopeæ, Schedir	19,8	55 49 26
	neb.	36 —		33 Andromedæ, elliptisch		40 31 —
•	2	37 3,7	3,01	β Ceti	19,8	—18 42 3
5	4.5	41 56,3	3,10	δ Piscium ♓	19,7	6 52 38
	2	48 52,7	3,55	γ Cassiopeæ	19,6	60 0 44
	4	49 32,5	3,30	μ Andromedæ	19,7	37 47 40
73	5.4	52 —		α Apparati sculptor. (Bildh. wkst.)		—30 4 —
•	4	56 11,9	3,11	ε Piscium	19,5	7 11 22
	4.5	1 3 12,1	3,60	θ Cassiopeæ	19,3	54 25 27
	5	4 28,3	3,21	χ Piscium	19,3	20 20 33
• 6	2	11 17,9	20,20	α Urs. min., Polarst., 2f.	19,1	88 36 59
•	3	17 31,5	3,00	θ′ Ceti	18,7	— 8 51 18
•	4.3	24 31,7	3,20	η Piscium	18,7	14 40 29
• 7	1	32 52,0	2,23	α Eridani, Achernar	18,4	—57 53 52
•	5.4	34 40,0	3,11	ν Piscium	18,3	4 49 43
	3.4	38 1,6	2,78	τ Ceti	19,1	—16 37 23
8	4.3	45 40,6	3,40	α Trianguli	17,8	28 56 42
• 9	3.2	47 27,7	3,30	β Arietis (Widder) ♈	17,8	20 10 17
		50 —		α Persei O. El.; w = 254° 7′; z = 14° 8′		
	4	52 22,8	4,96	50 Cassiopeæ	17,7	71 47 25
		54 —		β Cephei W. El.; w = 149° 36′; z = 38° 35′		
	3	54 40,4	1,89	α Hydri	17,6	—62 12 12
	3.4	55 19,5	3,10	α Piscium	17,6	2 8 8
	3	55 55,7	3,65	γ′ Andromedæ, 2f.	17,5	41 42 16
•	2	59 50,9	3,37	α Arietis, Hamel	17,2	22 50 47
	5.6	2 5 31,6	3,34	η Arietis	17,2	20 35 56
10	cum.	9 —		h Persei, sehr reiche Gruppe		56 30 —
•	6	10 29,9	2,99	67 Ceti	16,8	— 7 1 21
	cum.	12 —		χ Persei (wie h am Schwertgriff)		56 28 —
	2-10	12 46,8	3,03	ο Ceti, Mira 331ᵈ,3	16,6	— 3 34 8
	neb.	14 —		Andromedæ, ringförmig		41 45 —

Die Sternbilder Nr. 1 bis 48 kommen schon bei Ptolomäus vor.

Nr.	Grösse	Rectascension. 1870.	Rectascension. Var.	Bezeichnung.	Declination. Var.	Declination. 1870.
		h m s	s		″	° ′ ″
•	4	2 21 14,9	3,18	ξ^2 Ceti	16,3	7 52 33
	5	25 55,8	2,84	σ Ceti	16,1	—14 48 57
	4	32 49,3	3,07	δ Ceti	15,8	— 0 14 2
	cum.	33 —		65 B Persei		42 5
•	3.4	36 33,9	3,10	γ Ceti	15,4	2 41 10
74	5	43 38,9	2,51	β Fornacis (chem. Ofen)	15,4	—32 57 13
	5.4	45 8,6	2,72	τ^3 Eridani	15,1	—21 32 29
		51 —		β Ursæ minoris U. C.		
•	2.3	55 29,0	3,13	α Ceti, Menkar	14,3	3 34 40
	2.3-4	59 43,0	3,87	β Persei, Algol $2^d,9$	14,2	40 27 10
	6	3 1 57,5	12,71	Urs. min. B. A. C. 960	14,1	84 26 36
•	4.5	4 11,9	3,42	δ Arietis	13,9	19 14 0
	4.5	7 25,9	3,43	ζ Arietis	13,7	20 33 39
	6	11 43,4	3,07	95 Ceti	13,4	— 1 24 21
•	2	15 3,2	4,25	α Persei, Algenib	13,2	49 23 45
11	4.3	20 7,6	3,24	ξ Tauri (Stier) ♉	12,9	9 16 38
	3	26 48,4	2,82	ε Eridani	12,4	— 9 54 0
	4.5	30 24,4	3,06	10 Tauri	11,7	— 0 0 46
	5.6	37 —		16 g Tauri, Celæno } mit Taygeta, Asterope,		23 53 —
	4	37 —		17 b Tauri, Electra } Merope, Atlas, Plejone		23 42 —
	5	38 —		20 o Tauri, Maja } und η die Pleyaden.		23 58 —
•	3	39 45,5	3,55	25 η Tauri, Alcyone	11,5	23 42 3
	5	39 58,8	2,83	π Eridani	11,6	—12 30 40
	4	44 35,0	2,23	υ^2 Eridani	11,2	—36 35 43
		49 —		ζ Ursæ minoris U. C.		
•	3	51 57,8	2,79	γ′ Eridani	10,5	—13 52 49
	4	56 14,6	3,19	ν Tauri	10,3	5 37 36
•	4.5	4 5 31,2	2,92	o′ Eridani	9,7	— 7 10 42
75	5	10 —		α Horologii (Pendeluhr)		—42 37 —
	4	12 23,9	3,41	γ Tauri, mit α Hyaden	9,1	15 18 41
76	3.4	13 —		α Reticuli (Fadennetz)		—62 48 —
•	4.3	21 1,6	3,49	ε Tauri, mit α Hyaden	8,4	18 53 23
		22 —		η Draconis U. C.		
•	1	28 27,8	3,44	α Tauri, Aldebaran	7,6	16 14 44
51	3	31 —		α Doradus (Schwertfisch)		—55 19 —
	4.5	34 26,7	3,59	τ Tauri	7,3	22 42 18
77	5.4	36 —		α Cælæ sculptoris (Grabstichel)		—42 7 —
	4.3	39 0,3	3,00	μ Eridani	7,0	— 3 29 42
62	4	41 8,1	5,91	α Camelopard. (Giraffe)	6,9	66 7 4
•12	3	48 31,8	3,89	ι Aurigæ (Fuhrmann)	6,1	32 57 27

Nr. 49 bis 61 wurden von den Indienfahrern eingeführt.

Nr.	Grösse.	Rectascension. 1870.	Rectascension. Var.	Bezeichnung.	Declination. Var.	Declination. 1870.
		h m s	s		"	° ' "
	3.4-4.5	4 52 38,7	4,29	ε Aurigæ (irregular)	5,9	43 37 42
*13	4.3	59 57,4	2,54	ε Leporis (Hase)	5,1	—22 32 51
		5 0 —		ε Ursæ minoris U. C.		
	4	2 55,5	2,87	λ Eridani	5,0	— 8 55 23
*	1	7 5,3	4,42	α Aurigæ, Capella	4,2	45 51 45
*14	1	8 17,4	2,88	β Orionis, Rigel 2f.	4,5	— 8 21 15
	4.5	13 35,3	2,76	λ Leporis	4,1	—13 18 46
*	2	18 4,5	3,79	β Tauri = γ Aurigæ	3,4	28 29 40
*	2	25 22,0	3,06	δ Orionis	3,0	— 0 23 53
*	3	26 59,9	2,65	α Leporis, Arneb	2,9	—17 55 2
		27 —		β Draconis U. C.		
	6	28 53,4	2,95	θ' Orionis im Nebel. 5f.	2,8	— 5 28 39
*	2	29 37,0	3,04	ε Orionis.	2,6	— 1 17 15
*63	2	34 56,7	2,18	α Columbæ (Taube)	2,2	—34 8 40
	3	41 35,6	2,85	k Orionis	1,7	— 9 43 5
	cum.	43 —		Aurigæ, reich		32 31 —
*	1-1.2	48 8,0	3,25	α Orionis (irregulär)	1,0	7 22 49
15	cum.	51 —		Geminorum (Zwillinge) II		24 15 —
		54 —		γ Draconis U. C.		
*	5.4	6 0 9,0	3,43	ν Orionis	0,0	14 46 53
64	4.5	8 31,0	2,93	5 Monocerotis (Einhorn)	—0,8	— 6 14 17
78	6	14 —		α Montis mensæ (Tafelberg)		—74 42 —
		14 —		δ Ursæ minoris U. C.		
*	3	15 5,7	3,63	μ Geminorum	—1,4	22 34 39
*16	1	21 4,1	1,33	α Argus, Canopus	—1,8	—52 37 32
	4.5	22 —		11 Monocerotis 3f.		— 6 57 —
*	2.3	30 12,1	3,47	γ Geminorum	—2,5	16 30 28
	cum.	34 —		Monocerotis		10 1 —
*17	5	38 40,8	30,25	51 Cephei	—3,5	87 14 21
*18	1	39 25,3	2,65	α Canis maj., Sirius	—4,7	—16 32 25
	4	44 59,0	2,24	κ Canis majoris	—3,9	—32 21 35
79	4	47 —		α Equi pictoris (Malerstaffelei)		—61 48 —
*	2.1	53 31,0	2,36	ε Canis majoris	—4,7	—28 47 50
	4.3-5.4	56 23,9	3,56	ζ^2 Geminorum $10^{d},1$	—4,8	20 45 30
*	4.5	57 52,7	2,72	γ Canis majoris	—5,0	—15 26 35
	2	7 3 6,3	2,44	δ Canis majoris	—5,4	—26 11 19
		3 —		α Ursæ min. W. El.; $w = 177^{\circ}54'$; $z = 42^{\circ}36'$		
	6.7	8 40,3	3,08	24 Monocerotis	—6,0	0 3 44
*	3.4	12 21,5	3,59	δ Geminorum	—6,2	22 13 9
		13 —		α Ursæ maj. O. El.; $w = 223^{\circ}2'$; $z = 33^{\circ}56'$		

Nr. 62 bis 65 wurden von Bartsch, Bayer und Tycho eingeführt.

Nr.	Grösse.	Rectascension. 1870.	Var.	Bezeichnung.		Declination. Var.	1870.
		h m s	s			s	° ' "
	4	7 17 39,0	3,74	ι Geminorum		− 6,7	28 3 14
19	3	20 6,0	3,26	β Canis minoris		− 6,9	8 32 56
*	2.1	26 18,2	3,84	α² Geminor., Castor.	2f.	− 7,5	32 10 15
*	1	32 29,7	3,14	α Canis min., Procyon		− 8,9	5 33 22
*	2.1	37 21,5	3,68	β Geminorum, Pollux		− 8,3	28 20 16
	4.3	43 49,6	2,52	ζ Argus (Schiff Argo)		− 8,7	−24 32 6
		44 —		ι Ursæ maj. O. El.; w = 257° 47'; z = 11° 1'			
	5	45 32,3	3,68	φ Geminorum		− 8,9	27 5 59
	6	51 36,3	3,12	14 Canis minoris		− 9,3	2 34 8
		54 —		λ Ursæ minoris U. C.			
*20	5	55 31,9	3,69	6 Cancri (Krebs)	♋	− 9,8	28 9 23
*	3	8 2 0,5	2,55	ι Argus (Argo navis)		−10,1	−23 55 52
	5.4	4 45,2	3,45	ζ¹ Cancri		−10,4	18 2 16
	6.7-?	9 —		R Cancri	353ᵈ,6		12 7 —
	4.3	9 27,8	3,26	β Cancri		−10,7	9 35 4
	6	15 55,1	3,45	d¹ Cancri		−11,2	18 44 51
21	6	19 57,4	3,00	2 Hydræ (Wasserschl.)		−11,5	− 3 33 41
52	5.4	22 —		α Chamæleontis			−76 33 —
*	6	25 11,2	3,48	η Cancri		−11,9	20 52 50
	cum.	31 —		Cancri, Krippe			20 26 —
	5	31 57,7	3,15	6 Hydræ		−12,3	3 47 46
	8-10	36 —		S Cancri	9ᵈ,5		19 30 —
*	3.4	39 53,4	3,18	ι Hydræ		−12,9	6 53 39
	cum.	44 —		Cancri, reich			12 15 —
	6	44 51,0	3,59	ρ² Cancri		−13,4	28 49 32
*22	3	50 17,6	4,14	ι Ursæ majoris		−13,8	48 33 0
	4	51 22,5	3,29	α Cancri		−13,6	12 21 33
53	5.4	9 0 —		α Piscis volantis (fliegend. Fisch)			−65 53 —
	5	1 52,9	3,46	ξ Cancri		−14,2	22 34 10
	4.5	7 36,1	3,13	θ Hydræ		−14,9	2 52 22
*	6	11 43,2	3,36	83 Cancri		−15,1	18 15 17
		15 —		α Cephei U. C.			
23	5	17 13,9	3,51	κ Leonis (Löwe)	♌	−15,2	26 43 29
	6	30 23,3	3,45	9 Leonis		−16,0	25 15 8
*	2-2.3	21 11,9	2,59	α Hydræ, Alphard	55ᵈ	−15,4	− 8 5 48
*	3	24 8,8	4,05	θ Ursæ majoris		−16,2	52 16 5
		25 —		Urs. min. B. A. C. 7504 U. C.			
		27 —		β Cephei U. C.			
66	6	30 14,5	3,78	42 Lyncis (Luchs)		−15,9	40 49 19
*	3	38 28,1	3,42	ε Leonis		−16,4	24 22 17

Nr. 66 bis 72 wurden von Hevel eingeführt.

Nr.	Grösse.	Rectascension. 1870.	Rectascension. Var.	Bezeichnung.	Declination. Var.	Declination. 1870.
		h m s			"	° ' "
	5.6–10	9 40 —		R Leonis 312ᵈ,6		12 2 —
	neb.	43 —		Ursæ majoris, Doppelnebel		69 44 —
	4	45 22,0	3,42	μ Leonis	−16,7	26 37 4
*	5	53 20,5	3,18	π Leonis	−17,1	8 40 0
		55 —		ι Ursæ maj. W. El.; w = 102° 13'; s = 11° 1'		
67	4.5	59 45,4	3,56	21 Leonis minoris	−17,3	35 52 38
		10 0 —		β Ursæ min. O. El; w = 202° 55'; s = 40° 17'		
*	1.2	1 26,8	3,20	α Leonis, Regulus	−17,4	12 36 5
	4	4 15,1	2,93	λ Hydræ	−17,6	−11 42 45
*	2	12 48,1	3,32	γ' Leonis 2f.	−18,0	20 29 53
68	6	14 19,2	3,11	23 Sextantis	−17,9	2 56 34
80	4.5	21 12,4	2,74	α Antl. pneum. (Luftp.)	−18,2	−30 24 24
*	4	25 57,9	3,17	ρ Leonis	−18,4	9 58 29
24	6	30 31,6	6,42	Dracon. (Drache) Brad.	−18,5	81 6 13
	6	34 47,3	3,05	33 Sextantis	−18,8	− 1 3 32
	1–6	40 1,4	2,31	η Argus 46° oder irregul.	−18,8	−59 0 3
*	5	42 25,3	3,16	i Leonis	−18,9	11 13 57
	4.5	48 34,4	3,27	54' Leonis	−19,1	25 26 33
25	4	53 26,6	2,92	α Crateris (Becher)	−19,1	−17 36 23
*	2	55 41,2	3,77	α Ursæ maj., Dubhe	−19,4	62 27 7
*	5	58 18,6	3,10	χ Leonis	−19,4	8 2 17
	5	11 2 26,8	2,90	10 Crateris	−19,4	−27 22 31
	neb.	7 —		Ursæ majoris, planetarisch		55 43 —
*	2.3	7 11,5	3,20	δ Leonis	−19,7	21 14 7
*	3.4	12 50,5	2,99	δ Hydræ	−19,5	−14 4 32
	4	17 8,7	3,13	ι Leonis	−19,7	11 14 43
	5	23 40,3	3,06	e Leonis	−19,8	− 2 17 11
		28 —		Urs. min. Bradl. 3147 U. C.		
*	5.4	30 17,6	3,07	υ Leonis	−19,9	− 0 6 22
		34 —		γ Cephei U. C.		
	5	34 12,1	3,18	61 Ursæ majoris	−20,4	34 56 8
		35 —		θ Ursæ maj. W. El.; w = 115° 25'; s = 21° 33'		
26	5,4	38 35,0	3,09	ξ Virginis (Jungfrau) ♍	−20,0	8 58 51
*	2	42 25,6	3,06	β Leonis, Denebola	−20,1	15 17 55
*	2.3	46 58,9	3,19	γ Ursæ majoris	−20,0	54 25 3
	6	49 23,6	3,05	η Crateris	−20,0	−16 25 34
	4.5	54 12,7	3,08	π Virginis	−20,1	7 20 21
	4	58 35,3	3,06	σ Virginis	−20,0	9 27 18
27	4	12 1 42,7	3,08	α Corvi (Raabe)	−20,1	−24 0 13
*	3	3 26,5	3,08	ε Corvi	−20,0	−21 53 48

Nr. 73 bis 84 wurden von Lacaille eingeführt.

Nr.	Grösse	Rectascension. 1870.	Rectascension. Var.	Bezeichnung	Declination. Var.	Declination. 1870.
		h m s			"	° ′ ″
		12 5 —		η Ursæ maj. O. El.; w = 251° 41′; z = 16° 8′		
	3	9 7,5	3,08	γ Corvi	—20,0	—16 49 11
•	5	10 45,9	3,34	β Chamæleontis	—20,0	—78 35 26
•	3.4	13 15,2	3,06	η Virginis	—20,1	0 3 22
•54	1	19 22,7	3,26	α′ Crucis (südl. Kreuz)	—19,9	—62 22 38
65	4.5	20 27,5	3,00	γ Comæ (Haar d. ller)	—20,1	28 59 29
•	2.3	27 33,5	3,13	β Corvi	—20,0	—22 40 40
55	4	29 —		α Muscæ (südl. Fliege)		—68 25 —
		31 —		δ Ursæ min. O. El.; w = 185° 1′; z = 42° 30′		
	6.7-11	32 —		R Virginis $145^{d},8$		7 44 —
		33 —		α Cassiopeæ U. C.		
•	3.2	35 4.4	3,04	γ′ Virginis 2f.	—19,9	— 0 44 12
	6	41 14,2	3,05	35 Virginis	—19,8	4 16 59
•69	3.2	49 56,5	2,82	α Canum venaticum 2f.	—19,5	39 1 16
	5	54 3,1	2,88	37 Comæ	—19,5	31 29 13
•	4.5	13 3 13,2	3,10	θ Virginis	—19,3	— 4 50 40
	4.5	3 40,0	2,92	α Comæ Berenices	—19,2	18 13 3
	cum	6 —		Comæ Berenices, reich		18 57 —
	7	7 56,4	3,13	56 Virginis	—19,2	— 9 40 47
	5	11 2,5	3,03	6 Virginis	—19,1	6 9 20
		11 —		α Ursæ minoris U. C.		
•	1	18 20,7	3,15	α Virginis, Spica	—18,9	—10 28 55
	2	18 41,2	2,43	ζ′ Ursæ maj. 2f.	—18,9	55 36 17
	4-11	22 36,9	3,27	R Hydræ 448^{d}	—18,8	—22 36 32
•	3.4	28 4,2	3,05	ζ Virginis	—18,5	0 4 12
	6	36 31,6	3,01	ο Virginis	—18,4	4 11 48
•	2	42 24,9	2,37	η Ursæ majoris	—18,1	49 57 46
28	4	43 12,5	2,89	υ Bootis (Bärenhüter)	—18,0	16 26 39
•	3	48 29,7	2,86	η Bootis	—18,2	19 3 1
29	1	55 —		β Centauri		—59 44 —
•	4	55 1,8	3,05	τ Virginis	—17,6	2 10 28
	4.3	58 58,5	3,40	π Hydræ	—17,6	—26 3 20
	3.4	14 0 52.2	1,62	α Draconis, Thuban	—17,3	64 59 52
	5	5 19,5	3,42	50 Hydræ	—17,2	—26 38 52
•	1	9 43,9	2,78	α Bootis, Arctur	—18,9	19 51 37
	6	15 16,7	3,09	υ^2 Virginis	—16,7	— 1 23 13
	5	21 30,4	3,09	φ Virginis	—16,4	— 1 38 38
•	4.3	26 13,6	2,59	ϱ Bootis	—16,0	30 56 36
•	1,	30 48,3	4,04	α^2 Centauri 2f.	—15,0	—60 17 39
56	5.4	32 —		α Apodis (Paradiesvogel)		—78 29 —

Nr. 73 bis 84 wurden von Lacaille eingeführt.

Nr.	Grösse.	Rectascension. 1870.	Rectascension. Var.	Bezeichnung.	Declination. Var.	Declination. 1870.
		h m s	s		"	° ' "
81	4	14 32 —		α Circini (Zirkel)		—64 24 —
30	3	33 —		α Lupi (Wolf)		—46 49 —
	3.4	34 56,5	2,86	ζ Bootis	—15,7	14 17 14
		37 —		α Ursæ maj. W. El.; w = 136° 58'; z = 33° 56'		
*	2.3	39 18,5	2,62	ε Bootis	—15,4	27 37 24
*31	2.3	43 41,3	3,31	α² Libræ ♎	—15,2	—15 30 0
*	2	51 6,9	—0,25	β Ursæ minoris	—14,8	74 41 11
*	4.5	54 1,8	3,20	δ Libræ	—14,6	— 8 0 5
*	4.5	58 52,6	2,57	ψ Bootis	—14,2	27 27 22
		15 2 —		Urs. min. B. A. C. 960 U. C.		
	5.4	4 48,9	3,41	24 Libræ	—14,0	—19 17 53
*	2	10 0,8	3,22	β Libræ	—13,6	— 8 54 5
		14 —		β Draconis O. El.; w = 244° 18'; z = 21° 45'		
	5	14 51,5	3,80	φ² Lupi	—13,4	—36 23 27
32	7.8-?	16 —		S Serpentis (Schlange) 360ᵈ		14 53 —
		19 —		η Ursæ maj. W. El.; w = 108° 19'; z = 16° 8'		
	4	20 55,7	3,37	ζ' Libræ	—12,9	—16 15 41
	3.4	29 —		δ Serpentis 2f.		10 59 —
*33	2	29 11,0	2,54	α Coronæ, Gemma	—12,3	27 9 14
*	2.3	37 51,9	2,95	α Serpentis	—11,6	6 50 11
	6-13	43 —		R Coronæ 323ᵈ		28 33 —
	3.4	44 20,2	2,99	ε Serpentis	—11,2	4 52 15
	6.5-?	45 —		R Serpentis 356ᵈ		15 32 —
*	4.5	48 45,6	—2,29	ζ Ursæ minoris	—10,9	78 11 36
	3	50 27,1	2,77	γ Serpentis	—12,0	16 5 19
		52 —		γ Draconis O. El.; w = 246° 50'; z = 19° 54'		
*34	2	57 52,8	3,48	β' Scorpii (Scorpion) ♏	—10,2	—19 26 50
	4	16 4 26,5	3,47	ν² Scorpii	— 9,8	—19 7 13
*35	3	7 32,0	3,14	δ Ophiuchi	— 9,6	— 3 21 27
	3.4	13 17,3	3,63	6 Scorpii	— 9,0	—25 16 42
36	3	16 11,2	2,64	γ Herculis	— 8,8	19 27 36
*	1.2	21 26,3	3,67	α Scorpii, Antares	— 8,4	—26 8 28
*	3.2	22 14,8	0,82	η Draconis	— 8,2	61 48 33
	4.3	24 21,5	3,02	λ Ophiuchi } Schlangenträger.	— 8,2	2 16 14
	3.2	30 0,1	3,30	ζ Ophiuchi } Schlangenträger.	— 7,7	—10 18 5
*57	2	34 55,6	6,28	α Trianguli austr.	— 7,4	—68 47 4
*	3.2	36 23,2	2,26	ζ Herculis	— 6,7	31 50 24
	cum.	37 —		Herculis, reich		36 43 —
	5	42 38,6	3,31	20 Ophiuchi	— 6,8	—10 33 2
	6	47 38,9	3,20	23 Ophiuchi	— 6,4	— 5 56 22

Nr. 66 bis 72 wurden von Hevel eingeführt.

Nr.	Grösse	Rectascension. 1870.	Var.	Bezeichnung.		Declination. Var.	1870.
		h m s	s			"	° ' "
*	3.4	16 51 30,9	2,83	κ Ophiuchi		— 5,9	9 34 45
	5	56 48,3	2,21	δ Herculis		— 5,5	33 45 29
*	4.5	59 23,3	−6,39	ε Ursæ minoris		— 5,2	82 14 49
	2.3	17 2 55,4	3,43	η Ophiuchi		— 4,9	−15 33 39
*	3.4	8 43,1	2,73	α Herculis 2f.; irreg.		— 4,4	14 32 26
*	3.4	14 1,6	3,68	θ Ophiuchi		— 4,0	−24 51 59
	5	20 3,9	2,97	σ Ophiuchi		— 3,5	4 14 20
37	3	22 —		α Aræ (Altar)			−49 46 —
	5	23 29,1	3,65	c² Ophiuchi		— 3,3	−23 51 34
*	3.2	27 29,7	1,35	β Draconis		— 2,8	52 23 55
*	2	28 53,9	2,78	α Ophiuchi		— 2,9	12 39 24
	5.4	34 6,5	3,37	ο Serpentis		— 2,3	−12 48 11
	3	37 3,0	2,96	β Ophiuchi		— 1,9	4 37 26
*	3.4	41 22,2	2,34	μ Herculis		— 2,4	27 47 54
	6	45 50,1	3,32	Serpentis, 265 Piazzi		— 1,5	−10 51 56
	cum.	49 —		Ophiuchi			−18 59 —
38	5	50 44,3	3,85	Sagittarii B. A. C. 6074		— 1,0	−30 14 15
*	2.3	53 35,3	1,39	γ Draconis		— 0,6	51 30 18
	4.5	58 53,0	3,03	70' Ophiuchi	2f.	— 1,2	2 31 57
*	4	18 5 59,2	3,58	μ' Sagittarii, Schütze	♐	0,5	−21 5 25
*82	6	6 24,3	109,9	σ Octantis (Octant)		0,7	−89 16 42
70	neb.	13 —		Scuti Sobiesii (Sobieskisch. Schild)			−16 16 —
*	4.5	14 16,7	−19,40	δ Ursæ min., Yildun		1,3	86 36 21
	3	14 35,0	3,10	η Serpentis		0,5	— 2 55 49
83	4	17 —		α Telescopii (Teleskop)			−46 2 —
	3	19 56,9	3,70	λ Sagittarii		1,4	−25 29 27
	6	23 49,0	3,51	Sagittarii B. A. C. 6294		1,9	−18 29 23
*39	1	32 32,3	2,03	α Lyræ (Leyer), Wega		3,1	38 39 51
		38 —		51 Cephei U. C.			
	5.4-9	40 —		R Scuti Sobiesii	$71^d,7$		— 5 50 —
	4	40 1,9	1,98	ε' Lyræ	2 × 2f.	3,4	39 31 36
*	3.4-4.5	45 16,7	2,21	β Lyræ	$12^d,9$	3,9	33 12 47
	neb.	49 —		Lyræ, ringförmig			32 52 —
	3.4	54 20,3	3,82	ζ Sagittarii		4,6	−30 3 47
*	3	59 25,9	2,75	ζ Aquilæ		5,1	13 40 20
40	5.4	19 0 37,9	4,10	α Coronæ australis		5,0	−38 6 5
	4.5	1 14,1	3,70	c Sagittarii		9,6	−28 4 7
41	6	5 37,5	3,26	20 Aquilæ (Adler)		5,6	— 8 9 16
*	6.5	11 42,8	2,81	ω Aquilæ		6,2	11 21 46
	4	14 52,9	4,18	α Sagittarii		6,1	−40 51 33

Nr. 62 bis 65 wurden von den Bartsch, Bayer und Tycho eingeführt.

Nr.	Grösse.	Rectascension. 1870.	Rectascension. Var.	Bezeichnung.	Declination. Var.	Declination. 1870.
		h m s	s		"	° ' "
		19 15 —		α Ursæ min. O El.; w = 182° 6'; z = 42° 36'		
*	3.4	18 56,5	3,02	δ Aquilæ	6,9	2 51 28
71	4.5	23 17,8	2,49	α Vulpeculæ (Fuchs)	7,0	24 24 11
*	5.4	28 47,5	3,66	h^2 Sagittarii	7,6	—25 10 3
42	4	34 17,3	2,68	α Sagittæ (Pfeil)	8,0	17 43 3
	4.5	35 12,7	2,70	β Sagittæ	8,0	17 10 35
		40 —		β Draconis W. El.; w = 115° 42'; z = 21° 45'		
*	3	40 4,7	2,85	γ Aquilæ	8,5	10 17 54
43	4-13	41 —		χ Cygni (Schwan) 406^d,0		33 25 —
*	1.2	44 26,3	2,93	α Aquilæ, (Altair)	9,2	8 31 37
	3.4-5.4	46 —		η Aquilæ 7^d,1		0 40 —
*	4	48 55,5	2,95	β Aquilæ	8,7	6 5 2
*	5	54 17,8	-59,31	λ Ursæ minoris	9,6	88 55 4
	5.6	20 1 18,0	2,58	17 Vulpeculæ	10,1	23 14 29
	5	8 15,6	2,77	ρ Aquilæ	10,7	14 48 12
*44	3.4	10 50,3	3,33	α^2 Capricorni χ	10,8	—12 56 45
	3.4	13 42,3	3,38	β Capricorni	11,0	—15 11 23
*58	2	15 21,2	4,80	α Pavonis (Pfau)	11,1	—57 8 54
*	5	21 26,4	3,43	ρ Capricorni (Steinb.)	11,6	—18 14 28
59	3	28 —		α Indi (Indier)		—47 45 —
45	5.4	29 13,8	2,80	ζ Delphini (Delphin)	12,1	14 13 38
	4.3	33 36,0	2,79	α Delphini	12,5	15 27 18
*	2.1	37 0,0	2,04	α Cygni, Deneb	12,7	44 49 1
	4.5	38 23,6	3,56	ψ Capricorni	12,6	—25 44 10
84	4.5	42 —		α Microscopii (Mikroskop)		—34 16 —
	5.6	43 27,6	3,60	ω Capricorni	13,1	—27 26 23
	4.5	48 55,3	7,61	α Octantis	12,7	—77 31 3
*	5.6	49 1,2	2,55	32 Vulpeculæ	13,5	27 33 52
46	5.6	52 4,6	3,00	1 Equulei (Füllen)	13,5	3 45 32
	5.6	57 0,1	3,42	η Capricorni	13,9	—20 22 2
*	5.6	21 1 3,9	2,67	61^1 Cygni 2f.	17,5	38 6 41
*	3	7 24,2	2,55	ζ Cygni	14,6	29 41 41
	4.5	9 19,5	3,00	α Equulei	14,6	4 42 42
	4.5	15 0,3	3,35	ι Capricorni	15,1	—17 28 12
*	3.2	15 28,5	1,44	α Cephei, Alderamin	15,1	62 2 6
	4	19 14,5	3,44	ζ Capricorni	15,3	—22 58 23
		24 —		θ Ursæ majoris U. C.		
*47	3	24 42,7	3,16	β Aquarii	15,6	— 6 8 30
	6	25 4,1	-10,28	Urs. min. B. A. C. 7504	15,7	86 29 39
*	3	26 58,4	0,80	β Cephei	15,7	69 59 24

Nr. 49 bis 61 wurden von den Indienfahrern eingeführt.

Nr.	Grösse.	Rectascension 1870.	Rectascension Var.	Bezeichnung.		Declination Var.	Declination 1870.
		h m s	s				° ′ ″
	cum.	21 27 —		Aquarii (Wasserm.) hell, kugelf.			— 1 26 —
	4.3	32 53,1	3,33	γ Capricorni		16,1	—17 14 53
•	2.3	37 48,0	2,95	ε Pegasi		16,3	9 16 49
48	5.4	40 6,0	3,55	θ Piscis australis (südl. Fisch)		16,4	—31 29 55
•	5.6	47 8,9	2,37	16 Pegasi		16,8	25 18 52
	5.6	53 21,8	3,47	η Piscis australis		17,1	—29 4 35
•	3	59 6,3	3,08	α Aquarii, Sadalmelik		17,3	— 0 57 2
•60	2	22 0 1,7	3,81	α Gruis (Kranich)		17,2	—47 35 20
61	3	9 —		α Tucanæ (Amerikan. Gans)			—60 54 —
•	4.5	9 58,3	3,17	θ Aquarii		17,8	— 8 25 46
	4.3	14 56,4	3,10	γ Aquarii		18,0	— 2 2 29
	5	18 38,3	3,07	π Aquarii		18,1	0 43 7
	4	24 6,4	3,43	β Piscis australis		18,2	—33 0 43
	4.3-5.4	24 20,9	2,21	δ^2 Cephei	$5^d,4$	18,3	57 45 1
72	4	25 56,3	2,46	α Lacertæ (Eidechse)		18,4	49 33 48
•	4.3	28 40,5	3,08	η Aquarii		18,4	— 0 47 12
		31 —		Dracon. Bradl. 1458 U. C.			
•	3.4	34 58,7	2,99	ζ Pegasi		18,7	10 9 12
	4	42 42,4	3,18	τ^2 Aquarii		18,9	—14 16 38
•	1.2	50 27,6	3,33	α Piscis australis		19,0	—30 18 38
		56 —		α Ursæ majoris U. C.			
	2.3-3.2	56 59,4	2,90	β Pegasi (irregulær)		19,1	27 19 25
•	2	58 17,1	2,98	α Pegasi, Markab		19,3	14 30 23
	7-?	59 —		R Pegasi	$379^d,5$		9 50 —
	4	23 2 30,8	3,21	c^2 Aquarii		19,5	—21 52 39
•	4	10 25,5	3,11	γ Piscium		19,6	2 34 20
	5.4	16 8,3	3,16	98 Aquarii		19,6	—20 48 37
•	5.4	20 16,1	3,07	κ Piscium		19,6	0 32 39
	5	26 28,4	3,15	b^4 Aquarii		19,9	—21 37 56
	5.6	27 49,8	—0,02	Ursæ min. Bradl. 3147		19,9	86 35 24
•	4.5	33 15,9	3,08	ι Piscium		19,5	4 55 18
•	3.4	34 1,9	2,40	γ Cephei		20,1	76 54 25
	6.5-?	37 —		R Aquarii	$388^d,6$		—16 0 —
	5	39 36,0	2,95	ψ Andromedæ		20,0	45 41 55
•	4.5	42 9,0	3,13	δ Sculptoris		19,9	—28 50 55
		47 —		γ Ursæ majoris U. C.			
	6	48 28,9	3,07	26 Piscium		20,0	6 20 54
	cum.	50 —		Cassiopeæ, reich			55 54 —
•	4	52 38,2	3,08	ω Piscium		19,9	6 8 37
	4.5	57 4,7	3,08	2 Ceti		20,0	—18 3 35

Die Sternbilder Nr. 1 bis 48 kommen schon bei Ptolemäus vor.

D	$\frac{\text{Sin}(\varphi-\text{d})}{\text{Cos d}}$	$\frac{\text{Cos}(\varphi-\text{d})}{\text{Cos d}}$	Sec d	$\frac{\text{Sin}(\varphi-\text{d})}{\text{Cos d}}$	$\frac{\text{Cos}(\varphi-\text{d})}{\text{Cos d}}$	D
+ 0°	0,736 2,0	0,677 2,1	1,000 0,0	0,736 2,0	0,677 2,1	— 0°
1	724 2,0	690 2,1	000 0,1	748 2,0	664 2,1	1
2	712 2,0	703 2,1	001 0,1	759 2,0	651 2,1	2
3	700 2,0	716 2,1	001 0,2	771 2,0	638 2,1	3
4	689 2,0	728 2,2	002 0,2	783 2,0	626 2,1	4
5	677 2,0	741 2,2	004 0,3	795 2,0	613 2,2	5
6	665 2,0	754 2,2	005 0,3	807 2,0	600 2,2	6
7	653 2,0	767 2,2	007 0,4	819 2,0	587 2,2	7
8	641 2,0	780 2,2	010 0,4	831 2,0	574 2,2	8
9	629 2,0	794 2,2	012 0,5	843 2,0	560 2,2	9
10	616 2,0	807 2,2	015 0,5	855 2,0	547 2,2	10
11	604 2,0	820 2,2	019 0,6	867 2,0	534 2,2	11
12	592 2,1	833 2,2	022 0,7	880 2,1	521 2,2	12
13	580 2,1	847 2,3	026 0,7	892 2,1	507 2,3	13
14	567 2,1	861 2,3	031 0,8	905 2,1	494 2,3	14
15	554 2,1	874 2,3	035 0,8	917 2,1	480 2,3	15
16	542 2,1	888 2,3	040 0,9	930 2,1	466 2,3	16
17	529 2,2	902 2,3	046 1,0	943 2,2	452 2,3	17
18	516 2,2	916 2,4	051 1,0	956 2,2	438 2,4	18
19	503 2,2	930 2,4	058 1,1	969 2,2	424 2,4	19
20	489 2,2	945 2,4	064 1,1	982 2,2	409 2,4	20
21	476 2,3	960 2,5	071 1,2	996 2,3	395 2,5	21
22	462 2,3	974 2,5	078 1,3	1,009 2,3	380 2,5	22
23	448 2,4	989 2,5	086 1,4	023 2,3	365 2,5	23
24	434 2,4	1,005 2,6	095 1,5	037 2,4	349 2,6	24
25	420 2,4	020 2,6	103 1,5	052 2,4	334 2,6	25
26	406 2,5	036 2,7	113 1,6	066 2,5	318 2,7	26
27	391 2,5	052 2,7	122 1,7	081 2,5	302 2,7	27
28	376 2,5	068 2,8	133 1,8	096 2,5	286 2,8	28
29	361 2,6	085 2,8	143 1,9	111 2,6	269 2,8	29
30	345 2,6	102 2,9	155 2,0	127 2,6	252 2,9	30
31	329 2,7	119 2,9	167 2,1	143 2,7	235 2,9	31
32	313 2,8	137 3,0	179 2,2	159 2,8	217 3,0	32
33	296 2,8	155 3,1	192 2,3	176 2,8	199 3,1	33
34	279 2,9	173 3,1	206 2,4	193 2,9	181 3,1	34
35	262 3,0	192 3,2	221 2,5	210 3,0	162 3,2	35
36	244 3,0	212 3,3	236 2,7	228 3,0	142 3,3	36
37	226 3,1	232 3,4	252 2,8	246 3,1	122 3,4	37
38	207 3,2	252 3,5	269 3,0	265 3,2	102 3,5	38
39	188 3,3	273 3,6	287 3,1	284 3,3	081 3,6	39
40	168 3,4	295 3,7	305 3,3	304 3,4	060 3,7	40
41	147 3,5	317 3,8	325 3,4	324 3,5	037 3,8	41
42	126 3,6	340 3,9	346 3,6	346 3,6	014 3,9	42
43	104 3,7	363 4,1	367 3,8	367 3,7	— 009 4,0	43
44	082	388	390	389	— 033	44

Die beigeschriebenen Differenzen beziehen sich auf 10 Minuten.

D	$\frac{\text{Sin}(\varphi-d)}{\text{Cos d}}$	$\frac{\text{Cos}(\varphi-d)}{\text{Cos d}}$	Sec d	D	$\frac{\text{Sin}(\varphi-d)}{\text{Cos d}}$	$\frac{\text{Cos}(\varphi-d)}{\text{Cos d}}$	Sec d
45°	0,059	1,413	1,414	68°	— 0,940	2,498	2,669
46	035	439	440	69	— 1,028	594	790
47	010	466	466	70	— 124	699	924
48	— 016	494	494	71	— 230	814	3,072
49	— 043	524	524	72	— 348	942	236
50	— 071	554	556	73	— 479	3,084	420
51	— 100	586	589	74	— 625	243	628
52	— 131	619	624	75	— 791	423	864
53	— 163	654	662	76	— 980	629	4,134
54	— 196	690	701	77	— 2,197	865	445
55	— 231	728	743	78	— 450	4,139	810
56	— 268	768	788	79	— 747	463	5,241
57	— 307	810	836	80	— 3,104	851	759
58	— 348	855	887	81	— 539	5,323	6,392
59	— 391	902	942	82	— 4,082	913	7,185
60	— 437	952	2,000	83	779	6,670	8,205
61	— 486	2,005	063	84	— 5,706	7,679	9,567
62	— 537	061	130	85	— 7,003	9,088	11,474
63	— 593	121	203	86	— 8,947	11,201	14,336
64	— 652	186	281	87	—12,184	14,719	19,107
65	— 716	255	366	88	—18,653	21,750	28,654
66	— 785	330	459	89	—38,055	42,837	57,299
67	— 859	411	559	90	∞	∞	∞

D	$\frac{\text{Sin}(\varphi-d)}{\text{Cos d}}$	Diff.	$\frac{\text{Cos}(\varphi-d)}{\text{Cos d}}$	Diff.	Sec d	Diff.	$\frac{\text{Sin}(\varphi+d)}{\text{Cos d}}$	Diff.	$\frac{\text{Cos}(\varphi+d)}{\text{Cos d}}$	Diff.	Polarsterne.
81° 6'	— 3,588	1,4	5,377	1,5	6,464	2,0	5,060	1,4	— 4,022	1,5	Draconis Bradl. 1458
7	— 596	1,4	385	1,5	6,476	2,0	068	1,4	— 031	1,5	
8	— 604		394		6,488		076		— 040		
82 14	— 4,228	1,8	6,073	2,0	7,400	2,6	5,700	1,8	— 4,718	2,0	ε Ursæ minor.
15	— 239	1,8	084	2,0	7,416	2,6	711	1,8	— 730	2,0	
16	— 250		096		7,431		722		— 742		
84 26	— 6,211	3,5	8,228	3,8	10,309	5,1	7,683	3,5	— 6,873	3,8	Urs. min. B. A. C. 960
27	— 232	3,5	250	3,8	10,340	5,2	704	3,5	— 896	3,8	
28	— 253		273		10,371		725		— 919		
86 29	—10,282	8,8	12,652	9,5	16,303	12,9	11,754	8,8	—11,298	9,5	Urs. min. B.A.C. 7504
30	— 334		709		16,380		806		— 355		
35	—10,605	9,3	13,003	10,1	16,779	13,7	12,077	9,3	—11,649	10,1	δ Urs. min. u. Urs. min Bradl. 3147
36	— 661	9,4	064	10,2	16,862	13,8	133	9,4	— 710	10,2	
37	— 717		125		16,945		189		— 771		
87 14	—13,275	14,2	15,905	15,4	20,717	20,9	14,747	14,2	—14,551	15,4	51 Cephei
15	— 360		998		20,843		832		— 643		
88 37	—27,308	57,0	31,151	62,0	41,423	84,2	28,775	57,0	—29,797	62,0	α Ursæ minor.
38	— 645	58,4	523	63,5	41,928	86,2	29,117	58,4	—30,169	63,5	
39	— 995		904		42,445		467		— 550		
55	—35,070	93,3	39,593	101,4	52,892	137,7	36,542	93,3	—38,239	101,4	λ Ursæ minor.
56	— 630		40,201		53,718		37.101		— 847		

Die beigeschriebenen Differenzen beziehen sich auf 10 Sekunden.

—4713	Anfang der Julianischen Periode Scaliger's.
—4179	Schöpfung nach alter Jüdischer Zeitrechnung.
—2697	Aelteste erhaltene chinesische Beobachtung einer Finsterniss.
—1100	Tschu-Kong bestimmt die Schiefe der Ekliptik.
— 776	Beginn der Griech. Zeitrechnung nach Olympiaden (4ª).
— 753	Jahr der Erbauung Roms (Beginn röm. Zeitrechnung).
— 720	Aelteste erhaltene chaldäische Beobachtung.
— 585	Sonnenfinsterniss nach Thales Voraussage.
— 540	Pythagoras bereist Indien, lehrt die Bewegung der Erde um ein Centralfeuer und die Mehrheit der Welten.
— 433	Meton'scher Cyclus von 19 Jahren u. 235 Monden.
— 400	Plato (Kegelschnitte; Würfelverdopplung).
— 360	Aristoteles, der Naturphilosophe u. Meteorologe.
— 300	Euklid, der Geometer (Elemente; s. 1533, 1814).
— 300	Timocharis und Aristill, Sternkatalog (AR, D).
— 270	Aristarch lehrt die Bewegung der Erde um die Sonne.
— 250	Archimedes (π, Quadratur, Hebel, Dichte; s. 1807).
— 240	Apollonius von Perga, der Geometer (s. 1861).
— 220	Eratosthenes misst die Erde (Sieb, Hungertod).
— 150	Hipparch: Präcession, Theorie der Sonne.
— 46	Jul. Cäsar's Kalenderreform (Jahr der Verwirrung).
— 7	Conjunctionen von Jupiter und Saturn (Geburt Christi ?).
+ 34	III 25 muthmasslicher Todestag des Erlösers.
150	Ptolemäus schreibt den Almagest (s. 1538, 1813).
321	Befiehlt Constantin den Sonntag zu feyern.
350	Diophantos Alex., der Arithmetiker (s. 1575).
380	Pappos Alexandr., der Sammler (s. 1660).
525	Dionysius führt Jahr 754 von Rom als Jahr 1 ein.
622	Flucht Mahommed's (Aera für die muselm. Zeitr.).
640	Omar verheizt die Bibliothek in Alexandrien.
820	Mohammed ben Musa führt den Sinus ein.
827	Al Malmoun's Gradmessung bei Bagdad.
1096	Man sieht Flecken auf der Sonne.
1099	Gottfr. von Bouillon erobert die heil. Stadt.
1181	Der Compass wird in Europa bekannt.
1206	Universität Paris, 1221 Padua, 1249 Oxford, 1343 Krakau, 1346 Heidelberg, 1365 Wien, 1409 Leipzig, 1460 Basel, 1477 Upsala, 1502 Wittenberg, 1575 Leyden, 1737 Göttingen, 1811 Christiania, 1833 Zürich, 1872 Strassburg etc.
1202	Fibonacci, Liber Abaci et Practica geometriæ.

1217 Erste Papiermühle in Deutschland.

1300 Salvino degli Armati fabricirt Brillen.

1307 XI 7 Bundesschwur auf dem Rütli; 1315 Schlacht am Morgarten, 1339 Laupen, 1386 Sempach, 1444 St. Jakob, 1476 Grandson und Murten, 1515 Marignano; 1351 Eintritt von Zürich in den Schweizerbund, 1353 Bern, etc.

1356 Basel wird durch ein Erdbeben zerstört.

1364 Heinrich von Wick construirt eine Gewichtuhr.

1415 wurde Huss z. Constanz verbrannt, — 1416 Hieronymus v. Prag.

1436 VI 6 wurde zu Königsberg in Franken Joh. Müller geboren.

1438 Guttenberg (1397—1468) erfindet die Buchdruckerkunst.

1460 Peurbachii (1423—1461) theoricæ planetarum.

1471 Regiomontan und Walther, Sternwarte in Nürnberg.

1471 Erste Ausg. der Divina Comedia von Dante (1265—1321).

1473 II 19 wurde zu Thorn Nicolaus Copernicus geboren.

1474 Regiomontan, Ephemerides.

1476 VII 6 starb zu Rom Johannes Müller Regiomontanus.

1484 Walther (1430—1504) beobachtet an einer Räderuhr.

1492 Chr. Columbus (1435—1506) entdeckt Amerika.

1498 Vasco de Gama (14..—1524) schifft nach Indien.

1517 schlug Luther (1483—1546) s. 95 Streitsätze in Wittenberg an.

1519 Antrittpredigt von Zwingli (1484—1531) in Zürich.

1519 bis 1522 Magelhaens Reise um die Welt.

1524 Christoph Rudolph, die Coss (+ — eingeführt).

1528 Joh. Fernelii Cosmotheoria. Paris (Gradmessung).

1531 Paracelsus (1493—1541), Auslegung des Cometen.

1533 *Εὐκλείδου στοιχείων βιβλ. ιε.* Bas. (Grynæus).

1537 wurde durch Loyola der Jesuitenorden gegründet; 1773 aufgehoben, erstand er 1814 neuerdings.

1538 *Πτολεμαίου συντάξεως βιβλ. ιγ.* Bas. (Grynæus).

1542 Nonius (1497—1577), De crepusculis. Olyssipone in 4.

1543 starb (V 14 zu Frauenburg?) Nicolaus Copernicus während dem Drucke seiner 6 Bücher: De revolutionibus.

1544 Mich. Stifel (1487—1567), Arithmetica integra. Nor. in 4.

1544 Georg Hartmann entdeckt die Inclination.

1545 Conrad Gessner (1516—1565), Bibliotheca universalis.

1545 Cardano (1501—1576), De regulis Algebræ liber.

1546 Tartaglia (1506—1559), Invenzioni diverse.

1546 XII 14 wurde zu Knudstrup Tycho Brahe geboren.

1550 Gerh. Mercator (1512—1594), Kartenprojection.

1557 Recorde führt das Gleichheitszeichen ein.

1561	Wilhelm IV. Sternwarte Kassel, 1576 Tycho auf Hwen.
1564	II 15 wurde Galilei zu Pisa geboren.
1571	XII 27 a. St. wurde zu Weil Johannes Kepler geboren.
1572	VIII 24 wurde zu Paris Peter Ramus ermordet.
1572	Tycho beobachtet einen neuen Stern in der Cassiopeia.
1575	Diophant, Rerum arithmethicarum libri VI. Bas. fol.
1576	Robert Normann construirt ein Inclinatorium.
1582	Gregor XIII. (1512—1585), Kalenderreform.
1585	Stevin (1548—1620) Decimalbruchrechnung, Statik.
1590	Zach. Jansen erfindet das zusammengesetzte Mikroskop.
1591	Vieta (1540—1603), Algebra nova. (Ars magna.)
1596	Ludolph van Colen, Van den Circkel. Lugd. in 4.
1596	Dav. Fabricius entdeckt die Mira im Wallfisch.
1597	Galilei construirt ein Luftthermometer.
1598	Henri IV erlässt das Edict von Nantes.
1598	Tycho Brahe, Astronomiæ instauratæ mechanica.
1600	Giordano Bruno wird in Rom verbrannt.
1600	Gilbertus, De magnete. London in fol.
1601	X 23 starb zu Prag Tycho Brahe.
1602	Galilei entdeckt das Fallgesetz (Isochronismus).
1603	Joh. Bayer (1572—1625), Uranometria. Aug. Vind.
1603	Scheiner (1575—1650) erfindet den Pantographen.
1604	J. Kepler beobachtet einen neuen Stern im Serpentarius.
1608	Hans Lippershey erfindet das Fernrohr.
1609	Kepler, De motibus stellæ Martis. Prag in fol.
1610	Galilei, Sidereus nuncius (Phasen, Trabanten).
1611	Jo. Fabricii, De maculis in sole observatis.
1611	Prätorius (1537—1616) erfindet den Messtisch. Vit. in 4.
1611	Joh. Kepler, Dioptrica (Astron. Fernrohr).
1612	Marius entdeckt den Nebel in der Andromeda.
1614	Neper (1550—1617), Logarithmorum canonis descriptio.
1615	Sal. de Caus, Les raisons des forces mouvantes.
1616	Zucchius (1586—1670) empfiehlt ein Spiegelteleskop.
1617	Snellius (1591—1626), Eratosthenes batavus. 4.
1619	Kepler, Harmonices mundi libri V. Lincii. fol.
1619	J. B. Cysat (1586—1657), Mathemata astronomica de Cometa 1618. [Nebel im Orion.]
1620	Baco von Verulam stellt in seinem Organon die Erfahrung als Grundlage des Wissens auf.
1620	Willebrord Snellius entdeckt das Brechungsgesetz.

1620	Joost Bürgi (1552—1632), Arithmetische und geometrische Progress-Tabul. Prag in 4. (Reductionszirkel).
1620	Schlacht bei Prag, 1632 bei Lützen; 1648 westphälischer Friede (30jähr. Krieg).
1624	Gunter erfindet den logarithmischen Rechenstab.
1624	Briggs (1556—1630), Arithmetica logarithmica.
1627	Schilleri coelum stellatum christianum.
1629	A. Girard (15..—1633) führt die Klammer ein.
1630	Scheiner, Rosa ursina, sive Sol. Bracciani in fol.
1630	XI 15 starb zu Regensburg Johannes Kepler.
1631	Vernier (1580—1637), Construction du quadrant nouveau.
1631	Th. Harriot (1560—1621), Artis analyticæ praxis.
1633	Juni 22 muss Galilei in Folge seines „Dialogo sopra i due sistemi del mondo“, in Rom abschwören.
1634	Morin, Fernrohr anstatt Diopter (Fadenkreuz).
1635	Guldin (1577—1643), De centro gravitatis libri IV.
1637	René Descartes (1596—1650), Géométrie.
1640	Blaise Pascal (1623—1662), Essai pour les coniques.
1641	erbaute sich Joh. Hevel eine Sternwarte in Danzig.
1642	I 8 starb zu Arcetri bei Florenz Galileo Galilei.
1642	XII 25 a. St. wurde zu Whoolstorpe Isaak Newton geboren.
1644	Toricelli (1618—1647) erfindet den Barometer.
1646	VII 1 wurde zu Leipzig Gottfr. Wilh. Leibnitz geboren.
1647	Pascal lässt auf Puy de Dome den Barometer beobachten.
1647	Joh. Hevelii (1611—1687) Selenographia. Gedani in fol.
1650	Grimaldi (1618—1663) entdeckt die Beugung.
1651	Riccioli (1598—1671), Almagestum novum. 2. Vol in fol.
1652	Gründung der Academia naturæ curiosorum; 1662 Royal Society, 1666 Académie des Sciences, 1700 Berlin, 1712 Bologna, 1725 Petersburg, 1759 München, etc.
1654	Otto von Guerike experimentirt in Regensburg.
1654	XII 27 a. St. wurde zu Basel Jakob Bernoulli geboren.
1655	Hugens (1629—1695) erfindet die Pendeluhr.
1655	John Wallis (1616—1703), Arithmetica infinitorum.
1656	wurde auf öffentl. Kosten die Sternw. Kopenhagen erbaut, 1667 Paris, 1675 Greenwich, 1678 Nürnberg, 1706 Berlin, 1714 Bologna, 1725 Petersburg, 1734 Göttingen, 1739 Upsala, 1755 Wien, 1765 Mailand, 1772 Mannheim u. Oxford, 1787 Leipzig, 1788 Seeberg bei Gotha, 1770 Palermo, 1792 Coimbra, etc.
1657	Hugens, De ratiociniis in ludo aleæ. Lugd. Bat. in 4.

1658 Brouncker (1620—1684), erfindet die Kettenbrüche.
1659 Hugens, Systema Saturnium, Hagæ. (Ring u. Mond.)
1660 Pappi Alexandrini, Collectiones. Bonon in fol.
1661 Thévenot theilt Viviani s. Erfindung der Röhrenlibelle mit.
1662 Boyle (1627—1691), Spring and Weight of the Air.
1665 Borelli (1608—1679), Cometa di 1664. (Ellipt. Bahn.)
1665 Beginn des Journal des Savants, 1666 der Philos. Transactions, 1682 der Acta Eruditorum.
1666 Isaak Newton entdeckt die Farbenzerstreuung und die allgemeine Gravitation.
1666 Leibnitz, De arte combinatoria.
1666 D. Cassini (1625—1712), De maculis Jovis et Martis.
1668 D. Cassini bestimmt die Länge aus den Jupitertrabanten.
1668 Nic. Mercator (16..—1687), Logarithmotechnia.
1669 Is. Barrow (1630—1677), Lectiones opticæ.
1669 Montanari entdeckt die Veränderlichkeit von β Persei.
1669 E. Bartholinus entdeckt die doppelte Brechung.
1669 Becher, Physica subterranea (Phlogist. Theoric).
1671 Morland (1625–1695) erfindet das Sprachrohr.
1671 Jean Picard (1620—1682), Mesure de la terre. In fol.
1672 Guerike, Experimenta Magdeburg. de vacuo spatio. In fol.
1672 Richer reist nach Cayenne (Pendel, Marsparallaxe).
1672 wurde zu Haag Joh. de Witt gemeuchelt.
1673 Leibnitz erfindet die Differentialrechnung.
1673 Hugens, Horologium oscillatorium.
1675 Ol. Römer (1644—1716), Geschwindigkeit des Lichtes.
1679 Conn. des temps, 1767 Naut. Alman., 1776 Berl. Jahrbuch.
1679 Fermat (1595—1665), Varia opera mathematica.
1681 Papin erfindet den nach ihm benannten Topf.
1681 Dörfl (1643—1688), Astron. Betrachtung d. grossen Cometen.
1683 Cassini und Fatio beobachten das Zodiakallicht.
1683 Erstes öffentliches chemisches Laboratorium (Altorf).
1685 Ludwig XIV. hebt das Edikt von Nantes auf.
1686 Fontenelle (1657—1757), Sur la pluralité des mondes.
1687 P. Varignon (1654—1722), Nouvelle mécanique.
1687 Newton, Philosophiæ naturalis principia mathematica.
1687 G. Kirch (1639—1710) entd. die Veränderlichkeit v. χ Cygni.
1689 Römer construirt das Passageninstrument.
1692 wurde zu Shireborn James Bradley geboren.
1696 L'Hopital (1661—1704), Analyse des infiniment-petits.

1701 Einführung des Reichskalenders in Bern, Zürich, etc.
1704 Newton, Treatise of light and colours. London in 4.
1705 Edm. Halley (1656—1722) gibt s. „Astronomy of Comets", und zeigt, dass die Höhendifferenz der Differenz der Logarithmen der Barometerstände proportional ist.
1705 VIII 16 starb zu Basel Jakob Bernoulli.
1707 IV 15 wurde zu Basel Leonhard Euler geboren.
1710 Chr. Wolf (1679—1754), Anfangsgründe der Mathematik.
1712 J. J. Scheuchzer (1672—1733), Schweizerkarte in 4 Blättern.
1713 Jac. Bernoulli, Ars conjectandi. Basileæ in 4.
1715 Taylor (1685—1731) entdeckt seinen Lehrsatz.
1716 Halley lehrt die Sonnenparallaxe durch Beobachtung von Venusdurchgängen zu finden (v. 1761).
1716 XI 14 starb zu Hannover Freiherr von Leibnitz.
1717 Joh. Bernoulli (1667—1748) theilt Varignon das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten mit.
1718 Abr. de Moivre (1667—1754), Doctrine of Chances.
1721 Graham's Quecksilbercompens.; Variation in Declination.
1723 II 17 wurde zu Marbach Tobias Mayer geboren.
1726 Harrison's Rostpendel. (Zink-Eisen-Compensation.)
1727 Grey unterscheidet Conductoren und Isolatoren.
1727 III 31 starb zu London Isaak Newton.
1728 Bradley entdeckt die Aberration, 1748 die Nutation.
1728 VIII 26 wurde zu Mühlhausen Joh. Heinr. Lambert geboren.
1729 Bouguer (1698—1758), Essai d'optique (Photometrie).
1729 John Flamsteed (1646—1720), Atlas cœlestis.
1730 Thermometer von Réaumur (1683—1757).
1731 Clairault (1713—1765), Courbes à double courbure.
1731 Hadley (16..—1744) construirt Newton's Spiegelsextant.
1733 Mairan (1678—1771), Traité de l'aurore boréale.
1735 bis 1745 Gradmessungen in Peru und Lappland.
1736 Leonh. Euler, Mechanica. Petrop. in 4.
1736 I 25 wurde zu Turin Joseph-Louis Lagrange geboren.
1738 Dan. Bernoulli (1700—1782), Hydrodynamica. Arg. in 4.
1738 XI 15 wurde zu Hannover Fr. Wilh. Herschel geboren.
1739 Boscovich empfiehlt den leeren Kreis als Mikrometer.
1740 Celsius, Einfluss des Nordlicht's auf die Magnetnadel.
1741 Bose erfindet den Conductor der Electrisirmaschine.
1741 Weidler (1692—1755), Historia Astronomiæ. Viteb. in 4.
1742 Joh. Bernoulli, Opera omnia. Lausannæ. 4 vol. in 4.

1742 Thermometer von Celsius (1701—1744) oder Linné (1707—1778).
1743 Jean-le-Rond d'Alembert (1717—1783), Dynamique.
1744 Jac. Bernoulli, Opera. Genevæ. 2 vol. in 4.
1744 Newtoni Opuscula. Ed. Castill. Lausanne 3 vol. in 4.
1744 Euler, Solutio problematis isoperimetrici. Lausanne in 4.
1745 Entdeckung der Leydner Flasche (Kunæus, Kleist).
1745 Leibnitii et Bernonllii Commercium. 2 vol. in 4.
1745 Tob. Mayer, Mathematischer Atlas. Augsburg in fol.
1745 II 19 wurde zu Como Alessandro Volta geboren.
1747 La Condamine (1701—1774), Proj. d'une mesnre invariable.
1748 Euler, Introductio in Analysin infinitorum. Lausanne in 4.
1749 Staudacher beginnt seine Sonnenfleckenbeobachtungen.
1749 III 28 wurde zn Beaumont Pierre-Simon Laplace geboren.
1750 Cramer (1704—1752), Analyse des lignes conrbes. In 4.
1750 Simson, Sectionnm conicarum libri V. Edinburg in 4.
1750 bis 1754 Capexpedition von Lacaille (1713—1762).
1752 Benj. Franklin (1706—1790) erfindet den Blitzableiter.
1752 Sam. König (1712—1757), Appel au public.
1753 Euler, Institutiones Calculi differentialis. Petrop. in 4.
1753 wurde in Petersburg Richmann bei Versnchen über atmosphärische Electricität erschlagen.
1753 Short und Dollond, Heliometer durch Bisection.
1755 Kant (1724—1804) Naturgeschichte des Himmels. Königsberg.
1757 Schlacht bei Rossbach, 1759 Kunersdorf; 1763 Friede zu Hubertsburg (7jähr. Krieg).
1758 Montucla (1725—1799), Histoire des mathématiques, 2 Vol. in 4. [2. Ausg. in 4 Vol. 1799—1802].
1758 Kästner (1719—1800), Mathematische Anfangsgründe.
1758 J. Dollond (1706—1761) verfertigt, durch Euler veranlasst, sein erstes achromatisches Fernrohr.
1758 Palitzsch (1723—1788), findet den Halley'schen Cometen.
1760 J. H. Lambert, Photometria. Aug. Vind. in 8.
1760 Joh. Georg Sulzer (1720—1779), entdeckt, dass Blei nnd Silber, nnter sich und mit der Zunge in Berührung, einen besondern Geschmack haben.
1761 gründet Tschiffeli die ökonomische Gesellschaft in Bern.
1761 Lambert, Cosmologische Briefe. Angsburg in 8.
1761 und 1769 beobachtet man Vennsdurchgänge.
1762 II 20 starb zu Göttingen Tobias Mayer.
1762 VII 13 starb zu Chalford James Bradley.

1762 Harrison erhält für seinen Chronometer 20000 Pfd.
1763 Berthoud (1727—1807), Essai sur l'horlogerie. Paris. 2 vol. in 4.
1764 Black entdeckt die latente Wärme des Wassers u. Dampfes.
1764 Lalande (1732—1807), Astronomie. 2 Vol in 4. (3. éd. 1792).
1764 Dampfmaschinen von James Watt (1736—1819).
1768 Euler, Instit. Calculi integr. Petrop. 4 Vol in 4. (3. éd. 1824).
1768 Bode (1747—1826), Kenntniss des gestirnten Himmels.
1768 bis 1779 Cook's drei Reisen um die Welt.
1769 IX 14 wurde zu Berlin Alex. v. Humboldt geboren.
1770 Euler, Algebra und Dioptrica. Petersburg in 8 u. 4.
1771 Messier, Catalogue des nébuleuses et amas d'étoiles.
1772 Deluc (1726—1817), Sur les modif. de l'atmosphère. 2 Vol.
1772 Rutherford (1749—1819) entdeckt den Stickstoff.
1773 Laplace, Sur l'invariabilité des grands axes.
1774 Priestley (1733—1804) entdeckt den Sauerstoff.
1774 Wilson, Observations on the solar spots. [Schülen.]
1775 Electrophor von Alexander Volta.
1775 Lavoisier findet die Zusammensetzung der Luft.
1775 Bailly (1736—1793), Histoire de l'astronomie. 4 Vol in 4.
1775 Felice Fontana empfiehlt die Spinnefaden.
1775 Erdbeben von Lissabon.
1777 Lichtenberg entdeckt die electrischen Figuren.
1777 IV 30 wurde zu Braunschweig Carl Friedr. Gauss geboren.
1777 IX 25 starb zu Berlin Joh. Heinr. Lambert.
1778 Christian Mayer, Fixsterntrabanten. Mannheim in 8.
1779 Lambert, Pyrometrie oder vom Maasse der Wärme. In 4.
1781 Wilhelm Herschel entdeckt den Uranus.
1782 Lhuilier, De relatione mutua capacit. et termin. figurarum.
1782 Wedgewood (1730—1795) erfindet sein Pyrometer.
1782 Herschel, Catalogue of double stars.
1783 Vega (1754—1802), Logarithmen (Bremiker 1856).
1783 Aerostaten von Montgolfier und Charles.
1783 Argand von Genf (1755—1803) verbessert die Lampe.
1783 Watt erkennt die Zusammensetzung des Wassers.
1783 Pingré (1711—1796), Cométographie. Paris, 2 Vol in 4.
1783 Volta erfindet den Condensator, 1799 seine Säule.
1783 Saussure (1740—1799) construirt Haarhygrometer.
1783 Herschel, On the proper motion of the Sun.
1783 IX 18 starb zu Petersburg Leonhard Euler.
1784 Coulomb (1736—1806) erfindet die Torsionswaage.

1784	Atwood (1745—1807) erfindet die Fallmaschine.
1784	Pigott und Goodricke beobachten η Aquilæ und β Lyræ.
1784	Herschel, Appearances at the polar regions of Mars.
1784	VII 22 wurde zu Minden Friedr. Wilh. Bessel geboren.
1786	Lhuilier, Principes des calculs supérieurs. Berlin in 4.
1786	Herschel, Catalogue of Nebulæ and Clusters (Suppl. 1789, 1802).
1787	Chladni (1756—1827) entdeckt die Klangfiguren.
1788	Lagrange (1736—1813), Mécanique analyt. (3 éd. 1853).
1789	Lavoisier (1743—1794), Traité de Chimie. Paris, 2 Vol in 8.
1789	Sim. Lhuilier (1750—1840), Polygonométrie. Genève in 4.
1789	Herschel's Riesenteleskop (40′ auf 49½″).
1790	Annalen der Physik (Gren, Gilbert, Poggendorf).
1791	Galvani (1737—1798) entdeckt den Galvanismus.
1791	Schröter, Selenotopographische Fragmente. Gött. 2 Vol in 4.
1792	Guglielmini (17..—1817), De diurno terræ motu. In 8.
1792	wurde nach Ueberwältigung der Schweizergarde der französische Königsthron umgestürzt, und die Republik ausgerufen; bald darauf auch der republ. Kalender eingeführt.
1793	Chappe erfindet den optischen Telegraphen.
1793	wurde der edle Bailly guillotinirt, — 1794 Lavoisier.
1794	Chladni, Ursprung der von Pallas gefundenen Eisenmassen.
1794	Vega, Thesaurus Logarithmorum. Lips. in fol. (10stellig.)
1794	Legendre, Géométrie. Paris in 8 (15 ed. 1853).
1795	Bohnenberger (1765—1831), Geogr. Ortsbestimmung. In 8.
1795	Journal de l'école polytechn. (1863, cah. 40) Par. in 4.
1795	Callet (1744—1798), Logarithmes (Ed. stér.). Paris in 8.
1795	Monge (1746—1818), Géométrie descriptive. Paris in 4.
1796	Laplace, Expos. du système du monde (6. éd. 1835).
1796	Polytechn. Schule Paris, 1815 Wien, 1825 Karlsruh, 1827 München, 1855 Zürich, 1871 Aachen, etc.
1796	Schlacht bei Lodi, 1798 Abukir, 1799 Zürich, 1800 Marengo, 1805 Austerlitz, 1806 Jena, 1809 Aspern und Wagram, 1812 Beresina, 1813 Leipzig, 1815 Waterloo.
1797	Cavendish (1731—1810) bestimmt die Dichte der Erde.
1797	Olbers, Methode einen Cometen zu berechnen. Weimar in 8.
1798	Legendre (1752—1833), Théorie des nombres. Paris in 4.
1798	Benzenberg und Brandes beobachten Sternschnuppen.
1799	Laplace, Mécanique céleste. (5 Vol 1825) Paris in 4.
1799	XI 11 beob. Humboldt u. Bonpland einen Sternschnuppenregen.
1800	Zach, Monatliche Correspondenz (28 vol.).

1800 Nicholson zerlegt Wasser durch Galvanismus.
1800 J. T. Bürg (1766—1834) löst die Mond-Preisaufgabe.
1801 Gauss, Disquisitiones arithmeticæ. Lipsiæ in 8.
1801 Gius. Piazzi (1746—1826) entdeckt I 1 die Ceres.
1802 Yonng (1773—1829), Theory of Light and Colours.
1802 Wollaston (1766—1828), Refract. and dispers. powers.
1802 Berthoud, Histoire de la mesnre du temps. 2 Vol in 4.
1802 wnrde Vega beraubt und in die Donau geworfen.
1803 Carnot (1753—1823), Géométrie de position. Paris in 4.
1803 Klügel, Mathematisches Wörterbuch. 5 vol. in 8.
1803 Lalande, Bibliographie astronomique. Paris in 4.
1803 Erstes Dampfschiff von Fulton (1765—1815).
1803 Piazzi, Præcip. Stellarum positiones mediæ. Pan. in fol.
1803 Steinregen bei l'Aigle, Départ. de l'Orne.
1803 Herschel, Changes in the relative situation of donble stars.
1803 bis 1806 Krusenstern und Horner, Reise nm die Welt.
1803 Grundsteinlegung der neuen Sternwarte in Göttingen, 1811 Königsberg, 1812 Dorpat, 1817 München, 1821 Paramatta, 1828 Brüssel, 1829 Genf, 1832 Berlin und Moskau, 1833 Pulkowa, 1834 Christiania, 1842 Bonn und Washington, 1843 Cambridge U. S., 1846 Athen, 1858 Neuenburg, 1859 Leyden, 1860 Leipzig und Kopenhagen, 1861 Zürich, etc.
1804 Poinsot (1777—1859), Statique (9 éd. 1848). Paris in 8.
1804 Reichenbach (1772—1826), mechan.-opt. Institut München.
1804 Leslie erfindet den Differential-Thermometer.
1804 Luftreisen von Biot und Gay-Lussac.
1804 Benzenberg (1777—1846), Umdrehung der Erde. In 8.
1804 Reuss, Repertorium commentat. astronom. Göttingen in 4.
1805 Puissant (1769—1843), Traité de Géodésie (3. éd. 1842), Paris in 4.
1805 Biot (1774—1862), Astronomie physique (3. éd. 1841). Paris in 8.
1805 Monge, Application de l'analyse à la géométrie. Paris in 4.
1806 Erster Versuch mit Locomotiven auf Eisenbahnen.
1806 Méchain et Delambre, Base du système métrique. 3 Vol in 4.
1807 Peyrard (1760—1822), Oeuvres d'Archimède. Paris in 4.
1808 Fr. Baily (1774—1844), Doctr. of Interest and Annuities.
1808 Malus (1775—1812) entdeckt die Polarisation des Lichtes.
1808 Dalton (1766—1844), Chemical Philosophy (Atomgewicht).
1809 Berzelius (1779—1848), Lärbok i Kemien (Wöhlers Uebers.).
1809 Gauss, Theoria motus corporum cœlestium. Hamburg in 4.
1809 Wollaston (1766—1828), Camera lucida und Goniometer.

1810 Meier-Hirsch (1769—1851), Integraltafeln. Berlin in 8.
1810 Gergonne, Annales des Mathématiques (1831 Vol. 21).
1811 Poisson (1781—1840), Mécanique (2 éd. 1833). Paris in 8.
1811 Gottl. Fr. Bohnenberger, Astronomie. Tübingen in 8.
1812 Laplace, Théorie analytique des probabilités. Paris in 4.
1812 Lehmann (1765—1811), Situationszeichnung (3 A. 1819).
1813 Halma, Compos. mathémat. de Ptolémée. 2 vol. in 4.
1813 IV 10 starb zu Paris Joseph-Louis Lagrange.
1814 Peyrard, Oeuvres d'Euclide. Paris 3 vol. in 4.
1814 Volta, L'identità del fluido elettrico e galvanico.
1815 Fresnel (1788—1827), Diffraction de la lumière.
1815 Fraunhofer (1787—1826), Brechung und Farbenzerstreuung.
1815 Bessel, Vorrücken der Nachtgleichen. Berlin in 4.
1816 Davy (1779—1829) erfindet die Sicherheitslampe.
1816 Biot, Physique expérim. et mathémat. Paris 4 vol. in 8.
1816 Van Swinden (1746—1823), Grondbeginsels der Meetkunde.
1817 Delambre, Histoire de l'astronomie (1827, vol. 6).
1818 Lesage (1724—1803), Traité de physique. Genève in 8.
1818 Kater (1777—1835) erfindet den Reversionspendel.
1818 Bessel, Fundamenta Astronomiæ. Regiomonti in fol.
1819 Hansteen (1784), Magnetismus der Erde. Christiania in 4.
1819 Oersted (1777—1851) entdeckt die Ablenkung der Magnetnadel durch den galvanischen Strom.
1819 Erste Versammlung schweizerischer Studirender in Zofingen.
1820 Gründung der Astronomical Society, 1865 der deutschen astronomischen Gesellschaft.
1821 Cauchy (1789—1857) Cours d'analyse. Paris in 8.
1821 Rom hebt das Verbot des Copernicanischen Weltsystems auf.
1821 Seebeck (1770—1831) entdeckt die Thermoelectricität.
1821 J. J. Littrow (1781—1840), Astronomie. Wien 3 vol in 8.
1822 Struve, Catalogus 795 stellarum duplicium. Dorpat in 4.
1822 Poncelet (1788—1868), Propriétés projectives. Paris in 4.
1822 Fourier (1768—1830), Théorie analyt. de la chaleur.
1822 Memoirs of the Astronomical Society. (1871 Vol 39).
1822 Harding (1765—1834), Atlas novus cœlestis. (Jahn 1856.)
1822 Encke, Entfernung der Sonne von der Erde. Gotha in 8.
1822 VIII 25 starb zu Slough Fr. Wilhelm Herschel.
1823 Argelander, Untersuchung über den Cometen von 1811.
1823 Schumacher (1780—1850), Astronom. Nachrichten. (1850. Bd. 30; seither Petersen und Peters.)

1823 Gauss, Theoria combinationis observationum. Gott. in 4.
1825 Gehlers phys. Wörterbuch von Horner, Muncke etc. 20 Vol.
1825 Arago (1786—1853) entdeckt den Rotationsmagnetismus.
1825 Legendre, Fonctions elliptiques (1828, vol. 3).
1826 Airy (1801), Mathematical Tracts (3. éd. 1842).
1826 Schwabe beginnt seine Sonnenfleckenbeobachtungen.
1826 Dutrochet (1776–1847) entdeckt die Endosmose.
1826 Crelle (1780—1855), Journal der Mathematik (1855, Bd. 50; seither Borchardt).
1827 Pouillet (1790), Eléments de phys. (7 éd. 1856; Müller).
1827 S. Ohm (1787–1854), Die galvanische Kette. Berlin in 8.
1827 Struve, Catal. nov. stellarum duplicium. Dorpat in fol.
1827 Savary (1797—1841) berechnet die Doppelsterne.
1827 Möbius (1790—1868), Der barycentrische Calcul. Leipzig in 8.
1827 J. C. Horner (1774—1834), Tables hypsométriques.
1827 III 5 starb zu Paris Pierre-Simon Laplace, zu Como Alessandro Volta.
1828 Péclet (1793–1857), Traité de la chaleur (nouv. édit. 1859).
1829 Jacobi (1803–1851), Fund. theoriæ functionum ellipt.
1830 begann mit der Revolution in Paris eine neue Zeit.
1830 Berliner academische Sternkarten (24 Blätter).
1830 Bessel, Tabulæ Regiomontanæ. Regiom. in 8.
1831 Struve (1793—1864), Russ. Breitengradmessung. 2 Vol in 4.
1831 Fourier, Analyse des équations déterminées. Paris in 4.
1831 Monthly Notices of the Astronomical Society.
1831 Poisson, Nouv. théorie de l'action capillaire. Paris in 4.
1831 Kämtz, Lehrbuch der Meteorologie. Halle 3 vol. in 8.
1831 Faradey (1791–1867) entdeckt die Inductionsströme.
1832 Steiner (1796–1863), Abhängigkeit geom. Gestalten.
1832 wurde Buchwalder auf dem Sentis vom Blitze getroffen, sein Gehülfe Gobat sogar erschlagen.
1833 Sawitsch, Prakt. Astronomie (Russisch; deutsch 1840).
1833 Littrow, Chorographie. Wien in 8.
1833 Gauss, Intensitas vis magneticæ terrestris. Gott. in 4.
1833 John Herschel, Astronomy (8 éd. 1865). London in 8.
1834 Littrow, Die Wunder des Himmels (5. Ausg. 1866).
1834 Beer (1797–1850) und Mädler, Mappa selenographica.
1834 Sédillot, Traité des instruments astronomiques des Arabes composé par Aboul Hhassan. 2 Vol in 4.
1835 Poisson, Théorie mathém. de la chaleur. Paris in 4.

1835 Schwerd, Die Bengungserscheinungen. Mannheim in 4.
1836 Liouville, Journal des Mathématiques (1871, vol. 36).
1836 Eisenlohr (1799—1872), Lehrbuch der Physik (7. Ausg. 1856).
1837 Bessel bestimmt die Parallaxe von 61 Cygni.
1837 Argelander, Ueber die Bewegung des Sonnensystems.
1837 Poisson, Calcul des probabilités. Paris in 4.
1837 Gräffe (1799), Auflös. der höhern num. Gleichungen. Zürich.
1837 Grunert, Ebene, sphär. nnd sphäroid. Trigonometrie.
1837 Dove (1806), Repertorium der Physik (1849, Bd. 8).
1837 Chasles (1793), Des méthodes en géométrie. Bruxelles in 4.
1837 Whewell, History of the inductive Sciences. 3 Vol in 8.
1837 W. Struve, Stellarum duplicium mensuræ micrometricæ.
1838 Libri, Hist. des sciences mathém. en Italie, 4 vol. in 8.
1838 Wilde, Geschichte der Optik (1843, Bd. 2).
1838 Steinheil (1801—1870) entdeckt die Leitungsfähigkeit der
Erde und damit die Lebensader der Telegraphie.
1838 Wheatstone (1802) erfindet das Stereoskop.
1838 Groombridge, Catalogue of circumpolar Stars. Ed. Airy.
1838 Erfindnng der Reibzündhölzchen.
1839 Raabe, Differential- und Integralrechnnng. 3 Bde. in 8.
1839 Faradey, Experimental Researches on Electricity. In 4.
1839 Schönbein (1799—1868) entdeckt das Ozon, 1845 die Schiess-
baumwolle und das Collodium.
1839 N. H. Abel (1802—1829), Oeuvres complètes. 2 vol. in 4.
1839 Jacobi (1801) entdeckt die Galvanoplastik und Daguerre
(1789—1851) die nach ihm benannten Lichtbilder.
1840 J. Eschmann (1808—1852), Ergebn. d. Schweizer. Triang.
1840 Navier, Leçons d'analyse (deutsch von Wittstein 1848).
1840 Einführung der Briefmarken in England.
1841 Grunert, Archlv der Mathematik nnd Physik. (1870 Vol 50.)
1841 Bessel, Astronomische Untersuchungen (1842, Bd. 2).
1841 Mädler (1794), Populäre Astronomie (5. A. 1861).
1841 Graham (1805), Chemistry (2. éd. 1850; deutsch Otto).
1841 Quetelet, Catalogue d'étoiles filantes. Bruxelles in 4.
1842 Peters (1806), Numerus constans nutationis. Petrop. in 4.
1842 VII 7 Totale Sonnenfinsterniss (Protuberanzen).
1843 Gerling, die Ausgleichungsrechnungen. Hamburg in 8.
1843 Argelander (1799), Uranometria nova. In 8. Atl. in fol.
1843 Kopp (1817), Geschichte der Chemie (4 Bd. 1847).
1844 B. Studer (1794), Physikalische Geographie. 2 Vol in 8.

1845	A. von Humboldt, Kosmos. 4 Vol. in 8. (Register in 2 Vol.)
1845	Catalogue of Stars of the British Association. London in 4.
1845	Weisbach, Ingenieurmechanik. Braunschweig 3 Vol. in 8.
1845	Hencke (1793 - 1866) beginnt mit der Entdeckung der Asträa die nenen Funde von Asteroiden.
1846	Leverrier (1811) bestimmt, Galle (1812) findet Neptun.
1846	Weisse, Catal. stellar. ex zonis Regiomontan Petrop. in 4.
1846	III 17 starb zu Königsberg Friedr. Wilhelm Bessel.
1847	Die Fortschritte der Physik im Jahre 1845, u. f.
1847	J. Herschel, Astr. Observations at the Cape. London in 4.
1848	Redtenbacher, Resnltate für den Maschinenbau. Mannh. in 8.
1849	Heis (1806), Die periodischen Sternschnuppen. Cöln in 4.
1850	Clausius, Lichterscheinungen der Atmosphäre.
1850	Gould (1824), The Astronomical Journal. (1858 Vol 5.)
1851	Brünnow, Sphär. Astronomie. (2. A. 1862). Berlin in 8.
1851	Oeltzen, Argelanders Zonen von 45—80°. Wien 2 Vol in 8.
1851	Foucault (1819—1868), Pendelversuch.
1852	Sabine (1788) u. Wolf (1816) weisen bei den magnetischen Variationen u. Sonnenflecken eine gemeinsch. 11j. Periode nach.
1852	Dove (1803), Verbreitung der Wärme auf der Erde.
1852	Chasles, Géométrie supérienre. Paris in 8.
1852	Liagre, Calcul des probabilités. Bruxelles in 8.
1852	Moigno (1804), Cosmos; 1863 Les Mondes.
1853	Riess, Reibungselektricität. Berlin 2 Bde. in 8.
1853	Ang. Beer (1825), Höhere Optik. Braunschweig in 8.
1854	De la Rive (1801), Traité de l'électricité. Paris 3 vol. in 8.
1854	Arago, Astronomie populaire. Paris 4 vol. in 8.
1855	Salmon, Conic Sections (Deutsch von Fiedler).
1855	Le Verrier, Annales de l'Observatoire de Paris. In 4.
1855	II 23 starb zu Göttingen Carl Friedrich Gauss.
1855	Schlacht bei Sebastopol, 1859 Solferino, 1866 Königsgrätz, 1870 Sédan.
1856	Bauernfeind, Vermessungskunde (3. Ausg. 1869). München in 8.
1856	Duhamel (1797), Calcul infinitésimal. Paris. 2 Vol in 8.
1856	Schlömilch, Zeitschrift für Mathematik und Physik.
1856	J. Amsler (1823), Der Polarplanimeter. Zürich in 8.
1856	Mädler, Eigenbewegung der Fixsterne. Mitau. 2 Vol in fol.
1857	Weisbach, Das axonometrische Zeichnen. Freiberg in 8.
1857	Carrington, Catalogue of circumpolar Stars. London in fol.
1857	Argelander, Atlas des nördlichen Himmels. Bonn in fol.

1857	Hansen (1795), Tables de la lune. Londres in 4.
1857	Ch. Sturm (1803—1855), Cours d'analyse. Paris 2 Vol in 8.
1857	Kepler, Opera omnia. Ed. Frisch. (8. Bd. 1871.)
1858	Poggendorf, Biographisch-literarisches Wörterbuch. 2 Vol in 8.
1858	Wolf, Biographien z. Culturgesch. d. Schweiz. (4 Bd. 1862.)
1858	Mousson, Physik auf Grundlage der Erfahrung. (2 A. 1871.)
1858	Tortolini, Annali di Matematica pura ed applicata.
1859	Lescarbault glaubt Vulcan zu sehen.
1859	V 6 starb zu Berlin Alexander von Humboldt.
1860	Zenner (1828), Mechan. Wärmetheorie (2. A. 1865).
1861	Balsam, Apollonius 8 Bücher über Kegelschnitte. In 8.
1861	Hesse (1811), Analytische Geometrie des Raumes (2 A. 1869.)
1861	Holtzmann (1811), Lehrbuch der Mechanik. In 8.
1861	Schlömilch (1823), Compendium der höhern Analysis. In 8.
1861	Sturm, Cours de mécanique. Ed. par Prouhet. 2 Vol in 8.
1862	Greenwich Seven-Year Catalogue of 2022 Stars. In 4.
1862	Kirchhoff (1824), Untersuchung über die Sonnenspektren.
1863	Dirichlet (1805—1859), Vorles. über Zahlentheorie. (2 A. 1872.)
1863	Chauvenet, Spherical and Practical Astronomy. 2 Vol in 8.
1863	R. C. Carrington, Observations on the Spots on the Sun.
1864	Clausius (1822), Abhandl. über die mechan. Wärmetheorie.
1864	J. Herschel, Catalogue of Nebulæ and Clusters. In 4.
1864	Culmann (1821), Graphische Statik. Zürich. In 8.
1864	Bremiker (1804), Crelle's Rechentafeln in neuer Ausgabe.
1865	Dubois, Cours d'Astronomie. Paris in 8.
1865	Fr. Zöllner (1834), Photometrische Untersuchungen. In 8.
1866	Wüllner (1835), Experimentalphysik. Leipzig. (3. A. 1870.)
1866	Jacobi, Vorlesungen über Dynamik. Berlin in 4.
1867	Steiner, Vorlesungen über synthetische Geometrie. 2 Vol in 8.
1867	Schiaparelli, Teoria delle stelle cadenti. Firenze in 4.
1868	Boncompagni, Bulletino (1871 Tom IV). In 4.
1868	Jam. Watson, Theoretical Astronomy. Philadelphia in 8.
1868	Lockyer und Janssen sehen jederzeit Protuberanzen.
1869	Riemann (1826—1866), Partielle Differentialgleichungen.
1869	H. Klein, Himmelsbeschreibung (2 Thl. 1872). In 8.
1870	Aug. Secchi (1818), Le Soleil. Paris in 8.
1870	Th. Oppolzer (1841), Lehrbuch der Bahnbestimmung. In 8.
1870	Bruhns (1830), Logar. trigon. Handbuch. Stereot. In 8.
1871	W. Fiedler (1832), Darstellende Geometrie. Leipzig in 8.
1871	Thomson and Tait, Natural Philosophy (Deutsche Uebers.)

Land.	Fläche in Quadrat-meilen.	Bevölkerung absolute	Bevölkerung per Qdr.-M.	Hauptort.	Einwohner.
Europa	178150,..	285 000000	1600	—	—
- Belgien	536,54	4 940570	9208	Brüssel	177954
- Dänemark	693,..	1 608095	2320	Kopenhagen	155143
- Deutschland Süd	2094,..	8 524460	4069	München	148201
- Deutschland Nord	7540,..	29 220968	3875	Berlin	547571
- Frankreich	9850,47	38 067094	3864	Paris	1 696141
- Griechenland	947,94	1 348412	1422	Athen	41298
- Grossbrittanien	5762,35	29 071000	5045	London	2 803989
- Italien	5380,32	25 060899	4658	Rom	197078
- Niederlande	643,00	3 699751	5754	Amsterdam	266679
- Oesterreich	11305,91	35 000000	3096	Wien	476222
- Portugal	1716,49	3 987861	2323	Lissabon	275286
- Russland (E.)	90134,53	61 061801	677	Petersburg	520131
- Schweden	13825,02	5 815619	421	Stockholm	124691
- Schweiz	738,2	2 510494	3408	—	—
- - Zürich	31,2	266265	8534	Zürich	19758 (43000)
- - Bern	123,1	467141	3795	Bern	29016 (36000)
- - Luzern	22,6	130504	5775	Luzern	11522
- - Uri	19,7	14741	748	Altorf	2426
- - Schwyz	16,8	45039	2681	Schwyz	5742
- - Nidwalden	5,3	11526	2175	Stans	2028
- - Obwalden	8,7	13376	1538	Sarnen	3301
- - Glarus	12,5	33363	2669	Glarus	4797
- - Zug	4,3	19608	4560	Zug	3854
- - Freiburg	29,8	105523	3541	Freiburg	10454
- - Solothurn	13,7	69263	5056	Solothurn	5916
- - Baselstadt	0,7	40683	58119	Basel	37918 (41000)
- - Baselland	7,7	51582	6699	Liestal	3368
- - Schaffhausen	5,5	35500	6455	Schaffhausen	8637
- - Ausserrhoden	4,8	48431	10090	Herisau	9518
- - Innerrhoden	2,9	12000	4138	Appenzell	3277
- - St Gallen	34,9	180411	5169	St. Gallen	14532 (19000)
- - Graubündten	127,3	90713	713	Chur	6990
- - Aargau	25,5	194208	7616	Aarau	5094
- - Thurgau	18,1	90080	4977	Frauenfeld	3921
- - Tessin	50,9	116343	2286	Lugano	5397
- - Waadt	57,7	213157	3694	Lausanne	20515 (28000)
- - Wallis	94,8	90792	958	Sitten	4203
- - Neuenburg	14,5	87369	6025	Neuenburg	10382
- - Genf	5,2	82876	15938	Genf	41415 (54000)
- Spanien	9200,..	16 302625	1772	Madrid	281170
- Türkei (E.)	6175,5	10 586000	1714	Constantinopel	800000
Asien	814000,..	798 000000	980	—	—
- China	220846,..	400 000000	1811	Peking	1 700000
Afrika	543000,..	188 000000	346	—	—
Amerika	743819,..	74 500000	100	—	—
- Brasilien	151973,..	10 000000	66	Rio de Janeiro	296136
- Mexiko	36000,..	8 218080	228	Mexiko	205000
- Vereinigte Staaten	165152,..	31 980000	194	New-York	814277
Australien	161000,..	3 850000	24	—	—

XXII. Immerwährender Gregor. Kalender.

(*g* gemeine, *s* Schaltjahre.)

	Januar.			Februar.			März.			April.			Mai.			Juni.		
		g	s		g	s		g	s		g	s		g	s		g	s
1	a	29	0	d	28	29	d	29	e	g	28	a	b	27	c	e	26	f
2	b	28	29	e	27	28	e	28	f	a	27	b	c	26	d	f	*24	g
3	c	27	28	f	26	27	f	27	g	b	26	c	d	25	e	g	23	a
4	d	26	27	g*	24	26	g	26	a	c	*24	d	e	24	f	a	22	b
5	e	25	26	a	23	24*	a	25	b	d	23	e	f	23	g	b	21	c
6	f	24	25	b	22	23	b	24	c	e	22	f	g	22	a	c	20	d
7	g	23	24	c	21	22	c	23	d	f	21	g	a	21	b	d	19	e
8	a	22	23	d	20	21	d	22	e	g	20	a	b	20	c	e	18	f
9	b	21	22	e	19	20	e	21	f	a	19	b	c	19	d	f	17	g
10	c	20	21	f	18	19	f	20	g	b	18	c	d	18	e	g	16	a
11	d	19	20	g	17	18	g	19	a	c	17	d	e	17	f	a	15	b
12	e	18	19	a	16	17	a	18	b	d	16	e	f	16	g	b	14	c
13	f	17	18	b	15	16	b	17	c	e	15	f	g	15	a	c	13	d
14	g	16	17	c	14	15	c	16	d	f	14	g	a	14	b	d	12	e
15	a	15	16	d	13	14	d	15	e	g	13	a	b	13	c	e	11	f
16	b	14	15	e	12	13	e	14	f	a	12	b	c	12	d	f	10	g
17	c	13	14	f	11	12	f	13	g	b	11	c	d	11	e	g	9	a
18	d	12	13	g	10	11	g	12	a	c	10	d	e	10	f	a	8	b
19	e	11	12	a	9	10	a	11	b	d	9	e	f	9	g	b	7	c
20	f	10	11	b	8	9	b	10	c	e	8	f	g	8	a	c	6	d
21	g	9	10	c	7	8	c	9	d	f	7	g	a	7	b	d	5	e
22	a	8	9	d	6	7	d	8	e	g	6	a	b	6	c	e	4	f
23	b	7	8	e	5	6	e	7	f	a	5	b	c	5	d	f	3	g
24	c	6	7	f	4	5	f	6	g	b	4	c	d	4	e	g	2	a
25	d	5	6	g	3	4	g	5	a	c	3	d	e	3	f	a	1	b
26	e	4	5	a	2	3	a	4	b	d	2	e	f	2	g	b	0	c
27	f	3	4	b	1	2	b	3	c	e	1	f	g	1	a	c	29	d
28	g	2	3	c	0	1	c	2	d	f	0	g	a	0	b	d	28	e
29	a	1	2	d		0	d	1	e	g	29	a	b	29	c	e	27	f
30	b	0	1				e	0	f	a	28	b	c	28	d	f	26	g
31	c	29	0				f	29	g				d	27	e			

XXIII. Epakte, Sonntagsbuchstabe und Ostern.

1801	15 d	5 A	1814	9 b	10 A	1827	3 g	15 A	† 1840	26 e	19 A
02	26 c	18 A	15	20 a	26 M	† 28	14 f	6 A	41	7 c	11 A
03	7 b	10 A	† 16	1 g	14 A	29	25 d	19 A	42	18 b	27 M
† 04	18 a	1 A	17	12 e	6 A	30	6 c	11 A	43	0 a	16 A
05	0 f	14 A	18	23 d	22 M	31	17 b	3 A	† 44	11 g	7 A
06	11 e	6 A	19	4 c	11 A	† 32	28 a	22 A	45	22 e	23 M
07	22 d	29 M	† 20	15 b	2 A	33	9 f	7 A	46	3 d	12 A
† 08	3 c	17 A	21	26 g	22 A	34	20 e	30 M	47	14 c	4 A
09	14 a	2 A	22	7 f	7 A	35	1 d	19 A	† 48	25 b	23 A
10	25 g	22 A	23	18 e	30 M	† 36	12 c	3 A	49	6 c	8 A
11	6 f	14 A	† 24	0 d	18 A	37	23 a	26 M	50	17 f	31 M
† 12	17 e	29 M	25	11 b	3 A	38	4 g	15 A	51	28 e	20 A
13	28 c	18 A	26	22 a	26 M	39	15 f	31 M	† 52	9 d	11 A

NB. Die der Epakte entsprechenden Zahlen des Kalenders fallen auf Tage mit Neumond.

XXII. Immerwährender Gregor. Kalender.

(*g* gemeine, *s* Schaltjahre.)

	Juli. g		s	August. g		s	September. g		s	October g		s	November. g		s	December. g		s
1	g	25	a	c	23	d	f	22	g	a	21	b	d	20	e	f	19	g
2	a	24	b	d	22	e	g	21	a	b	20	c	e	19	f	g	18	a
3	b	23	c	e	21	f	a	20	b	c	19	d	f	18	g	a	17	b
4	c	22	d	f	20	g	b	19	c	d	18	e	g	17	a	b	16	c
5	d	21	e	g	19	a	c	18	d	e	17	f	a	16	b	c	15	d
6	e	20	f	a	18	b	d	17	e	f	16	g	b	15	c	d	14	e
7	f	19	g	b	17	c	e	16	f	g	15	a	c	14	d	e	13	f
8	g	18	a	c	16	d	f	15	g	a	14	b	d	13	e	f	12	g
9	a	17	b	d	15	e	g	14	a	b	13	c	e	12	f	g	11	a
10	b	16	c	e	14	f	a	13	b	c	12	d	f	11	g	a	10	b
11	c	15	d	f	13	g	b	12	c	d	11	e	g	10	a	b	9	c
12	d	14	e	g	12	a	c	11	d	e	10	f	a	9	b	c	8	d
13	e	13	f	a	11	b	d	10	e	f	9	g	b	8	c	d	7	e
14	f	12	g	b	10	c	e	9	f	g	8	a	c	7	d	e	6	f
15	g	11	a	c	9	d	f	8	g	a	7	b	d	6	e	f	5	g
16	a	10	b	d	8	e	g	7	a	b	6	c	e	5	f	g	4	a
17	b	9	c	e	7	f	a	6	b	c	5	d	f	4	g	a	3	b
18	c	8	d	f	6	g	b	5	c	d	4	e	g	3	a	b	2	c
19	d	7	e	g	5	a	c	4	d	e	3	f	a	2	b	c	1	d
20	e	6	f	a	4	b	d	3	e	f	2	g	b	1	c	d	0	e
21	f	5	g	b	3	c	e	2	f	g	1	a	c	0	d	e	29	f
22	g	4	a	c	2	d	f	1	g	a	0	b	d	29	e	f	28	g
23	a	3	b	d	1	e	g	0	a	b	29	c	e	28	f	g	27	a
24	b	2	c	e	0	f	a	29	b	c	28	d	f	27	g	a	26	b
25	c	1	d	f	29	g	b	28	c	d	27	e	g	26	a	b	25	c
26	d	0	e	g	28	a	c	27	d	e	26	f	a	*24	b	c	24	d
27	e	29	f	a	27	b	d	26	e	f	25	g	b	23	c	d	23	e
28	f	28	g	b	26	c	e	*24	f	g	24	a	c	22	d	e	22	f
29	g	27	a	c	25	d	f	23	g	a	23	b	d	21	e	f	21	g
30	a	26	b	d	24	e	g	22	a	b	22	c	e	20	f	g	20	a
31	b	*24	c	e	23	f				c	21	d				a	19	b

XXIII. Epakte, Sonntagsbuchstabe und Ostern.

1853	20 b	27 M	1865	3 a	16 A	1877	15 g	1 A	1889	28 f	21 A
54	1 a	16 A	66	14 g	1 A	78	26 f	21 A	90	9 e	6 A
55	12 g	8 A	67	25 f	21 A	79	7 e	13 A	91	20 d	29 M
† 56	23 f	23 M	† 68	6 c	12 A	† 80	18 d	28 M	† 92	1 c	17 A
57	4 d	12 A	69	17 c	28 M	81	0 b	17 A	93	12 a	2 A
58	15 c	4 A	70	28 b	17 A	82	11 a	9 A	94	23 g	25 M
59	26 b	24 A	71	9 a	9 A	83	22 g	25 M	95	4 f	14 A
† 60	7 a	8 A	† 72	20 g	31 M	† 84	3 f	13 A	† 96	15 e	5 A
61	18 f	31 M	73	1 e	13 A	85	14 d	5 A	97	26 e	18 A
62	0 e	20 A	74	12 d	5 A	86	25 c	25 A	98	7 b	10 A
63	11 d	5 A	75	23 e	28 M	87	6 b	10 A	99	18 a	2 A
† 64	22 c	27 M	† 76	4 b	16 A	† 88	17 a	1 A	1900	0 g	15 A

NB. Die dem Sonntagsbuchstaben entsprechenden Buchstaben des Kalenders bezeichnen Sonntage. — *M* bezeichnet März, *A* April.

	I. (Januar.)	II	III	IV	V
1	Calendæ (Januariæ)	Cal.	Cal.	Cal.	Cal.
2	a. d. IV Nonas (Jan.)	IV	IV	IV	VI
3	— III —	III	III	III	V
4	Pridie —	Prid.	Prid.	Prid.	IV
5	Nonæ (Januariæ)	Non.	Non.	Non.	III
6	a. d. VIII Idus (Jan.)	VIII	VIII	VIII	Prid.
7	— VII —	VII	VII	VII	Non.
8	— VI —	VI	VI	VI	VIII
9	— V —	V	V	V	VII
10	— IV —	IV	IV	IV	VI
11	— III —	III	III	III	V
12	Pridie —	Prid.	Prid.	Prid.	IV
13	Idus (Januariæ)	Idus	Idus	Idns	III
14	a. d. XIX Cal (Febr.)	XVI	XVII	XVIII	Prid.
15	— XVIII —	XV	XVI	XVII	Idns
16	— XVII —	XIV	XV	XVI	XVII
17	— XVI —	XIII	XIV	XV	XVI
18	— XV —	XII	XIII	XIV	XV
19	— XIV —	XI	XII	XIII	XIV
20	— XIII —	X	XI	XII	XIII
21	— XII —	IX	X	XI	XII
22	— XI —	VIII	IX	X	XI
23	— X —	VII	VIII	IX	X
24	— IX —	VI	VII	VIII	IX
25	— VIII —	V	VI	VII	VIII
26	— VII —	IV	V	VI	VII
27	— VI —	III	IV	V	VI
28	— V —	Prid.	III	IV	V
29	— IV —		Prid.	III	IV
30	— III —			Prid.	III
31	Pridie —				Prid.

Januar geht nach	I
Februar	— II oder III
März	— V
April	— IV
Mai	— V
Juni	— IV
Juli	— V
August	— I
September	— IV
October	— V
November	— IV
Dezember	— I

Die Tage II bis XVI, XVII oder XVIII vor den Calendæ eines Monats werden bereits nach diesem Monat benannt. So z. B. bedeutet: „Scripsi ante diem decimum sextum Calendas Februarias,“ dass ich am 17. Januar geschrieben habe. — Für den Römischen Kalender wurde Ideler's Chronologie zu Grunde gelegt.

de l'an	0 Vendémiaire
1	1792 Sept. 21 (265)
2	1793 — 21 (264)
3	1794 — 21 (264)
4	1795 — 22 (265)
5	1796 — 21 (265)
6	1797 — 21 (264)
7	1798 — 21 (264)
8	1799 — 22 (265)
9	1800 — 22 (266)
10	1801 — 22 (265)
11	1802 — 22 (265)
12	1803 — 23 (266)
13	1804 — 22 (266)
14	1805 — 22 (265)

0 Vendémiaire	0
0 Brumaire	30
0 Frimaire	60
0 Nivôse	90
0 Pluviôse	120
0 Ventôse	150
0 Germinal	180
0 Floréal	210
0 Prairial	240
0 Messidor	270
0 Termidor	300
0 Fructidor	330

Diesen 12 Monaten à 30 Tagen folgten 5 bis 6 jours complémentaires. Die 30 Tage waren in 3 Decaden getheilt, deren Tage: Primidi, Duodi, Tridi, Quartidi, Quintidi, Sextidi, Septidi, Octidi, Nonidi, Decadi hiessen.

Mit Hülfe von Tafel XVII hat man z. B. 17 Messidor de l'an 7
$= 270 + 17 + 264 = 551$
$=$ 0 Jan. 1798 + 551
$=$ 0 Jan. 1799 + 186
$=$ 5. Juli 1799

Alphabetisches Register.

(Die Nummern beziehen sich, mit Ausnahme der eingeklammerten, auf die Sätze und nicht auf die Seiten; die * bezeichnen Artikel, welche schon im ersten Bande vorgekommen sind.)